Le strutture in cemento armato

Ing. Giuseppe Mosca

Premessa

Il calcestruzzo armato gettato in opera e precompresso in Italia è stato un materiale sempre vituperato oggetto di campagne ambientaliste negative (taciti accordi) ad esso ovvero al cemento si associa il danno ambientale. Il danno arrecato dal calcestruzzo in generale è nelle incompiute ovvero quelle strutture nude telai spaziali che restano nell'ambiente urbano e naturale; il calcestruzzo è molto utilizzato nei paesi arabi dove l'edificio non è un ecomostro ma migliora sensibilmente l'ambiente urbano e naturale, basti vedere video su città come ***Dubay*** *della qualità urbana architettonica sociale e soprattutto la modernità di queste metropoli . La qualità architettonica dipende dalle finiture ovvero rivestimenti per cui un edificio in calcestruzzo non arreca danno ambientale migliora il paesaggio urbano e naturale ,lontano da retaggi e stereotipi sociali che associano ad ogni trasformazione edilizia e del territorio un danno; il calcestruzzo in vista di vecchi edifici genera del degrado urbano tipico delle periferie con zone di devianza sociale e microcriminalità , siamo agli antipodi tra ambienti sociali sani e malsani dei quali si fa la apoteosi diventando vera e propria arte cinematografica e fotografica. In queste pagine si affrontano i metodi di calcolo per le strutture in cemento armato per gli edifici ,saranno oggetto di approfondimento per quanto concerne gli edifici alti* ***"Tall building" .***

Castel di Sangro *Ing. Giuseppe Mosca*

Indice

1- Il materiale calcestruzzo

2- Eurocodice 2 2023:la statica delle sezioni in c.a. e c.a.p.

3-I solai

4- I fori nei solai c.a.

5- Le scale in cemento armato

6-I quadri fessurativi

7- Gli edifici in cemento armato

8- Le strutture Peda

9- Gli edifici isolati

10- Lo stato limite per sezioni in C.A.

11- La modellazione FEM di elementi strutturali in C.A.

12-Tall Building

Il calcestruzzo

1- Introduzione

2- L'impasto di calcestruzzo

3 -La resistenza caratteristica ed il modulo elastico

4- Il progetto della resistenza

5- La posa in opera

6- Le prove sul calcestruzzo fresco

7- Prove non distruttive sul calcestruzzo indurito

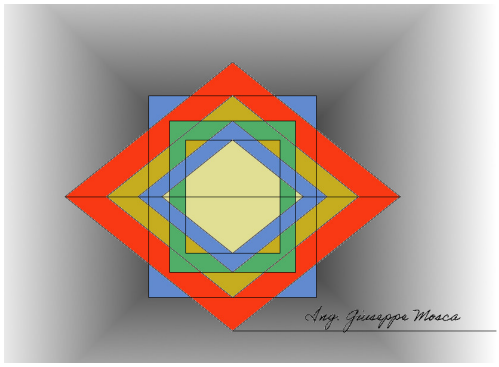
8- Il calcestruzzo leggero

9- Il calcestruzzo ad alta resistenza

10- I calcestruzzi fibrorinforzati

11- La prova di rottura a compressione e a taglio

12 Conclusioni



Ing. Giuseppe Mosca

N.B. Mi scuso a priori di eventuali imprecisioni o errori che se segnalati contribuiscono al miglioramento degli appunti

1- Introduzione

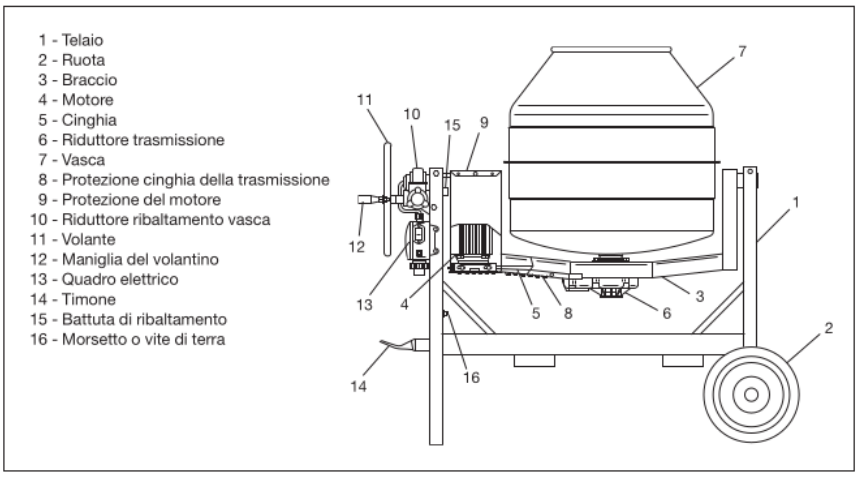
Le prime strutture in cemento armato risalgono alla fine del XIX secolo realizzate in Francia ed Inghilterra verso la fine del 1800 utilizzando calcestruzzo in grado di resistere a compressione e barre di armatura di acciaio per fra fronte agli sforzi di trazione; oggi dopo circa 1 secolo questo sistema sta per essere superato dai calcestruzzi fibrorinforzati dove si può fare a meno di utilizzare l'armatura metallica ovvero si ha a che fare con elementi strutturali che da soli sopportano sforzi trazione senza fessurazioni. Il calcestruzzo in Italia ha avuto un largo impiego soprattutto durante il boom economico degli anni 60 , oggi viene sostituito dalla bioedilizia e bioarchitettura dove si preferisce utilizzare altri materiali quali legno laterizio, legno cemento . E' oggetto di campagne ambientaliste in Italia che fanno la guerra ormai da molti anni alle lobby del cemento senza delle valide e fondate motivazioni poiché il danno non è funzione del materiale utilizzato ma della qualità architettonica della costruzione della sua capacità di integrarsi nell'ambiente urbano e naturale ovvero nella sua abilità di migliorare il contesto nel quale viene realizzata la nostra costruzione. In nord Europa si associa il danno ambientale all'industria del legno che favorisce la deforestazione per cui il calcestruzzo sarebbe un materiale ecologico che non genera danni ambientali , in Italia il danno ambientale lo si associa alle polveri generate dalle cave ed impianti di betonaggio alle opere incompiute che è più una problematica di amministrazioni comunali di denaro pubblico che di cemento : una cava di argilla è dannosa al pari di una cava di inerti per le quali si hanno progetti di trasformazioni utopici quali parchi naturali acquatici, spazi per attività sportive . Condannare il materiale ***" MADEIRA"*** *è un pò meschino le responsabilità del danno ambientale del cemento vanno ricercate in altri settori quali pubbliche amministrazioni , formazione universitaria lobby professionali mezzi di stampa; Vi sono gruppi sociali e politici che fondano la loro unicità ed esistenza sui danni ambientali arrecati dalle lobby del cemento vi è un tacito accordo secondo il quale la destra cementificatrice crea il danno ambientale e la sinistra ambientalista lo combatte una sorta di scambio quasi mafioso che assicura l'esistenza politica economica e sociale dei due gruppi che si contrappongono ormai da molti anni. Con il terremoto l'introduzione di nuove norme sismiche la salvaguardia della vita ha soppiantato il danno ambientale per cui molto spesso si costruiscono mastodontiche strutture in cemento armato creando danno ambientale ed urbano pur di salvaguardare la vita delle persone. Una politica e formazione corretta in materia ambientale non dovrebbe mirare a condannare il materiale sia esso legno, calcestruzzo , laterizio o acciaio ma dovrebbe avere come obiettivo il miglioramento della qualità architettonica urbana ed ambientale delle nuove costruzioni con attenzione alla impostazione strutturale , in modo che il nuovo edificio renda l'ambiente naturale molto spesso arso e brullo più gradevole e l'ambiente urbano più confortevole senza disagio sociale, ovvero innalzare la qualità progettuale non solo dei singoli professionisti ma anche delle pubbliche amministrazioni permeando la coscienza di ogni operatore del settore edile secondo la quale una costruzione dannosa per la natura il contesto urbano per la società in genere ect che obbedisce ad un tornaconto economico esclusivo per alcune persone non va né progettata né messa in cantiere.*

2- L'impasto di calcestruzzo

I componenti di un impasto di 1mc calcestruzzo sono:

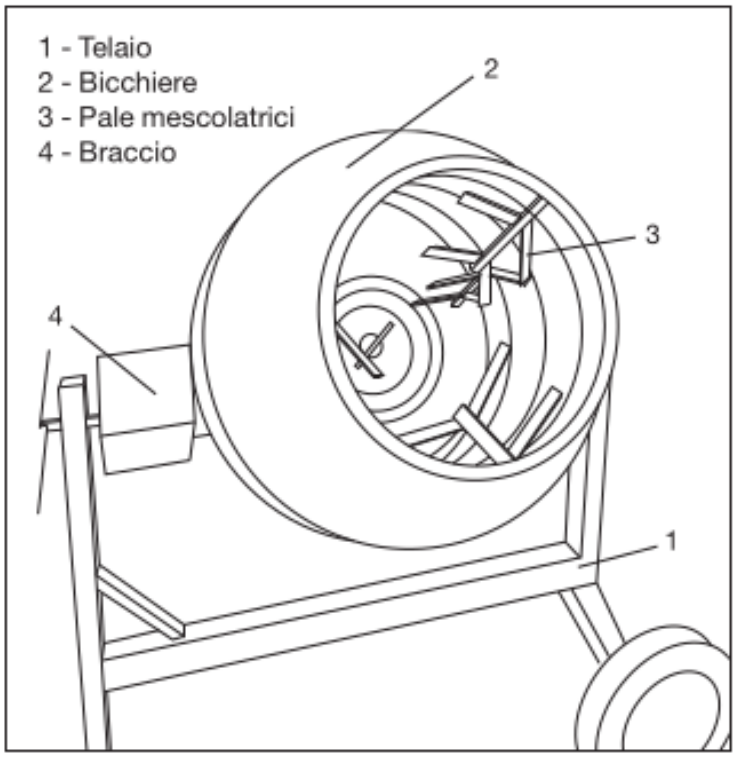
-Cemento 300 kg/mc
-Sabbia 0,4 mc
-Ghiaia 0,8 mc
-Acqua 120÷ 180 l/mc
-Additivi

Non deve stupire che la somma dei volumi sciolti sia maggiore di 1mc (il volume corretto andrebbe misurato tramite contenitori di acqua graduati), la diversa granulometria degli inerti e la presenza di acqua fanno si che gli elementi di diametro più piccolo vadano ad occupare i vuoti lasciati dagli elementi di pezzatura più grossa definendo alla fine un volume minore di quello iniziale
L'impasto semplice artigianale ***" fai da te "*** *può essere realizzato con una betoniera*



La betoniera è una macchina finalizzata alla miscelazione di materiali fini ed all'impasto con liquidi. Viene utilizzata per la preparazione di malte e calcestruzzi, mediante il carico di inerti, leganti, acqua ed eventuali coadiuvanti. Il bicchiere ha una capacità di circa 300 lt ovvero 0,3 mc per cui il dosaggio per la betoniera è circa

-Cemento 100 kg 2 sacchi da 50 kg
-Sabbia 0,12 mc
-Ghiaia 0,24 mc
-Acqua 45 lt
Per gettare un muro di calcestruzzo avente dimensioni 5x2x0,30m ovvero 3 mc occorrono 10 impasti con betoniera :10 betoniere.



Disegno 2. Bicchiere.

La betoniera veniva utilizzata nei cantieri edili per la preparazione del calcestruzzo nel primo dopoguerra poi verso la fine degli anni 50 sono nate i primi impianti di produzione con cave di inerti per il confezionamento del calcestruzzo da trasportare in cantiere tramite autobetoniere.
Un impianto di produzione si compone di:

-Deposito dei componenti
Insilaggio del cemento
Deposito aggregati
Deposito acqua
Deposito additivi
Insilaggio aggiunte minerali

-Apparecchiature di dosaggio

-Controllo delle apparecchiature di dosaggio

Esaminiamo ogni componente e le relative caratteristiche

Cemento
Esistono differenti tipologie di cementi che vanno dal tipo I al tipo V

*I cementi di **tipo I** (prospetto 2 e 3 della norma UNI 197-1) sono i **cementi Portland** puri costituiti da una percentuale di clinker di cemento Portland almeno pari al 95%.*

*I cementi di **tipo II** vengono denominati **Portland di miscela** in quanto il costituente presente in maggior percentuale è rappresentato dal clinker di cemento Portland in combinazione con una o più aggiunte minerali.*

*I **cementi d'altoforno (tipo III)** sono costituiti esclusivamente da clinker di cemento Portland e loppa granulata d'altoforno aggiunta in percentuali superiori al 35% (limite che differenzia questi cementi da quelli Portland alla loppa) e sono previsti in tre sottotipi, ognuno individuato dalla lettera A, B o C (subito dopo il numero romano) che individua la percentuale con cui la loppa è presente nel cemento compresa, rispettivamente, negli intervalli 36-65%, 66-80% o 81-95%.*

*Il **cemento pozzolanico (tipo IV)** è ottenuto per miscela del clinker di cemento Portland con microsilice, pozzolane naturali e naturali calcinate e ceneri volanti. Sono previsti due sottotipi che si differenziano per la percentuale di impiego delle aggiunte pozzolaniche, variabili negli intervalli 11-35% e 36-55%, individuate, rispettivamente, dalle lettere A o B (dopo il numero romano IV). Relativamente al cemento tipo IV/B, si fa notare come la percentuale massima di impiego delle aggiunte a comportamento pozzolanico sia fissata al 55%. Oltre questo limite il quantitativo di calce proveniente dall'idratazione del clinker non sarebbe sufficiente a garantire la reazione pozzolanica, con il risultato che parte del materiale pozzolanico rimarrebbe nell'impasto in forma di materiale inerte incapace, quindi, di contribuire alle prestazioni meccaniche del calcestruzzo.*

*Il **cemento composito (tipo V)**, da non confondere con quello Portland composito (tipo II/A-M o II/B-M), è costituito da una miscela di clinker di cemento Portland, loppa d'altoforno, e pozzolane (naturali o naturali calcinate) e/o cenere volante silicica. Sono previsti due sottotipi in cui la percentuale della loppa, da una parte, e quella delle pozzolane e della cenere, dall'altra, deve essere inclusa nell'intervallo 18-30% (tipo V/A) oppure 31-50% (tipo V/B).*

Le classi di resistenza a compressione del cemento sono espresse in daN/cmq o N/mmq a 28 giorni di stagionatura indipendentemente che il cemento sia a indurimento normale (N) , rapido indurimento (R) lento indurimento (L)

cemento 325 ; 425 ; 525
cemento 32,5 ; 42,5; 52,5

CLASSE DI RESISTENZA	RESISTENZA A COMPRESSIONE (N/mm²)				TEMPO DI INIZIO PRESA	STABILITÀ (espansione)
	Resistenza a breve		Resistenza standardizzata			
	2 giorni	7 giorni	28 giorni		min	mm
32.5L*	-	≥ 12	≥ 32.5	≤ 52.5	≥ 75	≤ 10
32.5N	-	≥ 16				
32.5R	≥ 10	-				
42.5L*	-	≥ 16	≥ 42.5	≤ 62.5	≥ 60	
42.5N	≥ 10	-				
42.5R	≥ 20	-				
52.5L*	≥ 10	-	≥ 52.5	-	≥ 45	
52.5N	≥ 20	-				
52.5R	≥ 30	-				

Saranno conservati in sili che garantiscano la perfetta tenuta nei confronti dell'umidità atmosferica; ogni silo conterrà un unico tipo e classe di cemento; a tale scopo, le prese di carico corrispondenti ai diversi sili dovranno essere chiaramente identificate. Dovrà essere evitata ogni possibilità di frammistione fra cementi (e/o altri materiali pulverulenti) tra un silo e l'altro .Il posizionamento dei filtri deve essere tale da impedire che il materiale captato possa confluire in un carico di calcestruzzo per il quale sia previsto un cemento diverso.

Gli inerti o aggregati

Gli aggregati per il confezionamento del calcestruzzo sono costituiti da:

- elementi lapidei provenienti da giacimenti naturali, come nel caso degli inerti di origine alluvionale estratti dal letto dei fiumi;

- materiale granulare ottenuto dalla frantumazione delle rocce;

- sottoprodotti di altri processi industriali, come avviene, ad esempio, per le scorie siderurgiche;

- materiale granulare ottenuto mediante processi industriali, come nel caso dell'argilla espansa utilizzata nel confezionamento dei calcestruzzi leggeri;

- materiale ottenuto per selezione e frantumazione di macerie provenienti dalla demolizione di edifici, di strutture in calcestruzzo armato oppure dal riciclo degli scarti di produzione del calcestruzzo negli stabilimenti che producono manufatti prefabbricati.

Le proprietà degli aggregati destinate al confezionamento dei calcestruzzi sono riassunte in figura

PROPRIETA' DELL'AGGREGATO	PRESTAZIONI DEL CALCESTRUZZO INFLUENZATE
- Distribuzione granulometrica - Forma - Tessitura - Contenuto di sostanze finissime	Proprietà reologiche del calcestruzzo fresco
- Forma e tessitura - Massa volumica - Distribuzione granulometrica - Natura di sostanze finissime - Modulo elastico	Proprietà elasto-meccaniche del calcestruzzo indurito
Contenuto di: - Sostanza umida - Zuccheri - Acido fulvico	Cinetica di idratazione del cemento Tempi di presa e di indurimento
Contenuto di: - Cloruri - Solfati - Zolfo totale - Minerali alcali reattivi - Gelività	Durabilità delle strutture in calcestruzzo armato
Contenuto di impurezze organiche leggere	Finitura superficiale ed estetica dei manufatti

-Granulometria

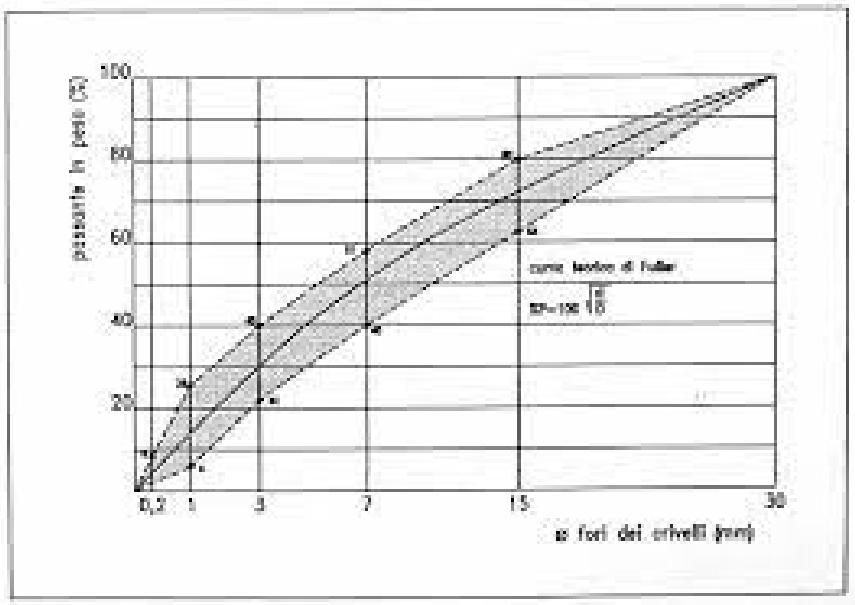
La caratterizzazione dell'aggregato dal punto di vista granulometrico si effettua determinando la percentuale di granuli di stessa dimensione mediante una serie di setacci impilati dall'alto verso il basso con aperture decrescenti. L'analisi granulometrica consiste nel determinare la percentuale di granuli che vengono trattenuti (che quindi posseggono dimensioni maggiori dell'apertura del setaccio e minori di quella del setaccio di apertura immediatamente maggiore) in corrispondenza di ognuno dei setacci utilizzati; essa consente di classificare l'aggregato in base all'apertura del setaccio di maggiore e minore dimensione (D/d) cui corrispondono le percentuali di materiale trattenuto (o passante: il complemento a 100 del trattenuto) riportate in Tabella.

TIPO DI AGGREGATO	PASSANTE A D (%)	TRATTENUTO A D (%)	PASSANTE A d (%)
Aggregato grosso D>11.2mm e D/d>2	90 - 99	10 - 1	0 - 15
Aggregato grosso D≤11.2mm e D/d≤2	85 - 99 80 - 99	15 - 1 20 - 1	0 - 20 0 - 20
Aggregato fine D≤4mm e d=0	85 - 99	15 - 1	-
Naturale 0/8 D=8mm e d=0	90 - 99	10 - 1	-
Misto D=45mm e D=0	90 - 99	10 - 1	-
Filler	Passante a 2mm 100	Passante a 0.125mm Da 85 a 100	Passante a 0.063mm Da 70 a 100

Sulla base dell'analisi granulometrica è possibile, quindi, effettuare una prima distinzione tra ***aggregati grossi e fini*** *(sabbie); questi ultimi sono costituiti per almeno l'85% da granuli di dimensioni inferiori a 4 mm. Il diametro massimo dell'aggregato grosso rappresenta l'apertura del vaglio cui corrisponde una percentuale di materiale di dimensione maggiore di D variabile tra 1 e 20%. Il* ***filler*** *è costituito, invece, da materiale finissimo di dimensioni inferiori a 2 mm e granuli che almeno per il 70% posseggono dimensioni minori di 0.063 mm. Sono previsti, infine, due tipologie di aggregati con distribuzione granulometrica continua provvisti di granuli di dimensioni variabili da 8 oppure da 45 mm, rispettivamente per l'aggregato denominato* ***"Naturale 0/8" e "Misto"****, fino a granuli finissimi tipici delle sabbie.*

-Le curve Granulometriche

La curva granulometrica è un diagramma cartesiano dove in ordinata si riporta il passante al vaglio di diametro D e in ascissa il corrispondente diametro .



Esistono vari tipologie di curve

Fuller $P(\%) = 100*\sqrt{(d/D)}$ $\beta= 0 \;\; n= 2$

Bolomey $P(\%) = k+ (100-k)*\sqrt{(d/D)}$ $\beta= >0 \;\; n= 2$

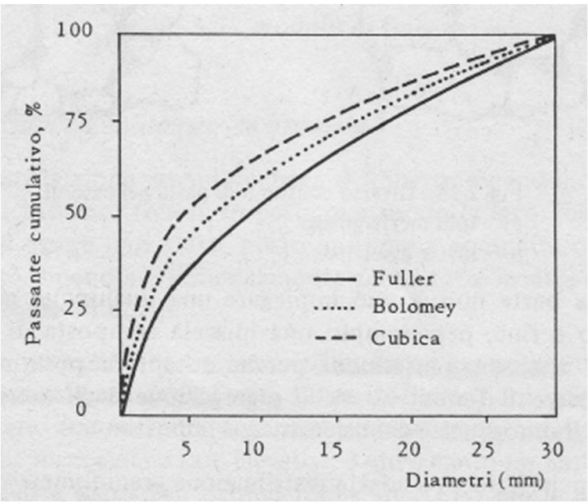
Curva cubica $P(\%) = 100*[d/D]^{1/3}$ $\beta= 0 \;\; n= 3$

tutte e tre le curve possono essere espresse informa analitica tramite la relazione

$Y = \beta+ (1-\beta)*(d/D)^{1/n}$

$Y = (d/D)^{1/2}$ $Y = \beta+ (1-\beta)*(d/D)^{1/2}$ $Y = *(d/D)^{1/3}$

d diametro vaglio , D diametro max dell'aggregato



In fase di confezionamento del calcestruzzo la nostra curva granulometrica deve avvicinarsi un funzione del dosaggio di cemento ad una curva ideale di riferimento

CURVA OTTIMALE	CALCESTRUZZI PER I QUALI LA CURVA E' CONSIGLIATA
Fuller	Dosaggio di cemento: 280 - 320 kg/m³ consistenza: S2 - S3
Fuller modificata	Dosaggio di cemento: 340 - 360 kg/m³ consistenza: S2 - S3
Bolomey	Dosaggio di cemento: 280 - 320 kg/m³ consistenza: S4 - S5
Bolomey modificata	Dosaggio di cemento: > 320 kg/m³ consistenza: S4 - S5
Cubica	Calcestruzzi per diga; D > 63 mm; consistenza S1 o V1 - V2
Faury	Calcestruzzi per strutture prefabbricate con vibrazione a cassero

Gli aggregati devono essere approvvigionati o immagazzinati in quantità sufficiente a completare le produzioni programmate senza interruzioni di getto.
Il luogo di accumulo a terra degli aggregati dovrà essere di dimensioni adeguate e consentire l'immagazzinamento delle diverse pezzature tra loro separate così da impedirne la frammistione. Per ogni cumulo, accessibile da autocarri e/o da pale caricatrici, dovrà essere apposto un cartello, di idonea dimensione e lettura, indicante la classe granulometrica dell'aggregato eventualmente integrata dalla denominazione locale ricorrente.
La resistenza meccanica a compressione del calcestruzzo dipende quasi esclusivamente dalle proprietà della matrice cementizia: la pasta di cemento, infatti, rappresenta l'anello debole della catena in quanto la maggior parte delle rocce da cui derivano gli aggregati per il confezionamento del conglomerato posseggono resistenze meccaniche a compressione di gran lunga superiori. I valori tipici di questa proprietà meccanica variano da circa 150 N/mmq per i calcari fino a oltre 250 N/mmq

per le rocce quarzitiche. Pertanto, la resistenza a compressione dell'aggregato risulta dalle 5 alle 8 volte maggiore di quella dei conglomerati cementizi più diffusi la cui resistenza è generalmente di 25-30 N/mmq; si evince, quindi, come tale proprietà dell'aggregato, per i tradizionali conglomerati, non rivesta un ruolo fondamentale. La resistenza a compressione dell'aggregato, invece, potrebbe acquisire un maggior rilievo nei calcestruzzi ad alta e altissima resistenza meccanica (con resistenze caratteristiche a compressione a 28 giorni maggiori o uguali a 60 N/mm2).
A differenza della resistenza a compressione il modulo elastico degli aggregati influenza la rigidità del conglomerato cementizio. La maggior parte degli inerti impiegati per il confezionamento del conglomerato possiede modulo di elasticità compreso tra 40000- 90000 N/mmq e, pertanto, maggiore di quello della pasta di cemento i cui valori si attestano tra 15000 e 20000 N/mmq . Il modulo elastico del calcestruzzo è rappresentato dalla media ponderale dei moduli elastici della matrice cementizia e dei granuli lapidei, quindi, aumenta con la rigidità e il volume occupato dagli aggregati nel conglomerato. Il modulo di elasticità degli inerti, infine, influenza anche la stabilità dimensionale del calcestruzzo: infatti, sebbene non direttamente coinvolti nel fenomeno del ritiro igrometrico gli aggregati si oppongono alla contrazione di volume della pasta di cemento in misura tanto maggiore quanto più elevato è il loro modulo di elasticità.
Per i calcestruzzi leggeri e fibrorinforzato dei quali ci occuperemo nel paragrafi 8 e 10 si utilizzano altri tipi di inerti che danno al calcestruzzo delle proprietà meccaniche differenti.

Acqua
La qualità dell'acqua assume un ruolo chiave nel confezionamento del conglomerato:una sua erronea scelta, infatti, potrebbe determinare fenomeni di ritardo dei tempi di presa e di indurimento oppure indurre problemi di natura estetica sulla superficie dei manufatti o, nei casi più gravi, generare forme di degrado precoce delle strutture. Generalmente l'esame dell'acqua si basa su una valutazione preliminare finalizzata ad escludere che:
- inquinanti di natura organica possano rallentare la cinetica di idratazione con inevitabili
ripercussioni negative sui tempi di disarmo delle strutture;
- eventuali tensioattivi possano promuovere indesiderati inglobamenti di aria nel calcestruzzo con conseguenti abbattimenti delle prestazioni meccaniche;
- tracce di olio o di grasso possano determinare sia un rallentamento dello sviluppo delle resistenze che una diminuzione dell'adesione all'interfaccia pasta-aggregato con irrimediabili riduzioni delle prestazioni meccaniche. La presenza di oli e grassi, inoltre, potrebbe causare la comparsa di antiestetiche macchie sulla superficie dei manufatti;
- la presenza di sostanze acide produca forti ritardi dell'idratazione del cemento con conseguenze molto più dannose di quelle derivanti dall'eccesso di sostanze di natura organica.

SOSTANZE	CONTENUTO MASSIMO AMMISSIBILE
Cloruri	1000 (500 mg/l per strutture in c.a.p.)
Solfati	2000
Alcali	1500
Zuccheri	100
Fosfati	100
Nitrati	500
Piombo	100
Zinco	100

Additivi

Gli additivi per calcestruzzo sono sostanze chimiche di natura prevalentemente organica (generalmente impiegati in forma liquida) che vengono aggiunte in percentuali (rispetto alla massa del cemento e delle aggiunte pozzolaniche) variabili tra lo 0.1 e il 3%, producendo sensibili modifiche alle caratteristiche del conglomerato sia allo stato fresco che a quello indurito. Nella moderna tecnologia del calcestruzzo questi prodotti, nell'ultimo ventennio, hanno assunto un ruolo di primaria importanza tanto che, ormai, possono ritenersi un ingrediente utilizzato di routine nella produzione del conglomerato cementizio.

A- Additivi resistenti all'acqua e ritentori di acqua
B- Additivi ritardanti di presa
C-Additivi acceleranti di presa
D-Additivi acceleranti di indurimento
E- Additivi fluidificanti e superfluidificanti

A-Gli additivi resistenti all'acqua e ritentori di acqua

Tra gli additivi per calcestruzzo sono da annoverare sia quelli ritentori di acqua che quelli resistenti all'acqua. Questi ultimi, in grado di ridurre l'assorbimento di acqua per capillarità sono utilizzati per il confezionamento di calcestruzzi destinati alla realizzazione di muri interrati in presenza di acque di falda; tuttavia, essi sono poco diffusi in quanto risulta molto più economico ed efficace confezionare calcestruzzi "impermeabili" adottando rapporti acqua/cemento inferiori a 0.55. Una possibile applicazione di questi additivi, riguarda i calcestruzzi faccia-vista colorati per i quali esiste un problema di perdita di colore nel tempo.
Al pari degli additivi resistenti all'acqua anche quelli ritentori di acqua sono pratica-

mente non utilizzati per la produzione del calcestruzzo. Si tratta, infatti, di prodotti capaci di ridurre l'acqua essudata. In passato questi additivi sono stati utilizzati per migliorare la pompabilità di calcestruzzi magri con dosaggi di cemento inferiori ai 260-280 Kg/mc più che per ridurre l'acqua essudata. Tuttavia, il loro impiego è attualmente limitato per via del fatto che gli stessi vantaggi conseguibili dal loro utilizzo sono ottenuti a costi decisamente più bassi ricorrendo alle aggiunte minerali ed, in particolare, alle ceneri volanti.

B-Gli additivi ritardanti di presa

Gli additivi ritardanti di presa sono in grado di rallentare l'idratazione del cemento e, quindi, di allungare il tempo in cui il calcestruzzo rimane allo stato plastico. Questa esigenza si avverte allorquando occorre trasportare il calcestruzzo per grandi distanze, con lunghi tempi di percorrenza, soprattutto nei periodi caldi quando la cinetica di idratazione del cemento risulta particolarmente veloce. Gli additivi ritardanti in questo contesto vengono impiegati per ridurre la perdita di lavorabilità in modo da poter garantire allo scarico sul cantiere quella prefissata dal progettista. In linea di massima, questi additivi consentono di ridurre la perdita di lavorabilità di circa il 50-60% rispetto ad un conglomerato non additivato. E' da evidenziare, inoltre, come gli additivi ritardanti di presa posseggono anche una sia pur modesta capacità di ridurre l'acqua di impasto a pari consistenza, di circa il 2-5% in funzione del dosaggio di prodotto (generalmente 0.2-0.5% rispetto alla massa del cemento).

Un secondo importante campo di applicazione degli additivi ritardanti è rappresentato dalla produzione dei calcestruzzi destinati alla realizzazione di strutture a grande sviluppo orizzontale (platee e pavimentazioni) o lineare (muri) laddove, per i rilevanti volumi, la posa avviene in molte ore e dove, quindi, un possibile ritardo nella consegna del conglomerato tra una betoniera e quella successiva potrebbe determinare la formazione di un giunto "freddo" che in servizio potrebbe dar luogo alla nascita di indesiderati quadri fessurativi. In questo contesto l'allungamento dei tempi di presa consente in corrispondenza della ripresa di getto di avere il calcestruzzo già in opera ancora allo stato plastico garantendo, quindi, la monoliticità tra le due porzioni di struttura realizzate in tempi diversi. E' da segnalare, tuttavia, come l'impiego degli additivi ritardanti è in forte diminuzione in quanto negli ultimi anni sono apparsi sul mercato superfluidificanti che associano alla funzione principale di aumento della fluidità (o della riduzione d'acqua a pari consistenza) una eccellente mantenimento della lavorabilità iniziale e un effetto di ritardo dei tempi di presa. Per comodità, quindi, nella produzione del calcestruzzo si preferisce impiegare un unico prodotto piuttosto che utilizzare un additivo fluidificante/superfluidificante e uno capace di allungare i tempi di presa.

C-Gli additivi acceleranti di presa

Gli additivi acceleranti di presa sono sostanze capaci, soprattutto alle basse temperature, di anticipare i tempi di inizio e fine presa del conglomerato. I principali campi di applicazione degli additivi acceleranti di presa riguardano:

- i calcestruzzi destinati alle pavimentazioni industriali con strato di usura a "spolvero" o a "pastina";
- i betoncini (applicati a spruzzo: spritz-beton) per la realizzazione di rivestimenti provvisori e definitivi in galleria finalizzati sia ad evitare la caduta di materiale dalle pareti di scavo onde salvaguardare l'incolumità del personale di cantiere che bloccare le venute di acqua dalla roccia.
Nelle pavimentazioni industriali in calcestruzzo la realizzazione dello strato di usura superficiale può iniziare soltanto quando il calcestruzzo ha già iniziato la presa. Durante il periodo invernale l'inizio presa si verifica all'incirca dopo 8-10 ore dal getto, costringendo le maestranze ad effettuare le operazioni per la realizzazione dello strato di usura durante il periodo notturno incidendo pesantemente sull'organizzazione del lavoro e, quindi, sui costi complessivi dell'opera. L'utilizzo degli additivi acceleranti di presa, in questo contesto, si rileva di particolare utilità per la possibilità di anticipare l'esecuzione dello strato di usura di qualche ora consentendo di terminare le operazioni di finitura entro la tarda serata. In questo modo, la "squadra" di operai può essere utilizzata il giorno successivo su un altro cantiere al contrario di quanto accadrebbe se i lavori venissero ultimati a notte inoltrata.

D- Gli additivi acceleranti di indurimento
Gli additivi acceleranti di indurimento consentono attraverso un incremento del grado di idratazione del calcestruzzo di favorire un più rapido sviluppo delle resistenze meccaniche a compressione soprattutto alle basse temperature ambientali. L'effetto accelerante dell'additivo sulle resistenze meccaniche a compressione del calcestruzzo, tuttavia, si esaurisce già dopo qualche giorno (circa 7 giorni) e alle lunghe stagionature può anche determinare una diminuzione (sebbene contenuta al di sotto del 10%) delle resistenze meccaniche a compressione rispetto all'impasto non additivato. Il principale campo di applicazione di questi prodotti, pertanto, riguarda i calcestruzzi da utilizzarsi durante le stagioni fredde allorquando la cinetica di idratazione del cemento è rallentata dalle basse temperature ambientali. In queste circostanze, infatti, rimane alto il rischio che per effetto di eventuali gelate notturne il calcestruzzo, ancora non sufficientemente indurito, possa essere irrimediabilmente danneggiato dal congelamento dell'acquacontenuta al suo interno. E' da segnalare come nella moderna tecnologia del calcestruzzo gli additivi acceleranti di indurimento sono in lento declino in quanto nella produzione del conglomerato si preferisce utilizzare additivi superfluidificanti che associano alla caratteristica principale di aumento della lavorabilità un'azione collaterale di accelerazione dei processi di presa e indurimento che, almeno nei nostri climi, sono sufficienti per poter effettuare i getti in tutta sicurezza anche nel periodo invernale.

E- Gli additivi fluidificanti e superfluidificanti
I fluidificanti (o riduttori di acqua) e i superfluidificanti (o riduttori di acqua ad alta efficacia) rappresentano sicuramente gli additivi per calcestruzzo più diffusi e massicciamente impiegati nel settore della tecnologia del calcestruzzo. Infatti, in Italia si stima che essi rappresentino circa il 90-95% dell'intero mercato del settore. Il consumo di questi additivi si attesta all'incirca tra 220000 e 235000 tonnellate/anno. Di

queste circa 180000- 200000 tonnellate sono costituite dai superfluidificanti che, pertanto, rappresentano di gran lunga gli additivi più importanti sia da un punto di vista strettamente commerciale che tecnico. Aggiunti all'impasto in misura solitamente variabile tra lo 0.2-0.5% (fluidificanti) e lo 0.6- 2.0% (superfluidificanti) questi additivi svolgono sostanzialmente due funzioni principali:

***a)** sono capaci di **ridurre l'acqua di impasto rispetto a quella di un conglomerato di pari consistenza** non additivato (riduttori/super-riduttori di acqua). La riduzione dell'acqua di impasto può essere finalizzata:*

***a1) alla riduzione del rapporto a/c lasciando invariato il dosaggio di cemento originario**.Questa modalità di impiego produce effetti benefici sulla riduzione della tendenzaalla segregazione dell'impasto e ha come obiettivo primario quello di aumentarele prestazioni meccaniche del calcestruzzo, ridurre la permeabilità e, conseguentemente,ottenere un conglomerato più durevole caratterizzato da minor ritiro e deformazioneviscosa;*
***a2) alla riduzione del dosaggio di cemento originario lasciando invariato il rapporto a/c**. In questa evenienza, l'obiettivo primario che si intende conseguire può essere di tipo strettamente economico oppure finalizzato a ridurre lo sviluppo di calore a seguito dalla reazione esotermica di idratazione del cemento con l'acqua o per incrementare il volume della frazione lapidea al fine di attenuare le contrazioni da ritiro igrometrico con l'intento di minimizzare il quadro fessurativo delle strutture.*

***b)** consentono di **incrementare la lavorabilità del calcestruzzo** (fluidificanti/superfluidificanti) **lasciando invariata sia l'acqua di impasto che il dosaggio di cemento** di un conglomerato non additivato. In effetti, questa modalità di impiego è "fittizia" in quanto equivale a quella A2 sopradescritta. Gli additivi fluidificanti e superfluidificanti vengono classificati in accordo alla norma UNI-EN 934-2 in base al potere di riduzione dell'acqua di impasto e al conseguente beneficio in termini di prestazioni meccaniche derivante dalla riduzione del rapporto acqua/cemento in:*

*- **fluidificanti/riduttori di acqua (FL)** quelli che consentono di ridurre l'acqua di impasto di almeno il 5% rispetto a quella richiesta per confezionare un conglomerato di pari consistenza, incrementando, inoltre, le resistenze a compressione a 7 e 28 giorni di almeno il 10% rispetto a quelle del calcestruzzo di riferimento non additivato*
*- **superfluidificanti/riduttori di acqua ad alta efficacia (SF)** quelli in grado di ridurre l'acqua di impasto a pari consistenza dell'impasto di riferimento di almeno il 12% assicurando, inoltre, che la resistenza a 1 e 28 giorni risulti maggiore di quella del calcestruzzo non additivato rispettivamente di almeno il 40 e il 15%. Questi additivi debbono anche garantire un incremento della lavorabilità di almeno 120 mm in termini di slump rispetto all'impasto di pari rapporto a/c senza pregiudicare la resistenza meccanica a compressione a 28 giorni che deve risultare almeno pari al 90% di quella dell'impasto di riferimento. Gli additivi superfluidificanti accanto all'azione principale disperdente, possono presentare degli effetti collaterali quali:*

- ritardo della cinetica di idratazione; è il caso degli additivi utilizzati nel periodo caldo quando il trasporto del calcestruzzo richiede tempi lunghi che consentono, attraverso un allungamento della durata del periodo dormiente, di limitare la perdita di lavorabilità del conglomerato cementizio;
- accelerazione dei tempi di presa e di indurimento; sono i superfluidificanti utilizzati nel periodo invernale per bilanciare il ritardo della cinetica di idratazione del cemento determinato dalle basse temperature oppure i prodotti utilizzati negli stabilimenti di prefabbricazione dove esiste la necessità di conseguire elevate resistenze meccaniche il giorno successivo al getto per poter indurre la precompressione sulle strutture e dove la perdita di lavorabilità del calcestruzzo non costituisce un problema in quanto il tempo di trasporto è generalmente di pochi minuti.

Proprio per tener conto non solo delle influenze esercitate dall'additivo sulla reologia dell'impasto, ma anche di quelle sui tempi di presa e di indurimento, la norma UNI-EN 934/2 accanto alle due categorie principali di fluidificanti/superfluidificanti prevede ulteriori tre categorie di prodotti distinti in base alle influenze esercitate sui tempi di presa e sullo sviluppo delle resistenze meccaniche:

*- **fluidificanti ritardanti (FR)**, quelli che posseggono un potere di riduzione d'acqua di almeno il 5% e un tempo di inizio presa/fine presa rispettivamente maggiore di 90 min e non superiore di 360 min rispetto a quelli dell'impasto di riferimento. La resistenza a compressione a 28 giorni, inoltre, deve risultare almeno pari a quella dell'impasto non additivato di pari consistenza;*
*- **fluidificanti acceleranti (FA)**, che associano al potere di riduzione d'acqua (almeno 5%) un tempo di presa iniziale alla temperatura di 5°C minore del 60% di quello dell'impasto di riferimento e una resistenza a 28 giorni non inferiore di più del 10% dell'impasto non additivato di pari lavorabilità;*
*- **superfluidificanti ritardanti (SR)**, che al potere di riduzione d'acqua minimo (12%) associano gli stessi effetti sui tempi di presa degli additivi fluidificanti ritardanti.*
Inoltre, essi debbono garantire un incremento delle resistenze meccaniche a 28 giorni di almeno il 15% rispetto all'impasto di riferimento non additivato. Infine, impiegati a pari rapporto a/c debbono garantire dopo 60 min dal confezionamento dell'impasto una lavorabilità superiore a quella del calcestruzzo di riferimento.

Potere di riduzione dell'acqua di impasto e della perdita di lavorabilità

Come è stato già accennato, il principale impiego degli additivi fluidificanti e superfluidificanti riguarda la possibilità di confezionare impasti con un minor dosaggio di acqua di impasto rispetto ad un conglomerato di pari consistenza. La riduzione di acqua dipende sia dal tipo di additivo che dal dosaggio; sebbene sia praticamente impossibile definire l'esatta diminuzione per tutti i prodotti disponibili sul mercato (alla luce delle centinaia di formulazioni disponibili per quelli a base di ligninsolfonato e naftalensolfonato e delle decine di prodotti a base acrilica), tuttavia, si può dare un'indicazione di massima in base alla natura dei polimeri sui quali gli additivi sono basati, all'appartenenza degli stessi alle classi individuate dalla UNI-EN 934-2 e al dosaggio d'impiego. Come si può notare dalla Tabella gli additivi acrilici, a pari dosaggio, posseggono un potere disperdente maggiore rispetto ai prodotti a base di naf-

talensolfonato. All'incirca per ottenere una riduzione d'acqua del 20% occorre una percentuale di additivo acrilico pari allo 0.8%, mentre la stessa riduzione si ottiene impiegando l'1.2% di un superfluidificante a base di naftalensolfonato.

DOSAGGIO % IN MASSA SUL CEMENTO	RIDUZIONE DELL'ACQUA DI IMPASTO (%)				
	TIPO DI ADDITIVO				
	F	FR/FA	SR/SAC	SA	SN/SM
0.30-0.50	7 - 10	5 - 7	-	-	-
0.60	-	-	-	15	-
0.80	-	-	10	20	12
1.00	-	-	12	25	15
1.20	-	-	17	28	20
1.50	-	-	-	30	25
1.80	-	-	-	34	28

Un altro importante aspetto reologico del calcestruzzo riguarda la capacità dell'impasto di conservare la lavorabilità iniziale per un tempo sufficientemente lungo in modo da garantire che alla consegna del calcestruzzo in cantiere lo stesso possegga le caratteristiche prescritte dal progettista in relazione alle difficoltà di esecuzione del getto. Attesa la necessità di utilizzare conglomerati che al getto posseggano consistenze fluide (S4) o superfluide (S5), se la perdita di lavorabilità durante il trasporto - soprattutto per tempi lunghi e durante la stagione estiva - risultasse eccessiva è alto il rischio che in cantiere si provveda a riaggiunte di acqua che pregiudicherebbero sia le prestazioni meccaniche che la durabilità del conglomerato in opera. Da un punto di vista pratico è necessario, pertanto, limitare la perdita di consistenza del conglomerato durante il trasporto. Gli additivi fluidificanti/superfluidificanti, soprattutto quelli a base di naftalensolfonato formulati con ritardanti di presa e i polimeri acrilici con ridotta lunghezza delle catene laterali e basso peso molecolare della catena principale possono offrire un notevole contributo riguardo a questa importante proprietà reologica del conglomerato cementizio. Sebbene, come già accennato per l'effetto disperdente, il mantenimento della lavorabilità nel tempo varia fortemente in relazione al tipo e al dosaggio di additivo, tuttavia, indicativamente la riduzione della perdita di consistenza (ΔL) può essere stabilita in base alla natura del polimero,alla classe di appartenenza in accordo alla UNI-EN 934/2 e al dosaggio

DOSAGGIO % IN MASSA SUL CEMENTO	RIDUZIONE DELL'ACQUA DI ΔL (%)				
	TIPO DI ADDITIVO				
	R	FR	SR	SA	SN
0.30-0.50	50 - 60	30 - 50	-	-	-
0.60	-	-	-	40	-
0.80	-	-	35	50	10
1.00	-	-	40	65	15
1.20	-	-	45	80	20
1.50	-	-	-	85	-
1.80	-	-	-	90	-

Come si può notare, gli additivi acrilici garantiscono un miglior mantenimento della lavorabilità rispetto a quelli a base di ligninsolfonato e naftalensolfonato. In linea del tutto teorica la stessa perdita di lavorabilità si potrebbe ottenere anche ricorrendo ad un surdosaggio di efficaci ritardanti di presa o di superfluidificanti ritardanti formulati con naftalensolfonato. Questa possibilità, però, ha come controindicazione un eccessivo ritardo anche sui tempi di indurimento con il risultato che il calcestruzzo si potrebbe presentare il giorno seguente non sufficientemente indurito o addirittura ancora plastico con inevitabili ripercussioni sui tempi di scassero delle strutture. Gli additivi acrilici, invece, pur garantendo un eccellente mantenimento della lavorabilità per tempi lunghi non determinano ritardi sulla cinetica di idratazione del cemento. E' da sottolineare, tuttavia, che le prestazioni dei polimeri acrilici, in termini di conservazione della lavorabilità e di prestazioni meccaniche del calcestruzzo alle brevi stagionature dipende dal tipo di cemento. Pertanto, è opportuno che la compatibilità del tipo di additivo con un determinato cemento venga preliminarmente accertata prima di procedere ad un impiego di routine del prodotto per il confezionamento del calcestruzzo.

Principali campi di impiego degli additivi per calcestruzzo.

ADDITIVO	UNI 934/2	APPLICAZIONI
Resistenti all'acqua	PR. 9	- calcestruzzi per muri interrati - calcestruzzi colorati - masselli autobloccanti
Ritentori di acqua	PR. 4	- calcestruzzi magri pompabili (in disuso)
Ritardanti di presa	PR. 8	- trasporto del calcestruzzo per lunghe distanze in clima caldo - strutture a grande sviluppo lineare ed orizzontale
Acceleranti di presa	PR.6	- pavimentazioni con strato di usura - calcestruzzo proiettato (requisiti non previsti da UNI-EN 934/2)
- Fluidificanti - Fluidificanti ritardanti - Fluidificanti acceleranti	- PR. 2 - PR. 10 - PR. 12	Calcestruzzi con resistenze inferiori o uguali a C 16/20: - clima caldo - clima freddo

Principali campi di impiego degli additivi superfluidificanti.

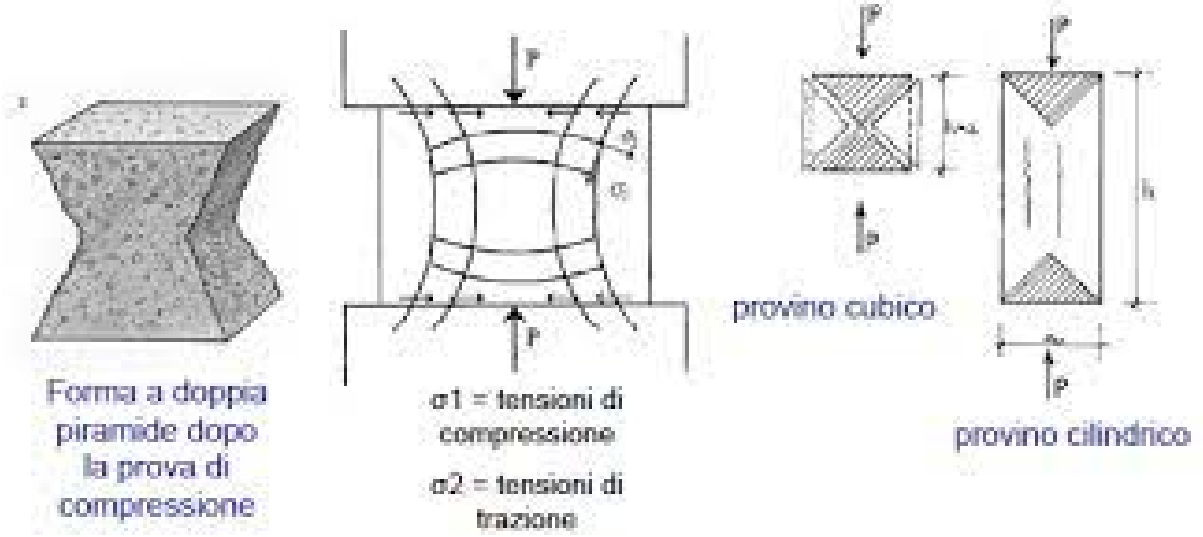
ADDITIVO	UNI 934/2	APPLICAZIONI
Superfluidificanti a base di naftalensolfonato	PR. 3.1-3.2	- calcestruzzi per il periodo invernale
Superfluidificanti ritardanti a base di naftalensolfonato	PR. 11.1 e 11.2	- calcestruzzi per il periodo estivo
Superfluidificanti accelleranti a base di naftalensolfonato	PR. 3.1-3.2	- calcestruzzi con resistenza ≥ C35/45 per il periodo invernale - calcestruzzi per prefabbricazione
Superfluidificanti a base di melammina solfonata	PR. 3.1-3.2	- calcestruzzi per prefabbricazione
Superfluidificanti di tipo acrilico	PR. 3.1-3.2	- calcestruzzi per il periodo invernale
Superfluidificanti ritardanti di tipo acrilico	PR. 11.1 e 11.2	- calcestruzzi con resistenza > C32/40 per il periodo estivo con lunghi tempi di trasporto
Superfluidificanti acceleranti di tipo acrilico	PR. 3.1-3.2	- calcestruzzi ad alta ed altissima resistenza meccanica > C50/60

3 -La resistenza caratteristica ed il modulo elastico

Le NTC 2018 classificano i calcestruzzi per strutture in cemento armato normale e precompresso in base alla resistenza caratteristica Rck determinata su provini cilindrici o cubici a 28 giorni di stagionatura .
“ Il valore caratteristico della resistenza a compressione corrispondente al frattile del 95 % ovvero su un getto di calcestruzzo eseguite delle prove di compressione su 100 provini cubici , la resistenza caratteristica è quel valore della resistenza a compressione tale che 95 provini hanno un resistenza maggiore e soltanto 5 una resistenza inferiore “ .
Volendo determinare la resistenza caratteristica a compressione di
“un calcestruzzo utilizzato per un fabbricato esistente eseguiti 20 carotaggi , la resistenza a compressione caratteristica rappresenta quel valore della resistenza a compressione delle singole carote tale che 19 carote hanno una resistenza maggiore e soltanto una carota presenta un valore inferiore”.
Si passa dalla resistenza caratteristica compressione cubica a quella cilindrica attraverso la formula

*fcc = 0,83*fck*

la differenza nel valore delle due resistenze è dovuta alla caratteristiche della macchina che effettua la prova e la forma del provino ; si generano nel provino cubico delle tensioni tangenziali che generano un effetto di confinamento che incentiva la resistenza rispetto a quella cilindrica.



CLASSI DI RESISTENZA

C8/10; C12/15; C16/20; C20/25; C25/30;C30/37; C35/45; C40/50; C45/55;

cls alta resistenza
C50/60; C55/67; C60/75; C75/85;C85/95; C90/105;

la prima è la resistenza cilindrica la seconda quella cubica da utilizzare nei calcoli.

La contrazione laterale è la tensione laterale che si genera per effetto delle tensioni tangenziali che impediscono lo scorrimento

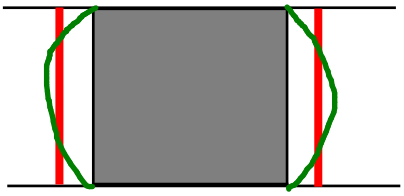
$\varepsilon = \sigma_C/(E*v)$; la tensione laterale $\sigma_L = 1/m*\sigma_C$ è una tensione di confinamento che provoca un aumento della resistenza a compressione

$\Delta\sigma_C = 1/m*\sigma_C$; $\sigma_{CC} = [1-1/m]*\sigma_C$ resistenza cilindrica a compressione

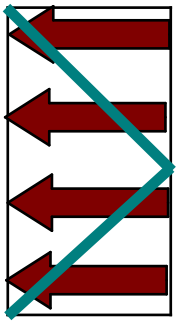
Le norme NTC 2018 stabiliscono che il coefficiente di Poisson un valore compreso tra 0 e 0,2 noi assumiamo 1/m = 0,17

*[1-1/m]= 0,83 fcc = 0,83*fck*

nel provino cilindrico essendoci un rapporto dimensionale differente con diversa modalità di rottura l'effetto del confinamento della tensione tangenziale è inesistente. Se analizziamo, la deformata del provino cubico per effetto della compressione



la linea rossa è la contrazione laterale in assenza di tensioni tangenziali , le linee verdi definiscono la deformata del provino sotto i piatti della pressa con tensioni tangenziali che impediscono la dilatazione. E' evidente che l'effetto di confinamento lo abbiamo nella parte superiore , con una diffusione delle tensioni a 45° , la faccia del provino è quadrata



si possono ricavare dalle tensioni laterali tenendo presente la deformazione del provino sia le tensioni di confinamento nella parte superiore che le tensioni di trazione che provocano la rottura nella parte centrale del provino. La rottura piramidale si

attinge nel centro del provino quando la tensione laterale funzione della tensione di compressione e del modulo di Poisson supera la resistenza a trazione

$\sigma_L = 1/m * \sigma_c = f_{tck}/\sqrt{2}$

Le NTC stabiliscono che la resistenza media a trazione semplice

$f_{ctm} = 0{,}30*(fck)^{2/3}$

il valore di $f_{tck} = 1{,}3*0{,}3*(fck)^{2/3}$ *per* $C \leq 50/60$ *frattile 95%*

$f_{tck} = 0{,}7*0{,}3*(fck)^{2/3}$ *per* $C \leq 50/60$ *frattile 5%*

per $C > 50/60$ $f_{ctm} = 2{,}12*\log(1+fcm/10)$

il valor medio della resistenza cilindrica $f_{ctm} = fck+8$ *in N/mmq*

la resistenza a trazione per flessione $f_{cfm} = 1{,}2 * f_{tck}$

Il modulo di elasticità normale a compressione

$E_C = 22000*[f_{cm}/10]^{0,3}$ *in N/mmq*

per quanto concerne le tensioni tangenziali di aderenza acciaio - cls

$f_{bd} = f_{bk}/\gamma_C$; $f_{bk} = 2{,}25*\eta_1 *\eta_2 * f_{ckt}$ *tensione tangenziale di aderenza*

$\eta_1 = 1$ *in condizioni di buona aderenza*

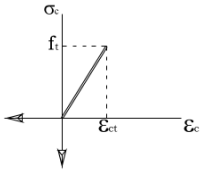
$\eta_1 = 0{,}7$ *in condizioni di non buona aderenza*

$\eta_2 = 1$ *per barre di diametro* $D < 32mm$

$\eta_2 = (132-D)/100$ *per* $D > 32$ *mmm*

Nelle verifiche a fessurazione per tener conto del contributo del calcestruzzo teso viene utilizzato un modulo di elasticità normale a trazione ovvero un coefficiente di omogeneizzazione

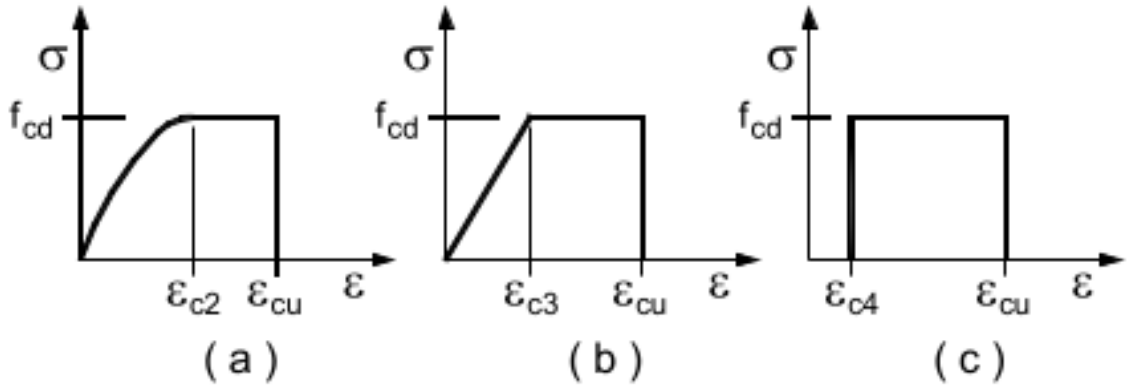
$E_{CT} = 18000*\sqrt{Rck}$ *daN/cmq*



I diagrammi tensioni deformazione per il calcestruzzo da utilizzare nei calcoli di veri-

fica delle strutture in cemento armato, in assenza di confinamento , dove per resistenze C≤50/60

ε_{C2} =0,002 ; ε_{CU} =0,0035 ; ε_{C3} =0,00175 ; ε_{CU} =0,0035 ; ε_{C4} =0,0007 ; ε_{CU} =0,0035 ; per C >50/60 i valori delle deformazioni le vedremo nel par.9



Il valore della resistenza di progetto a compressione da utilizzare nei calcoli

$fcd = \alpha_{CC} * fck/\gamma_C$

α_{CC}= 0,85 coefficiente riduttivo per resistenze di lunga durata

γ_C = 1,5

per calcestruzzo confinato come da NTC

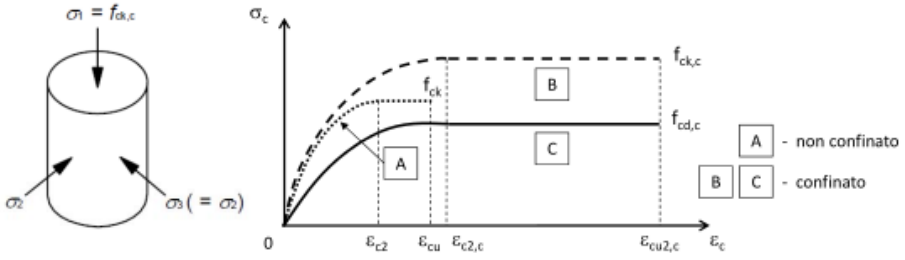


Fig. 4.1.2 – *Modelli σ-ε per il calcestruzzo confinato*

$$f_{ck,c} = f_{ck} \cdot \left(1,0 + 5,0 \cdot \sigma_2 / f_{ck}\right) \quad \text{per} \quad \sigma_2 \le 0,05 f_{ck}$$

$$f_{ck,c} = f_{ck} \cdot \left(1,125 + 2,5 \cdot \sigma_2 / f_{ck}\right) \quad \text{per} \quad \sigma_2 > 0,05 f_{ck}$$

$$\varepsilon_{c2,c} = \varepsilon_{c2} \cdot \left(f_{ck,c} / f_{ck}\right)^2$$

$$\varepsilon_{cu2,c} = \varepsilon_{cu} + 0,2 \cdot \sigma_2 / f_{ck}$$

$$f_{cd,c} = \alpha_{cc} \cdot f_{ck,c} / \gamma_c$$

La tensione σ_2 è data dal prodotto di un coefficiente di efficienza α , e la pressione di

confinamento σ_L esercitata dalle armature trasversali $\sigma_2 = \alpha * \sigma_L$

4- Il progetto della resistenza

L'obiettivo di questo paragrafo è individuare delle regole che ci consentano di realizzare un calcestruzzo con una determinata resistenza caratteristica ovvero stabilire la qualità ed il dosaggio dei singoli componenti di un impasto di cls al fine di avere un prefissato valore di Rck e di E_C. Vi è una legge molto antica risale al secolo scorso quale la legge del Feret che individua una formulazione analitica per il calcolo della resistenza in funzione del rapporto acqua /cemento A/C definendo per il calcestruzzo un fattore di resistenza

$C/(A+V)$

C peso del cemento
A volume acqua di impasto
V volume dei vuoti nell'unità di volume di cls fresco

$Rck = K * [1/(1+ \rho_C * C/(A+V))]^2$ N/mmq Feret

K è un coefficiente che tiene conto del tipo di cemento 325; 425; 525
ρ_C densità del cemento 3100 kg/mc
esistono altre formulazioni

$Rck = K *[C/A- 0,5]$ N/mmq Bolomey

$Rck = K *[C/A]^{3/2}$ N/mmq Dutron

$Rck = K *[C/A]^2$ N/mmq Graf

$Rck = K *1/(7^{1,5*A/C})$ N/mmq Abrams

i valori della resistenza a compressione tra le varie formule non eccedono del 10% e si vede che la resistenza a compressione di un calcestruzzo normale è funzione del tipo di cemento e del quantitativo di acqua ovvero per ottenere calcestruzzi con resistenze elevate bisogna diminuire il rapporto acqua/cemento ed utilizzare cementi con resistenza maggiore . Le formule viste sono formule antiche empiriche ancora oggi valide vediamo di trovare una formulazione analitica ricorrendo ai metodi tradizionali della scienza delle costruzioni che ci consentono in funzione del dosaggio e del tipo di componenti che devono sempre obbedire alle curve granulometriche di determinare la resistenza a compressione del cls ed il relativo modulo elastico. Consideriamo le quantità relative ad 1 mc di impasto riportate in figura

In un metro cubo di cemento 100x100x100 cm vi sono
400 dmc di inerte o aggregato
345 dmc di legante pasta di cemento
255 dmc di vuoti porosità
durante le reazioni di presa e indurimento del cls l'acqua evapora . Per il calcestruzzo i moduli elastici dei singoli componenti

Legante malta cementizia 80000÷200000 daN/cmq
Aggregato 400000÷900000 daN/cmq

L' accorciamento $\delta = \varepsilon_{CLS} = \varepsilon_A * 0{,}4 + \varepsilon_P * 0{,}345$ $H = 1$

$\varepsilon_{CLS} = \sigma/E_{CLS}$; $\varepsilon_A = \sigma/E_A$; $\varepsilon_P = \sigma/E_P$;

$1000 * \sigma/E_{CLS} = 0{,}4 * \sigma/E_A + 0{,}345 * \sigma/E_P$

$1/E_{CLS} = 0{,}4/E_A + 0{,}345/E_P$ $E_{CLS} = 1/[\ 0{,}4/E_A + 0{,}345/E_P\ ]$

il modulo elastico a compressione del cls $\boldsymbol{E_{CLS} = E_A * E_P / [\ 0{,}4 * E_P + 0{,}345 * E_A\ ]}$

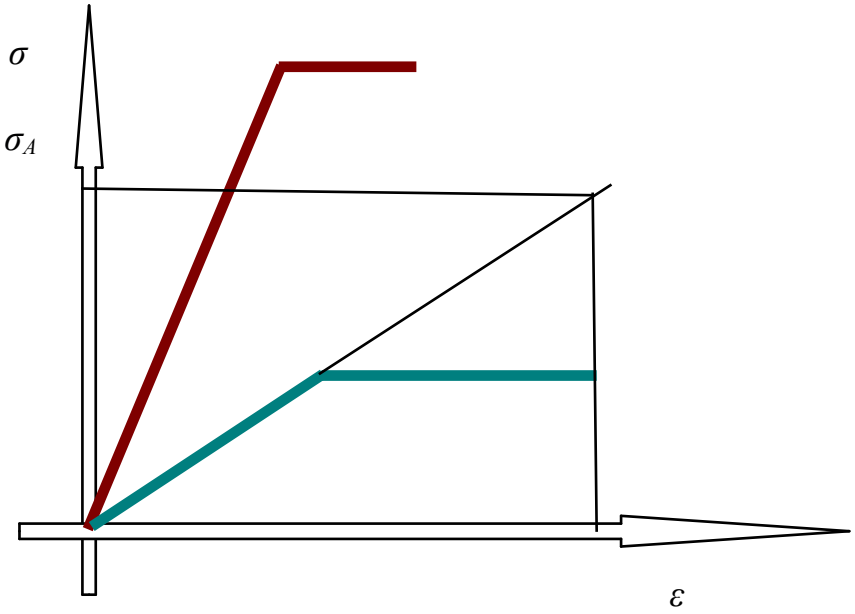
il pedice P indica il legante la pasta cementizia
il pedice A indica l'aggregato o inerte

Se variamo la tipologia dei componenti qualità inerte e qualità del cemento si modificano i rispettivi moduli elastici , se il rapporto acqua cemento diminuisce a parità di quantità di cemento diminuisce il volume dei vuoti il modulo elastico diminuisce . In un conglomerato cementizio la trasmissione degli sforzi è affidata agli inerti all'aggregato che hanno un modulo elastico più elevato di conseguenza se aumentiamo la quantità di legante e riduciamo gli inerti il modulo elastico deve necessariamente diminuire. In un calcestruzzo normale la rottura la si attinge per superamento della resistenza a compressione del legante della matrice cementizia , ovvero si rompe prima la malta e poi l'aggregato. La resistenza caratteristica del cls

$$Rck = E_{CLS} * [0{,}4 * \sigma_A / E_A + 0{,}345 * R_{CKP} / E_P]$$

R_{CKP} *resistenza a rottura della pasta cementizia*

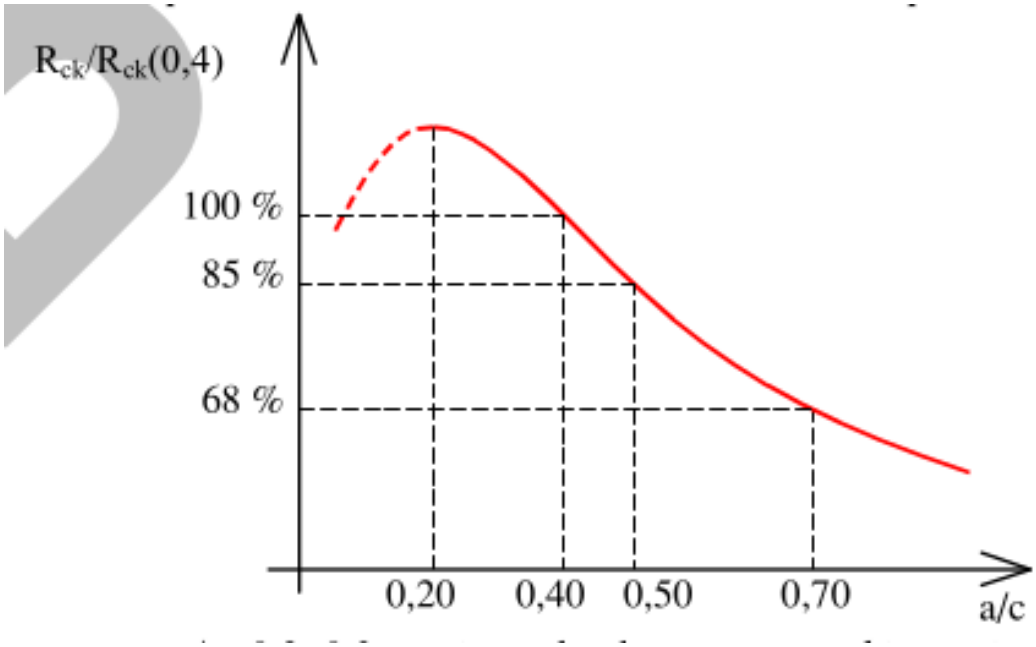
σ_A *lo si ottiene dal diagramma seguente ipotizzando che la rottura avvenga quando nel legante ovvero la matrice cementizia si attinge la max deformazione*

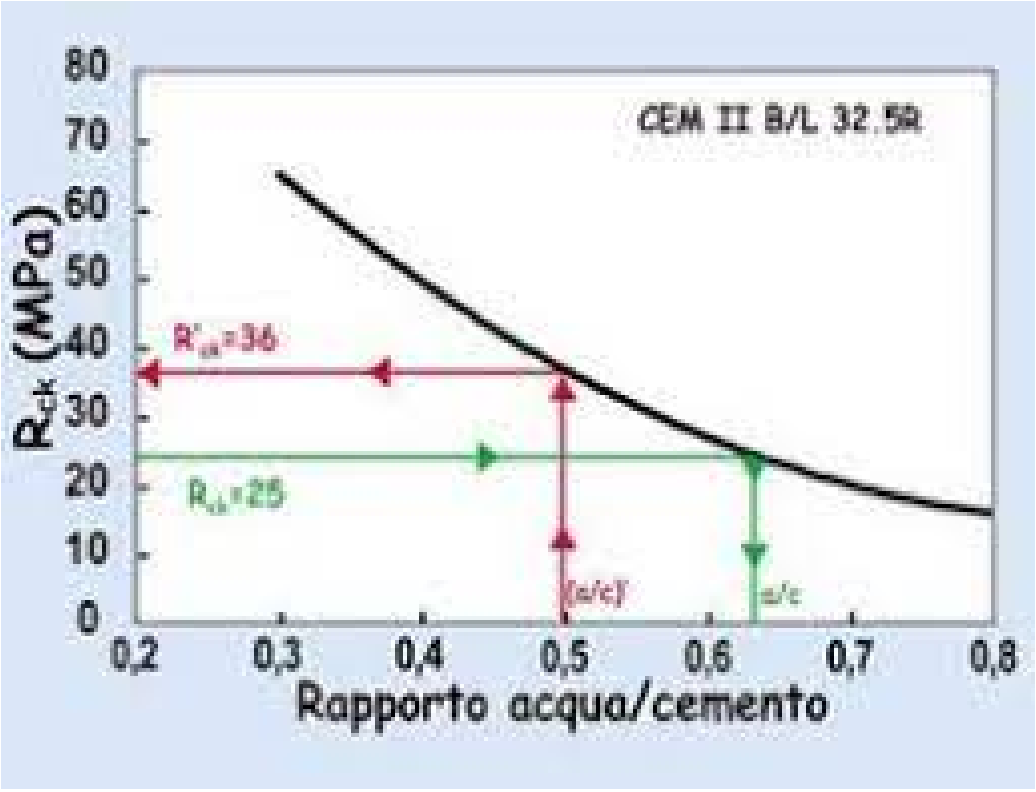


Linea verde diagramma bilatero del legante , pasta cementizia
Linea bordò diagramma bilatero dell' aggregato

Si vede che passando dal rapporto acqua cemento A/C = 175/360 = 0,48 ad un rapporto A/C = 0,39 ,175 litri di acqua e 450 kg di cemento (150 l) il termine 0,345 passa al valore 0,375 quindi si ha un aumento della resistenza caratteristica a compressione del calcestruzzo. La resistenza a compressione è tanto più grande quanto maggiore è la resistenza a compressione della pasta cementizia e quanto più basso è il rapporto acqua cemento. Al fine di ottenere calcestruzzi con resistenze più elevate è opportuno utilizzare cementi di alta qualità 525 ad elevato dosaggio . La qualità dell'inerte è anch'essa importante ma gli aggregati utilizzati nei normali impasti hanno elevata resistenza e rigidezza che nel calcestruzzo non viene sfruttata poiché si rompe prima la pasta cementizia. Chiaramente questa è un astrazione teorica poiché la distribuzione degli aggregati è casuale e non si può parlare di spessore equivalente ; una teoria esatta presuppone la modellazione dell'inerte e della pasta cementizia.

In Bibliografia esistono dei grafici delle curve che riportano l'andamento della resistenza caratteristica in funzione del rapporto acqua -cemento





5- La posa in opera

Fornitura del calcestruzzo

La fornitura del calcestruzzo dal mezzo di trasporto al punto di scarico può essere effettuata mediante autobetoniera oppure mediante pompa. Il mezzo di consegna deve essere scelto tenendo in considerazione le caratteristiche del calcestruzzo allo stato fresco, l'elemento da realizzare e di altre informazioni riguardanti la logistica del cantiere quali la distanza tra il punto d'arrivo del mezzo e quello di getto, le condizioni climatiche, la conformazione delle casseforme e del cantiere, le attrezzature di compattazione disponibili e la durata, ovvero il tempo, prevista del ciclo di messa in opera del calcestruzzo.

Tali informazioni devono essere fornite dall'impresa esecutrice al produttore di calcestruzzo. Nel caso delle autobetoniere, queste sono generalmente attrezzate con canalette che consentono la distribuzione diretta del calcestruzzo entro il raggio d'alcuni metri. L'uso della canaletta è idoneo solo nel caso di calcestruzzi aventi classe di lavorabilità S4 – S5, oppure nel caso di calcestruzzi autocompattanti (SCC). Al fine di ottenere una corretta messa in opera, la canaletta deve avere pendenza e lunghezza compatibili con la classe di consistenza del calcestruzzo. E' opportuno che, per proteggere il calcestruzzo dal rapido essiccamento, la canaletta sia protetta dal vento e dal sole. Per evitare la segregazione del calcestruzzo, all'atto dello scarico l'impresa esecutrice predispone una idonea tramoggia che accompagni la discesa del calcestruzzo in direzione verticale. La segregazione è infatti provocata non tanto dalla lunghezza della canaletta quanto dalla caduta libera del calcestruzzo alla sua estremità. Per motivi di sicurezza, le canalette delle autobetoniere devono essere opportunamente vincolate in modo da evitare gli spostamenti laterali. I sostegni della canaletta di cantiere devono essere idonei a sopportare il carico statico e dinamico del calcestruzzo. Durante le operazioni di getto, gli operatori dell'impresa esecutrice devono vietare lo stazionamento e il passaggio al di sotto della canaletta, ed indossare gli idonei DPI. Successivamente alla fornitura del calcestruzzo gli addetti all'autobetoniera procedono al lavaggio della stessa conservando, di prassi, nel tamburo del mezzo le acque di lavaggio. L'uso della pompa è anch'esso idoneo solo nel caso di calcestruzzi aventi classe di lavorabilità S4 – S5, oppure nel caso di calcestruzzi autocompattanti (SCC). Le pompe per calcestruzzo, in base alle loro caratteristiche, possono essere così classificate:

*- **pompe su autocarro, o autocarrate**.*
Rappresentano il tipo di pompa più comune; sono usate nei cantieri in cui il braccio idraulico ha sufficiente spazio per muoversi ed il punto di posa del calcestruzzo è ubicato entro 30-40 metri dalla pompa;

*- **pompe su autobetoniera, o auto-beton-pompe.***
Hanno capacità ridotta sia in termini di portata sia di distanza di trasporto. Il loro impiego è dedicato ai cantieri di medio impegno. Spesso pompano il solo calcestruzzo trasportato dalla betoniera stessa, ma il loro impiego non comporta l'impegno di una macchina dedicata;

*- **pompe carrellate.***
Sono usate in postazioni fisse, in grossi cantieri che richiedono frequenti pompaggi di consistenti quantitativi di calcestruzzo. Alla pompa sono collegati elementi di tubazione fissi e, in alcuni casi (grattacieli, alte pile di ponti, ecc.), alla loro estremità è collegato un braccio idraulico di distribuzione. Le pompe carrellate trovano impiego anche nei piccoli cantieri ove non c'è spazio sufficiente (es.: nei centri storici) per posizionare una pompa autocarrata e la benna della gru non è in grado di raggiungere i punti di getto.

All'estremità della tubazione metallica di pompaggio generalmente è inserito un tubo flessibile che facilita la distribuzione del calcestruzzo entro le casseforme, ma che, di contro, induce ad una maggiore perdita di carico rispetto a quello metallico. Per motivi di sicurezza si deve evitare di sottoporre la tubazione flessibile a curve strette, ponendo attenzione ai possibili repentini scuotimenti dovuti ad aumenti della pressione di pompaggio. Anche le tubazioni fisse devono essere disposte dal lavoratore dell'impresa esecutrice secondo un tracciato il più lineare possibile, evitando la formazione di curve strette. Per evitare pericolose espulsioni di calcestruzzo dovute a cedimenti delle tubazioni in pressione, è necessario che l'impresa fornitrice verifichi sistematicamente lo stato delle tubazioni e, in modo particolare, il loro stato di usura, nonché il corretto fissaggio degli elementi di congiunzione. Nella stagione estiva è bene proteggere le tubazioni dall'esposizione diretta ai raggi solari in modo da limitarne il riscaldamento. Affinché l'operazione di pompaggio possa procedere in modo soddisfacente, è necessario che l'impasto sia alimentato in modo continuo, risulti uniforme, di buona qualità, omogeneamente mescolato e correttamente dosato, con aggregati di adeguato assortimento granulometrico. È buona norma prevedere un diametro massimo dell'aggregato non eccedente un quarto del diametro della tubazione e non maggiore di 32 mm. Il calcestruzzo, spinto dal movimento alterno dei pistoni, deve poter fluire nelle tubazioni senza contraccolpi, in modo continuo. Nel caso in cui, a seguito delle esigenze di posa in opera, sia necessario interrompere il pompaggio, per impedirne l'intasamento, l'operatore della pompa opera brevi ed alterni movimenti di spinta ed aspirazione del calcestruzzo. Dopo 10 ¸ 20 minuti d'interruzione, in relazione alla temperatura dell'ambiente, è necessario che l'operatore pompista effettui la pulizia del sistema. Il lavoratore dell'impresa fornitrice deve evi-

tare l'impiego della pompa in caso di velocità del vento superiore ai limiti imposti dal fabbricante nel manuale d'uso e manutenzione. Il dirigente/preposto o un incaricato dell'impresa esecutrice dei lavori deve, inoltre, vietare la sosta nei pressi del canale di getto nella fase iniziale del getto stesso e non consentire la sosta e il passaggio nelle immediate vicinanze delle tubazioni poiché la pressione di alimentazione può provocare forti oscillazioni e spostamenti, con conseguente rischio di urti e colpi violenti. Deve, inoltre, verificare che il lavoratore addetto alla tubazione non lasci mai incustodito il terminale di gomma della pompa per prevenire eventuali contraccolpi dovuti a variazioni interne nella pressione di erogazione. Nell'eventualità di intasamento della tubazione di getto, il lavoratore dell'impresa fornitrice deve effettuare la manovra di disintasamento allontanando la parte terminale della tubazione dagli addetti alla posa, per evitare le conseguenze derivanti da un eventuale "colpo di frusta", causato dalla pressione immessa. A parità di portata, per il pompaggio dei calcestruzzi autocompattanti, si deve prevedere una maggiore pressione di quella necessaria al pompaggio dei calcestruzzi ordinari; per non sovraccaricare la pompa è opportuno ridurre la velocità di flusso aumentando la sezione dei tubi.

Casseforme

Le casseforme e le relative opere provvisionali di supporto, di sostegno e/o puntellamento devono essere progettate e realizzate in modo da contenere e/o sopportare le azioni e le sollecitazioni alle quali sono sottoposte nel corso della messa in opera del calcestruzzo ed essere idonee a garantire il rispetto delle dimensioni geometriche, delle tolleranze e dei requisiti di finitura della superficie del calcestruzzo previsti dalle specifiche del Capitolato tecnico.
In base alla loro configurazione le casseforme possono essere classificate per campo d'applicazione in:

***- casseforme verticali**, modulari, componibili e non, corredate o non da componenti per le fasi del ciclo di costruzione per il corretto impiego in sicurezza delle stesse attrezzature provvisionali e da sistemi o componenti di puntellamento per la realizzazione fondazioni superficiali, muri, pareti, pilastri pile, spalle, pulvini, ecc.;*

***- casseforme orizzontali** e/o inclinate, modulari o non, corredate o non da sistemi o componenti di puntellazione e/o di impalcature di sostegno e da componenti per il corretto impiego in sicurezza per la realizzazione di elementi edilizi orizzontali e/o inclinati;*

***- casseforme «dedicate»** a specifiche realizzazioni, componibili o non, costituite da attrezzature provvisionali atte a contenere ed a sostenere il calcestruzzo durante il getto e la maturazione del calcestruzzo;*

***- casseforme a tunnel**, idonee a realizzare contemporaneamente elementi edilizi orizzontali e verticali;*

- casseforme a ripresa *(dette anche rampanti), i cui dispositivi di sospensione sono ancorati al calcestruzzo precedentemente messo in opera, atte a realizzare strutture verticali, mediante il loro progressivo innalzamento tramite la movimentazione e il sollevamento delle stesse attrezzature provvisionali con apparecchi di sollevamento (gru, autogru, ecc.) o autosollevanti con meccanismi idraulici;*

- casseforme scorrevoli*, per realizzare opere che si sviluppino in altezza con continuità del ciclo di costruzione e produttivo;*

- casseforme per manufatti prefabbricati in calcestruzzo;

- casseforme per gallerie e condotte*;*

- casseforme per specifiche metodologie costruttive per realizzare ponti, viadotti, infrastrutture, *ecc. (attrezzature provvisionali per costruire archi in c.a. e strutture a travata reticolare composta acciaio-calcestruzzo collaborante, attrezzature provvisionali dette «carrivaro» per singole travi o conci di travata, attrezzature provvisionali traslabili per la costruzione di impalcati composti in acciaio e c.a. collaborante, attrezzature provvisionali per la costruzione di impalcati a sbalzi successivi per getto in opera, attrezzature provvisionali per la costruzione di impalcati a sbalzi successivi per assemblaggio di conci prefabbricati, casseforme supportate da centine auto-varanti e carri varo per travature prefabbricate o conci di travata in c.a., costruzioni per estrusione di impalcati con tronconi prefabbricati di calcestruzzo o gettato in opera, tramite spinta di traslazione longitudinale degli stessi conci);*

- casseforme per opere portuali;

- casseforme per opere idrauliche (dighe, canali, ecc.).

Il progetto delle strutture delle attrezzature provvisionali di sostegno e di supporto delle casseforme deve prendere in considerazione l'effetto combinato:

- del peso proprio delle casseforme, dei ferri d'armatura e del calcestruzzo;
- della pressione esercitata sulle casseforme dal calcestruzzo in relazione ai suoi gradi di consistenza più elevati, in particolare nel caso di calcestruzzo autocompattante (SCC);
- delle sollecitazioni esercitate da: personale, materiali, attrezzature, ecc., compresi gli effetti statici e dinamici provocati dalla messa in opera del calcestruzzo, dai suoi eventuali accumuli in fase di getto e dalla sua compattazione;
- dei possibili sovraccarichi dovuti al vento e alla neve.

Salvo che per specifiche previsioni progettuali, alle casseforme non devono essere connessi carichi e/o azioni dinamiche dovute a fattori esterni quali, ad esempio, le tubazioni delle pompe per calcestruzzo. La deformazione totale delle casseforme, ovvero la somma di quelle relative alle unità di cassaforma e alle strutture di supporto/so-

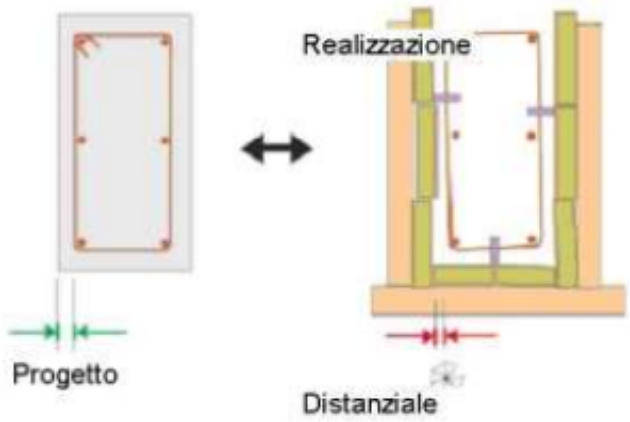
stegno, non deve superare le tolleranze geometriche previste e specificate per le strutture edilizie e opere di ingegneria civile completate. Qualora apposite istruzioni al riguardo non siano espressamente contenute nel Capitolato tecnico, è opportuno che sia predisposto un documento in cui raccogliere le indicazioni necessarie al montaggio ed allo smontaggio delle strutture di supporto/di sostegno, ecc., alla loro movimentazione e regolazione, nonché le informazioni circa il comportamento sotto carico ed i carichi massimi sopportabili. Per evitare la deformazione del calcestruzzo non ancora completamente indurito e le possibili fessurazioni, lo studio progettuale delle strutture di supporto deve prevedere l'effetto della spinta verticale ed orizzontale del calcestruzzo durante la messa in opera e, nel caso in cui la struttura di supporto poggi, anche parzialmente, al suolo, occorrerà assumere i provvedimenti necessari per compensare gli eventuali assestamenti.
Le sollecitazioni verticali relative alle attrezzature provvisionali sono provocate da carichi statici e da carichi accidentali di servizio. I carichi statici sono rappresentati dal peso delle casseforme, delle armature metalliche e del calcestruzzo mentre i carichi dinamici (verticali) sono quelli provocati dal transito degli operatori, delle attrezzature, dei materiali, dei loro eventuali accumuli, ed eventuali attrezzature di cantiere. La pressione laterale è esercitata sulle casseforme dal calcestruzzo fresco.
La massima pressione possibile che il calcestruzzo fresco esercita sulle casseforme, risulta in genere
*p = w * h, dove:*
p = pressione laterale (kN/mq)
w = peso per unità di volume (kN/mc)
h = altezza del calcestruzzo, allo stato fresco o plastico, misurato dalla sommità del getto (m).
Condizioni di getto del calcestruzzo particolari possono dare origine ad andamenti più sfavorevoli delle pressioni esercitate dal calcestruzzo fresco sulle casseforme.
La pressione del calcestruzzo fresco è da tener conto quale carico statico per la progettazione strutturale delle casseforme verticali.

Armature
Le armature per opere in calcestruzzo armato sono ottenute tramite le operazioni di taglio a misura, piegatura, saldatura e assemblaggio, delle barre di acciaio. Tali lavorazioni possono avvenire all'interno del cantiere o in appositi stabilimenti definiti Centri di Trasformazione. Ne consegue che nelle operazioni di verifiche e controllo bisogna verificare non solo le caratteristiche metallurgiche dell'acciaio ma anche la precisione e correttezza delle operazioni di taglio, piegatura, raddrizzatura, saldatura ed assemblaggio delle armature. Le armature devono essere messe in opera secondo le posizioni, le prescrizioni e le indicazioni dei disegni e dei documenti progettuali. In tal senso è opportuno che il progetto contenga un apposito elaborato riportante la distinta dei ferri di armatura.
Nella posa in opera delle armature devono poi essere rispettate:
- le tolleranze di posizionamento definite nella documentazione progettuale;
- lo spessore del copriferro nominale;
- l'interferro.

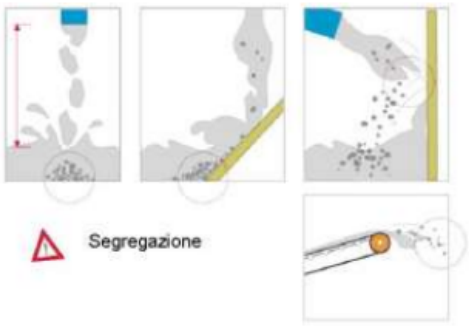
Il copriferro, come definito al Paragrafo 2, è la distanza tra le superfici dell'armatura più esterna, comprensiva di legature, e la superficie esterna più prossima del calcestruzzo. Il copriferro nominale specificato nei disegni, è definito da un valore minimo in cm a cui deve essere aggiunto, in sede progettuale, un incremento Δh per tener conto della tolleranza.

Operazioni di getto

L'impresa esecutrice è tenuta a comunicare con dovuto anticipo al Direttore dei Lavori il programma dei getti indicando: il luogo di getto, la struttura interessata dal getto, la classe di resistenza e di consistenza del calcestruzzo.
I getti dovrebbero avere inizio solo dopo che il Direttore dei Lavori ha verificato:
- la preparazione e rettifica dei piani di posa;
- la pulizia delle casseforme;
- la posizione e corrispondenza al progetto delle armature e del copriferro;
- la posizione delle eventuali guaine dei cavi di precompressione;
- la posizione degli inserti (giunti, water stop, ecc.);
- la stesura del disarmante sul rivestimento delle casseforme o l'umidificazione a rifiuto delle superfici assorbenti, quali tavole o pannelli multistrato di legno non trattato, dei rivestimenti delle casseforme.



errori nella posa in opera



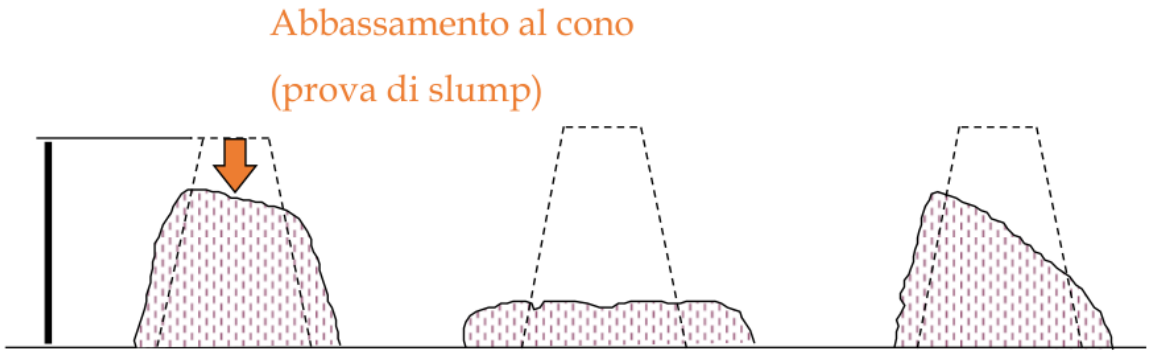
Vibrazione

La vibrazione consiste nell'imporre al calcestruzzo fresco rapide vibrazioni che fluidificano la malta e riducono drasticamente l'attrito interno esistente tra gli aggregati. In questa condizione il calcestruzzo si assesta per effetto della forza di gravità, fluisce nelle casseforme, avvolge le armature ed espelle l'aria intrappolata. Al termine della vibrazione l'attrito interno ristabilisce lo stato di quiete e il calcestruzzo risulta denso e compatto.

6- Le prove sul calcestruzzo fresco

Le prove sul calcestruzzo fresco sono :

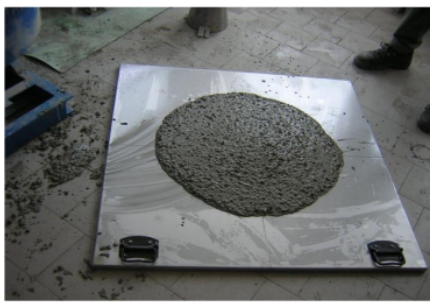
-prova di consistenza cono di Abrams



L'abbassamento al cono indica la tendenza del calcestruzzo alla segregazione ;un calcestruzzo con questa caratteristica tenderà a separarsi facilmente nei suoi componenti

-prova di spandimento

La prova consiste nell'introdurre all'interno del cono e nell'azionare un cronometro misurando il tempo necessario affinché il cls raggiunga il diametro di 500 mm misurando il diametro finale



Classe	SF1 (mm)	SF2 (mm)	SF3 (mm)
Linee guida – UNI EN 206	550-650	660-750	760-850
UNI 11040		> 600	
Complessità dell'opera da realizzare	-	+	++

-prova di spandimento su tavola a scosse

Un tronco di cono di cls viene posto su una tavola a scosse ; dopo 15 scosse si misurano i diametri della focaccia e si definisce lo spandimento.

$F_B = (d_3 + d_4)/2$

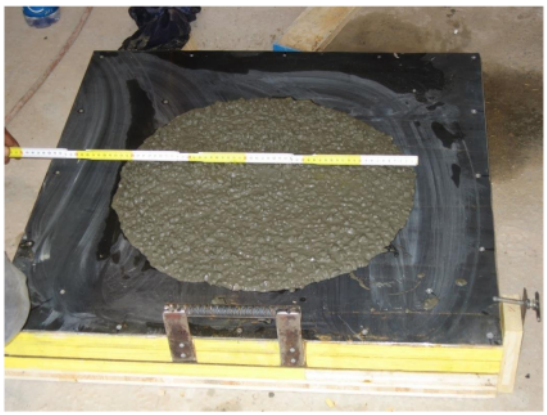
La prova consente di valutare una eventuale tendenza alla segregazione

F_B *valore dello spandimento*

$(d_3 ; d_4)$ *misure di spandimento*

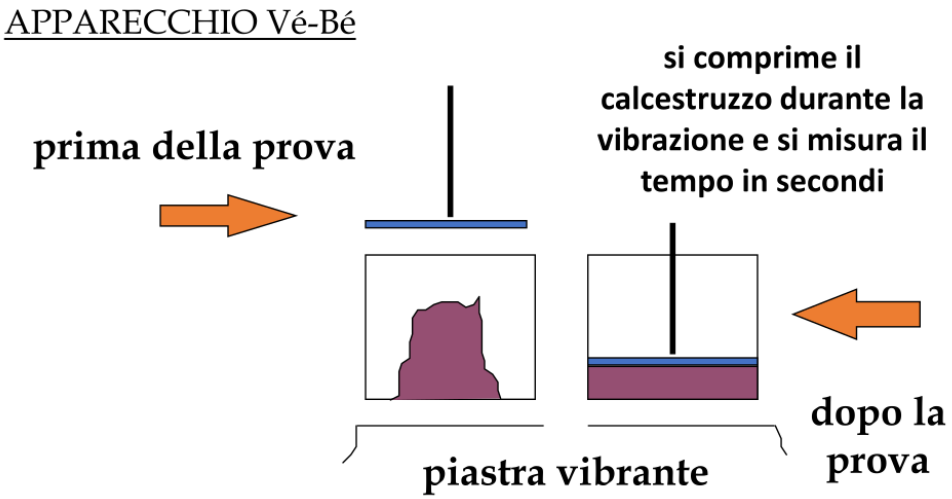
Classi di spandimento

Classe	Diametro spandimento
F1[1)]	≤340
F2	da 350 a 410
F3	da 420 a 480
F4	da 490 a 550
F5	da 560 a 620
F6[1)]	≥630



-prova Vé-Bé

Il metodo è adatto per controllare l'attitudine dei calcestruzzi ad essere vibrati;i risultati sono attendibili per i calcestruzzi con slump < 5 cm e a slump = 0 , poichè per gli impasti di maggiore consistenza i tempi inferiori al secondo non sono misurabili.



7- Prove non distruttive sul calcestruzzo indurito

Le prove non distruttive sul cls sono :

-carotaggio
-prova di pull-out
-prova sclerometrica
-misura ultrasonica
-misura della profondità di carbonatazione

-Carotaggio

Il carotaggio del calcestruzzo permette una valutazione della resistenza meccanica attraverso la prova di compressione in laboratorio di provini prelevati in sito. Il numero di carote da prelevare per caratterizzare il materiale dell'elemento strutturale in studio non deve essere inferiore a 3. Le carotatrici hanno punte con diametri di 7, 10, 14 e 16 cm che vanno scelte, tendendo al diametro massimo, in funzione delle difficoltà del sito. La scelta del diametro della carota dovrà tenere conto di alcuni aspetti:
- la riduzione della sezione resistente dell'elemento in studio;
- evitare il taglio di armature;
- il diametro dell'inerte.

Esecuzione di una carota su una pila

Prova di compressione

L'operazione di carotaggio è particolarmente delicata in quanto, se non eseguita correttamente, potrebbe compromettere i risultati. Sono quindi importanti alcuni aspetti:

- utilizzare punte perfettamente cilindriche e ben affilate;
- fissare rigidamente la carotatrice evitando qualunque vibrazione;
- utilizzare abbondantemente l'acqua di raffreddamento.

Tutti i fori andranno riempiti con malta di cemento a presa rapida. La carota appena estratta andrà immediatamente contrassegnata e fotografata a fianco del foro di estrazione. Il trasporto dovrà avvenire con la massima cautela, onde evitare la formazione di fessurazioni per vibrazione, proteggendo la carota con appositi materiali morbidi ed inserendola in una cassetta di trasporto rigida.

La resistenza cubica è ottenuta da quella cilindrica

$f_{ck} = f_{cck}/0,83$ *per h/d >2 ,*

per rapporti inferiori si introduce un fattore di correzione F_C

$f_{ck} = F_C * f_{cck}/0,83$

h/d	F_c
2	1,00
1,75	0,99
1,50	0,97
1,25	0,94
1,00	0,91

-Prova di pull-out

La metodologia consiste nell'inserire un tassello nel calcestruzzo valutando la resistenza ad estrazione dalla quella è possibile risalire alla resistenza caratteristica del conglomerato Rck. Il tassello è inserito in un foro appositamente svasato internamente; attraverso la battitura della testa del tassello si produce l'allargamento della parte radiale interna consentendo così una perfetta adesione alle pareti. Viene quindi applicato un martinetto oleodinamico che poggia su una superficie circolare; attraverso il tiro del tassello si determina la rottura di un cono di calcestruzzo. Il valore della forza massima necessaria consente, attraverso delle curve sperimentali di correlazione, di pervenire al valore della Rmc. La rottura della parte sottoposta a tensione avviene per compressione-taglio tra la parte allargata del tassello e la base del martinetto. La curva di correlazione tra forza massima d'estrazione e Rmc è ricavata da studi sperimentali di confronto con provini cubici:

$R_{cm} = 0,925 \cdot F + 9$ *[MPa] dove F è la forza di estrazione [kN].*

Vanno eseguite almeno 3 estrazioni per ogni elemento strutturale utilizzando la media dei risultati ottenuti. Tutti i valori medi potranno concorrere a determinare la resistenza caratteristica Rck definita come la resistenza a compressione al di sotto della quale si può attendere di trovare il 5% della popolazione di tutte le misure effettuate:

$Rck = Rtm - 1,64\ SQ$

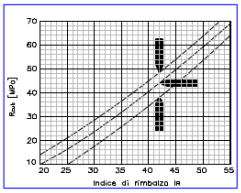
dove Rtm è il valore medio di tutti i risultati ed SQ è lo scarto quadratico.

La procedura di prova può essere così sintetizzata:
-rilevazione attraverso un pacometro della presenza di ferri di armatura nell'area di prova;
-esecuzione del foro, alle distanza minima di 10 cm;
-perfetta pulizia del foro;
-inserimento del tassello con battitura della testa;
-fissaggio del martinetto di estrazione;
-estrazione comandata elettricamente;
-visione immediata e stampa del risultato.

Fase di estrazione del tassello

-Prova sclerometrica
Lo sclerometro consiste in una massa battente di acciaio, azionata da una molla, che contrasta un'asta di percussione a contatto sulla superficie di prova del calcestruzzo. Il valore di rimbalzo della massa battente è misurata mediante un indice di lettura trascinato su una scala lineare alloggiata nella cassa dello sclerometro. Per l'esecuzione della prova vanno rispettate delle regole di buona esecuzione:
- indagare su elementi di spessore >150 mm;
- evitare zone che presentano nidi di ghiaia, scalfitture, porosità elevata;
- individuare preventivamente la tessitura di armatura mediante strumento pacometrico;
- l'asse dello strumento dovrà essere perfettamente ortogonale alla superficie da indagare;
- utilizzare esclusivamente sclerometri che lasciano una traccia cartacea delle battute.
Devono essere eseguite 12 battute scartando i due valori maggiori e mediando i 10 rimanenti. L'indice di rimbalzo va trasformato in Resistenza cubica attraverso le curve di correlazione legate alla direzione d'uso dello sclerometro.

Prova sclerometrica



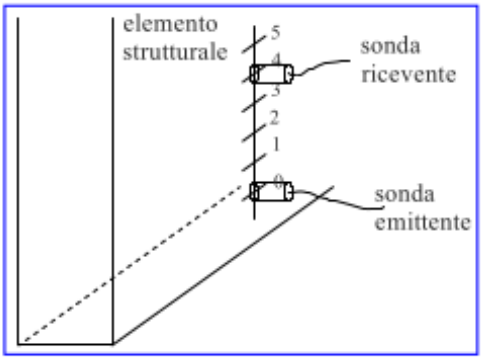
L'indice di rimbalzo va trasformato in Resistenza cubica attraverso le curve di correlazione legate alla direzione d'uso dello sclerometro.

N.	Data	Elemento	Indici di rimbalzo										Media	R_{cub} [MPa]
1	6.8.04	Trave I - anima	45	42	40	40	38	39	41	45	40	40	41	**36**
2	6.8.04	Trave I - base	54	54	53	53	52	53	51	52	51	51	52	**58**
3	6.8.04	Pila centrale	52	50	45	44	50	46	49	47	48	48	48	**50**

-Misura ultrasonica

La prova ultrasonica ha una funzione di misura dell'omogeneità del materiale e non di misura diretta della resistenza del calcestruzzo. Questo tipo di prova non distruttiva, non invasiva e soprattutto rapida nell'esecuzione, consente di ottenere una valutazione complessiva sulle caratteristiche del materiale potendola estendere velocemente in molti punti. La misura si ottiene ponendo le sonde, emettitrice e ricevente, nelle facce opposte nel caso di spessori fino 50 cm, o su una linea superficiale. La sonda emettitrice produce degli impulsi ultrasonici che sono captati dalla sonda ricevente dopo che tali impulsi hanno attraversato il materiale interposto. Il tempo di transito è misurato e memorizzato dallo strumento.

Velocità media [m/s]	Resistenza R_{cub} [MPa]
> 4200	> 30,0
3600 - 4200	25,0 - 30,0
3000 - 3600	20,0 - 25,0
2400 - 3000	15,0 - 20,0
< 2400	< 15,0



La formula di correlazione agli ultrasuoni :
$R_{CUB} = V/k- 5$

dove k assume il valore di 120 per condizione migliore del cls e si calcola ttraverso la formula :
$K= V/(R_m +5)$
R_m *detrminato in base a prove di pull-out*
Si può determinare il modulo elastico attraverso la formula :

$E =\rho*V^2*[(1+\gamma_d)*(1-2*\gamma_d)]/(1-\gamma_d)$

ρ *densità cls daN/mc ; V velocità ultrasuoni m/sec;* γ_d *modulo di poisson dinamico*

-Misura della profondità di carbonatazione

La prova ha lo scopo di misurare la profondità di carbonatazione dello strato superficiale del calcestruzzo. Il calcestruzzo possiede un valore di PH di circa 12,5, cosa che gli conferisce un carattere fortemente alcalino. Questa forte alcalinità costituisce una protezione naturale dell'armatura contro la corrosione (passivazione). Il fenomeno chimico è conseguente all'anidride carbonica dell'aria che, penetrando nei pori del calcestruzzo, neutralizza la calce libera presente. Il PH dello strato superficiale del calcestruzzo si abbassa fino a scendere a valori inferiori a 9 provocando il fenomeno della carbonatazione. In questo stato il calcestruzzo è fortemente permeabile e riduce la capacità protettiva; fornisce inoltre, allo strato superficiale, una durezza superiore che tende ad ingannare i metodi di determinazione della resistenza a compressione misurati con sclerometro e pull-out. L'indagine consiste nello spalmare il liquido sulla superficie della carota dopo aver pulito accuratamente con uno straccio. La soluzione di fenoftaleina, all'1% di alcool etilico, reagisce col calcestruzzo provocando un cambiamento di colore, da bianco trasparente a rosso violetto, nella parte non carbonatata. L'analisi va condotta subito dopo il prelievo della carota per evitare che si formi un film superficiale carbonatato lungo tutta la superficie che impedirebbe la reazione con la fenoftaleina. La penetrazione della carbonatazione segue una legge parabolica del tipo: $s = k*\sqrt{t}$ dove s è lo spessore dello strato carbonatato, t il tempo, mentre k è un coefficiente che dipende dalle caratteristiche del calcestruzzo e dai fattori ambientali. In generale k diminuisce assieme alla riduzione del rapporto acqua/cemento e/o garantendo una buona costipazione con stagionatura ad umido. Il valore di k tende ad aumentare per umidità relative, U.R., comprese tra 50% e 70%, mentre tende a diminuire per U.R. basse, < 40%, o alte, > 90%. Quando il copriferro è carbonatato per tutto lo spessore protettivo delle armature, la situazione cambia. Prescindendo dall'eventuale presenza di cloruri, che aggraverebbe la situazione, la corrosione si produce velocemente solo nelle zone soggette a dilavamento o per U.R.>90%. In queste circostanze l'aumento di volume prodotto dall'ossido di ferro produce l'espulsione del copriferro e, di conseguenza, un incremento del fenomeno della corrosione. Nelle altre zone, all'interno di edifici o aree schermate dalla pioggia, il fenomeno della corrosione rimane trascurabile.

Espulsione del copriferro

8- Il calcestruzzo leggero

I calcestruzzi leggeri *hanno massa volumica inferiore a 2000 kg/mc, minore di quella dei calcestruzzi normali (≈ 2250-2400 Kg/mc), per la presenza all'interno del conglomerato di un sistema di vuoti ottenuto:*

- sostituendo in parte o in toto gli aggregati normali con aggregati leggeri caratterizzati da una struttura fortemente porosa e, quindi, da una massa volumica media del granulo inferiore rispetto a quella degli aggregati normali. Questi conglomerati vengono identificati con il termine di ***calcestruzzi con aggregati leggeri*** *o semplicemente di calcestruzzi leggeri;*
- realizzando all'interno della matrice cementizia un sistema di bolle di aria ricorrendo all'impiego di schiume, di additivi aeranti oppure di sostanze capaci di sviluppare gas in ambiente alcalino. Generalmente, questi impasti vengono realizzati con soli aggregati fini (sabbie) e vengono identificati con il termine di ***calcestruzzi cellulari*** *(in realtà più correttamente si dovrebbe parlare di malte cellulari) in quanto la loro microstruttura è contraddistinta da vuoti di dimensione micronica non comunicanti.*

In un calcestruzzo leggero la trasmissione degli sforzi non avviene attraverso l'aggreato ma attraverso la pasta cementizia per cui presentano oltre che valori della resistenza ridotti anche valori più bassi del modulo elastico. Il minor peso ne consente la utlizzazione ove richiesto adatti soprattutto per strutture Peda a pareti dove a priori viene garantito l'isolamento termico anche se presentano un ritiro maggiore. Le strutture peda sono degli edifici a pareti utilizzabile in bioedilizia con casseri che hanno la funzione di isolamento termico per cui sono strutture molto pesanti ad elevata rigidezza per le quali l'utilizzo di un calcestruzzo leggero diminuisce le forze sismiche e riduce la rigidezza che altrimenti sarebbe troppo eccessiva. Il calcestruzzo leggero trova il suo impiego nei manufatti prefabbricati poichè il controllo in stabilimento ne consente una più razionale utilizziamo ma andrebe usato anche per strutture gettate in opera.

-Aggregato o inerte

L'aggregato utilizzato per il calcestruzzo leggero è generalmente argilla espansa

AGGREGATO	MASSA VOLUMICA (kg/m^3)	RESISTENZA A COMPRESSIONE (N/mm^2)	CONDUCIBILITÀ TERMICA ($W/(m°C)$)	SPESSORE PER OTTENERE STESSA RESISTENZA TERMICA (mm)
Ghiaia e sabbie calcaree	2200	30	1.20	133
Argilla espansa	1400	25	0.42	47
Argilla espansa	1600	35	0.54	60
Argilla espansa	1700	38	0.65	70

si ottiene un calcestruzzo da utilizzare per strutture portanti. Se invece si utilizzano altri aggregati i valori della resistenza sono molto più basso ed il calcestruzzo va utilizzato per massetti sottofondi che una funzione di isolamento termico , acustico e di allegerimento.

AGGREGATO	MASSA VOLUMICA (kg/m³)	RESISTENZA A COMPRESSIONE (N/mm²)	CONDUCIBILITÀ TERMICA (W/(m°C))	SPESSORE PER OTTENERE STESSA RESISTENZA TERMICA (mm)
Polistirolo	300	1.0	0.080	50
Polistirolo	600	1.2	0.130	80
Cellulare con schiuma	400	1.0	0.355	220
Perlite	400 - 650	0.7 - 0.2	0.130 - 0.121	78
Perlite sfusa	120	-	0.549	340
Sughero	500	3.0	0.085	53

I calcestruzzi leggeri sono classificati dalla resistenza caratteristica

Tabella C4.1.V - *Classi di resistenza a compressione per il calcestruzzo leggero strutturale*

Classe di resistenza a compressione	Resistenza caratteristica cilindrica minima f_{lck} [N/mm²]	Resistenza caratteristica cubica minima R_{lck} [N/mm²]
LC 16/18	16	18
LC 20/22	20	22
LC 25/28	25	28
LC 30/33	30	33
LC 35/38	35	38
LC 40/44	40	44
LC 45/50	45	50
LC 50/55	50	55
LC 55/60	55	60

Le densità da utilizzare nel calcolo delle strutture

Tabella C4.1.VI - *Classi di massa per unità di volume del calcestruzzo di aggregati leggeri ammesse per l'impiego strutturale*

Classe di massa per unità di volume	D1,5	D1,6	D1,7	D1,8	D1,9	D2,0
Intervallo di massa per unità di volume [kg/m³]	1400<ρ≤1500	1500<ρ≤1600	1600<ρ≤1700	1700<ρ≤1800	1800<ρ≤1900	1900<ρ≤2000
Massa per unità di volume calcestruzzo non armato [kg/m³]	1550	1650	1750	1850	1950	2050
Massa per unità di volume calcestruzzo armato [kg/m³]	1650	1750	1850	1950	2050	2150

Un calcestruzzo leggero strutturale ha un peso specifico di circa 1700 daN/mc inferiore di circa il 30 % rispetto al calcestruzzo ordinario 2550 daN/mc , quindi si ha un cospicuo abbattimento delle azioni sismiche per strutture in cls leggero.
Le regole di calcolo impongono le medesime prescrizioni per le strutture in cemento armato normale con qualche piccola variazione

$E = 22000 * (f_{Lcm}/10)^{0,30} * \eta_e$

f_{Lcm} *resistenza caratteristica cilindrica a compressione*

$\eta_e = (\rho/2200)^2$ ρ *densità del cls leggero*

I diagrammi tensione deformazione da utilizzare :

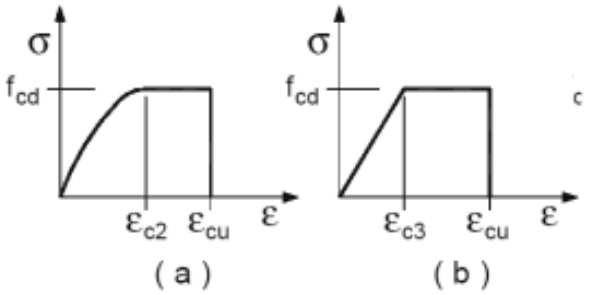


Figura C4.1.13 -*Modelli σ–ε per il calcestruzzo di aggregati leggeri*

I limiti deformativi ε_{c2}, ε_{c3} ed ε_{cu} possono essere assunti

- per calcestruzzi di classe di resistenza inferiore o uguale a LC 50/55 pari a:

$\varepsilon_{c2} = 0,20\%$

$\varepsilon_{c3} = 0,175\%$

$\varepsilon_{cu} = \eta_1\ 0,35\%$, essendo $\eta_1 = 0,40+0,60\ \rho/2200$

- per calcestruzzi di classe di resistenza pari a LC 55/60 pari a:

$\varepsilon_{c2} = 0,22\%$

$\varepsilon_{c3} = 0,18\%$

$\varepsilon_{cu} = \eta_1\ 0,31\%$

Le NTC stabiliscono che la resistenza media a trazione semplice

$f_{ctm} = 0,30*(fck)^{2/3}*\eta_1$ $\eta_1 = 0,40+0,60*(\rho/2200)$

il valore di $f_{tck} = 1,3*0,3*(fck)^{2/3}$ *per* $C \leq 50/60$ *frattile 95%*

$f_{tck} = 0,7*0,3*(fck)^{2/3}$ *per* $C \leq 50/60$ *frattile 5%*

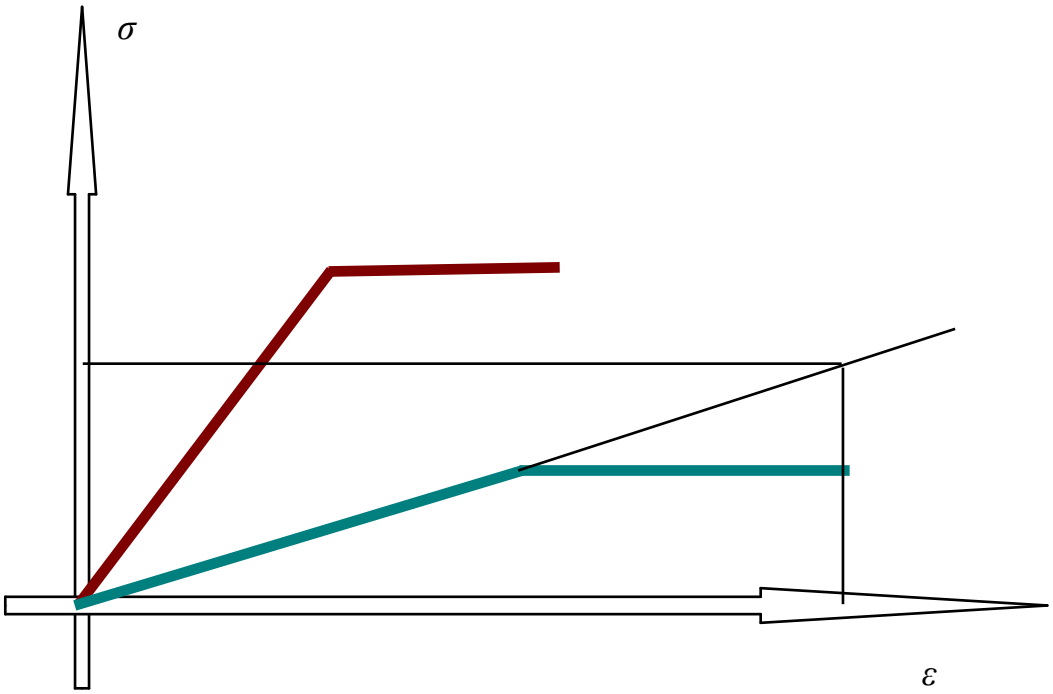
per $C > 50/60$ $f_{ctm} = 2,12*\log(1+fcm/10)*\eta_1$

Possiamo ricavare il modulo di elasticità normale ed la resistenza caratteristica partendo dai legami costitutivi della pasta cementizia e dell'aggregato leggero , tenendo presente che la rottura per un calcestruzzo leggero avviene prima nell'inerte che nella malta. Se confrontiamo la resistenza alla frantumazione di granuli di argilla espansa

Caratteristiche tecniche

Leca	Leca Granulare			Leca Strutturale Granulare		
Denominazione	0-2	2-3	3-8	0-5	5-15	0-15
Massa volumica in mucchio kg/m³ (circa)	680	480	380	720	600	700
Resistenza alla frantumazione dei granuli N/mm²	≥ 5,0	≥ 3,0	≥ 1,5	≥ 12,0	≥ 5,0	≥ 9,0
Conducibilità termica λ certificata W/mK	0,12	0,10	0,09	0,13	0,12	0,13
Reazione al fuoco	Euroclasse A1 (Incombustibile)					

con la resistenza a compressione degli aggregati per calcestruzzo ordinario ci accorgiamo che sono molto più bassi per cui la pasta cementizia esercita un ruolo determinate sia nello stabilire la rigidezza che la resistenza del cls leggero. Approssimativamente i diagrammi elastoplastici ideali dei due componenti



aggregato leggero

pasta cementizia

La composizione volumetrica di 1 mc di calcestruzzo leggero strutturale

Cemento 525		*0,135 mc*
Sabbia		*0,22 mc*
Leca Terracotte	*0-6 mm*	*0,225 mc*
Leca terracotte	*6-12mm*	*0,195 mc*
Acqua		*0,205 mc*
Aria intrappolata		*0,15 mc*
Additivo superfluidificante		*0,05 mc*

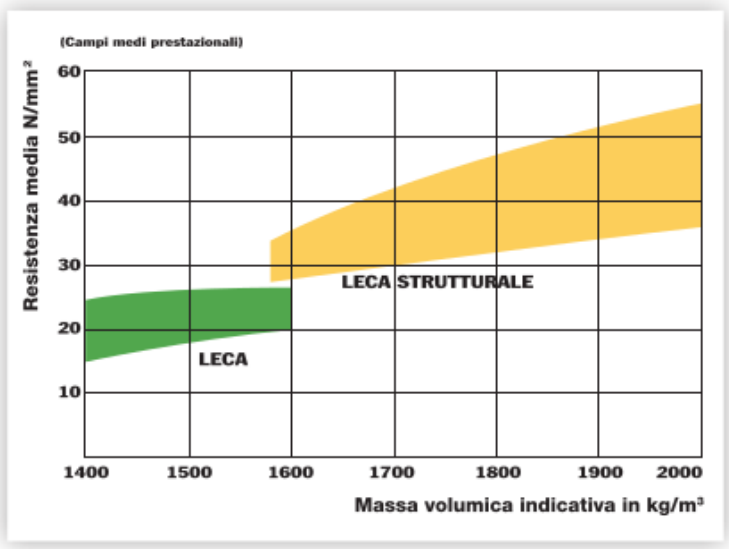
per cui omogeneizzando con la formula vista in precedenza definendo uno spessore equivalente di pasta cementizia t_C *ed uno spessore equivalente di aggregato leggero* t_{AL} *, possiamo determinare in funzione della composizione il modulo elastico e la resistenza caratteristica cilindrica una volta noti i legami costitutivi dei due componenti.*

$$E_{CLS} = E_{AL} * E_C / [t_{AL} * E_C + t_C * E_{AL}]$$

$$Rck = E_{CLS} * [t_{AL} * R_{AL} / E_{AL} + t_C * \sigma_C / E_C]$$

E_{CLS} *modulo elastico cls leggero*
E_{AL} *modulo elastico aggregato leggero*
E_C *modulo elastico pasta cementizia*
R_{AL} *resistenza a compressione aggregato leggero*
σ_C *tensione nella pasta cementizia corrispondente alla rottura dell'aggregato*
t_{AL} *spessore equivalente aggregato leggero*
t_C *spessore equivalente pasta di cemento*

si può riportare l'andamento della resistenza del cls in funzione della sua densità



Nella resistenza a compressione gioca un ruolo determinate la qualità del cemento ed il peso del cls ovvero il tipo di aggregato leggero utilizzato.

9- Il calcestruzzo ad alta resistenza

I calcestruzzi possono essere classificati in base al valore della resistenza caratteristica:

***-Calcestruzzo ordinario o normale o a resistenza normale (NR)**: conglomerato cementizio caratterizzato in generale da rapporto acqua/cemento maggiore di 0,45 e con resistenza caratteristica cubica non superiore a 55 N/mmq.*

***-Calcestruzzo ad alte prestazioni (AP)**: conglomerato cementizio caratterizzato in generale da rapporto a/c minore di 0,45 avente resistenza caratteristica cubica superiore a 55 N/mmq ed inferiore o uguale a 75 N/mmq.*

***-Calcestruzzo ad alta resistenza (AR)**: conglomerato cementizio caratterizzato in generale da rapporto a/c minore di 0,35 avente resistenza caratteristica cubica superiore a 75 N/mmq ed inferiore o uguale a 115 N/mmq.*

I calcestruzzi di alta e altissima resistenza trovano impiego nella realizzazione di pilastri di edifici multipiano soprattutto nei piani interrati dove è fondamentale ridurre le dimensioni degli elementi strutturali per avere maggiore spazio disponibile per le aeree di parcheggio. I calcestruzzi ad alta resistenza vengono anche impiegati nella realizzazione di travi di ponti e impalcati soprattutto se di grande luce, per tegoli di copertura o per contenitori destinati ad ospitare scorie di materiale radioattivo o comunque nocivo per la salute dell'uomo. I conglomerati ad alta resistenza vengono confezionati ricorrendo all'impiego:

*- di **cementi di classe di resistenza 42.5R** (per quelli ad altissima resistenza con Rck maggiori di 75 N/mmq impiegando esclusivamente cementi Portland di classe 52.5R caratterizzati da clinker con elevati contenuti di C3S e da una finezza di macinazione molto spinta);*
*- di **additivi super-riduttori di acqua** che consentono di ridurre l'acqua di impasto, senza pregiudicare la lavorabilità del conglomerato, al fine di conseguire rapporti acqua/cemento così bassi da poter ambire al raggiungimento di prestazioni meccaniche elevate;*
*- di **fumo di silice** che consente di poter "surdosare" gli additivi riduttori di acqua che possono essere impiegati anche in misura del 3-4% rispetto alla massa del legante.*

Questi dosaggi sarebbero improponibili in assenza di fumo di silice in quanto determinerebbero la segregazione dell'impasto. Il surdosaggio di additivo, in presenza di microsilice, consente di confezionare impasti con rapporto acqua/legante inferiore a 0.35 e, pertanto, capaci di attingere resistenze a compressione molto elevate. E' da sottolineare che il fumo di silice contribuisce all'ottenimento delle prestazioni mecca-

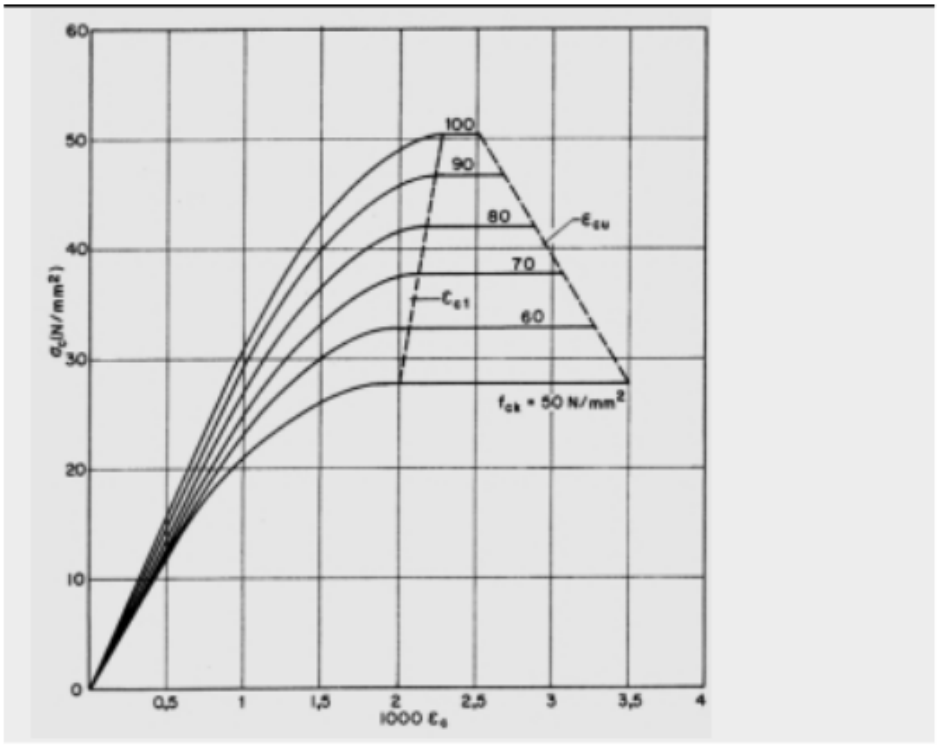
niche attraverso:

***A)** un'azione fillerizzante dei vuoti tra i granuli di cemento contribuendo ad una densificazione della struttura della matrice;*
***B)** la reazione pozzolanica con produzione di silicati secondari che riducono la porosità capillare e producono una diminuzione della dimensione media dei pori;*
***C)** una riduzione del bleeding interno che determina un miglioramento della qualità dell'interfaccia pasta-aggregato che direttamente influenza la resistenza a compressione del conglomerato cementizio;*

***- di aggregati con massa volumica non inferiore a 2.7 Kg/l** per evitare l'utilizzo di aggregati scadenti meccanicamente che collassino per valori di sforzo inferiori a quelli che determinano la rottura della matrice cementizia. Inoltre, per il conseguimento di alti valori della prestazione meccanica è altresì opportuno ridurre la dimensione massima dell'aggregato in modo da diminuire le difettosità in corrispondenza dell'interfaccia pasta-aggregato e ridurre la concentrazione di sforzo nella zona di transizione responsabile di un precoce collasso del conglomerato.*
*Rispetto ai calcestruzzi tradizionali, quelli ad alta resistenza presentano un comportamento lineare del ramo ascendente sforzo-deformazione che si protrae per valori dello sforzo prossimo alla resistenza a compressione del materiale ed un ramo discendente ripido che denota una tendenza del materiale alla rottura di tipo fragile. A causa del miglioramento della qualità della pasta di cemento, derivante sia dal basso rapporto acqua/legante che dalla presenza del fumo di silice, vi è un minor divario in termini di modulo elastico tra pasta ed aggregato lapideo che conduce ad una distribuzione più omogenea degli sforzi di compressione e ad una minore possibilità di ridistribuzione delle microfessure all'interfaccia pasta-aggregato. Come risultato si ha che i percorsi fessurativi, quando il conglomerato è assoggettato alla massima tensione di compressione, si sviluppano rapidamente perché lo sforzo non può essere ridistribuito tra fasi a diversa resistenza evidenziando un precoce collasso del calcestruzzo che, pertanto, mostra una maggiore fragilità rispetto ad un conglomerato a normal resistenza. I calcestruzzi ad alta resistenza, infine, evidenziano una minore deformazione laterale sotto sforzi di compressione di quelli a normal resistenza e, quindi, un minor incremento delle capacità portanti di elementi prevalentemente compressi per effetto di forze di confinamento laterali quali quelle esercitate, per esempio in un pilastro circolare da una spirale di acciaio o da un confinamento realizzato con materiali compositi. Alla luce di quanto sopra menzionato la progettazione e il dimensionamento delle strutture con calcestruzzi ad alta resistenza deve avvenire ricorrendo a codici di calcolo specifici per questi materiali in quanto quelli disponibili per i calcestruzzi a normal resistenza non sono utilizzabili. A tale scopo si suggerisce di consultare l'Estensione al Codice Modello CEB-FIP 90 specifico per i calcestruzzi ad alta resistenza. Alcune correlazioni tra diverse caratteristiche elastomeccaniche del calcestruzzo e resistenza meccanica a compressione sono anche riportate nelle Linee Guida sui Calcestruzzi Strutturali emesse nel 1996 a cura del Servizio Tecnico Centrale del Ministero dei Lavori Pubblici.*Rispetto ai calcestruzzi a normal resi*stenza quelli ad alta resistenza presentano una maggiore velocità di svi-*

luppo del ritiro igrometrico. Tuttavia, alle lunghe stagionature, già dopo 4 mesi, la differenza in termini di ritiro è sostanzialmente nulla. I calcestruzzi ad alta resistenza, inoltre, sono interessati dal fenomeno del ritiro autogeno dovuto alla migrazione dell'acqua dai pori di grandi verso quelli di piccole dimensioni. Per questo motivo, rispetto ai tradizionali conglomerati di normal resistenza i calcestruzzi ad alta resistenza richiedono una modalità di stagionatura particolare nelle prime ore successive al getto. Per questi conglomerati, infatti, non è sufficiente evitare l'evaporazione di acqua verso l'ambiente esterno per prevenire il fenomeno fessurativo nei primissimi giorni successivi al getto, ma è, invece, necessario bagnare entro le prime 24 ore le superfici del getto e protrarre questa stagionatura umida per almeno 7 giorni.

Per quanto concerne i digrammi tensione deformazione da utilizzare nei calcoli delle strutture in cemento armato



L'equazione del tratto curvilineo :

$\sigma_C = 0{,}85 * f_{CD} * [1-(1-\varepsilon_C/\varepsilon_{C1})^n]$

Il tratto orizzontale $\sigma_C = 0{,}85 * f_{CD}$

$n = 2-0.008*(f_{CK}-50)$

i valori delle deformazioni limite elastica ed ultima

$\varepsilon_{C1} = 0{,}002 + 0{,}5*(f_{CK}-50)*10^{-5}$
$\varepsilon_{CU} = 0{,}0025 + 0{,}002*(1-f_{CK}/100)$

I valori da utilizzare per ogni curva :

f_{ck}	$\varepsilon_{c,tot}$	f_{cd}	$0,85 \cdot f_{cd}$	$1000\varepsilon_{cl}$	$1000\varepsilon_{cu}$	n
50	1,50	33,33	28,33	2,00	3,50	2,00
60	1,53	39,20	33,32	2,05	3,30	1,92
70	1,56	44,80	38,08	2,10	3,10	1,84
80	1,60	50,13	42,61	2,15	2,90	1,76
90	1,63	55,20	46,92	2,20	2,70	1,68
100	1,66	60,00	51,00	2,25	2,50	1,60

La deformazione diminuisce ovvero all'aumentare della resistenza il calcestruzzo è sempre meno duttile passando da 0,0035 a 0,0025
Il coefficiente di sicurezza parziale

$\gamma_C = 1,5/(1,1-f_{CK}/500)$

ed è pari ad 1,5 per Rck = 500 daN/cmq ed 1,11 per Rck = 1000 daN/cmq

Il modulo elastico a compressione secante è fornito dalle seguenti formule:

$E_C = 175*fc + 21735$ *N/mmq*

$E_C = 2782*\sqrt{fc} + 10958$ *N/mmq*

$E_C = 8261*fc^{1/3} + 132$ *N/mmq*

il modulo all'origine

$E_C = 9500*fc^{1/3}$ *N/mmq*

$E_C = 11000*fc^{0,3}$ *N/mmq*

Modulo elastico all'origine						
f_{ck} (N/ mm²)	50	60	70	80	90	100
E_{ci} (kN/ mm²)	37,2	39,0	40,6	42,1	43,5	44,8

si passa dal valore 372000 daN/cmq per rck = 500 daN/cmq al valore 448000 daN/cmq per rck = 1000 daN/cmq

La resistenza a trazione

$f_{Ctm} = 0,32*f_{cm}^{0,6}$

i frattili inferiori e superiori al 5% ed al 95% sono da assumersi $0,68*f_{Ctm}$ ed $1,32*f_{Ctm}$

Resistenza a trazione diretta (N/ mm²)						
f_{ck}	50	60	70	80	90	100
f_{ctm}	3,66	4,02	4,37	4,70	5,01	5,31
$f_{ctk,min}$	2,49	2,73	2,97	3,20	3,41	3,61
$f_{ctk,max}$	4,83	5,31	5,77	6,20	6,61	7,00

La composizione di un 1 mc di impasto per calcestruzzo ad alta resistenza
Rck 850 daN/cmq
Cemento 525 570 kg/mc
Acqua 140 l rapporto A/C = 0,27
Sabbia fine 0-2 mm 305 kg/mc
Sabbia lavata 0-4 mm 592 kg/mc
Pietrischetto 8-12 mm 796kg/mc
Superfluidificante 30 kg/mc
Fumo di silice 18 kg/mc

Densità calcestruzzo 2451kg/mc
Si vede che è elevata sia la resistenza a compressione del cemento che il dosagio di cemento , con rapporto acqua cemento molto ridotto di conseguenza si è aggiunto un superfluidificante per aumentare la lavorabilità . Nella composizione del calcestruzzo le percentuali dei singoli componenti sono riportate in peso , è facile passare alle percentuali in volume conoscendo la densità di ciascun componente.

10- I calcestruzzi fibrorinforzati

I calcestruzzi fibrorinforzati (FRC) sono costituiti da una matrice cementizia additivata con fibre corte discontinue, cui può aggiungersi armatura ordinaria o da precompressione.

Matrice cementizia
La matrice cementizia di un FRC è costituita da un calcestruzzo o da una malta.
Al fine di garantire un buon accoppiamento con le fibre ed una buona lavorabilità dell'impasto, la granulometria della matrice deve essere progettata prestando particolare attenzione alla frazione fine dell'aggregato. Le caratteristiche fisiche e chimiche della matrice cementizia e dei suoi costituenti devono essere conformi alle specifiche norme di riferimento valide per il calcestruzzo privo di fibre.

Fibre
Le fibre di acciaio o polimeriche sono caratterizzate, oltre che dal tipo di materiale, da parametri geometrici quali la lunghezza, il diametro equivalente, il rapporto d'aspetto (rapporto tra la lunghezza in proiezione della fibra e il diametro equivalente) e la forma (rettilinee, uncinate, ondulate, ecc.).

L'aggiunta di fibre disperse in una matrice cementizia ne modifica le proprietà meccaniche. In particolare, migliora il comportamento a trazione contrastando l'apertura progressiva delle fessure. Una volta raggiunta la fessurazione della matrice, le fibre sono in grado di manifestare il proprio contributo, conferendo al composito una resistenza post-fessurazione assente nella matrice senza fibre. Il comportamento fortemente degradante, tipico di una prova di trazione monoassiale sul calcestruzzo, può essere modificato in modo significativo dall'aggiunta di fibre, al crescere della percentuale volumetrica, Vf, di esse. Per piccole percentuali volumetriche di fibre (circa 0.2-2%) il legame carico-spostamento a trazione di un FRC presenta ancora un ramo discendente (comportamento degradante), ma è caratterizzato da una resistenza residua e da una maggiore tenacità . Per percentuali volumetriche di fibre superiori (circa 2-8%), il comportamento può diventare incrudente, grazie alla comparsa di una multi-fessurazione .

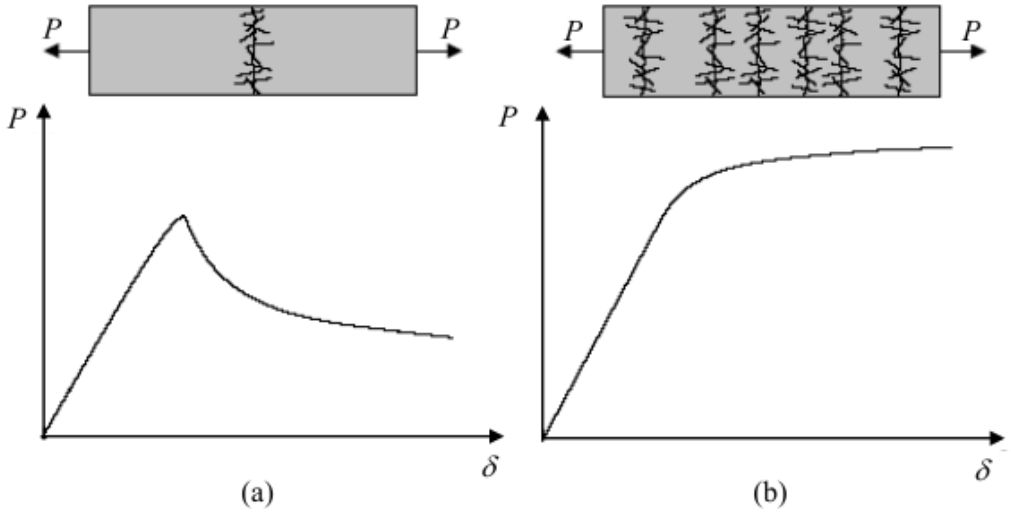


Figura 1-1 – Curva carico P – spostamento δ per conglomerati fibrorinforzati caratterizzati da: basse percentuali di fibre (a) e alte percentuali di fibre (b).

-lunghezza della fibra L_f *è la distanza tra gli estrremi della fibra misurata lungo il suio asse ;*
-diametro equivalente d_f *è il diametro del cerchio la cui superficie è pari all'area media della sezione trasversale della fibra;per sezioni con diametro < 0,3 mm il diametro della fibra va misurato attraverso strumenti ottici, per sezioni con diametro > 0,3 mm può essere misurato attraverso un micromentro;*
per sezioni rettangolare di lati $\boldsymbol{b_f}$ ed $\boldsymbol{h_f}$ il diametro della fibra

$d_f = \sqrt{(4*\boldsymbol{b_f}*\boldsymbol{h_f}/\pi)}$

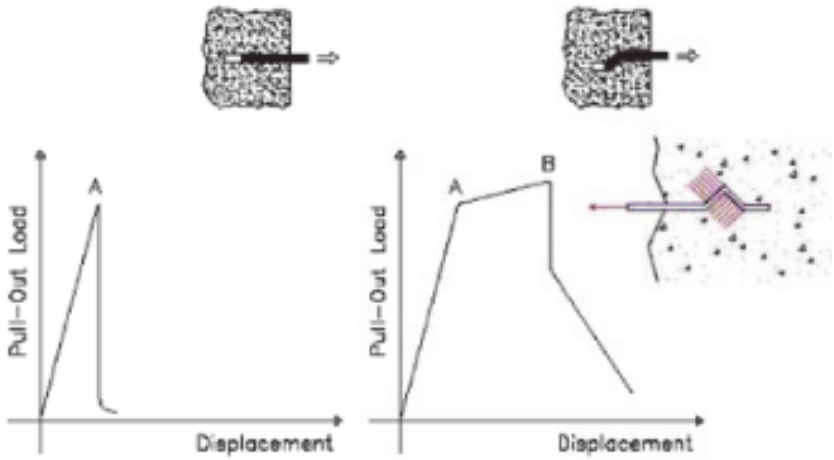
per fibre con sezioni irregolari $d_f = \sqrt{[4*\boldsymbol{m}/(\rho*L_m*\pi)]}$

m massa della fibra ; ρ densità della fibra; L_m *lunghezza in sviluppo della fibra*

- rapporto d'aspetto *quoziente tra la lunghezza della fibra ed il diametro equivalente*

Resistenza a trazione della fibra *, è la tensione corrispondente alla max forza di trazione sopportabile dalla fibra F /A_f dove A_f è l'area equivalente della firba determinata attraverso il diametro equivalente*

Una fibra uncinata ponendo una maggiore resistenza alla sfilamento per l'apertura di una fessura consente di avere delle resistenze a trazione del calcestruzzo maggiori rispetto ad una fibra rettilinea;



Le fibre possono essere in:
- Acciaio
-Polimeriche
-Vetro
-Carbonio

Tabella 2-1 – Classi di resistenza delle fibre di acciaio.

Diametro equivalente [mm]	Resistenza minima a trazione [N/mm^2]												Prova di piegamento alternato
	R1				R2				R3				tutte le classi
	1)		2)		1)		2)		1)		2)		
	R_m	$Rp_{0,2}$	R_m	$Rp_{0,2}$	R_m	$Rp_{0,2}$	R_m	$Rp_{0,2}$	R_m	$Rp_{0,2}$	R_m	$Rp_{0,2}$	
$0.15 \leq d_f < 0.50$	400	320	480	400	800	720	1080	900	1700	1360	2040	1700	assenza di rotture
$0.50 \leq d_f < 0.80$	350	280	450	350	800	640	1040	800	1550	1240	2015	1550	
$0.80 \leq d_f \leq 1.20$	300	240	390	300	700	560	910	700	1400	1120	1820	1400	
1) Per fibre rettilinee 2) Per fibre sagomate													

Le fibre polimeriche e di carbonio disponibili in commercio sono acriliche , nylon di carbonio ect riportate nella seguente tabella

Tipo di fibra	Diametro equivalente [10^{-3} mm]	Densità [g/mm^3]	Resistenza a trazione [MPa]	Modulo di elasticità normale [MPa]	Deformazione ultima [%]	Temperatura di ignizione (accensione) [°C]	Temperatura di fusione,ossidazione /decomposizione [°C]	Assorbimento d'acqua * [% in peso]
Acrilica	12.7-104.14	1.16-1.18	269-1000	13790-19306	7.5-50	-	221-235	1.0-2.5
Arammide I	11.94	1.44	2930	62055	4.4	Alta	482	4.3
Arammide II	10.16	1.44	2344	117215	2.5	Alta	482	1.2
Carbonio, PAN HM	7.62	1.6-1.7	2482-3034	379914	0.6-0.7	Alta	400	Nil
Carbonio, PAN HT	8.89	1.6-1.7	3447-3999	230293	1.0-1.5	Alta	400	Nil
Carbonio, pitch GP	9.91-12.95	1.6-1.7	483-793	27580-34475	2.0-2.4	Alta	400	3-7
Carbonio, pitch HP	8.89-17.78	1.80-2.15	1517-3103	151690-482650	0.5-1.1	Alta	500	Nil
Nylon	22.86	1.14	965	5171	20	-	200-221	2.8-5.0
Poliestere	19.81	1.34-1.39	227-1103	17237	12-150	593	257	0.4
Polietilene	25.4-1016	0.92-0.96	76-586	4999	3-80	-	134	Nil
Polipropilene	-	0.90-0.91	138-689	3447-4826	15	593	165	Nil
Polivinilalcol	14-600	1.30	880-1600	25000-40000	6-10			4.0

* in accordo con lo standard ASRM D570.

-Calcestruzzo fibrorinforzato

Le proprietà fisiche e meccaniche del composito sono determinate dai dosaggi e dalle proprietà dei singoli componenti (matrice cementizia e fibre).L'aggiunta di fibre può migliorare la tenacità, la durabilità, nonché la resistenza all'urto (resilienza), alla fatica ed all'abrasione della matrice cementizia. Il dosaggio minimo delle fibre non deve essere inferiore allo 0,3% in volume di calcestruzzo.
Le fibre riducono la fragilità della matrice ma non influenzano il comportamento del calcestruzzo a compressione ; per quanto concerne il legame costitutivo a trazione di un calcestruzzo fibrorinforzato in fase fessurata

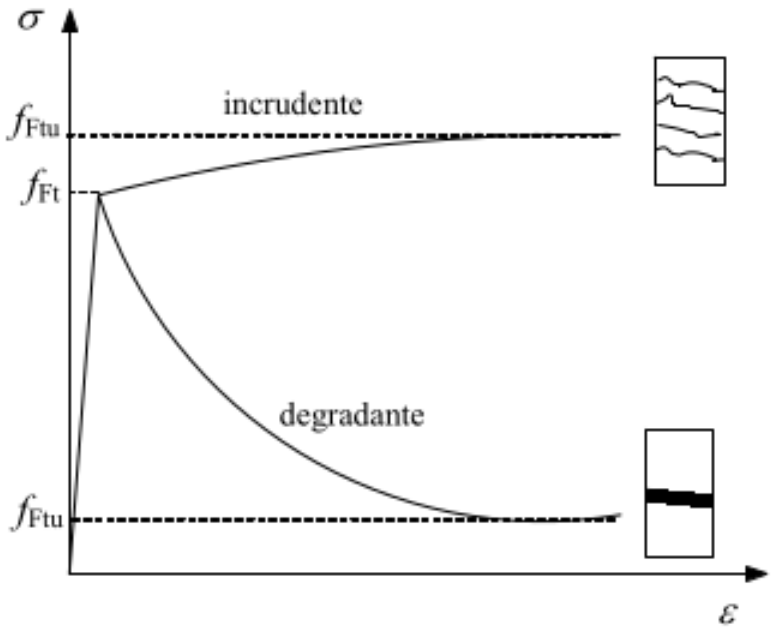


Figura 2-1 – Comportamento a trazione.

- per contenuti di fibre non elevati in percentuale volumetrica < 0,2% il comportamento del cls fibrorinforzato è degradante ;
- per contenuti di fibre non elevati in percentuale volumetrica > 0,2% il comportamento del cls fibrorinforzato è incrudente legato ad un fenomeno di multifessurazione;
La resistenza a trazione può essere assunta pari a quella della matrice cementizia ovvero $f_{Ft} = f_{Ct}$; la resistenza a trazione ultima f_{Ftu} la si ootiene dal valore della resistenza ad estrazione della fibra calcolata per tensioni tangenzaiali di aderenza sulla superficie laterale

$$Q = n^* \pi^* D_f {}^* L_b {}^* \tau$$

n numero di fibre nell'unità di superficie di rottura
L_b lunghezza di ancoraggio della fibra = $L_f/4$

Il legame tensione deformazione a trazione per un calcestruzzo fibrorinforzato ha l'andamento riportato in figura che può esere schematizzato nella pratica progettuale come diagramma bilineare;

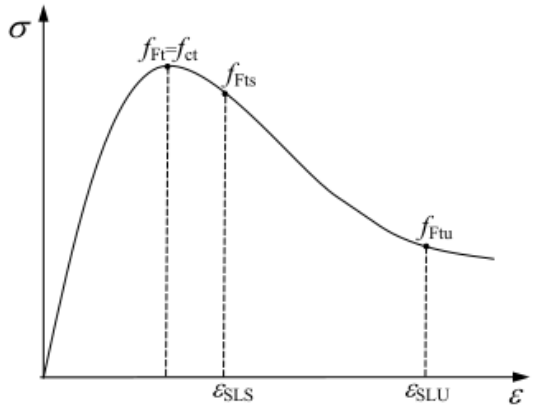


Figura 2-5 – Legame sforzo-deformazione

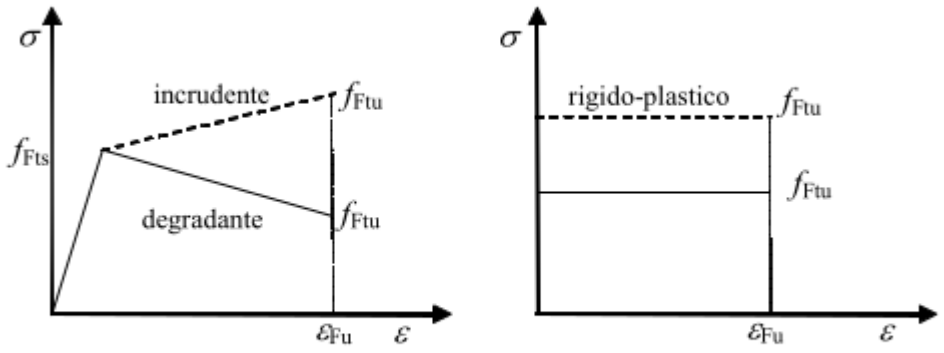


Figura 2-6 – Legami costitutivi semplificati tensione-deformazione.

Il valore del modulo di elasticità è generalmente poco influenzato dalle fibre e, pertanto, può essere assunto pari a quello della matrice.
Un impasto di calcestruzzo fibrorinforzato è analogo ad un impasto di calcestruzzo normale con l'unica differenza che vengo aggiunte fibre in percentuale > 0,02

-Cemento 300 kg/mc
-Sabbia 0,4 mc
-Ghiaia 0,8 mc
-Acqua 120÷ 180 l/mc
-Additivi
-fibre di acciaio 0,005 mc

11- La prova di rottura a compressione

Le norme tecniche NTC 2018 stabiliscono che sulle strutture in calcestruzzo vanno eseguiti due tipi di controllo:

CONTROLLO DI TIPO A
Ogni controllo di tipo A è riferito ad un quantitativo di miscela omogenea non maggiore di 300 mc ed è costituito da tre prelievi, ciascuno dei quali eseguito su un massimo di 100 mc di getto di miscela omogenea. Risulta quindi un controllo di accettazione ogni 300 mc massimo di getto. Per ogni giorno di getto va comunque effettuato almeno un prelievo. Nelle costruzioni con meno di 100 mc di getto di miscela omogenea, fermo restando l'obbligo di almeno 3 prelievi e del rispetto delle limitazioni di cui sopra, è consentito derogare dall'obbligo di prelievo giornaliero.

CONTROLLO DI TIPO B
Nella realizzazione di opere strutturali che richiedano l'impiego di più di 1500 m3 di miscela omogenea è obbligatorio il controllo di accettazione di tipo statistico (tipo B). Il controllo è riferito ad una miscela omogenea e va eseguito con frequenza non minore di un controllo ogni 1500 mc di calcestruzzo. Ogni controllo di accettazione di tipo B è costituito da almeno 15 prelievi, ciascuno dei quali eseguito su 100 m3 di getto di miscela omogenea. Per ogni giorno di getto va comunque effettuato almeno un prelievo. Se si eseguono controlli statistici accurati, l'interpretazione dei risultati sperimentali può essere svolta con i metodi completi dell'analisi statistica assumendo la legge di distribuzione più corretta e il suo valor medio, unitamente al coefficiente di variazione (rapporto tra deviazione standard e valore medio). Non sono accettabili calcestruzzi con coefficiente di variazione superiore a 0,3. Per calcestruzzi con coefficiente di variazione (s/Rm) superiore a 0,15 occorrono controlli più accurati, integrati con prove complementari . Infine, la resistenza caratteristica Rck di progetto dovrà essere minore del valore sperimentale corrispondente al frattile inferiore 5% delle resistenze di prelievo e la resistenza minima di prelievo Rc,min dovrà essere maggiore del valore corrispondente al frattile inferiore 1%.

Prelievo

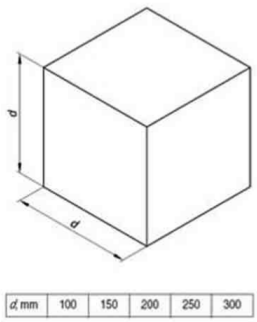
Consiste nel prelevare dall'impasto il calcestruzzo necessario al confezionamento di due provini, quindi per un controllo tipo A occorrono almeno 6 provini, per un controllo tipo B occorrono 30 provini di calcestruzzo con spesa presso il laboratorio di prova abbastanza onerosa. Le cubiere in poliuretano espanso sono monoblocco indeformabili e riutilizzabili;

Il prelievo va fatto dall'autobetoniera a metà dello scarico prelevando il cls necessario per 2 provini; I provini vanno lasciati nelle casseforme per almeno 16 ore, ma non oltre 3 giorni, proteggendoli da urti, vibrazioni e disidratazione alla temperatura di 20 ± 5° (oppure 25 ±5° nei climi caldi). Al fine di evitare la comparsa di fessurazioni e garantire una corretta idratazione del cemento, una volta rimossi dalla cassaforma, i provini, fino al momento della prova, che avverrà dopo 28 giorni, vanno conservati in acqua alla temperatura di 20±2°C (vasca termostatica) o in ambiente a 20±2°C ed umidità relativa maggiore o uguale a 95%.

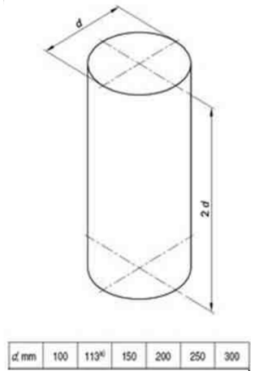
I Provini possono essere cubici o cilindrici le cui dimensioni sono funzione del diametro max dell'aggregato; $D_P > 3{,}5 * D_{MAX}$

Aggregato	D_{MAX}	*< 16*	*< 31,5*	*<63*	*<125*	*>125*
Provino	*L o D*	*100*	*150*	*200*	*250*	*300*

CUBICI

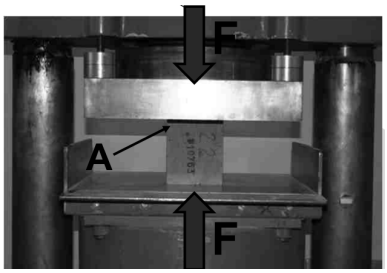


CILINDRICI

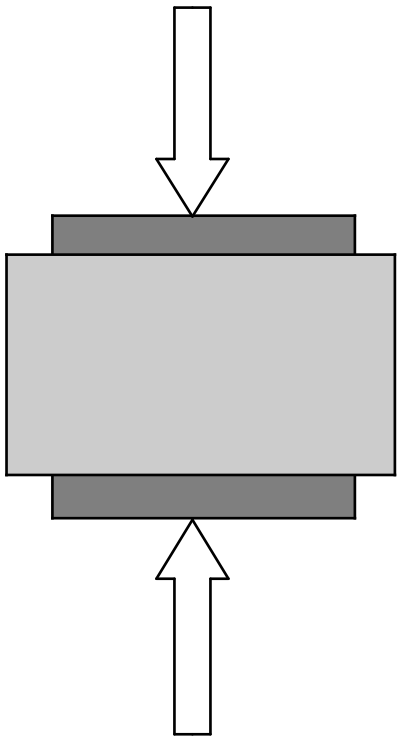


La prova di compressione consiste nel disporre il provino tra i piatti di una pressa sollecitarlo con una forza verticale rompendo il provino;

$$\sigma = \frac{F}{A}$$



Il provino si deforma accorciandosi in direzione verticale e dilatandosi in direzione orizzontale

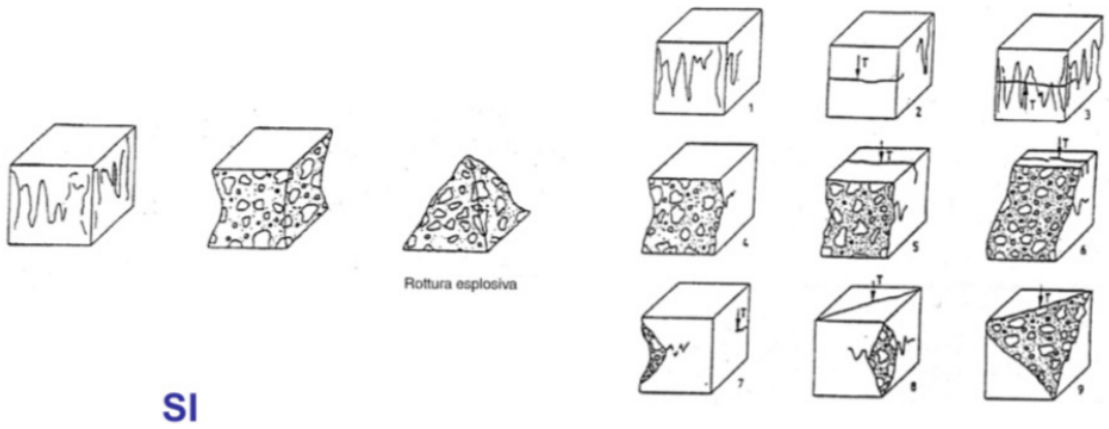


La dilatazione trasversale $\varepsilon_T = 1/m * \varepsilon_V$ è una frazione della dilatazione longitudinale ovvero verticale $1/m = 0{,}15 \div 0{,}24$ modulo di Poisson v

La tensione verticale $\sigma_V = F/A = E_C * \varepsilon_V$;
La tensione trasversale $\sigma_T = v*F/A = v*E_C * \varepsilon_V$

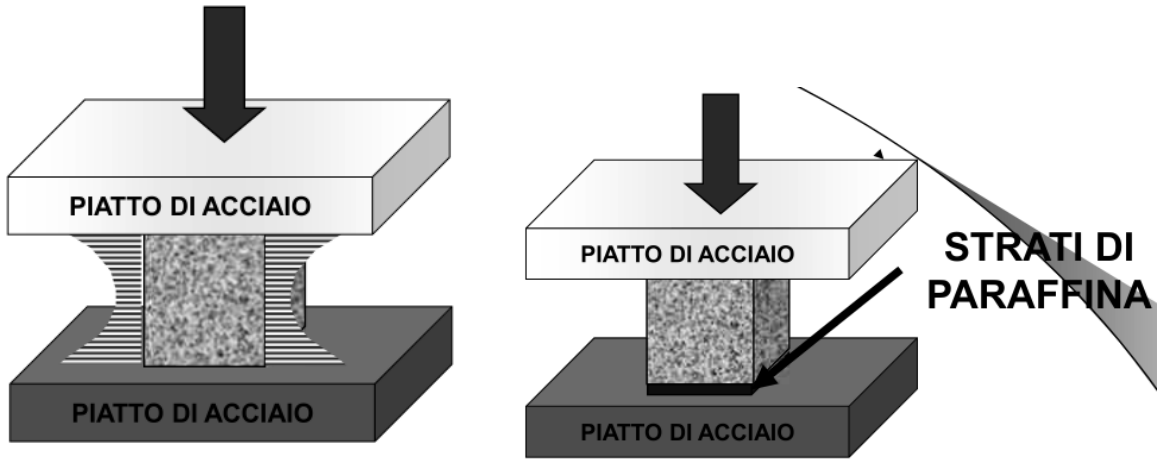
se vediamo come si rompono i provini

1=Bipiramidale; 2sb=Sfaldamento piramidale; 2s0 =Sfaldamento obliquo; 3 =Sgretolamento



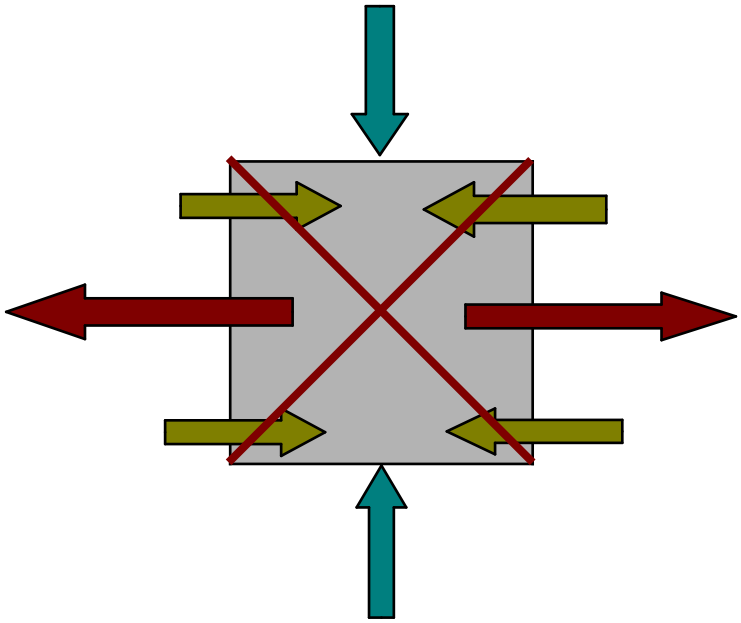
Le tipologie di rottura accettate sono di due tipi corrispondenti alla presenza o assenza del distaccante;

Viene inserito tra i piatti della pressa uno strato di paraffina



che consente la dilatazione trasversale e quindi una rottura tipice per schiacciamento con lesioni verticali. La forza di attrito tra i piatti della pressa ed il provino dipende da un coefficiente di attrito statico $F_A = N*f$, impedisce la dilatazione trasversale ; le tensioni tangenziali di attrito eguagliano la tensione laterale $\tau_A = \sigma_T$ e nella inter-

faccia provino- piatto della pressa sono di compressione ovvero esercitano un azione di confinamento del provino; Il provino è cubico



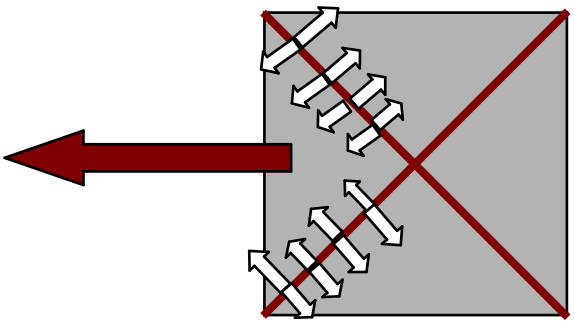
Le azioni orizzontali sono distribuite su tutto il provino di lato L la cui risultante è pari al volume del solido piramidale

$F_C = 1/m*\sigma_V*L^2/4$ *; la risultante è applicata nel baricentro del solido ad H/6 . In corrispondenza del punto centrale la tensione orizzontale è esclusivamente di trazione ed è pari alla tensione trasversale la risultante di questi sforzi di trazione che provocano la rottura piramidale*

$F_T = 1/m*\sigma_V*L^2/2 = 1/m*Rck*L^2/2$

Il provino si rompe quando la forza di trazione supera la forza resistente

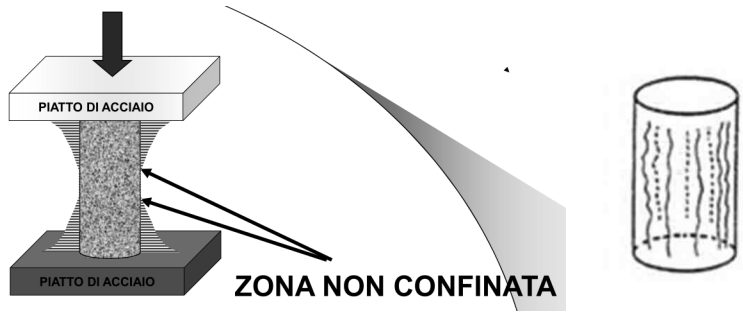
$F_T \geq A*f_{Ctd}/\sqrt{2}$



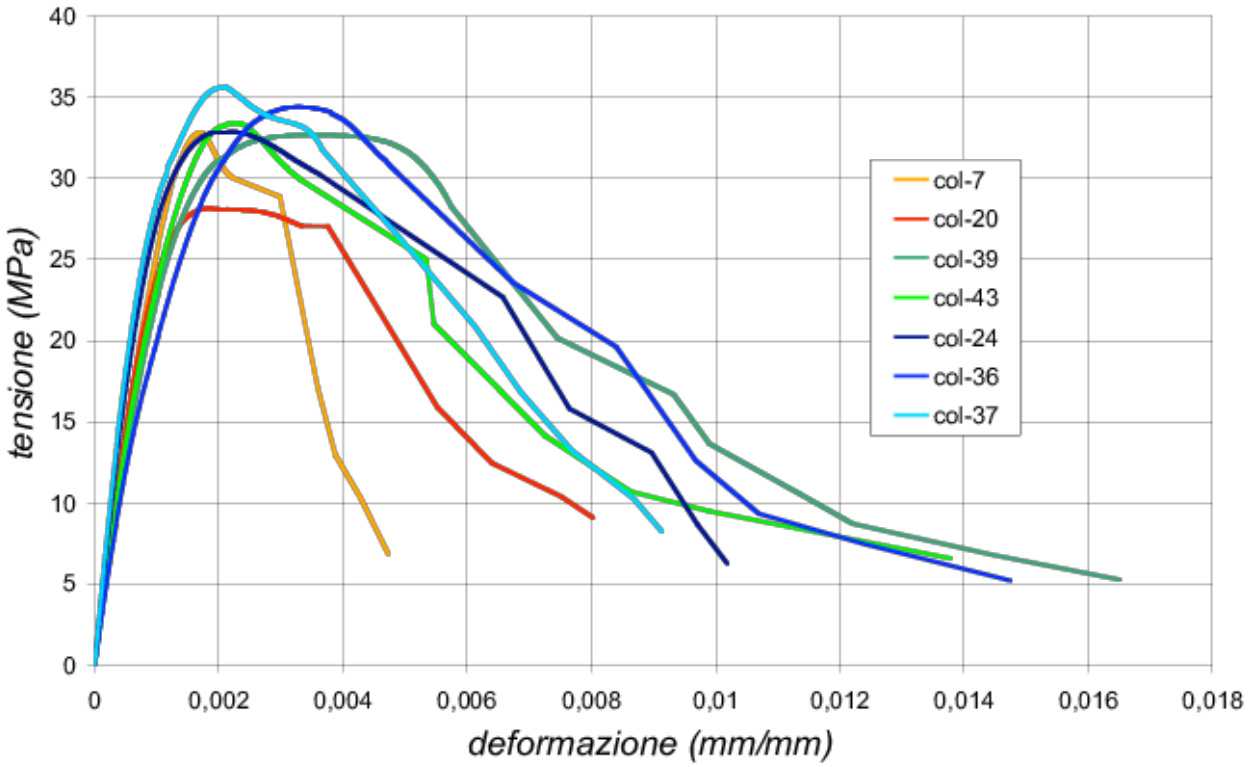
La forza di compressione F_C *crea un effetto di confinamento sul provino mentre la forza* F_T *di trazione genera il distacco e la rottura del cls.*

Se consideriamo un provino cilindrico voi è una zona interna non confinata per questo motivo la resistenza a compressione cilindrica è inferiore

$f_{CCk} = 0{,}83 * f_{CCk}$



Il diagramma tensioni deformazioni per un calcestruzzo ordinario rilevato durante una prova di rottura a compressione ha l'andamento riportato in figura



12-Conclusioni

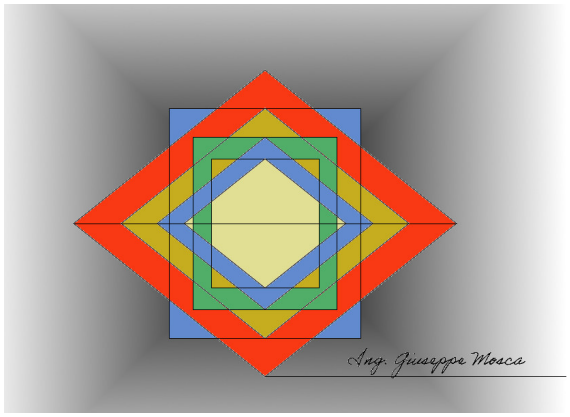
Questi appunti rappresentano una occasione di approfondimento per l'autore sono il risultato dell'assemblaggio della composizioni di vari estratti , pubblicazioni e bibliografia reperibili su internet integrati da mie considerazioni ; affrontano la problematica del confezionamento del calcestruzzo la progettazione della sua resistenza , capire quindi come ottenere un calcestruzzo ad alta resistenza meccanica o come confezionare un calcestruzzo leggero , ma soprattutto rendersi conto di come avviene la rottura nel cls ovvero quali sono i componenti che subiscono le varie deformazioni e che si rompono per primi. Il calcestruzzo è un materiale fondamentale nell'edilizia

per la sua capacità di prendere forma (con esso si possono realizzare anche delle sculture) , ovvero possiamo progettare elementi strutturali di qualsiasi forma a differenza di altri materiali quali legno acciaio laterizio ; purtroppo nei confronti del calcestruzzo è stata condotta una guerra sicuramente nei prossimi anni si utilizzeranno dei calcestruzzi ecologici ad elevate resistenza meccanica forse già presenti nel mercato ed in fase di ricerca e sperimentazione. Come detto nella introduzione è la ***MALARCHITETTURA***

i materiali di finitura che creano danno urbano ed ambientale e non la struttura di calcestruzzo che a fine lavori è praticamente invisibile è qualcosa di nascosto nel nostro edificio o costruzione, anche se esistono calcestruzzi a faccia vista colorati estremamente gradevoli . In occasione degli eventi sismici dell'ultimo decennio il materiale calcestruzzo lo si è ritenuto responsabile dei crolli e dei danni subiti dalle strutture in cemento armato , in realtà le responsabilità dei danni strutturali sono da ricercarsi in errori di progettazione in carenza delle normative degli anni 90 e non nella qualità e resistenza del materiale calcestruzzo che forse si presenta come uno dei materiali più adatti a resistere ai terremoti anche se a suo sfavore vi è il peso specifico eccessivo e quindi strutture mastodontiche richieste dalle norme vigenti, nelle quali si concilia male il rapporto tra volume delle strutture e forze di inerzia orizzontali . I calcestruzzi utilizzati oggi nel settore delle costruzioni sono molto duraturi mentre quelli utilizzati agli inizi del secolo scorso avevano una vita media di 150 anni poiché subentrano fenomeni di degrado strutturale i calcestruzzi moderni garantiscono alle costruzioni edile un periodi di vita molto più lungo che va molto oltre la vita nominale di una struttura ordinaria che è circa 50 anni superata la quale bisogna intervenire per una manutenzione strutturale del nostro edificio. Le famose colate di cemento che obbediscono a campagne ambientaliste che hanno come obiettivo la diffamazione della industria dei calcestruzzi, se il cls viene utilizzato in modo corretto senza danni ambientali ed urbano rispettando la natura e l'ambiente sociale , il calcestruzzo lo possiamo considerare al pari di altri materiali quali legno, laterizio acciaio alluminio ect un ottimo materiale da costruzione che contribuisce al miglioramento della qualità architettonica urbana ed ambientale con riflessi nell'ambiente sociale e nella condizione di vita di ogni essere umano. Se poi si pensa alla qualità dell'aria ed alla capacità delle strutture di calcestruzzo durante la presa ed indurimento di eliminare ossido di carbonio ed anidride carbonica dall'atmosfera , il corretto utilizzo del calcestruzzo in combinazione con altri materiali quali legno fa parte del programma di transizione ecologica che si pone come obiettivo la salvaguardia del pianeta terra.

Eurocodice 2-2023: Le strutture in cemento armato

1-Introduzione
2-Valori caratteristici e di calcolo del cls e dell'acciaio.
3-Le lunghezze di ancoraggio
4-La verifica allo stato limite ultimo per flessione e pressoflessione
5-Il confinamento degli elementi strutturali
6-La verifica di duttilità
7-La verifica a taglio
8-La verifica a punzonamento
9-La verifica a torsione
10-La verifica di instabilità
11-Gli stati limite di esercizio
12-La verifica a fessurazione
13-Stato limite apertura fessure
14-Stato limite di deformazione:il calcolo delle frecce
15-Le strutture in cls precompresso
16-I nodi trave pilastro
17-La verifica delle pareti in c.a.
18-Le sezioni di forma qualsiasi
19-La verifica di sezioni in c.a. con software di calcolo.
20-Conclusioni



N.B. Mi scuso a priori di eventuali imprecisioni o errori che se segnalati contribuiscono al miglioramento degli appunti

1- Introduzione

La teoria per la verifica e progettazione delle sezioni in cemento armato risale agli inizi del 900 attraverso l'utilizzo di formule semplici che derivavano dalla scienza delle costruzioni nella ipotesi di materiale ad elasticità lineare, perfetta aderenza tra barre di acciaio e cls validità del principio di conservazione delle sezioni piane, con verifiche condotte con la statica grafica poiché non si avevano a disposizione calcolatrici elettroniche , con l'avvento delle normali calcolatrici (Si era solito portare il regolo nel taschino della giacca) a partire dagli anni 60 le verifiche venivano eseguite con la risoluzione di equazioni di secondo e terzo grado. Negli anni 50 (1950) i vari ricercatori introdussero il metodo di verifica agli stati limite ultimi e di esercizio riportati nella normativa italiana soltanto nel 1996 utilizzati fino ad oggi con le modifiche apportate dalle NTC 2008 e 2018 che hanno introdotto le verifiche di duttilità e l'incremento di resistenza a compressione del calcestruzzo per effetto del confinamento . L'eurocodice 2 che si occupa delle strutture in cemento armato e precompresso risale al 1992 poi negli anni successivi sono state apportate delle modifiche con differenti pubblicazioni fino alla più recente che è quella dell'Eurocode del 2023 del quale ci occuperemo in questi appunti. Gli eurocodici vengono recepiti dalle normative italiane per cui nei prossimi anni con la pubblicazione di nuove norme tecniche le innovazioni dell'eurocode faranno parte integrante delle norme tecniche sulle costruzioni. Le strutture in cemento armato sono quelle normali e precompresse si possono utilizzare calcestruzzi leggeri o ad alta resistenza, i cui metodi di verifica sono quelli tradizionali della tecnica delle costruzioni ormai ben collaudati non solo sperimentalmente ma anche dalla pratica professionale poiché vi sono edifici che resistono e stanno in piedi da circa un secolo. Le verifiche soprattutto a flessione e pressoflessione hanno subito delle evoluzioni vengono eseguite non più con asse di sollecitazione coincidente con l'asse di flessione ma a pressoflessione deviata considerando non dei domini di resistenza ma dei bulbi che attraverso la modellazione a fibre della sezione in aree elementari determiniano un volume tridimensionale definito da tre assi sui quali si riporta lo sforzo normale, il momento secondo X ed il momento secondo Y. Per le verifiche delle sezioni in cemento armato siamo lontani anni luce dalla statica grafica argomento che gli studenti del corso per geometri richiedevano forse per evidenziare la incompetenza dell'insegnante laureato nel XXI secolo , ma con software di calcolo che rapidamente consentono la determinazione sia del dominio di rottura che del bulbo di rottura progettando le armature degli elementi strutturali sia in cemento armato normale che precompresso eseguendo le verifiche a taglio e torsione e calcolando le frecce tenendo conto della fessurazione della trave . Le verifiche allo stato limite di apertura delle fessure o ancora allo stato limite di vibrazione per solai prefabbricati con luce molto maggiore delle dimensioni usuali di circa 5-6 m consiste nel calcolo della freccia poiché essendo l'elemento strutturale molto rigido un analisi dinamica e quindi il calcolo del periodo fondamentale di oscillazione di un solaio sarebbe superfluo. In questi appunti ci occuperemo delle verifiche su sezioni in c.a, tenendo conto delle novità introdotte nell'eurocodice 2 EN 2023.

2- Valori caratteristici e di calcolo del cls e dell'acciaio.

I calcestruzzi sono quelli ordinari, ad alta resistenza e leggeri vengono classificati i base alla loro resistenza caratteristica Rck definita dettagliatamente nelle NTC come la resistenza per la quale si ha probabilità del 5% di trovare valori inferiori. L'eurocode 2 afferma che una proprietà del materiale è rappresentata da un suo valore caratteristico X_k che in generale corrisponde ad un frattile della distribuzione statistica per quella proprietà .Volendo dare una spiegazione semplice per un calcestruzzo con Rck 30 N/mmq , o Rck 300 daN/cmq se prendo 100 provini di calcestruzzo e su questi eseguo delle prove a compressione troverò un numero n di provini con n< 5 che mi daranno un risultato della prova con resistenza inferiore a 300 daN/cmq , ovvero vi saranno al massimo 5 provini su 100 con R < Rck tutti gli altri , 95 avranno R ≥Rck . Per i calcestruzzi ordinari e leggeri si hanno le seguenti classi di resistenza

Tab. 4.1.I – *Classi di resistenza*

Classe di resistenza
C8/10
C12/15
C16/20
C20/25
C25/30
C30/37
C35/45
C40/50
C45/55
C50/60
C55/67
C60/75
C70/85
C80/95
C90/105

Tabella C4.1.V - *Classi di resistenza a compressione per il calcestruzzo leggero strutturale*

Classe di resistenza a compressione	Resistenza caratteristica cilindrica minima f_{lck} [N/mm²]	Resistenza caratteristica cubica minima R_{lck} [N/mm²]
LC 16/18	16	18
LC 20/22	20	22
LC 25/28	25	28
LC 30/33	30	33
LC 35/38	35	38
LC 40/44	40	44
LC 45/50	45	50
LC 50/55	50	55
LC 55/60	55	60

La resistenza di calcolo a compressione è data dalla formula

$$fcd= 0,85*0,83*Rck/\gamma_C$$

utilizzata sin dagli anni 90 dove il coefficiente 0,83 tiene conto della forma del provino se è cilindrico o cubico ; l'eurocode 2 riporta la formula per la resistenza a 28 giorni del cls

$$fcd= \alpha_{CC}*Rck/\gamma_C$$

dove γ_C = 1,5 è un coefficiente parziale ,

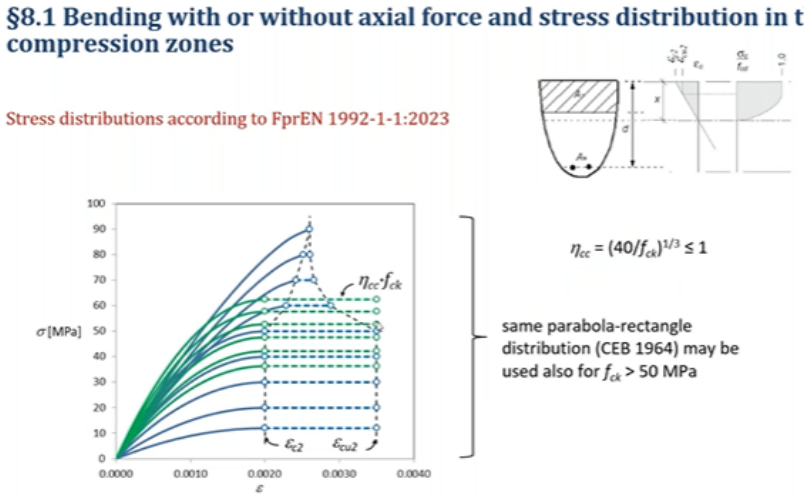
α_{CC}= 0,85 è un coefficiente che tiene conto degli effetti a lungo termine e degli effetti sfavorevoli del carico compreso tra 0,8÷1

Il nuovo Eurocode 2 EN 2023 introduce una modifica al valore della resistenza di progetto

$fcd = \eta_{CC} * k_{tc} * Rck/\gamma_C$

dove η_{CC} è un fattore che tiene conto della differenza fra la tensione nel provino cilindrico e la tensione effettiva dovuta alla forma dell'elemento strutturale

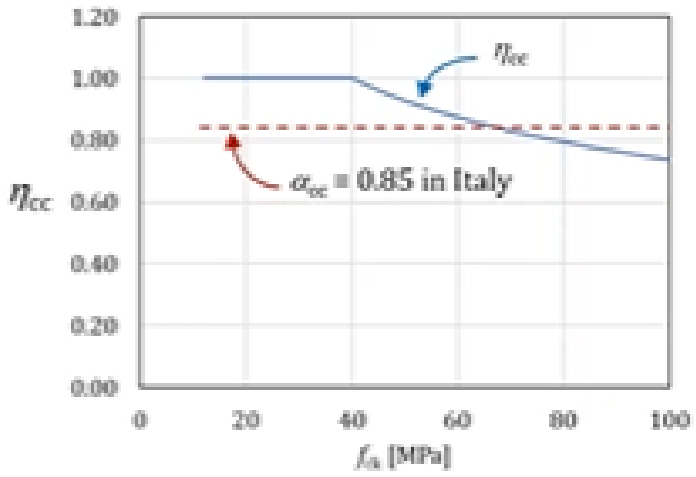
$\eta_{CC} = (f_{CK,ref}/f_{ck})^{0,33} \leq 1 \qquad f_{CK,ref} = 400\ daN/cmq$



k_{tc} *è un coefficiente che considera gli effetti del carico nel tempo sulla tensione di compressione nel calcestruzzo.*

k_{tc} *=1 per valori della resistenza calcolati ad un tempo t < 28 gg per classi CR e CN e per t < 56 gg per classe CS*

k_{tc} *= 0,85 in tutti gli altri casi non contemplati*

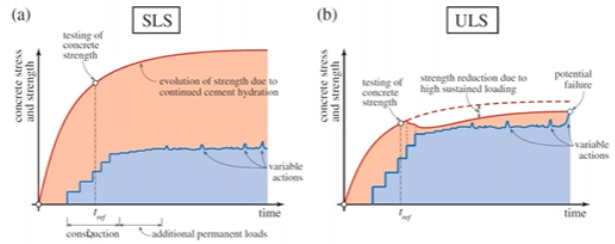


La formula è analoga a quella precedente

$fcd = 0{,}85*0{,}83*Rck/\gamma_C$; $fcd = \eta_{CC}*k_{tc}*Rck/\gamma_C$

L'andamento del coefficiente k_t *nel tempo*

§5.1.6 Justification for strength reduction factor k_t



i coefficienti parziali riportati in figura in parte coincidono con quelli dei vecchi eurocodici $\gamma_C = 1{,}5$

Table 4.3 (NDP) — Partial factors for materials

Design situations — Limit states	γ_s for reinforcing and prestressing steel	γ_C and γ_{cE} for concrete	γ_V for shear and punching resistance without shear reinforcement
Persistent and transient design situation	1,15	1,50[a]	1,40
Fatigue design situation	1,15	1,50	1,40
Accidental design situation	1,00	1,15	1,15
Serviceability limit state	1,00	1,00	—
NOTE The partial factors for materials correspond to geometrical deviations of Tolerance Class 1 and Execution Class 2 in EN 13670.			
* The value for γ_{cE} applies when the indicative value for the elastic modulus according 5.1.4(2) is used. A value $\gamma_{cE} = 1.3$ applies when the elastic modulus is determined according to 5.1.4(1).			

Vi sono delle innovazioni per quanto concerne il taglio $\gamma_V = 1{,}4$ *, ed il modulo di elasticità normale* $\gamma_C = 1{,}5$
Per quanto concerne la resistenza a trazione le NTC definiscono un valore medio della resistenza a trazione semplice

$f_{ctm} = 0{,}30*(f_{CK})^{2/3}$ *per classi* $\leq 50/60$
$f_{ctm} = 2{,}12*\ln[1+f_{cm}/10]$ *per classi* $> 50/60$

il valore medio della resistenza a trazione per flessione

$f_{cfm} = 1{,}2*f_{ctm}$

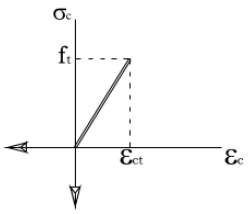
L'eurocode 2 EN 2005 da le stesse formule per la resistenza a trazione con

$f_{cfm} = 1{,}3*f_{ctm}$ *corrispondente al frattile del 95%*
$f_{cfm} = 0{,}7*f_{ctm}$ *corrispondente al frattile del 5%*

La resistenza di progetto a trazione del cls

$f_{ctd} = f_{ctk}/\gamma_C$ *con* $\gamma_C = 1,5$

Il modulo di elasticità normale NTC 2018
$E = 22000*(f_{cm}/10)^{0,3}$ *N/mmq*
Il modulo di elasticità normale a trazione
$E_{CT} = 18000*\sqrt{Rck}$ *daN/cmq*



Il coefficiente di Poisson per il cls è compreso tra 0 ÷ 0,2 , 0 per calcestruzzo fessurato 0,2 per calcestruzzo non fessurato .

L'eurocode 2 2023 introduce un nuovo tipo di acciaio B700

Table 5.4 — Strength classes of reinforcing steel

Properties for stress-strain-diagram (Fig. 5.2)	Reinforcing steel strength class					
	B400	B450	B500	B550	B600	B700
Characteristic value f_{yk} [MPa]	400	450	500	550	600	700
NOTE All strength classes apply unless the National Annex excludes specific classes. Intermediate strength classes can be used, if included in the National Annex.						

Table 5.5 — Ductility classes of reinforcing steel

Properties for stress-strain-diagram (Fig. 5.2)	Reinforcing steel ductility class		
	A	B	C
Characteristic value of $k = (f_t/f_y)_k$	1,05	1,08	1,15 to 1,35
Characteristic strain at maximum force ε_{uk}	2,5 %	5,0 %	7,5 %

Il coefficiente parziale è 1,15

$f_{yd} = 450/1,15 = 391$ *N/mmq per B450*

$f_{yd} = 700/1,15 = 608$ *N/mmq per B700*

3- Le lunghezze di ancoraggio

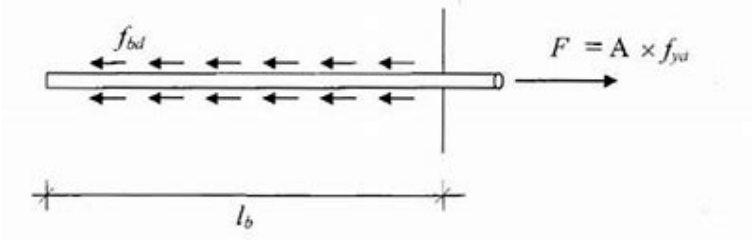
Le NTC 2018 definiscono una resistenza tangenziale di aderenza con le barre di armatura

$f_{bd} = f_{BK}/\gamma_C$ con $\gamma_C = 1,5$

$f_{BK} = 2,25*\eta_1*\eta_2*f_{ctk}$ *dove*

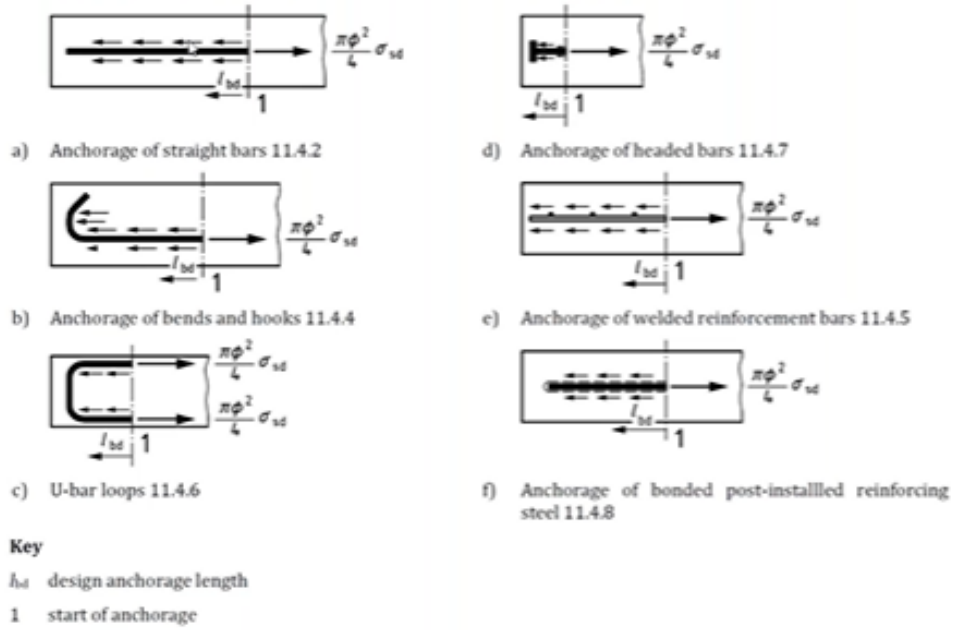
$\eta_1 = 1$ *in condizioni di buona aderenza*
$\eta_1 = 0,7$ *se l'aderenza non è buona per armature molto addensate*
$\eta_2 = 1$ *per barre con diametro* $\phi \leq 32$ *mm*
$\eta_2 = (132- \phi)/100$ *per barre di diametro superiore .*

Il calcolo della lunghezza di ancoraggio viene calcolato determinando la resistenza allo sfilamento della barra in un blocco di cls



$f_{bd} *\pi*\phi* L_b = f_{yd} *\pi*\phi^2/4$ *da cui ricavare* L_b = *lunghezza di ancoraggio barra*

L'eurocode 2 EN 2023 considera differenti tipi di ancoraggio per le armature metalliche alle quali corrispondono diverse formule di calcolo :



a)-ancoraggio normale con barra ad aderenza migliorata
b)-ancoraggio con gancio ovvero con piegatura curvata della barra
c)-ancoraggio con risvolto a U della barra
d)-ancoraggio con tappo metallico
e)-ancoraggio con barre longitudinali
f)-ancoraggio con barra incollata

Le formule per il calcolo della lunghezza di ancoraggio a seconda dei casi devono tener conto della resistenza tangenziale di aderenza, della tensione normale sulla barra o sul tappo, dell'incremento della resistenza di aderenza dovuto alla presenza di adesivi o di barre longitudinali.
In funzione del diametro della barra e della classe del cls

Table 11.1 (NDP) — Anchorage length of straight bars divided by diameter l_{bd}/ϕ

ϕ [mm]	Anchorage length l_{bd}/ϕ							
	f_{ck}							
	20	25	30	35	40	45	50	60
≤ 12	47	42	38	36	33	31	30	27
14	50	44	41	38	35	33	31	29
16	52	46	42	39	37	35	33	30
20	56	50	46	42	40	37	35	32
25	60	54	49	46	43	40	38	35
28	63	56	51	47	44	42	40	36
32	65	58	53	49	46	44	41	38
NOTE The values of Table 11.1 (NDP) are derived from Formula (11.3).								

tabella valida per $\phi \leq$ 32 mm e per barre con copriferro > 1,5ϕ ed f_{yd} = 435 N/mmq e calcestruzzo in buone condizioni. Per un cls C35 ed una barra di diametro 16 mm la lunghezza di ancoraggio è pari a 39 diametri $L_B = 39*\phi$*
Si può utilizzare una formula riportata nell'eurocode 2 EN 2023

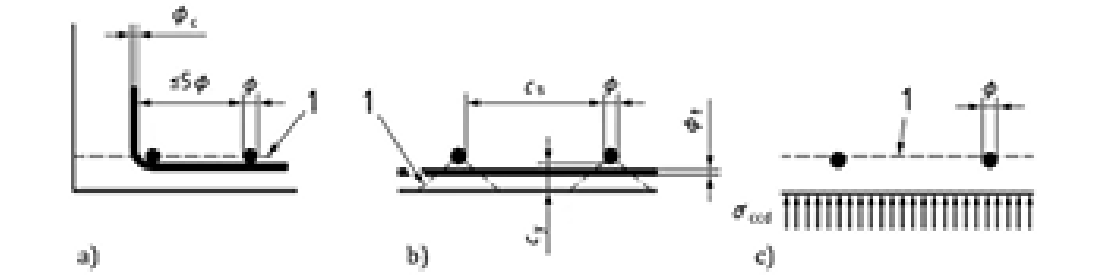
$$L_{BD} = K_{lb} * K_{cb} * \phi * (25/f_{ck})^{0,5} * (\phi/20)^{0,33} * (\sigma_{sd}/435)^{nd} * (1,5*\phi/c_d)^{0,5} \geq 10*\phi$$

ϕ diametro della barra metallica
f_{ck} resistenza caratteristica a compressione calcestruzzo
σ_{sd} tensione di trazione nella barra metallica
K_{lb} = 50 per situazioni di progetttazioni permanenti n_d = 3/2
K_{lb} =35 per situazioni di progettazione accidentale n_d = 3/2
K_{cb} = 1 per barre con un buon legame di aderenza
K_{cb} =1,2 per barre con ridotto legame di aderenza
K_{cb} =1,4 per tutte le barre eseguite con bentonite
c_d valore minimo tra {0,5c_S ; c_X ;c_Y ;3,75ϕ)*

Se il calcestruzzo è confinato

Si determina un $c_{dconfinato} = min[c_X; c_Y+25*\phi_t^2 ; c_S/2 ;3,75*\phi] + \Delta_{cd} \leq 6*\phi$
dove $\Delta_{cd} = (70*\rho_{conf} +12*\sigma_{ccd} /\sqrt{f_{ck}})$

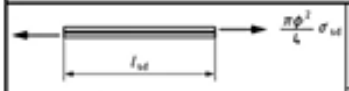
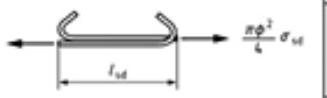
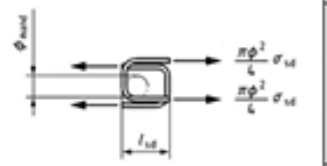
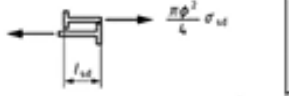
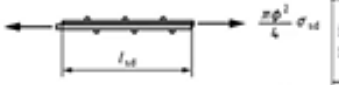
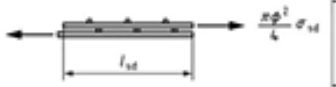
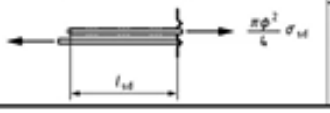
σ_{ccd} *tensioni di compressione derivante dal confinamento*
$\rho_{conf} = (n_c*\pi*\phi_C)/(4*n_b*s_c*\phi)$



a) confinement reinforcement at spacing s_c; n_c=1, n_b=2 b) transverse reinforcement at spacing s_t c) external design confinement pressure σ_{ccd}

Per quanto concerne le sovrapposizioni tra le barre di armatura

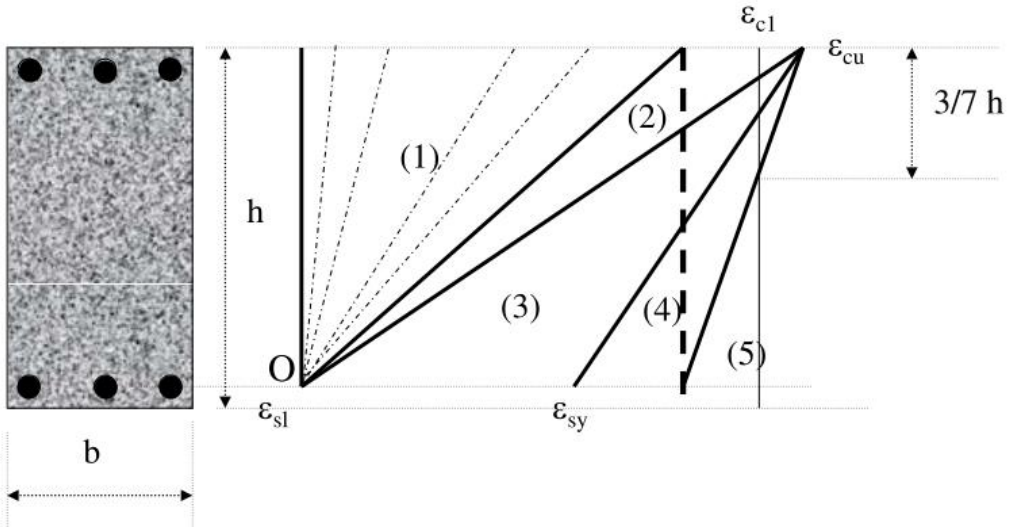
Table 11.3 — Types of laps and design lap lengths l_{sd}

Type of lap splice		Design lap length l_{sd}	
		Tension laps	Compression laps
	straight bars	$l_{sd} = k_{ls} \cdot l_{bd} \geq 15\phi$ where l_{bd} is calculated according to 11.4.2, see also 11.5.3	
	bends and hooks (tension only)	$l_{sd} = k_{ls} \cdot l_{bd} \geq 15\phi$ where l_{bd} is calculated according to 11.4.4	—
	loops (tension only)	l_{sd} is calculated according to 11.5.4, with the limit $l_{sd} \geq \phi_{mand} + 4\phi$	—
	headed bars	l_{sd} is calculated according to 11.5.5	
	intermeshed fabric	$l_{sd} = k_{ls} \cdot l_{bd} \geq \max\{15\phi; 250\ mm\}$ where l_{bd} is calculated according to 11.4.5	
	layered fabric		
	bonded post-installed reinforcement	$l_{sd,pi} = k_{ls} \cdot l_{bd,pi} \geq 15\phi \cdot \alpha_{lb}$ where $l_{bd,pi}$ is calculated according to 11.4.8	

- Various possibilities of laps defined
- Lap length l_{sd} calculated on the basis of the anchorage length l_{bd} (k_{ls} = 1.2 , NDP)

4- La verifica allo stato limite ultimo per flessione e pressoflessione

Le verifiche allo stato limite ultimo di una sezione in cemento armato rettangolare sollecitata da uno sforno normale P e da un momento flettente M vengono eseguite nella ipotesi di validità del principio di conservazioni piane con diagramma delle deformazioni nella sezione lineare rappresentato in figura :



Si passa dalla trazione , alla tensoflessione , flessione semplice, pressoflessione e compressione semplice ; i diagrammi utilizzati per il calcestruzzo e l'acciaio sono quelli delle NTC 2018

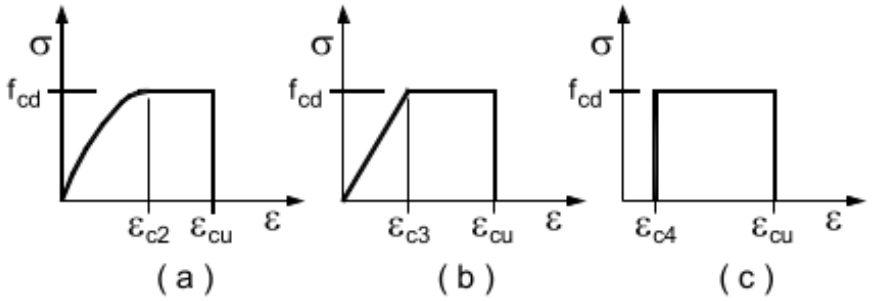


Fig. 4.1.1 – *Modelli σ-ε per il calcestruzzo*

Per l'acciaio :

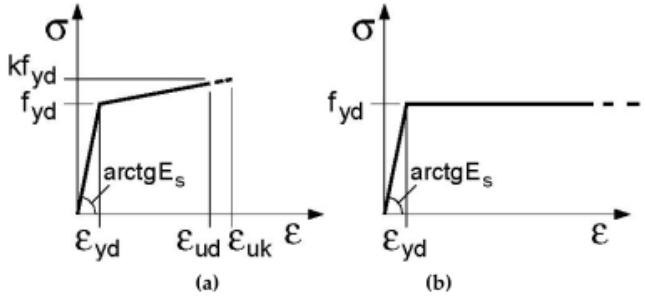


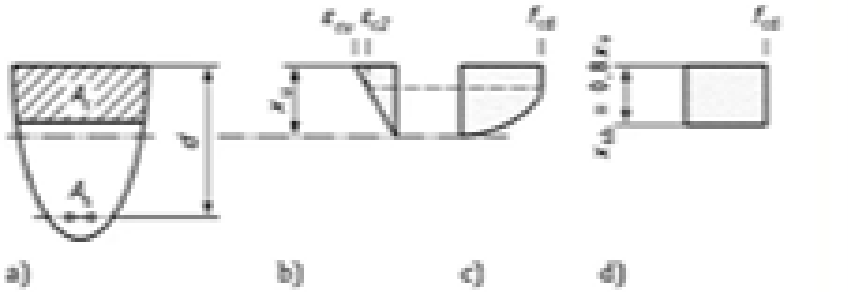
Fig. 4.1.3 – *Modelli σ-ε per l'acciaio*

Per il cls classi $\leq 50/60$ *che si utilizzano in strutture in c.a. ordinario*

$\varepsilon_{CU} = 0{,}0035$; $\varepsilon_{C2} = 0{,}002$; $\varepsilon_{C3} = 0{,}00175$; $\varepsilon_{C4} = 0{,}0007$;

Per l'acciaio $E_S = 206000\ N/mmq$; $\varepsilon_U = 0{,}01$; $\varepsilon_{YD} = fyd / E_S$;

L'eurocodice 2 EN 2023 ha eliminato il diagrama elastoplastico ideale per il cls considerando due soli diagrammi parabola rettangolo e rattangolare.

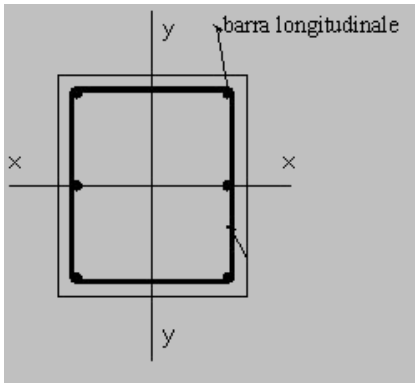


Le deformazioni per entrambi i diagrammi $\varepsilon_{CU} = 0{,}0035$; $\varepsilon_{C2} = 0{,}002$.
Esaminiamo ora il progetto e la verifica di una sezione in cemento armato a semplice e doppia armatura , per le varie solecitazioni semplici e la costruzione del dominio di rottura M-N.

-Verifica a trazione semplice

La verifica a trazione per una sezione in c.a. è molto semplice

$T_{SD} \leq T_{RD} = A_S * f_{yd}$ *la verifica della deformazione* $\varepsilon_S \leq 0{,}01$



-Verifica a tensoflessione

Siamo nella ***regione 1*** *la sezione è tensoinflessa , la rottura si attinge per max deformazione nell'acciaio al bordo inferiore pari a 0,1% .*

$A'_S * \sigma_S + A_S * f_{YD} = T$

La tensione $\sigma_S = f_{YD}$ *se* $\varepsilon_S > \varepsilon_{YD} = fyd/E_S$; *se* $\varepsilon_S \leq \varepsilon_{YD} = fyd/E_S$; $\sigma_S = E_S * \varepsilon_S$

L'equazione diventa

$A'_S * E_S * \varepsilon_S + A_S * f_{YD} = T$ *La X è maggiore dell'altezza utile della sezione h*

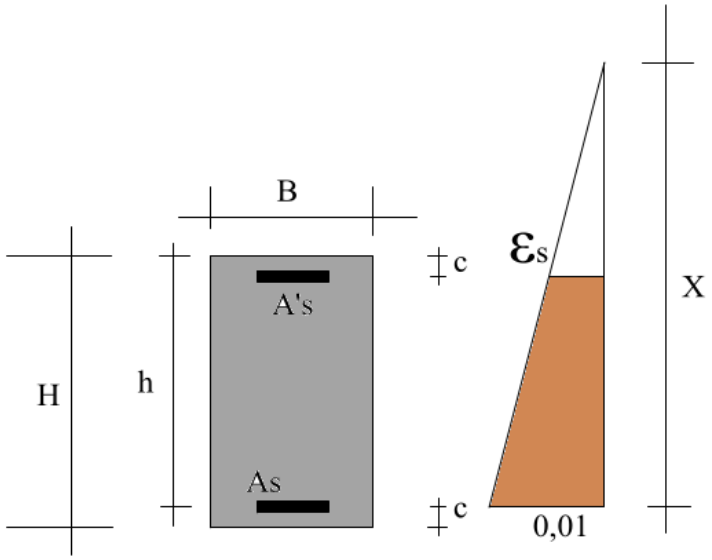
$0{,}01/X = \varepsilon_S/(X-h)$; $\varepsilon_S = 0{,}01*(X-h)/X$

$A'_S * E_S * 0{,}01*(X-h)/X + A_S * f_{YD} = T$

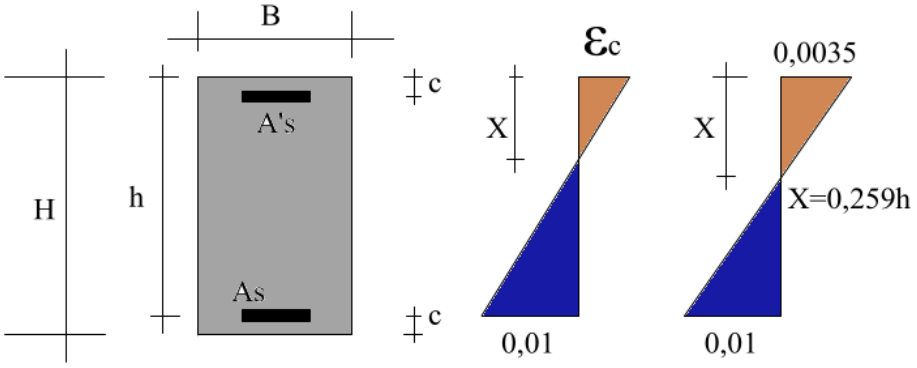
da questa equazione lineare di primo grado è possibile ricavare la X;Il momento resistente della sezione a tensoflessione calcolato rispetto al baricentro geometrico della sezione

$A'_S * \sigma_S * (H/2-c)$ $A_S * f_{YD} * (H/2-c) = M_U$

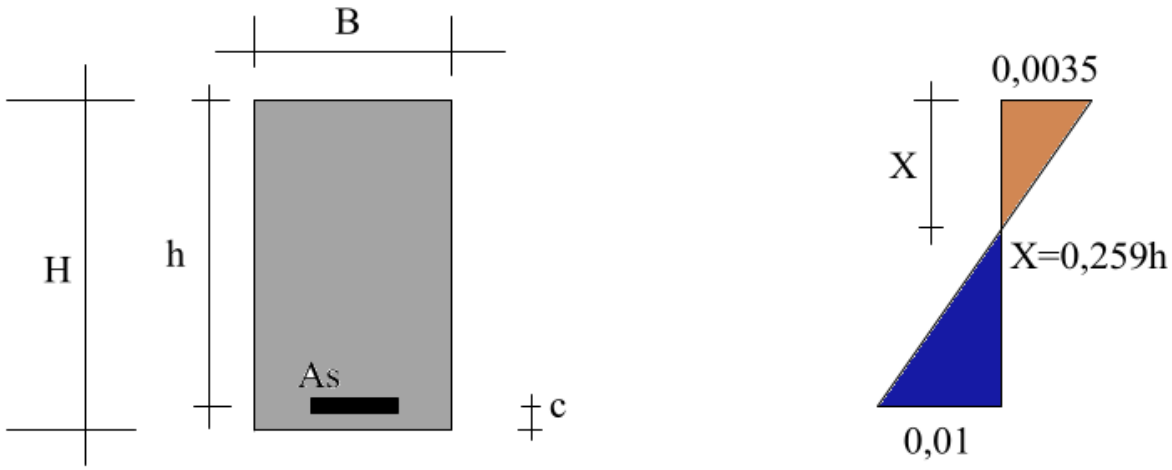
c copriferro , H altezza totale della sezione



-Flessione retta semplice



Nella flessione semplice retta la rottura avviene per attingimento della max deformazione nell'acciaio teso pari a 1% ; nel calcestruzzo la $\varepsilon_C \leq 0{,}0035$, si parla di rottura bilanciata quando contemporaneamente sia nell'acciaio teso che nel cls compresso si attingono le max deformazioni. Il progetto delle sezioni in c.a. a flessione viene eseguito nella ipotesi di rottura bilanciata per sezione a semplice armatura possiamo determinare con delle semplici formule l'altezza utile della sezione a l'area di ferro,



$A_S = M/(0{,}9*h*f_{yd})$; $h = r* \sqrt{M/b}$

vediamo come si ricavano queste due formule con diagramma tensione deformazione per cls parabola rettangolo definito dalla funzione seguente .
La funzione tensione deformazione riportata nelle norme :

Eurocodice 2 EN 1992

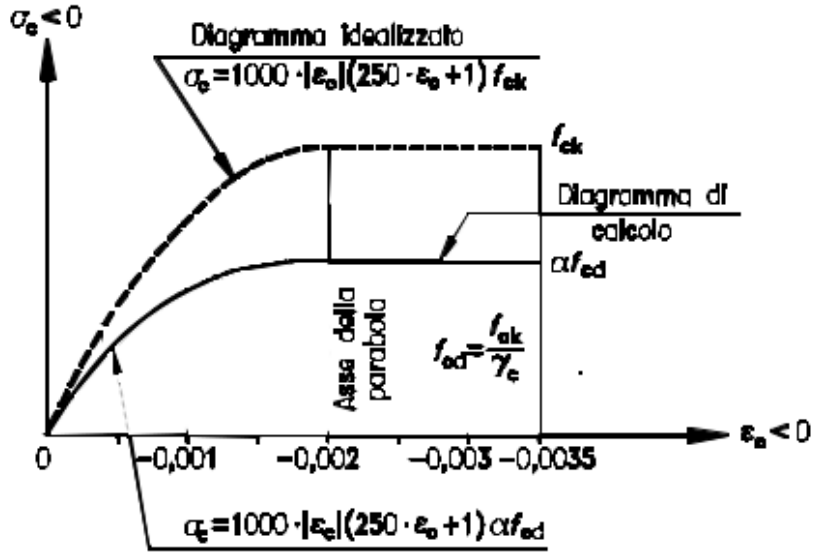


Fig. 4.2 - Diagramma tensioni-deformazioni parabola-rettangolo per calcestruzzo in compressione

Esistono in letteratura moltissimi legami costitutivi utilizzati per il calcestruzzo compresso :

Tabella 1: Legami costitutivi del calcestruzzo compresso: formulazioni presenti in letteratura

legame	Parametri (fc in MPa)
$f_c\left[2\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}}\right)-\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}}\right)^2\right]$ (Hognestad, 1951)	$\varepsilon_{co}=0.002$
$\begin{cases} f_c\left[2\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}}\right)-\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}}\right)^2\right] & \text{per } 0<\varepsilon\le\varepsilon_o \\ \frac{Kf_c\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}}\right)}{1+A\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}}\right)+B\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}}\right)^2+C\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}}\right)^3} & \text{per } \varepsilon<\varepsilon_o \end{cases}$ (Saenz, 1964)	$A=C+K-2$ $B=1-2C$ $E_{sec}=\frac{f_c}{\varepsilon_{co}}$ $C=K\frac{(K_\sigma-1)}{(K_\varepsilon-1)^2}-\frac{1}{K_\varepsilon}$ $K_\varepsilon=\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_{co}}$ $K=\frac{E_c}{E_{sec}}$ $K_\sigma=\frac{f_c}{f_r}$
$f_c\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}}\right)\frac{\beta}{\beta-1+\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}}\right)^\beta}$	$\beta=2$ (Desayi e Krishnan, 1964, Todeschini et al., 1964)
	$\beta=3$ (Sinha et al.,1964)
	$\beta=\frac{E_c}{E_c-E_{sec}}$ $E_{sec}=\frac{f_c}{\varepsilon_{co}}$ (Popovics, 1973)
	$\beta=\left(\frac{f_c}{32.4}\right)^3+1.55$ (Domingo e Carriera, 1985)

legame	Parametri (fc in MPa)
$f_c\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}}\right)\frac{n}{n-1+\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}}\right)^{nk}}$ (Thorenfeldt et al., 1987)	$n=0.8+\frac{f_c}{17}$ $k=\begin{cases}1.0 & \text{per } 0\le\varepsilon\le\varepsilon_{co}\\ 0.67+\frac{f_c}{64} & \text{per } \varepsilon\ge\varepsilon_{co}\end{cases}$
$K\cdot f_c\cdot\frac{A\cdot\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}}+(D-1)\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}}\right)^2}{1+(A-2)\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}}+D\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}}\right)^2}$ (Sargin, 1971)	$A=\frac{E_c\varepsilon_{co}}{Kf_c}$ $K=1$ $D=0.8-7\cdot10^{-4}f_c$ $\varepsilon_{co}=0.2\%$ $E_c=\frac{2\cdot K\cdot f_c}{\varepsilon_{co}}$
$\begin{cases} f_c\left[2\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}}\right)-\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}}\right)^2\right] & \text{per } 0\le\varepsilon\le\varepsilon_{co} \\ f_c\frac{\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}}\right)\frac{n}{n-1+\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}}\right)^n}}{} & \text{per } \varepsilon\ge\varepsilon_{co} \end{cases}$ (Mander e al., 1988)	$n=\frac{E_c}{E_c-E_{sec}}$ $E_{sec}=\frac{f_c}{\varepsilon_{co}}$ $E_c=5000\sqrt{f_c}$
$\begin{cases} f_c\left[2\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}}\right)-\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}}\right)^2\right] & \text{per } 0\le\varepsilon\le\varepsilon_{co} \\ f_c & \text{per } \varepsilon\ge\varepsilon_{co} \end{cases}$ (Normativa Italiana (D.M. '96))	$\varepsilon_{co}=0.002$
$E_c\varepsilon\left[1-\frac{1}{n}\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}}\right)^{n-1}\right]$ per $0\le\varepsilon\le\varepsilon_{co}$ $f_c-E_{des}(\varepsilon-\varepsilon_{co})<0.2f_c$ per $\varepsilon>\varepsilon_{co}$ (Hoshikuma e al., 1997)	$E_{des}=\frac{11.2}{f_y/f_c}$ f_y, tensione di snervamento delle staffe
$\begin{cases} f_c\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}}\right)\frac{n}{n-1+\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}}\right)^n} & \text{per } 0\le\varepsilon\le\varepsilon_o \\ \frac{Kf_c\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}}\right)}{1+A\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}}\right)+B\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}}\right)^2+C\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}}\right)^3} & \text{per } \varepsilon\ge\varepsilon_o \end{cases}$ (Kwon e Spacone, 2002)	$f_r=\frac{f_c'f_c}{5f_c'-f_c}\le1.4f_c$ $\varepsilon_r=4\varepsilon_{co}$

Utilizziamo per semplicità quello previsto dall'eurocodice 2

$\sigma_C = 1000*|\varepsilon_C|*(-250*\varepsilon_C+1)*\alpha*f_{cd}$

che per rottura bilanciata nel cls compresso fornisce il seguente diagramma delle tensioni parabola rettangolo con risultante degli sforzi di compressione

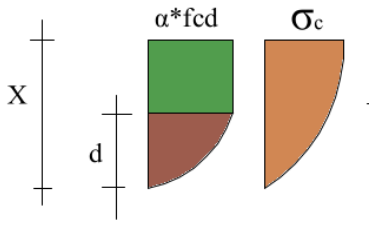
$C = \alpha*f_{cd}*b*X*\psi$ *, dove il coefficiente*

ψ *= (area parabola rettangolo)/(area rettangolo)= 0,80953*

Area rettangolo = $X*\alpha*f_{cd}$

Area parabola rettangolo = $X*(1-0,571)*\alpha*f_{cd} + 2/3*\alpha*f_{cd}*0,571*X$

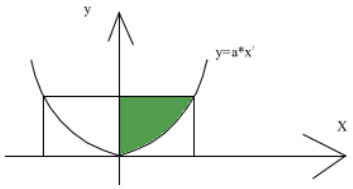
$0,0035/X = 0,002/d$; $d = 0,002/0,0035*X = 0,571*X$



Area di un settore di parabola $y = a * x^2$

$A = X_O * Y_O - \int a*x^2\, dx = X_O*Y_O - a*x^3/3 = 2*X_O*Y_O/3$

ovvero 2/3 dell'area del rettangolo



$\psi = X*\alpha*f_{cd} *[2/3*0,571+(1-0,571)]/(X*\alpha*f_{cd}) = [2/3*0,571+(1-0,571] = 0,8096$

Il baricentro dell'area di settore di parabola ha coordinata Y
La risultante degli sforzi di compressione e trazione per rottura bilanciata

$C = 0,80953*\alpha*f_{cd} *b*X ; \quad T = f_{Yd} *A_S ;$

Il baricentro del parabola rettangolo dista dal bordo compresso $d_G = 0,416*X$
Il braccio della coppia interna $H^* = h - 0,416*X = h*(1-0,416*0,259) \approx 0,9*h$

X per rottura bilanciata $X = 0,259*h$

$M = T*H^* = f_{Yd}*A_S * 0,9*h \quad ; \quad A_S = M/(f_{Yd} *0,9*h)$

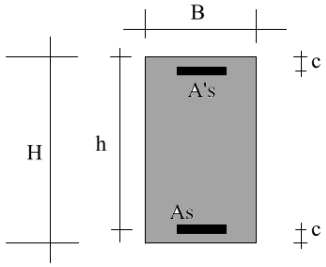
$M = C*H^* = 0,80953*\alpha*f_{cd} *b*0,259*h* 0,9*h$

Da questa relazione possiamo ricavare h altezza utile della sezione

$h^2 = M/(0,80953*\alpha*f_{cd} *b*0,259*0,9)$

$h = r*\sqrt{M/b} \quad$ *con* $r = 1/(0,6425*\alpha*f_{cd} *0,259*0,9)^{1/2}$

*r è tabellato funzione delle unità di misura di M, daN*m ; KN*m , b e h (m cm mm) ricavabile dalla formula indicata*
il progetto di una sezione a doppia armatura per flessione semplice lo si esegue in modo molto rapido



il momento M di progetto lo si considera come somma di due contributi il primo relativo alla sezione a semplice armatura il secondo alla armatura anche in zona compressa

$M = M' + \Delta M$ *da cui*

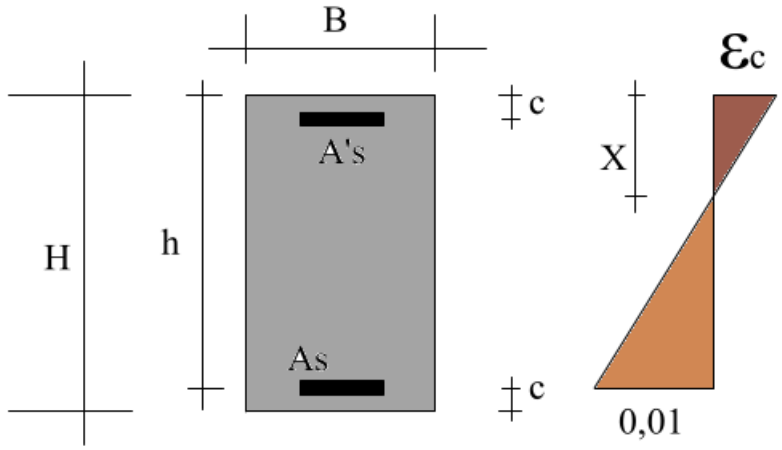
$h = r*\sqrt{M'/b}$; $A_{ST} = M/(f_{Yd} * 0{,}9 * h)$

L'armatura in zona compressa $A_{SC} = \Delta M / (h-c)$

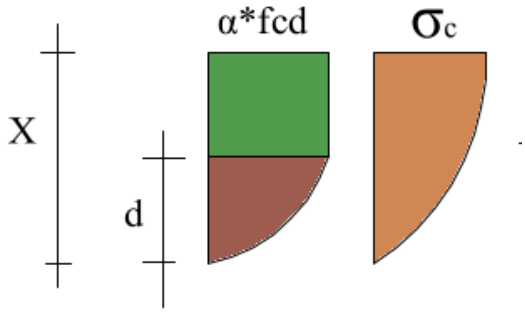
La armatura tesa inferiore $A_S = A_{ST} + A_{SC}$;

La armatura compressa superiore $A'_S = A_{SC}$;

Verifica a flessione della sezione :



Possono verificarsi due casi $0{,}002 < \varepsilon_C \leq 0{,}0035$; $\varepsilon_C \leq 0{,}002$;



il primo diagramma degli sforzi di compressione nel cls per $0{,}002 < \varepsilon_C \leq 0{,}0035$;
il secondo diagramma per $\varepsilon_C \leq 0{,}002$;

la ipotesi è sempre di rottura nell'acciaio teso seconda regione con max deformazione pari a 1% La equazione di equilibrio alla traslazione orizzontale

$\alpha * f_{cd} * b * X * \psi - f_{yd} * A_s + \sigma_S * A'_s = 0$

dal principio di conservazione delle sezioni piani $\varepsilon_C = 0{,}01 * X/(h-X)$;

$\varepsilon_S = 0{,}01 * (X-c)/(h-X)$; *per* $\varepsilon_C \leq 0{,}002$ *risulta* $\varepsilon_S < f_{yd}/E_s \quad \sigma_S = \varepsilon_S * E_s$

per $\varepsilon_C > 0{,}002$ *risulta* $\varepsilon \quad \sigma_S = f_{yd}$

Negli anni 60 quando non si disponeva di calcolatrici scientifiche in grado di risolvere gli integrali la verifica veniva eseguita per tentativi dove per ogni valore della deformazione max nel calcestruzzo compresso si determinava la ψ *; la verifica la eseguiamo attraverso una equazione di primo grado per* $0{,}002 < \varepsilon_C \leq 0{,}0035$ *; e di terzo grado per* $\varepsilon_C \leq 0{,}002$ *; assumendo come incognita* $\xi = X/h$.
I valori tabellati riportati nel testo di Tecnica delle costruzioni di Elio Giangreco

Tabella III

ξ	ψ	λ
0.0800	0.37178	0,34746
0,0900	0,41299	0.34978
0,1000	0,45267	0,35227
0,1100	0,49068	0,35495
0,1200	0,52686	0,35784
0,1300	0,56106	0,36097
0,1400	0,59312	0,36436
0,1500	0,62284	0,36806
0,1600	0,65004	0,37209
0,1667	0,66674	0,37502
0,1700	0,67451	0,37652
0,1800	0,69629	0,38126
0,1900	0,71579	0,38611
0,2000	0,73333	0,39091
0,2100	0,74921	0,39559
0,2200	0,76364	0,40011
0,2300	0,77681	0,40444
0,2400	0,78889	0,40857
0,2500	0,80000	0,41250
0,259	0,80927	0,41587
0,2593	0,80953	0,416

$\xi = X/h$; $\psi = \int \sigma dA / (X * b * \alpha * f_{cd})$; $\lambda * X$ *distanza del baricentro dal bordo compresso*

se risulta $\varepsilon_{CO} \leq 0{,}002$ *con* $\varepsilon_{Co} = 0{,}01*X/(h-X)$ *gli estremi di integrazione 0 e X*

$b*\int \sigma dy = b*\int 1000*|\varepsilon_{Co}*Y/X|*(-250*\varepsilon_{Co}*Y/X+1)*\alpha*f_{cd}\,dy =$

$=b*1000*\alpha*fcd*[-250*\varepsilon_{Co}^2*X/3 + \varepsilon_{CO}*X/2] =$

$\xi=\varepsilon_{CO}/0{,}01 \qquad \varepsilon_{CO} = 0{,}01*\xi \qquad X = h*\xi$

$= b*1000*\alpha*fcd*[-250*(0{,}01*\xi)^2*h*\xi/3+0{,}01*\xi)*h*\xi/2]$

se risulta $0{,}002 < \varepsilon_C \leq 0{,}0035$;

$b*\int \sigma dy = b*1000*\alpha*fcd*[-250*0{,}002^2*h*\xi/3 + 0{,}002*h*\xi/2] + \alpha*f_{cd}*b*h*(\xi-0{,}2)$

$0{,}002/d = \varepsilon_{CO}/X \;;\; d = X*0{,}002/\varepsilon_{CO} \;;\; X-d = h*(\xi-0{,}2)$

le equazioni di equilibrio diventano $\varepsilon_{CO} \leq 0{,}002$ ***equazione di terzo grado***

$b*1000*\alpha*fcd*[-250*(0{,}01*\xi)^2*h*\xi/3+0{,}01*\xi)*h*\xi/2] - f_{yd}*A_s + \sigma_S*A'_s = 0$

$\sigma_S = E_S*0{,}01*(X-c)/(h-X) = E_S*0{,}01*(\xi-c/h)/(1-\xi)$

$b*1000*\alpha*fcd*[-250*(0{,}01*\xi)^2*h*\xi/3+0{,}01*\xi)*h*\xi/2]$

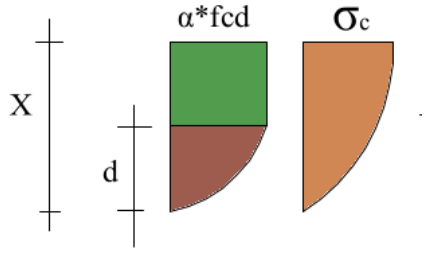
$-f_{yd}*A_s+E_S*0{,}01*(\xi-c/h)/(1-\xi)*A'_s = 0$

per $0{,}002 < \varepsilon_C \leq 0{,}0035$ ***; equazione di primo grado***

$b*1000*\alpha*fcd*[-250*0{,}002^2*h\xi/3+0{,}002*h*\xi/2+\alpha*f_{cd}*b*h*(\xi-0{,}2)-f_{yd}*A_s+f_{yd}*A'_s = 0$

Da queste equazioni di equilibrio è possibile calcolare la profondità dell'asse neutro

$\xi = X/h$ *, possiamo utilizzare un metodo più semplice se calcoliamo l'area della parabola degli sforzi di compressione*



$\varepsilon_{CO} \leq 0{,}002$

$C = 2/3*X*b*\sigma_C = 2/3*X*\ b*1000*|\varepsilon_{Co}|*(-250*\varepsilon_{Co}+1)*\alpha*f_{cd}$

$\varepsilon_{Co} = 0{,}01*X/h$

$C = 2/3*X*\ b*1000*|0{,}01*X/h|*(-250*0{,}01*X/h\ +1)*\alpha*f_{cd}$

L'equazione di equilibrio di terzo grado in X

$2/3*X*b*10*|X/h|*(-2{,}50*X/h+1)*\alpha*f_{cd} - f_{yd}*A_s + E_S*0{,}01*(X-c)/(h-X)*A'_s = 0$

per $0{,}002 < \varepsilon_C \leq 0{,}0035$;

$C = \ 2/3*d*\ b*1000*|0{,}002|*(-250*0{,}002+1)*\alpha*f_{cd}\ + b*\alpha*f_{cd}\ *(X-d)$

$d = X*0{,}002/\varepsilon_{CO} \quad X-d = 1{,}2*X-\ 0{,}2*h \quad \varepsilon_{CO} = 0{,}01*X/(h-X) \quad d = 0{,}2*(h-X)$

$C=2/3*0{,}2*(h-X)*b*1000*|0{,}002|*(-250*0{,}002+1)*\alpha*f_{cd} + b*\alpha*f_{cd}\ *(1{,}2*X-\ 0{,}2*h)$

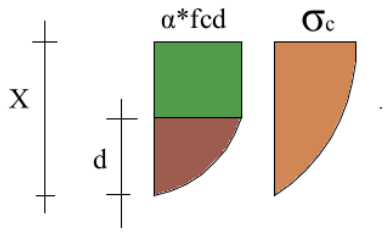
L'equazione di equilibrio di primo grado in X

$2/3*0{,}2*(h-X)*b*1000*|0{,}002|*0{,}50*\alpha*f_{cd}+b*\alpha*f_{cd}*(1{,}2*X-0{,}2*h) - f_{yd}*A_s+f_{yd}*A_s=0$

Nota la X si deve calcolare il momento ultimo resistente della sezione ;

L'ordinata del baricentro di un settore di parabola $Y_G=3/5*Y_O$; $X_G=3/8*X_O$

$Y_G=\int(Y_O-ax^2)*(Y_O-y)dx/\int(Y_O-ax^2)dx = 3/10*Y_O$



$\varepsilon_{CO} \leq 0{,}002$ *la distanza dal bordo compresso* $\lambda*X=(1-3/5)*X$

$0{,}002 < \varepsilon_C \leq 0{,}0035$ *la distanza dal bordo compresso* $\lambda*X$ *per* $d = 0{,}2*(h-X)$

$\lambda*X=[(\alpha*fcd*(X-d)^2/2)+\ 2/3*\alpha*fcd*d*(X-d+(1-3/5)*d)]/(\alpha*fcd*(X-d)+2/3*\alpha*fcd*d)$

$\lambda*X=[(X-d)^2/2)+2/3*d*(X-d+(1-3/5)*d)]/((X-d)+2/3*d)$

Il momento ultimo e resistente della sezione $\mathbf{0{,}002 < \varepsilon_{CO} \leq 0{,}0035}$

$M_{RD} = C*X*(1-\lambda) + f_{yd}*A*(h-X) + f_{yd}*A's\,(X-c)$

$C = 2/3*0{,}2*(h-X)*b*1000*|0{,}002|*(-250*0{,}002+1)*\alpha*f_{cd} + b*\alpha*f_{cd}*(1{,}2*X - 0{,}2*h)$

Il momento ultimo e resistente della sezione $\mathbf{\varepsilon_{CO} \leq 0{,}002}$

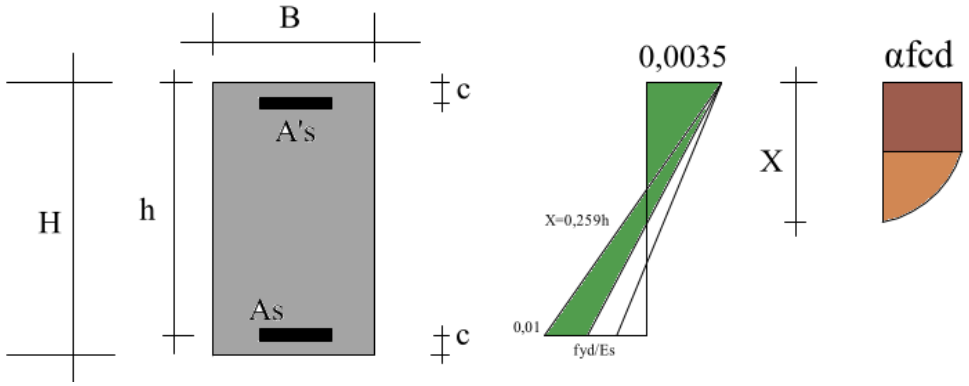
$M_{RD} = C*X*(1-\lambda) + f_{yd}*A*(h-X) + \sigma_S*A's*(X-c)$

$C = 2/3*0{,}2*(h-X)*b*1000*|0{,}002|*(-250*0{,}002+1)*\alpha*f_{cd} + b*\alpha*f_{cd}*(1{,}2*X - 0{,}2*h)$

Verifica a pressoflessione della sezione: III regione

La rottura avviene nel cls per raggiungimento della max deformazione 0,0035, nell'acciaio $f_{yd}/E_s \leq \varepsilon_s \leq 0{,}01$ *; la terza regione è compresa tra le rette*

$X = 0{,}259*h$; $X = 0{,}648*h$



$fyd/Es\,/(h-X) = 0{,}0035/X \quad X*fyd/Es = -0{,}0035*X + 0{,}0035*h$

$X = 0{,}0035*h\,/(fyd/Es + 0{,}0035)$ *che per Acciaio B450* $fyd = 391$ *N/mmq*

La verifica è molto semplice , dall'equilibrio alla traslazione orizzontale

$P = b*X*\alpha*fcd*\psi + f_{yd}*A's - f_{yd}*As$ *il coefficiente come già visto* $\psi = 0{,}80953$

$X = [P-(f_{yd}*A's - f_{yd}*A)]/(b*\alpha*fcd*\psi)$

Il momento ultimo e resistente lo calcoliamo rispetto al baricentro geometrico della sezione

$M_{RD} = b*X*\alpha*fcd*\psi*(H/2-0{,}416*X) + f_{yd}*As*(H/2-c) + f_{yd}*A's*(H/2-c)$

Volendo eseguire il ***progetto di una sezione in cemento armato a pressoflessione*** *quale un pilastro del quale conosciamo la base B , sollecitata da un momento M ed uno sforzo normale P ;*

affidiamo tutto lo sforzo normale P al cls

$P = b*X*\alpha*fcd*\psi \quad ; \quad X = P/(b*\alpha*fcd*\psi)$;

possiamo calcolare l'altezza h dalla limitazione $0{,}259*h \leq X \leq 0{,}648*h$

Le armature metalliche simmetriche danno un momento

$\Delta M = (h-c)*f_{yd}*A_S = (h-c)*f_{yd}*A'_S \quad M = M_O + \Delta M$;

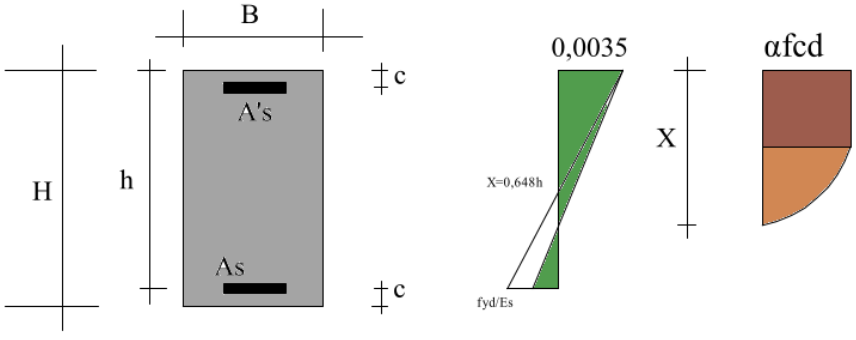
la posizione dell'asse neutro la X resta invariata $f_{yd}*A_S = f_{yd}*A'_S$

$M_O = b*X*\alpha*fcd*\psi*X*(1-0{,}416) \; ; \; \Delta M = M - M_O$

$A_S = A'_S = \Delta M/(h-c)*f_{yd}$

Verifica a pressoflessione della sezione: IV regione

La rottura avviene nel cls per raggiungimento della max deformazione 0,0035, nell'acciaio $0 \leq \varepsilon_s \leq f_{yd}/E_s$;



$P = b*X*\alpha*fcd*\psi + f_{yd}*A's - \sigma_S*As \quad con \quad \sigma_S = E_S*\varepsilon_s$

dal principio di conservazione delle sezioni piane

$0{,}0035/X = \varepsilon_s/(h-X) \; ; \; \varepsilon_s = 0{,}0035*X/(h-X)$

l'equazione di equilibrio

$P = b*X*\alpha*fcd*\psi + f_{yd}*A's - 0{,}0035*X/(h-X)*E_S*As$

La X può essere calcolata tramite una equazione di II grado

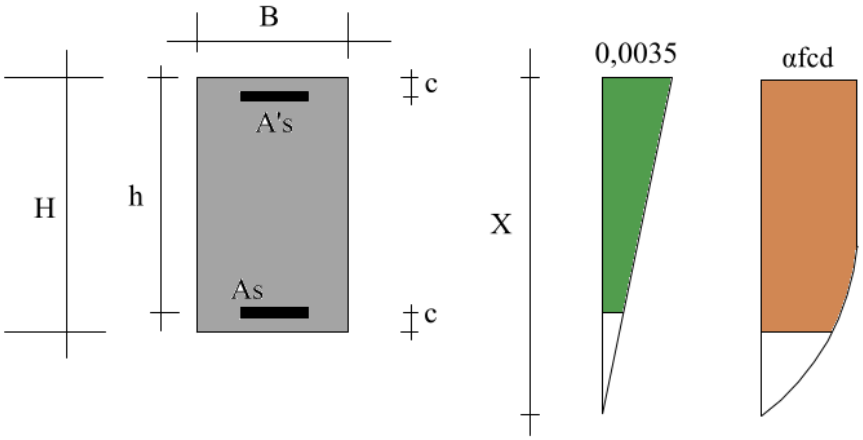
$P*(h-X)=b*X*\alpha*fcd*\psi*(h-x)+f_{yd}*A's*(h-X)-0{,}0035*X*E_S*As$

$b*X^2*\alpha*fcd*\psi+(f_{yd}*A's+P+0{,}0035E_S*As)*X+(P-f_{yd}*A's)*h=0$

Il momento ultimo resistente

$M_{RD}=b*X*\alpha*fcd*\psi*(H/2-0{,}416*X)+\sigma_S*As*(H/2-c)+f_{yd}*A's*(H/2-c)$

Verifica a pressoflessione e compressione semplice della sezione: V-VI regione



Per la pressoflessione con sezione di cls tutta compressa , l'equazione di equilibrio alla traslazione orizzontale delle tensioni

$P=b*X*\alpha*fcd*\psi+f_{yd}*A's+\sigma_S*As$

$con\quad \sigma_S=E_S*\varepsilon_s\quad se\quad \varepsilon_s\le f_{yd}/E_S\qquad \sigma_S=f_{yd}\quad se\quad \varepsilon_s>f_{yd}/E_S$

il coefficiente ψ = *Area del diagramma delle tensioni /area del rettangolo*

area del rettangolo $= b*X*\alpha*fcd$

Area del diagramma delle tensioni

$b*[2/3*d*\alpha*fcd+(X-d)*\alpha*fcd-2/3*(X-H)\alpha*fcd]$

$0{,}002/d=0{,}0035/X\quad ;\ d=X*0{,}5714$

$b*[2/3*X*0{,}5714*\alpha*fcd+0{,}4286*X*\alpha*fcd-2/3*(X-H)\alpha*fcd]$

$\psi=[2/3*0{,}5714+0{,}4286-2/3*(1-H/X)]=0{,}80953-2/3*(1-H/X)$

L'equazione ci consente di ricavare la X

$P = b*X*\alpha*fcd*[0,80953 - 2/3*(1-H/X)] + f_{yd}*A's + \sigma_S*As$

per $\sigma_S = f_{yd}$ *se* $\varepsilon_s > f_{yd}/E_S$

$P = b*X*\alpha*fcd*[0,80953 - 2/3*(1-H/X)] + f_{yd}*A's + f_{yd}*As$

per $\sigma_S = E_S*\varepsilon_s$ *se* $\varepsilon_s \leq f_{yd}/E_S$ $\varepsilon_s = 0,0035*h/X$

$P = b*X*\alpha*fcd*0,80953 - 2/3*(1-H/X) + f_{yd}*A's + 0,0035*h/X*E_S*As$

Il momento ultimo resistente della sezione riferito al baricentro geometrico

$M_{RD} = b*X*\alpha*fcd*\psi*\lambda_G + \sigma_S*As*(H/2-c) + f_{yd}*A's*(H/2-c)$

la distanza del punto di applicazione degli sforzi di compressione dal bordo superiore compresso

$\lambda_G = [0,3367*X^2 - 0,26733*(X-H)^2 + 2/3*(X-H)*H)] / [0,80953\,X - 2/3*(X-H)]$

Per la compressione semplice *si limita la deformazione nel cls al valore 0,002*

$P_{RD} = B*H*\alpha*f_{cd} + f_{yd}*A_S \geq P_{SD}$

A_S *area di ferro della intera sezione compressa*

I valori di ψ *e* λ *sono riportati in tabella dal testo Tecnica delle costruzioni di Elio Giangreco*

1,00	0,80953	0,41597	1,65	0,95831	0,48446
1,05	0,83894	0,43144	1,70	0,96153	0,48571
1,10	0,86204	0,44284	1,75	0,96438	0,48681
1,15	0,88049	0,45153	1,80	0,96693	0,48779
1,20	0,89548	0,45832	1,90	0,97127	0,48944
1,25	0,90782	0,46374	2,00	0,97481	0,49007
1,30	0,91809	0,46814	2,25	0,98125	0,49318
1,35	0,92674	0,47177	2,50	0,98551	0,49475
1,40	0,93409	0,47480	2,75	0,98846	0,49583
1,45	0,94039	0,47736	3,00	0,99059	0,49661
1,50	0,94583	0,47954	3,50	0,99341	0,49763
1,55	0,95054	0,48142	4,00	0,99513	0,49825
1,60	0,95467	0,48304	5,00	0,99702	0,49893
				1,00000	0,50000

Rispetto alla tabella sopra riportata il coefficiente ψ è definito come il rapporto tra le due aree , area verde e area del rettangolo

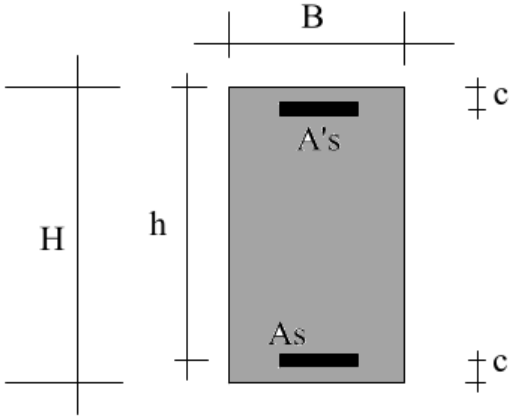
$C=b*X*\alpha*fcd*[0,80953 -2/3*(1-H/X)]$

Il rapporto tra l'area parabola rettangolo e l'area rettangolare ψ =0,80953, all'area degli sforzi di compressione va sottratta l'area marrone -2/3(1-H/X)*

$\psi =0,80953- 2/3*(1-H/X)$

Il dominio di resistenza M-N

Costruiamo il dominio di rottura per una sezione in cemento armato a doppia armatura simmetrica $A_S = A'_S$;



per la costruzione del dominio di rottura si considerano dei punti significativi , immediati sono quelli relativi alla trazione semplice e compressione semplice
$T = f_{YD} * 2 * A_S$; $N = B*H*\alpha*f_{cd} + f_{YD} * 2 * A_S$ *sull'asse delle ascisse*
Si potrebbero definire i punti relativi alle varie regioni per

$X = 0,259*h$; $X = 0,648*H$, *ed il punto al quale corrisponde il max momento*

Punto 1
*P = α*fcd*b*0,259*h* 0,80953 ;*

*M = α*fcd*b*0,259*h* 0,80953 *(H/2-0,416*0,259*h) +f_{YD}*2*A_S *(H/2-c)*

Punto 2
*P = α*fcd*b*0,648*h* 0,80953 ;*

*M = α*fcd*b*0,648*h* 0,80953 *(H/2-0,416*0,259*h) +f_{YD}*2*A_S *(H/2-c)*

Punto di max momento

Corrisponde alle due armature superiori ed inferiori snervate per le quali

*P = α*fcd*b*X *ψ+f_{YD}*A_S - f_{YD}*A'_S= α*fcd*b*X * ψ*

*Il momento resistente è max per ψ = 0,80953 X = P/(α*fcd*b*X *0,80953)*

*M_{RD} = α*fcd*b*X*0,80953 *(H/2- 0,416*X)+2*f_{YD}*A_S (H/2-c)*
il dominio di rottura M-N è simmetrico rispetto all'asse delle ascisse

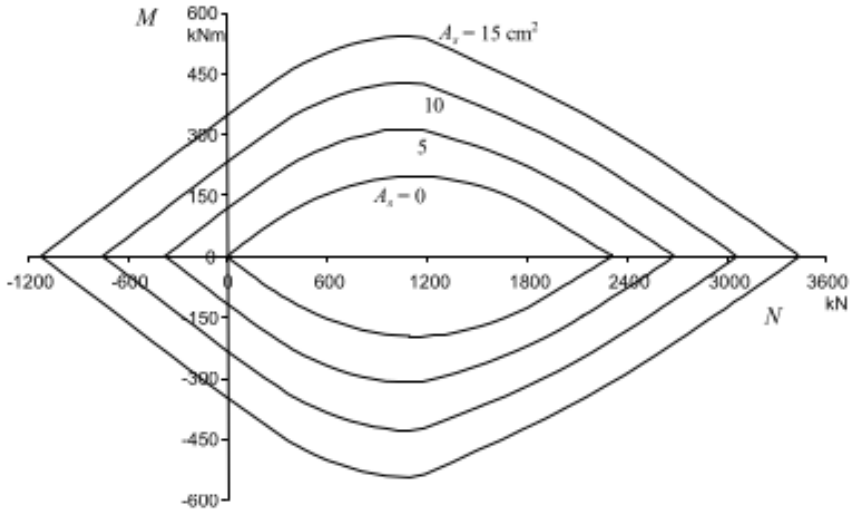


Fig. 2. Dominio *M-N* per sezione 30×70 – stato limite ultimo

Assegnata una coppia di valori N_{SD} ed M_{SD} ,si individua un punto P all'interno del dominio di coordinate P(N_{SD} ,M_{SD}) , facendo crescere in modo proporzionale le due sollecitazioni si definisce un coefficiente di sicurezza

$S = [(k*N_{SD})^2+(k*M_{SD})^2]^{1/2}/[(N_{SD})^2+(M_{SD})^2]^{1/2}$

S = k dove k è la intensità del vettore inclinato di un angolo β= arctg(M_{SD} /N_{SD}) con origine nel Punto P e vertice sulla frontiera del dominio

La verifica a pressoflessione deviata

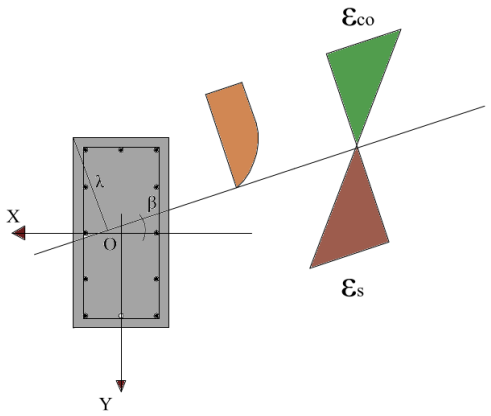
La verifica a pressoflessione deviata considera due momenti flettenti in direzione X ed Y , di solito le verifiche dei pilastri vengono eseguite considerando i due momenti separati ovvero come non agenti contemporaneamente ma la combinazione dellea-zioni sismiche prevede $E_X \pm 0{,}30 * E_Y$; e viceversa $E_Y \pm 0{,}30 * E_X$; quindi un pila-stro di un edificio è sollecitato da M_X ; M_Y ; P.
La verifica a flessione deviata la si esegue con la formula:

$$(M_{SDX}/M_{RDX})^{\alpha 1} + (M_{SDY}/M_{RDY})^{\alpha 2} \leq 1$$

con $\alpha_1 = \alpha_2 = 1{,}5$
L'asse neutro è inclinato le incognite del problema sono la sua profondità e l'angolo di inclinazione β. I due momenti flettenti come lo sforzo normale danno soltanto ten-sioni normali ortogonali al piano della sezione , l'equazione di equilibrio alla trasla-zione

$$P = \int \sigma dA + \sum \sigma_{SI} * A'_{SI} - \sum \sigma_{SI} * A_{SI}$$

A_{SI} area di ferro tesa ; A'_{SI} area di ferro compressa



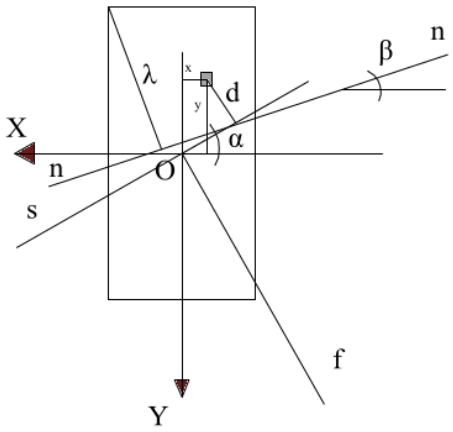
La inclinazione dell'asse neutro con il metodo alle tensioni ammissibili e nella ipote-si di elasticità lineare veniva determinato dalla considerazione che l'asse neutro e l'asse di flessione sono coniugati rispetto alla ellisse centrale di inerzia $I_{NS} = 0$, per cui si aveva una ulteriore equazione a disposizione . Con il metodo allo stato limite ultimo possiamo determinare l'angolo β imponendo che il momento $M_S = 0$

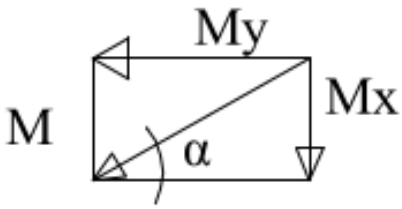
$$M_X = \int \sigma * y dA + \sum \sigma_{SI} * A'_{SI} * y_i - \sum \sigma_{SI} * A_{SI} * y_i$$

$$M_Y = \int \sigma * x dA + \sum \sigma_{SI} * A'_{SI} * x_i - \sum \sigma_{SI} * A_{SI} * x_i$$

$$M_S = \int \sigma * d dA + \sum \sigma_{SI} * A'_{SI} * d_i - \sum \sigma_{SI} * A_{SI} * d_i = 0$$

dove la generica distanza $d = x*\sin\alpha + y*\cos\alpha$ con $\alpha = \text{arctg}\,(M_Y/M_X)$





Il momento Ms è calcolato rispetto all'asse di sollecitazione baricentrico , come per la flessione deviata , mentre in pressoflessione l'asse di sollecitazione passa per il centro di sollecitazione definito dalla eccentricità e = M/P.

Dalle 2 equazioni :

$$P = \int \sigma dA + \sum \sigma_{SI} * A'_{SI} - \sum \sigma_{SI} * A_{SI}$$

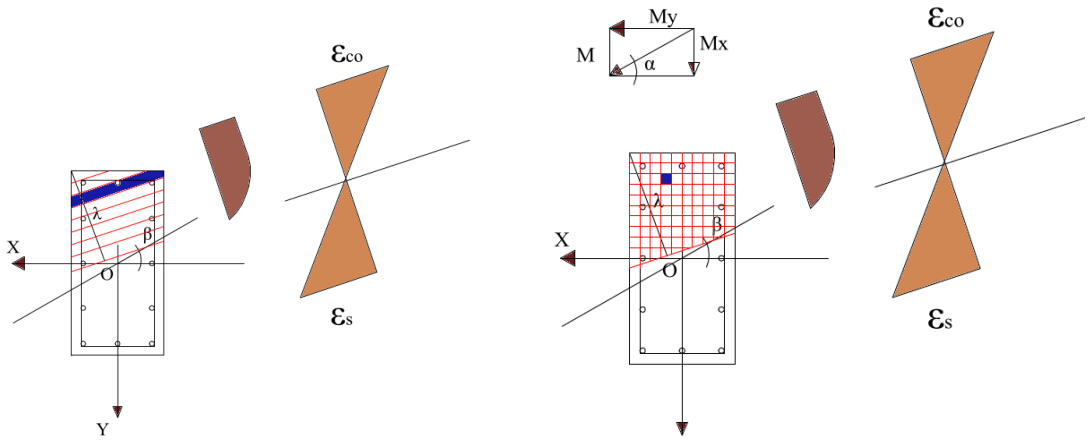
$$M_S = \int \sigma * (x * \sin\alpha + y * \cos\alpha) dx dy + \sum \sigma_{SI} * A'_{SI} * (x_i * \sin\alpha + y_i * \cos\alpha) -$$

$$\sum \sigma_{SI} * A_{SI} * (x_i * \sin\alpha + y_i * \cos\alpha) = 0$$

determiniamo la profondità λ e l'angolo di inclinazione β dell'asse neutro per le varie regioni corrispondenti alle condizioni di rottura dell'acciaio teso o del cls compresso. Si pone il problema della risoluzione degli integrali che può essere perseguita attraverso una discretizzazione della sezione in aree elementari o strisce

$$\int \sigma dA = \sum \sigma dx dy = \sum 1000 * |\varepsilon_{Co} * \lambda_n / \lambda| * (-250 * \varepsilon_{Co} * \lambda_n / \lambda + 1) * \alpha * f_{cd} \, dx dy$$

ε_{Co} *deformazione max nel cls compresso*



Nella modellazione a strisce l'area elementare $dA = B*\cos\beta *d\lambda$ *con B base dalla nostra sezione rettangolare, di conseguenza nella equazione viene definita la incognita* β *; per le strisce prossime allo spigolo l'area elementare* $dA = b*\cos\beta *d\lambda$ *dove b è la base ridotta della sezine conseguente alla inclinazione della striscia.*
Il dominio di resistenza è tridimensionale , l'equazione della superficie o frontiera

$$(N_{SD}/N_{RD})^{\alpha 1} +(M_{SDX}/M_{RDX})^{\alpha 2}+(M_{SDY}/M_{RDY})^{\alpha 3} = 1$$

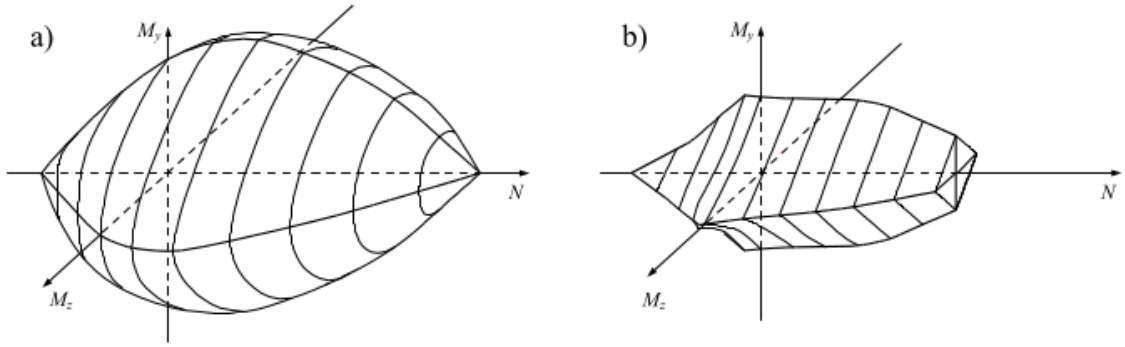


Fig. 8. Dominio M_y-M_z-N per pressoflessione deviata:
a) stato limite ultimo; b) tensioni ammissibili

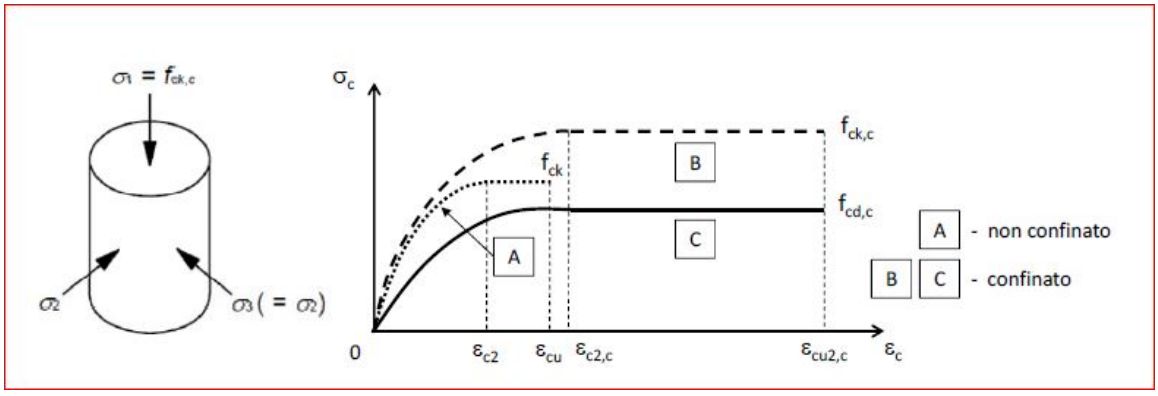
5- Il confinamento degli elementi strutturali

Le NTC 2018 hanno introdotto per travi e pilastri in cemento armato un incremento della resistenza a compressione del calcestruzzo che tiene conto dell'azione di confinamento esercitata dalla staffe di acciaio che impedisce la contrazione laterale del calcestruzzo traducendosi in un incremento della resistenza a compressione. La resistenza caratteristica a compressione

$$f_{CK,C} = f_{CK}*(1+5{,}0*\sigma_2/f_{CK}) \qquad per\ \ \sigma_2 \le 0{,}05*f_{CK}$$

$$f_{CK,C} = f_{CK}*(1{,}125+2{,}5*\sigma_2/f_{CK}) \qquad per\ \ \sigma_2 > 0{,}05*f_{CK}$$

Le deformazioni a compressione per il cls
$\varepsilon_{c2,C} = \varepsilon_{c2,}*(f_{CKC}/f_{CK})^2$; $\varepsilon_{cu2,C} = \varepsilon_{cU,} +0{,}2*\sigma_2/f_{CK}$; $f_{CDC} = \alpha_{CC}*f_{CKC}/\gamma_C$
σ_2 *pressione laterale di confinamento ;* $\varepsilon_{c2,}$ *ed* $\varepsilon_{cU,}$; $\sigma_2 = \alpha*\sigma_L$



α è un coefficiente di efficienza ; σ_L tensione laterale di confinamento

*Per sezione di **calcestruzzo rettangolare** , nelle due direzioni*

$\sigma_{LX} = (A_{st,X} * f_{YK;ST})/(s * b_Y)$; $\sigma_{LY} = (A_{st,Y} * f_{YK;ST})/(s * b_X)$;

$A_{st,X}$; $A_{st,Y}$; area trasversale parallela in direzione X e Y , s passo delle staffe

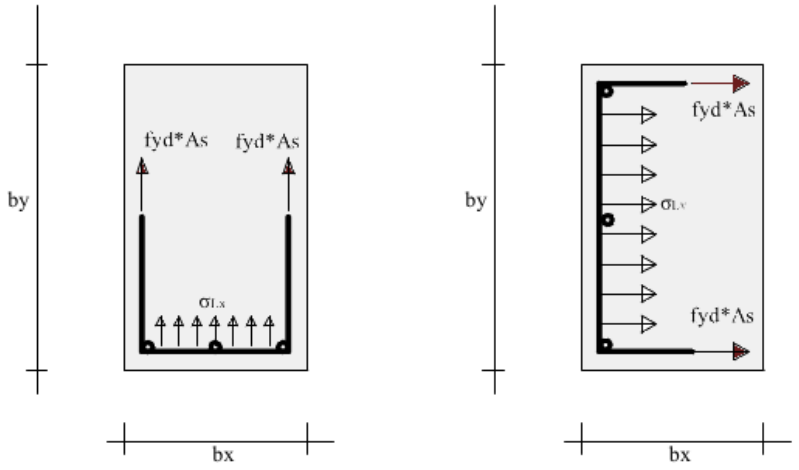
$f_{YK;ST}$ tensione snervamento acciaio b_X ; b_Y ; lati della sezione rettangolare ;

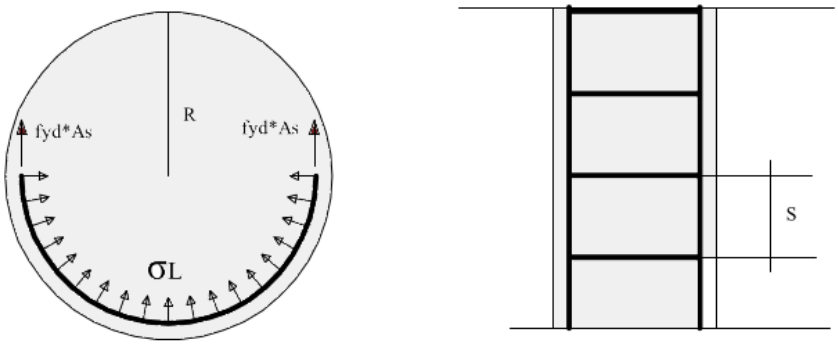
con $\sigma_L = \sqrt{(\sigma_{LX} * \sigma_{LY})}$

*Per sezione di **calcestruzzo circolare***

$\sigma_L = 2 * A_{st,} * f_{YK;ST} / (D * s)$ D diametro sezione , s passo delle staffe

Queste formule sono immediate derivano dalla azione di confinamento delle staffe rettangolari e circolari imponendo l'equilibrio tra la forza che sollecita la staffa e la-forze di confinamento $F_L = \sigma_L * s * b$; $F_L = \sigma_L * s * D$;





Il coefficiente di efficienza $\alpha = \alpha_n * \alpha_S$ per sezione rettangolare e circolare viene determinato come rapporto tra l'area efficace di calcestruzzo effettivamente confinata e l'area della sezione . L'area confinata è definita da archetti di parabola

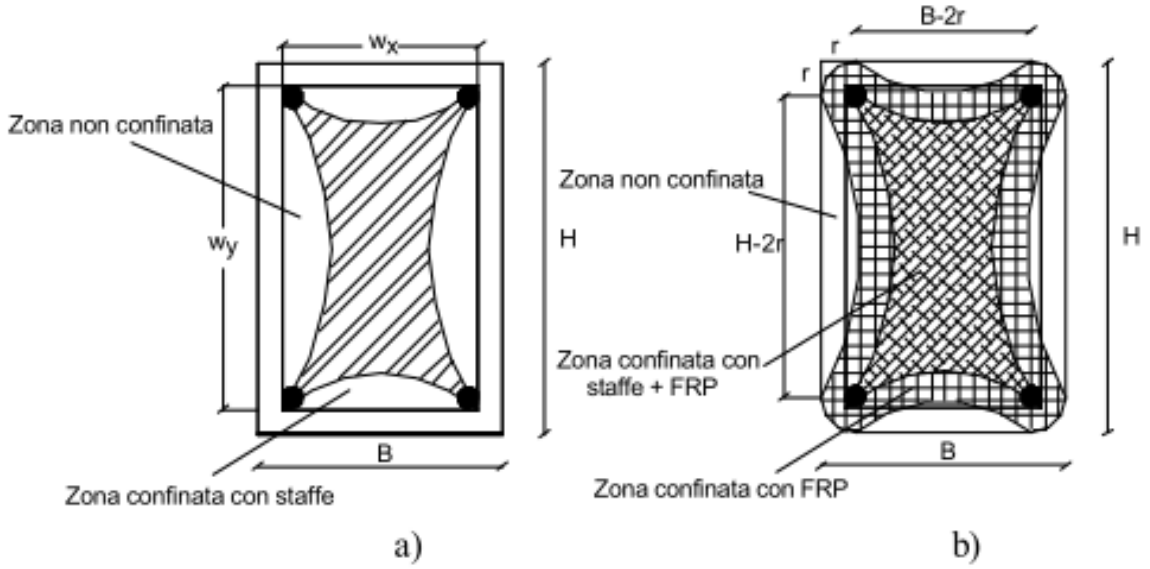


Figura 4. Zone effettivamente confinate: a) staffe b) staffe+FRP

Le aree comprese tra le parabole inferiori e superiori e l'asse della staffa

$A_{IS} = Wx^2/6$; $A_L = Wy^2/6$;

L'area efficace $A_{eff} = (Wx*Wy - A_{nc}) * (1-s/2*Wx)*(1-s/2*Wy)$

ovviamente attraverso i termini $s/2*Wx$ *e* $s/2*Wy$ *si tiene conto anche dell'area confinata lungo l'altezza per cui è più corretto parlare di volume confinato o efficace*

L'area non confinata $A_{nc} = 2* A_{IS} +2*A_L$ *il volume non confinato compreso tra due staffe*

$V_{nc} = (2* A_{IS} +2*A_L)* (1-s/2*Wx)*(1-s/2*Wy)$

$A_{eff} = (Wx*Wy - A_{nc})*\beta$; $A_{ncTOT} = \beta *A_{nc} +(1-\beta)*Wx*Wy$

con $\beta = (1-s/2*Wx)*(1-s/2*Wy)$

il coefficiente di efficienza $\alpha = \alpha_n*\alpha_S = A_{eff}/Wx*Wy$

$\alpha_n = (Wx*Wy - A_{nc})/(Wx*Wy) = 1- (2* A_{IS} +2*A_L)/(Wx*Wy)$

$\alpha_S = (1-s/2*Wx)*(1-s/2*Wy)$

Nella formulazione generale riportata nelle NTC dove si indica con b_I *la distanza tra due barre di armatura trasversale come indicato in figura*

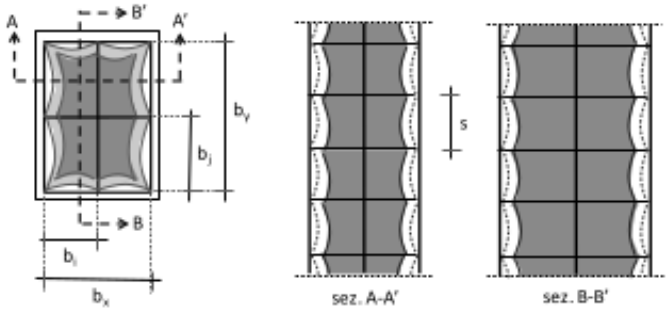


Figura C4.1.8- *Rapporto tra il volume di calcestruzzo effettivamente confinato e il volume di calcestruzzo racchiuso dalle staffe.*

i coefficienti di efficienza sono dati dalle formule

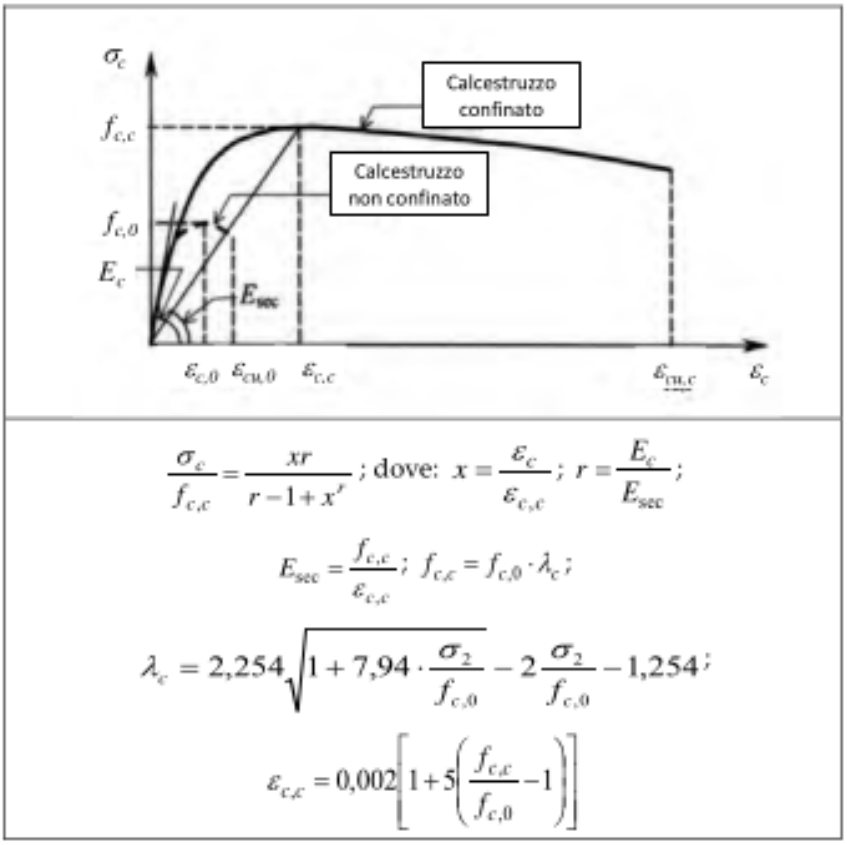
sezione rettangolare

$\alpha_n = 1 - \sum b_i^2/(6*b_{IX}b_{IY})$; $\alpha_S = [1-s/(2*b_X)]*[1-s/(2*b_X)]$;

sezione circolare

$\alpha_n = 1$; $\alpha_S = [1-s/(2*D_O)]$; D_O *diametro depurato del copriferro*

La circolare "istruzioni per l'applicazione delle NTC 2018 per il calcestruzzo confinato prescrive il seguente legame costitutivo tensione deformazione alternativo al diagramma parabola rettangolo



$$\frac{\sigma_c}{f_{c,c}} = \frac{xr}{r-1+x^r}\text{; dove: } x = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c,c}};\ r = \frac{E_c}{E_{sec}};$$

$$E_{sec} = \frac{f_{c,c}}{\varepsilon_{c,c}};\ f_{c,c} = f_{c,0}\cdot\lambda_c;$$

$$\lambda_c = 2{,}254\sqrt{1+7{,}94\cdot\frac{\sigma_2}{f_{c,0}}} - 2\frac{\sigma_2}{f_{c,0}} - 1{,}254;$$

$$\varepsilon_{c,c} = 0{,}002\left[1+5\left(\frac{f_{c,c}}{f_{c,0}}-1\right)\right]$$

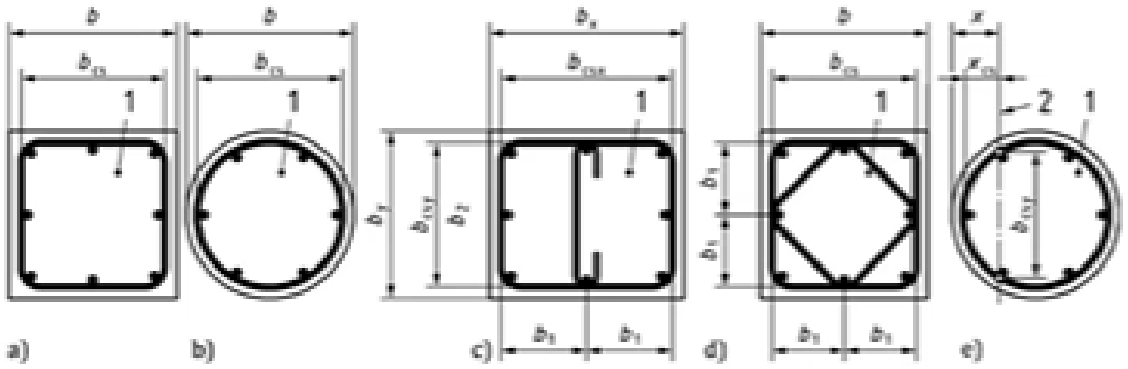
Figura C4.1.9- *Legame tensione-deformazione del calcestruzzo confinato con ramo "softening"*

L'eurocodice 2 EN 2023 da delle indicazioni non solo per quanto concerne l'incremento di resistenza a compressione per effetto del confinamento delle staffe ma anche per l'armatura di frettaggio di strutture precompresse ;

(2) The compressive strength increase of a concrete with $d_g \geq 32$ mm due to a transverse compressive stress σ_{c2d} may be calculated according to:

$$\Delta f_{cd} = 4 \cdot \sigma_{c2d} \qquad \text{for } \sigma_{c2d} \leq 0{,}6 f_{cd} \qquad (8.9)$$

$$\Delta f_{cd} = 3{,}5 \cdot \sigma_{c2d}^{3/4} \cdot f_{cd}^{1/4} \qquad \text{for } \sigma_{c2d} > 0{,}6 f_{cd} \qquad (8.10)$$



a) Square section b) Circular section c) Rectangular section d) Square section with multiple confinement reinforcement e) Section with axial force and flexure

Key

1 confined area $A_{c,conf}$

2 neutral axis

Figure 8.3 — Definition of dimensions of confinement reinforcement

L'incremento di tensione di compressione

$\Delta f_{CD} = 4 * \sigma_{C2D}$; *per* $\sigma_{C2D} \leq 0{,}6 * \sigma_{C2D}$;

$\Delta f_{CD} = 3{,}5 * \sigma_{C2D}^{3/4} - \sigma_{C2D}^{1/4}$ *per* $\sigma_{C2D} > 0{,}6 * \sigma_{C2D}$;

6-La verifica di duttilità

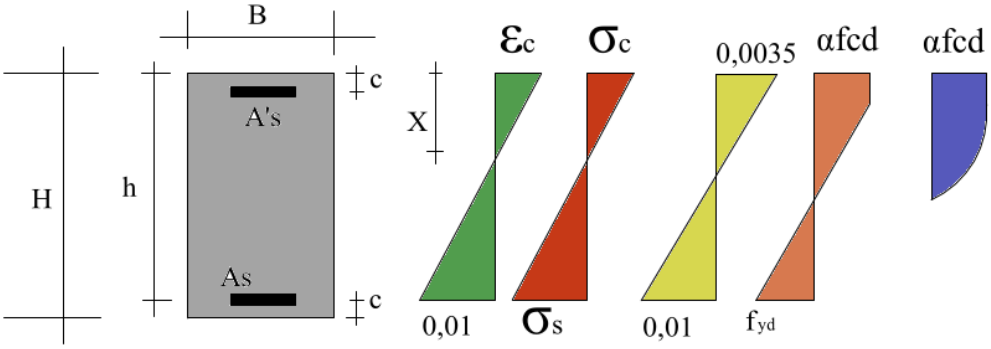
La verifica di duttilità delle sezioni in c.a inflesse e pressoinflesse è stata introdotta con le NTC 2018 e riguarda le costruzioni in cemento armato in zona sismica, contemplate nell'eurocodice 8 e non nell'eurocodice 2 che definisce delle regole per la progettazione e verifica di strutture in cemento armato. Le NTC per la valutazione della resistenza flessionale in assenze ed in presenza di sforzo normale fa le seguenti ipotesi che poi sono alla base della teoria del cemento armato :
– conservazione delle sezioni piane; diagramma deformazione lineare
– perfetta aderenza tra acciaio e calcestruzzo; $\varepsilon_S = \varepsilon_C$
– deformazione iniziale dell'armatura di precompressione considerata nelle relazioni di congruenza della sezione.
– resistenza a trazione del calcestruzzo nulla. $f_{CTD} = 0$

-Verifica di duttilità per flessione e pressoflessione

La duttilità di progetto viene calcolata in termini di curvatura , come rapporto tra

$\mu = 0{,}0035/\varepsilon_C \leq \mu_{Ed}$

poichè per sezione inflessa la rottura si attinge per il raggiungimento della max deformazione nell'acciaio teso pari a 1% , si ha una riserva di duttilità nel calcestruzzo compresa nel tratto $\varepsilon_C \div 0{,}0035$.
Utilizziamo per il calcolo del momento resistente della sezione il diagramma lineare per il cls



La massima duttilità della sezione corrisponde alla progettazione della sezione i rottura bilanciata dove

$M_{RD} = b*(0{,}259*h)^2*\alpha fcd*0{,}80953*(1-0{,}416)+fyd*A's*(0{,}259h-c)+fyd*As(h-0{,}259h)$

Il momento M_{RD} per deformazione $\varepsilon_C = 0{,}002$ $X = 0{,}1666h$

$M_{RD} = b*(0{,}166*h)^2*\alpha fcd*2/3*(1-3/5)+fyd*A's*(0{,}166\,h-c)+fyd*As(h-0{,}166h)$

$\mu = M_{RD}/M_{RD0{,}002}$ > della domanda di duttilità

Le NTC per flessione deviata introducono la formula vista in precedenza

$(M_{SDX}/M_{RDX})^{\alpha 1} + (M_{SDY}/M_{RDY})^{\alpha 2} \leq 1$

dove l'esponente α è funzione della geometria della sezione e dei parametri

$\upsilon = N_{ED}/N_{RCD}$; $\omega_t = fyd*A_t/N_{RCD}$;

riportato nella seguente tabella
-sezioni rettangolari

N_{Ed}/N_{Rcd}	0,1	0,7	1,0
α	1,0	1,5	2,0

-sezioni circolari o ellittiche $\alpha = 1$

la verifica di duttilità

$\phi_{YD} = \phi'_{YD} * M_{RD}/M_{YD}$

per sezione ***pressoinflessa*** *la rottura avviene per attingimento della max deformazione nel cls , con riserva di duttilità nell'acciaio teso nel tratto orizzontale*
Il max momento resistente a pressoflessione della sezione

$M_{RD} = b*(0{,}259*h)*\alpha fcd*0{,}80953*(h/2-0{,}416*0{,}259*h)$

$+fyd*A's*(h/2-c)+fyd*As(h/2-c)$

Il momento corrispondente alla deformazione dell'acciaio pari a fyd/Es

$M_{RD} = b*(0{,}648*h)*\alpha fcd*0{,}80953*(h/2-0{,}416*0{,}648*h)$

$+fyd*A's*(h/2-c)+fyd*As(h/2-c)$

Lo sforzo normale N

$N_{RDY} = b*(0{,}259*h)*\alpha fcd*0{,}80953+fyd*A's-fyd*As$

$N_{RD} = b*(0{,}648*h)*\alpha fcd*0{,}80953+fyd*A's-fyd*As$

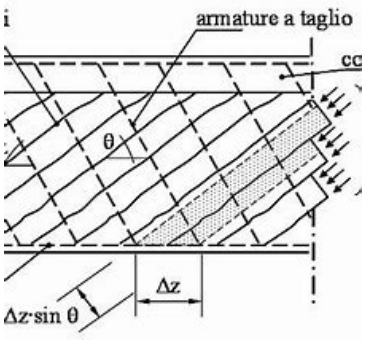
se l'armatura è simmetrica come succede nei pilastri $fyd*A's-fyd*As = 0$

la duttilità è definita come il rapporto tra i due sforzi normali

$\mu = N_{RD}/N_{RDY} > \mu_{ED}$ *domanda di duttilità*

7-La verifica a taglio

L'armatura a taglio in una trave può essere realizzata con ferri sagomati staffe e ferri di parete ai quali corrispondono meccanismi resistenti antichi derivati dal traliccio di Morsch contemplati nelle NTC ovvero nella schematizzazione della trave con puntoni bielle di cls e turanti in acciaio. Il diagramma del taglio ha un andamento lineare con valore max agli appoggi estremi , di conseguenza vi sono zone della trave da armare a taglio e zone dove l'armatura non è necessaria. L'andamento delle lesioni dovute alla trazione in una trave in c.a. ci consente di individuare in che modo armare la nostra trave

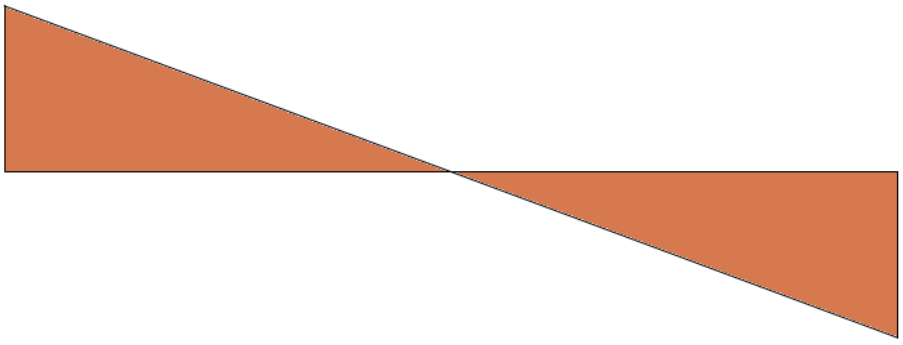


Il traliccio di Morsch corrispondente individua all'interno della nostra trave delle bielle compresse e dei tiranti ai quali far assorbire la trazione

Sagomati

Staffe

Diagramma taglio V



La verifica a taglio la eseguiamo in due fasi :

A-Travi in c.a. dove non occorre armatura a taglio
Verifica del solo calcestruzzo

B-Travi in c.a. da armare a taglio
Verifica bielle comprese calcestruzzo
Calcolo delle armature : staffe, sagomati, ferri di parete

-Travi in c.a. dove non occorre armatura a taglio

Le NTC 2018 riporta le seguente formule di verifica

$V_{RD} \geq V_{SD}$ *con*

$V_{RD} = max\{[0,18*k*(100*f_{ck}*\rho_1)^{1/3}/\gamma_C + 0,15*\sigma_{CP}]*h*b_W;$

$(\upsilon_{min} + 0,15*\sigma_{CP})* h*b_W\}$

h altezza utile sezione ,
b base della trave o larghezza staffa
f_{ck} *resistenza caratteristica a compressione cls ,*
$\gamma_C = 1,5$ *coefficiente parziale*
σ_{CP} *tensione di precompressione*
$k = 1+\sqrt{(200/h)} \leq 2$
$\upsilon_{min} = 0,0035*k^{3/2} *\sqrt{f_{ck}}$
ρ_1 *rapporto di armatura* $A_S/(b*h)$, A_S *armatura tesa longitudinale*

L'eurocodice 2 EN 1992

$V_{RD} = [\tau_{RD} *k*(1,2+40*\rho_1) +0,15*\sigma_{CP}]*h*b_W;$

i valori di τ_{RD} *sono riportati nella seguente tabella N/mmq*

	fck	*12*	*16*	*20*	*25*	*30*	*35*	*40*	*45*	*50*
$\gamma_C = 1,5$	τ_{RD}	*0,18*	*0,22*	*0,26*	*0,30*	*0,34*	*0,37*	*0,41*	*0,44*	*0,48*
$\gamma_C = 1,6$	τ_{RD}	*0,17*	*0,21*	*0,24*	*0,28*	*0,32*	*0,35*	*0,38*	*0,42*	*0,48*

k = 1 quando il 50% dell'armatura inferiore longitudinale è interrotta

k = 1,6- h $\geq$ *1 h altezza utile della sezione in metri*

ρ_1 *rapporto di armatura* $A_S/(b*h)$, A_S *armatura tesa longitudinale*

Il termine V_{RD} tiene conto :
*Aliquota del **taglio T_a** portata dalle tensioni tangenziali τ che si sviluppano nella zona di conglomerato compresso;*

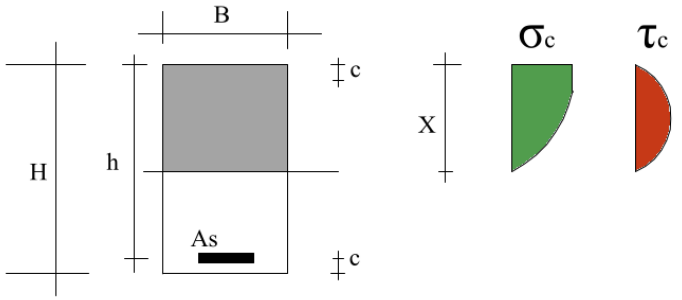
$$T_a = b*X*\sin\varphi*\alpha(\sigma,\tau)$$

b larghezza della sezione

X profondità asse neutro che definisce la zona compressa

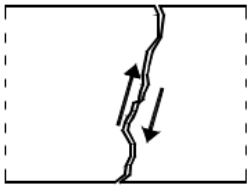
φ= 90° inclinazione della risultante di compressione C rispetto all'asse della trave

α(σ,τ) tensione ideale di rottura del conglomerato in uno stato biassiale

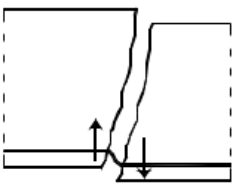


*Un'altra aliquota del **taglio T_b** viene portata dalle stessi bielle compresse che evidenziano le due lesioni successive ;*

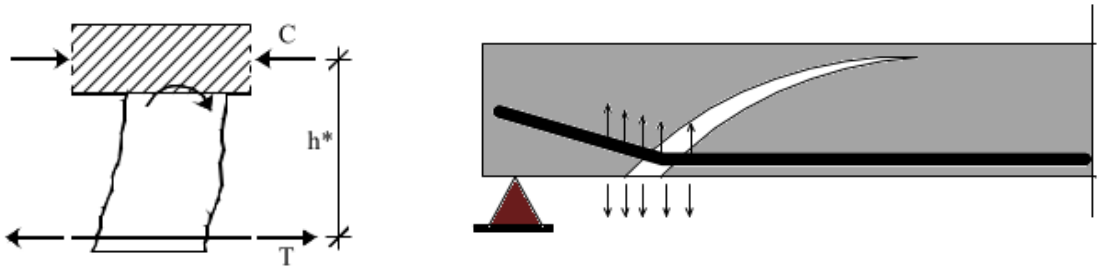
*Un'altra aliquota del **taglio T_C** viene portata per ingranamento degli inerti per effetto della forza che si trasmette attraverso una superficie lesionata quando i due lembi opposti tendono ad avere uno scorrimento relativo.*



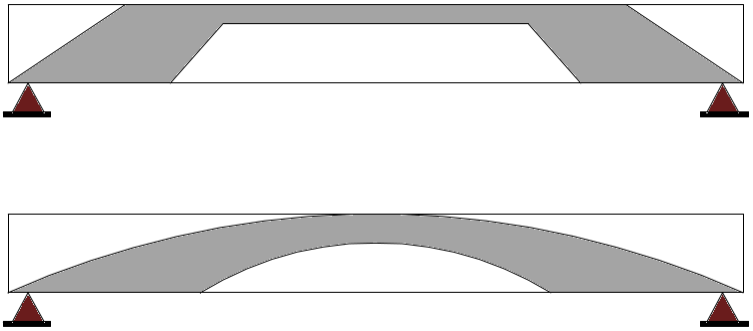
*Un'altra aliquota del **taglio T_D** viene portata per effetto spinotto delle barre di armatura longitudinale inferiore*



Un'altra aliquota del ***taglio T_E*** *per flessione del dente di calcestruzzo*



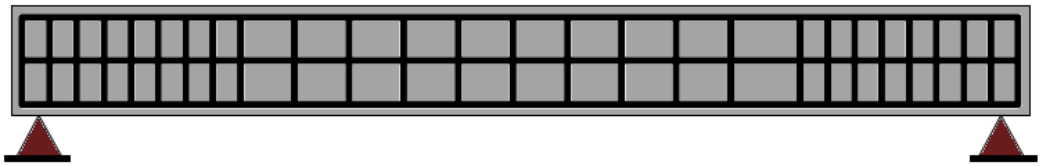
Un'altra aliquota del ***taglio T_F*** *viene portata per effetto arco nella trave*



Se risulta $V_{RD} < V_{SD}$ è necessario armare la nostra trave a taglio .

B-Travi in c.a. da armare a taglio

In una trave in cemento armato si è soliti disporre staffe e ferri di parete utili per contrastare le lesioni da ritiro nella mezzeria della trave, i sagomati non vengono più utilizzati . Le armature per una trave 30x60 consistono in staffe in prossimità degli appoggi del diametro 8 mm ad interasse di 10 cm che interessano una zona avente una lunghezza di 100 cm per luci usuali di 4-4,50 m e uno o due ferri di parete del diametro 14- 16 mm . Armature maggiori con staffe da 10 mm e passo ravvicinato di 5 cm sono difficile da porre in opera, poiché la staffa non viene legata con facilità e si crea un groviglio di ferri per cui è conveniente modificare la base della trave.



Le NTC come l'eurocode 2 prevedono la determinazioni di due valori della resistenza al taglio uno relativo alle bielle compresse e l'altro relativo alla armatura metallica

$V_{RDC} = 0{,}9*h*b*f_{cd}*\upsilon*\alpha_C*(cotg\alpha+cotg\theta)/(1+cotg\theta^2)$; biella compressa

$V_{RSD} = 0{,}9*h*A_{st}*f_{yd}/s*(cotg\alpha+cotg\theta)*sin\alpha$; armatura metallica

questa formula tenendo conto della inclinazione delle armature α calcola implicitamente i sagomati ; per α= 90° le staffe ; per ferri di parete e staffe nella ipotesi

per $\theta = 45°$ $V_{RSD} = 0{,}9*h*A_{st}*f_{yd}/(s*\sqrt{2}) + A_{sp}*f_{yd}/2$

Una sezione rettangolare a doppia armatura sollecitata a taglio ha il seguente diagramma delle tensioni tangenziali determinato tramite la solita formula

$\tau = V/I*S/b$

V taglio agente nella sezione
I momento di inerzia sezione reagente rispetto all'asse neutro
S momento statico della parte superiore rispetto alla corda
b corda pari alla larghezza della trave.

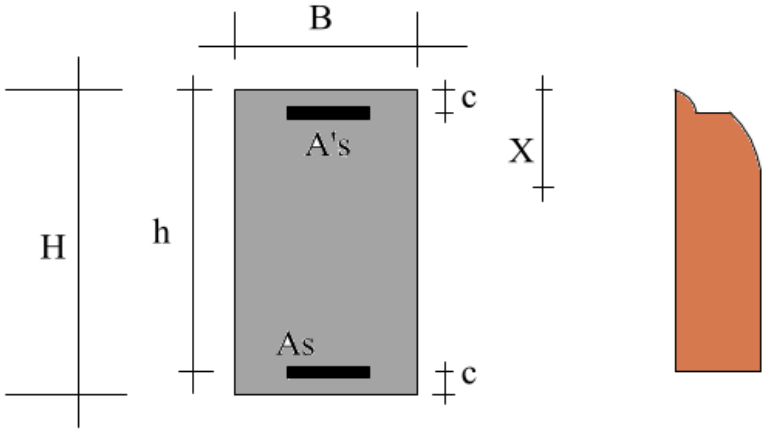
L'asse neutro viene determinato annullando rispetto ad esso il momento statico

$b*X^2/2 + n*A'_S*(X-c) - n*As*(h-X) = 0$ $n = Es/Ec = 15$

$I = b*X^3/3+n*A'_S*(X-c)^2 - n*As*(h-X)$

$S(Y) = b*Y^3/3+n*A'_S*(Y-c)^2$

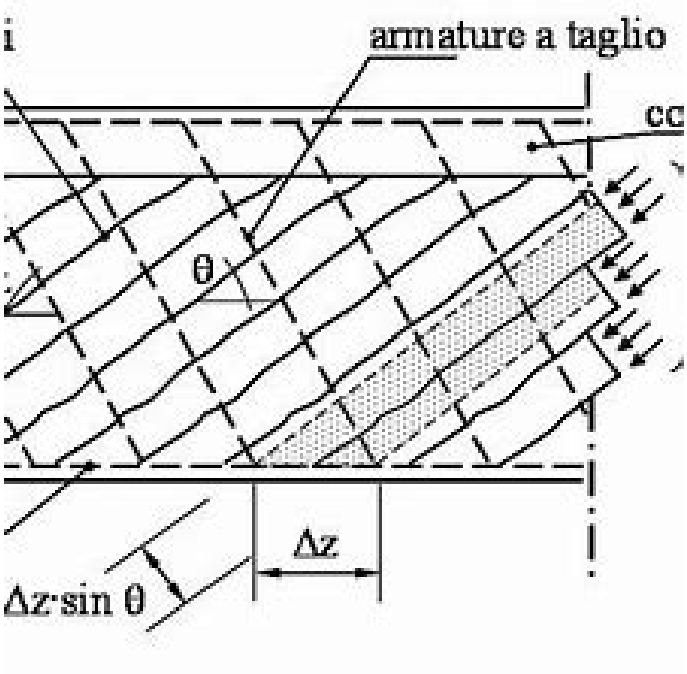
Y distanza della corda dal bordo compresso come in figura



La max tensione tangenziale sull'asse neutro per Y = X

$\tau_{MAX} = V/I*S_X/b$; $S_X = b*X^3/3+n*A'_S*(X-c)^2$

Traliccio di Morsch *calcolo armature metalliche*

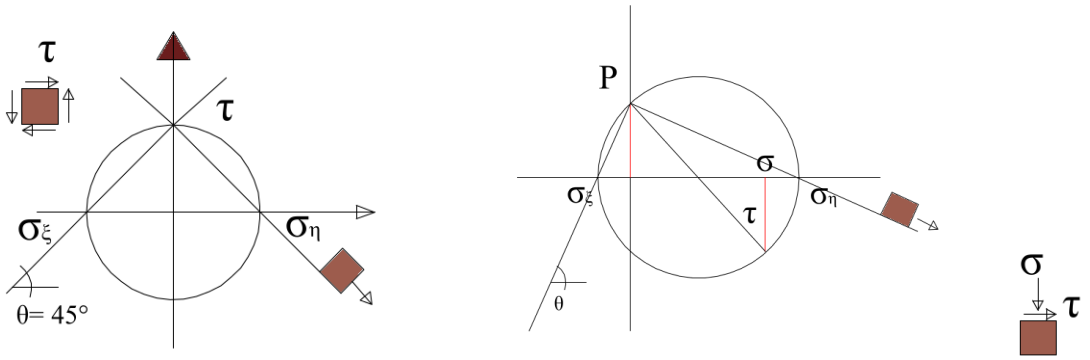


Come si progettava 50 anni fa affidando 40% del taglio ai sagomati a 45° ed il 60% alle staffe $V_{RSD} = V_{RSD1} + V_{RSD2}$

$V_{RSD1} = 0{,}40 * 0{,}9*h*A_{sag}*f_{yd}/s*(1+\cot g\theta)*\sqrt{2}/2$;

$V_{RSD2} = 0{,}60* 0{,}9*h*A_{st}*f_{yd}/s*\cot g\theta$

bisogna determinare la inclinazione delle lesioni che in situazioni di taglio puro ovvero assenza di sforzo normale nella trave sono inclinate a $\theta = 45°$;

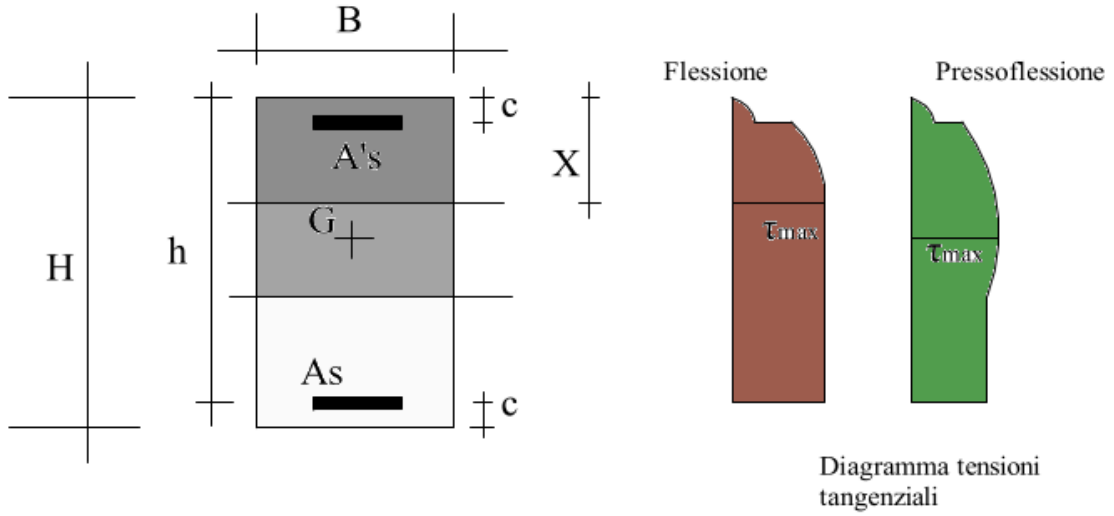


l'angolo θ *può essere calcolato tramite la formula* $tg\theta = \tau/\sigma_\xi$
per uno stato tensionale piano le tensioni principali di trazione e compressione

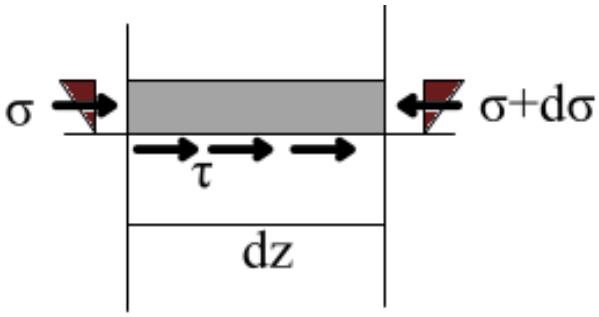
$$\sigma_\xi = \sigma/2 \pm [(\sigma/2)^2 + \tau^2]^{1/2}$$

σ_η

Se non si è in regime di taglio puro ma vi è una tensione normale di compressione o trazione dovuta asd uno sforzo normale siamo in presenza di una sezione pressoinflessa o tensoinflessa, la max tensione tangenziale si attinge sulla fibra baricentrica della sezione reagente e non sull'asse neutro della flessione.



La trattazione di Jourawsky impone l'equilibrio alla traslazione del concio di trave di lunghezza dz facendo riferimento alla formula di Navier $\sigma = M/I*Y$,
Lo scorrimento $S = \tau*b*dz = \int \sigma dA = 1/I * \int dM * y\, dA$



$V = dM/dz$; $\tau*b = V/I * \int y\, dA$; $\tau = V/I*S_X/b$;

per sezione pressoinflessa $\sigma = M/I*Y+N/A$ *, lo sforzo normale è costante*

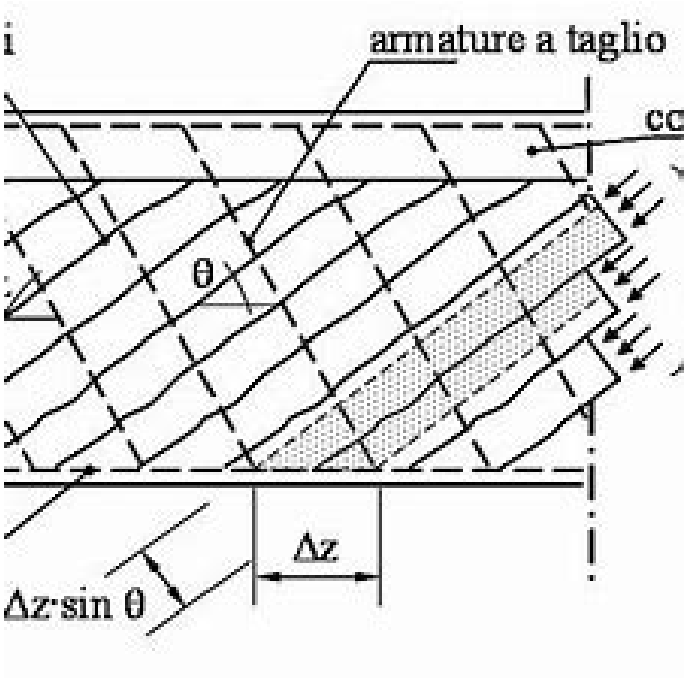
$dN/dz = 0$ $\int \sigma dA = V/I * \int y\, dA$; $\tau_{MAX} = V/I*S_X/b$;

$S_X = \int y\, dA$; *momento statico della sezione reagente* $S_X = b*X^3/3+n*A'_S*(X-c)^2$

La X è quella relativa alla fibra baricentrica della sezione reagente che non coincide con l'asse neutro della pressoflessione.

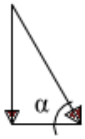
La dimostrazione della formula per il calcolo delle armature metalliche è molto semplice :

$V_{RSD} = 0{,}9*h*A_{st}*f_{yd}/s*(\cot g\alpha+\cot g\theta)*\sin\alpha$;



La lesione è inclinata di un angolo θ sulla sua superficie si genera una tensione di trazione , la lesione si forma quando questa tensione supera il valore limite f_{ctd}
La forza di trazione relativa alla armatura metallica inclinata di un angolo α sull'orizzontale

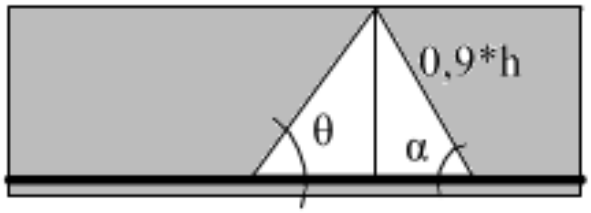
$N_{TV} = V/\sin\alpha$; $N_{TV} = \sigma_{SW} * n * A_{sw} = fyd * A_{sw} * 0{,}9 * h(\cot g\alpha + \cot g\theta) / s$



V taglio verticale ; N_{TV} *=forza di trazione della armatura*
n numero di ferri ; A_{sw} *area del singolo tondino di armatura ;*

$n * A_{sw} = L/s$ *s passo delle armature*

La lunghezza del tratto orizzontale $L = 0{,}9 * h(\cot g\alpha + \cot g\theta)$;



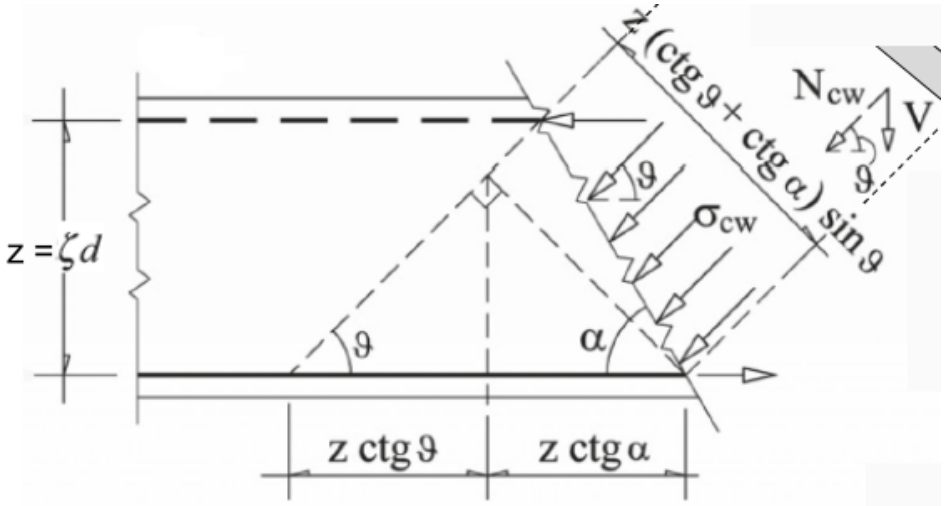
$V_{RDS} = fyd * A_{sw} * 0{,}9 * h/s * (\cot g\alpha + \cot g\theta) * \sin\alpha$;

La verifica della biella compresa di calcestruzzo

$V_{RDC} = 0,9*h*b*f_{cd}*\upsilon*\alpha_C*(cotg\alpha+cotg\theta)/(1+cotg\theta^2)$;

La risultante degli sforzi di compressione $N_{CV} = V/sin\theta$

$N_{CV} = f_{cd}*b*L = f_{cd}*b*0,9*h*(cotg\alpha+cotg\theta)*sin\theta$



$L=0,9*h*(cotg\alpha+cotg\theta)*sin\theta$ *lunghezza della biella*

$V_{RDC} = f_{cd}*b*L = f_{cd}*b*0,9*h*(cotg\alpha+cotg\theta)*sin\theta^2$

$sin\theta^2 = 1/(1+cotg\theta^2)$;

Se utilizziamo ferri di parete per armatura lesioni inclinate a 45° in regime di taglio puro la forza di trazione

N_{TV} *ha due componenti una verticale ed una orizzontale pari a* $N_{TV}/\sqrt{2}$

staffe $\alpha = 90°$ $cotg\alpha = 1$ $N_{TV} = V/sin\alpha$

$N_{TV}/\sqrt{2} = \sigma_{SW}*n*A_{sw} = fyd*A_{sw}*0,9*h/s$; $V_{RDSS} = fyd*A_{sw}*0,9*h/s*\sqrt{2}$

Ferri di parete

La componente orizzontale è pari a $N_{TV}/2$; $N_{TV}/\sqrt{2}*1/\sqrt{2}$

$V_{RDSP} = 2*fyd*n*A_{sp}$ A_{sp} *area ferro di parete* , *n numero ferri di parete*

Affinché sia soddisfatta la verifica a taglio deve essere

$V_{RDC} \leq V_{SD}$; $V_{RDS} \leq V_{SD}$;

Verifica a taglio secondo l'eurocode 2 EN 2023

L'eurocodice 2 EN 2023 impone tre livelli di verifica determinando una tensione tangenziale resistente τ_{RD} da confrontare con la τ_{ED}

$\tau_{ED} = V/I*S_X/b$ *che per sezione rettangolare* $\tau_{ED} = V/(\xi*h*b)$

-Travi dove non occorre armare a taglio

$\tau_{ED} \leq \tau_{RDC}$

L'eurocode 2 introduce una nuova formula di verifica

$\tau_{RDC} = 11/\gamma_V * [f_{ck}/f_{yd}*d_{dc}/h]^{1/2}$

f_{yd} *tensione snervamento acciaio*

f_{ck} *resistenza caratteristica a compressione cls*

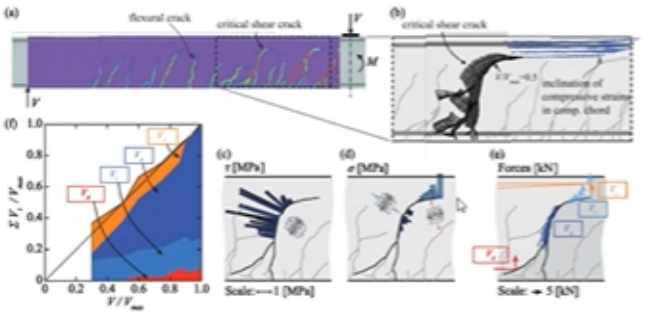
γ_V *coefficiente parziale che il nuovo eurocodice considera pari a 1,4*

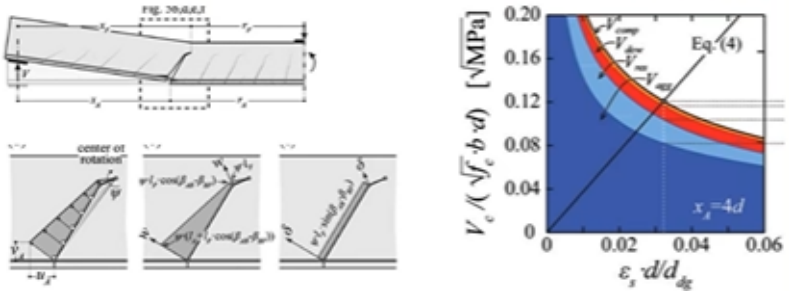
h altezza utile della sezione

d_{dc} *è un parametro che tiene conto dell'ingranamento degli inerti e del diametro dell'aggregato*

$d_{dc} = 16\ mm+D \leq 40\ mm$ *per calcestruzzo con* $f_{ck} \leq 60\ N/mmq$

$d_{dc} = 16\ mm + D(60/f_{ck})^2 \leq 40\ mm$ *per calcestruzzo con* $f_{ck} > 60\ N/mmq$





Se la prima verifica non è soddisfatta si utilizza una nuova formula meno cautelativa

$\tau_{RDC} = 0{,}66/\gamma_V * [100*\rho_1*f_{ck}*d_{dc}/h]^{1/2}$

ρ_1 *rapporto di armatura* $A_S/(b*h)$, A_S *armatura tesa longitudinale*

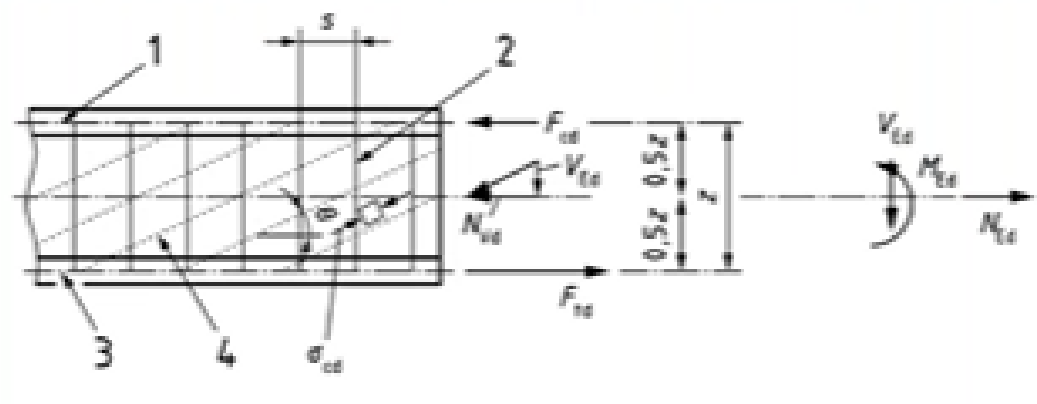
Un ulteriore livello di verifica finale

$a_V = [a_{CS}/4*h]^{1/2}$ $\qquad a_{CS} = M_{ED}/V_{ED} \geq h$

$\tau_{RDC} = 0{,}66/\gamma_V * [100*\rho_1*f_{ck}*d_{dc}/ a_{CS}]^{1/2}$

-Travi con armature a taglio

$\tau_{RDS} \leq \tau_{ED}$ *armatura metallica ;* $\qquad \tau_{RDC} \leq \tau_{ED}$ *calcestruzzo ;*



$\tau_{RDS} = \rho_{WS}* f_{YDW}* cotg\theta \leq \tau_{ED}$

$\rho_{WS} = A_{SW}/(b_W*s)$ *rapporto geometrico di armatura*

$\tau_{RDS}*b_W = A_{SW}/s* f_{YDW}* cotg\theta$

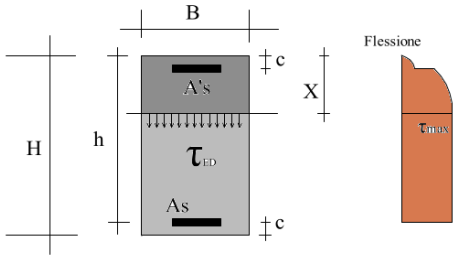
s passo delle armature $\qquad \tau_{RDS}*b_W$ *scorrimento forza orizzontale*

$A_{SW}/s* f_{YDW}* cotg\theta$ *componente orizzontale della forza di trazione delle armature*

Per la verifica del calcestruzzo compresso

$\sigma_{CD} = \tau_{ED}/(cotg\theta + tg\theta) = \tau_{ED}*cotg\theta/(1+cotg\theta^2) \leq \upsilon*f_{cd}$

tensione di compressione orizzontale
$\tau_{ED} = V/(\xi*h*b)$ *è una tensione tangenziale ortogonale alla corda verticale*



$V^* \sin\theta = N_{CV} = f_{cd}^* b^* L = f_{cd}^* b^* 0{,}9^* h^* (tg\theta + cotg\theta)^* \sin\theta$

$\tau_{ED}^* (\xi^* h^* b)^* \sin\theta = f_{cd}^* b^* 0{,}9^* h^* (tg\theta + cotg\theta)^* \sin\theta$

$\tau_{ED} = f_{cd}^* (tg\theta + cotg\theta)$

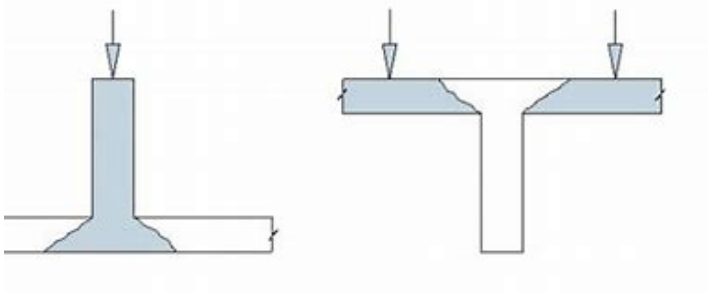
$\sigma_{CD} = \tau_{ED}^* cotg\theta / (1 + cotg\theta^2) \leq \upsilon^* f_{cd}$

La verifica della sollecitazione di torsione e tagli per quanto concerne il cls e le biel-le compresse

$T_{ED}/T_{RDC} + V_{ED}/V_{RDC} \leq 1$

8-La verifica a punzonamento

Le verifiche a punzonamento viene eseguita ipotizzando una diffusione delle tensioni a 45° in alcune situazioni anche 60° determinando la sezione critica ed il corrispondente perimetro critico nella metà dello spessore t della piastra. Su queste superfici inclinate a 45° si ha il distacco e la rottura per punzonamento quando viene superata la resistenza a trazione del calcestruzzo f_{ctd} *;*



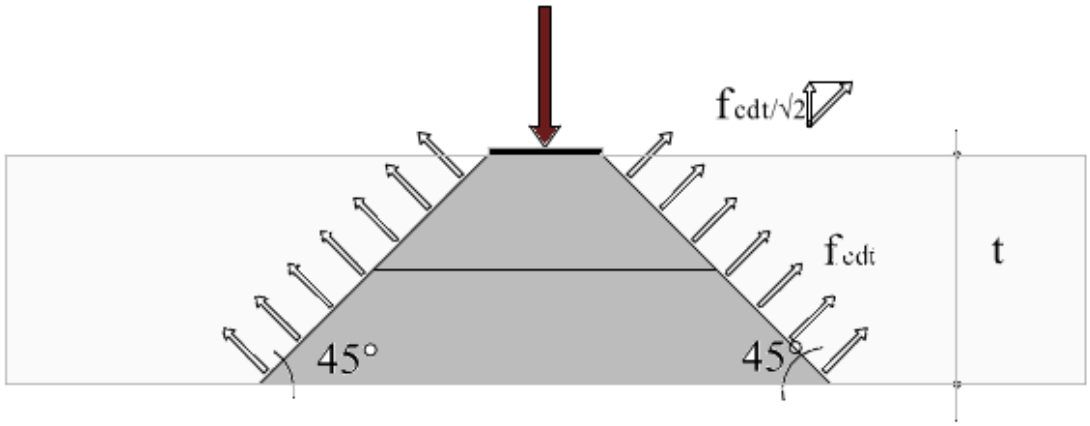
in assenza di armature a taglio o punzonamento la verifica del solo cls è sodisfatta se

$P_{ED} \leq P_{RD} = p_C^* t^* f_{ctd} / \sqrt{2}$ *dove ,*

p_C *perimetro critico medio*

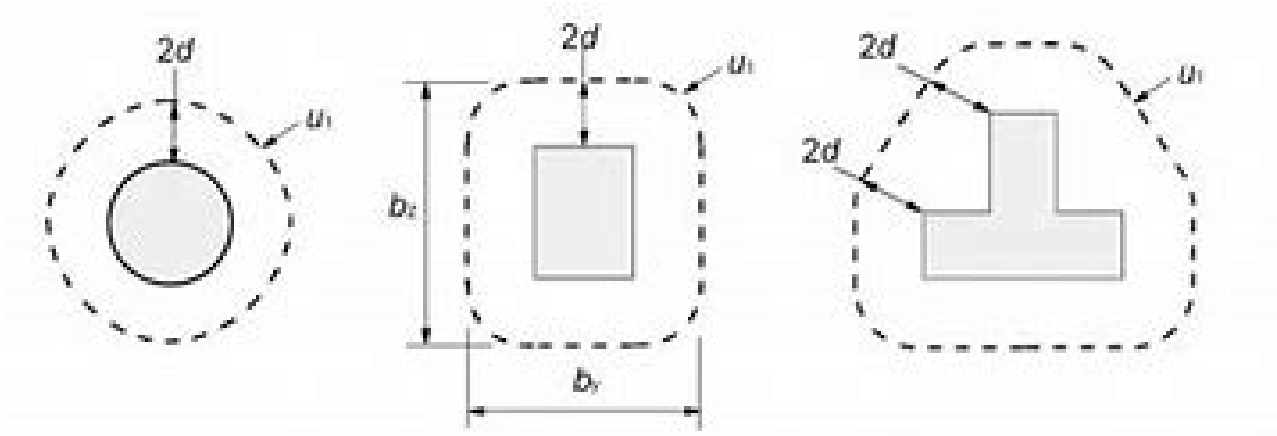
t spessore piastra

f_{ctd} /√2 *componente verticale della tensione di trazione*



*Impronta di carico a*b , pc = 2*(a+t/2) + 2*(b+t/2) sulla mediana*

L'eurocodice 2 EN 1992 riporta differenti sezioni alle quali corrispondono altrettanti perimetri critici



per aree di impronta situate nei bordi è richiesta un armatura speciale lungo il bordi
*Se ipotizziamo una diffusione delle tensioni a 30° , la proiezione sull'intradosso della piastra è pari a 1,5*t , con perimetro critico sull'intradosso*

pc = 2(a+1,5*t) + 2*(b+1,5*t)*

é evidente che va calcolata l'area laterale del tronco di piramide sul quale vi sono le tensioni di trazione

*S = [(a+3*t) + a]*t + [(b+3*t) + b]*t*

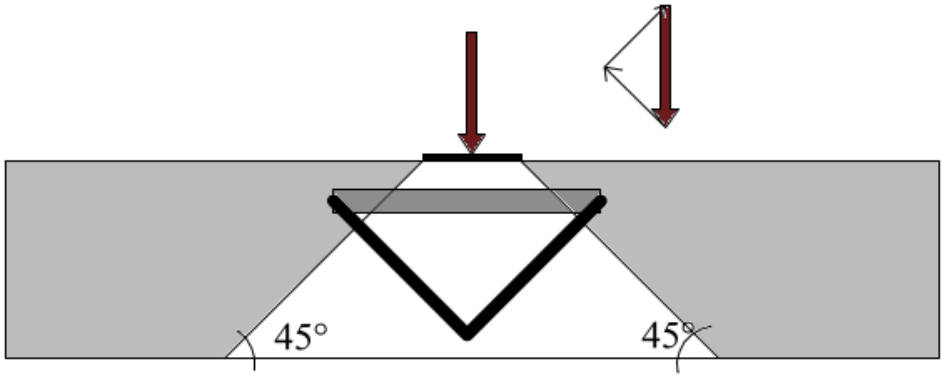
La tensione di trazione è ortogonale alla superficie ed è inclinata sulla verticale di 30°

$P_{ED} \leq P_{RD} = \sqrt{3} * S * f_{ctd} / 2$ *forza verticale*

L'eurocodice 2 per valutare la sola resistenza del cls per punzonamento fa riferimento alla formula per unità di lunghezza

$P_{RD} = \tau_{RD} * k*(1,2+40*\rho_1)*h$

L'armatura a punzonamento viene realizzata con barre sagomate inclinate a 45° o in generale di un angolo α individuando il meccanismo resistente riportato in figura



due tiranti diagonali costituiti dalle armature ed un puntone o biella compresa orizzontale

Calcolo delle armature a punzonamento

$P_{RDS} = fyd*A_S*\sin\alpha$

La verifica a punzonamento è soddisfatta se con le armature risulta

$P_{ED} \leq P_{RDS} + P_{RDC}$

$P_{RDC} = \tau_{RD} * k*(1,2+40*\rho_1)*h$ *resistenza offerta dal cls*

La verifica del cls è soddisfatta se

$P_{ED} \leq 1,6*P_{RDC} = 1,6*\tau_{RD} * k*(1,2+40*\rho_1)*h$

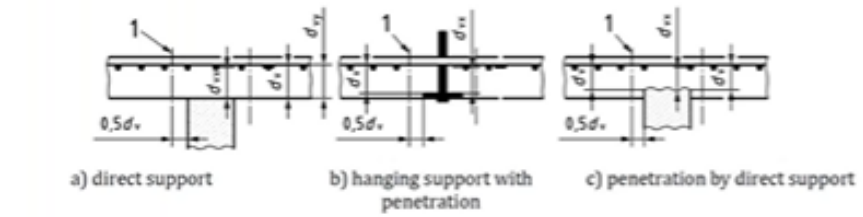
h altezza utile

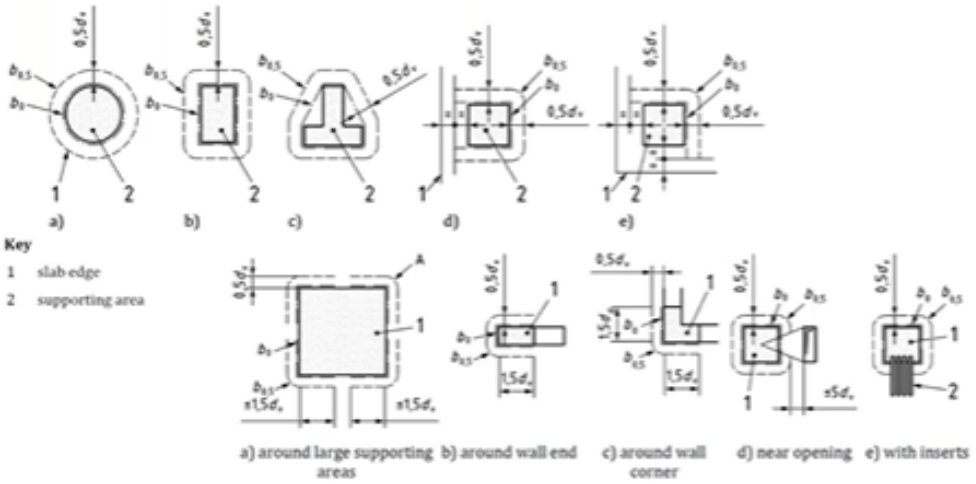
ρ_1 *rapporto geometrico di armatura* $\rho_1 = \sqrt{(\rho_{1X}*\rho_{1Y})}$

ρ_{1X} , ρ_{1Y} , *rapporto geometrico di armatura in direzione x ed y*

$k = 1,6 - h > 1$ *con h in metri*

L'eurocode 2 EN 2023 introduce delle innovazioni per quanto concerne la verifica a punzonamento definendo i perimetri critici





La verifica viene eseguita nella sezione di mezzeria per il solo calcestruzzo utilizzando formulazioni analoghe a quelle viste per il taglio

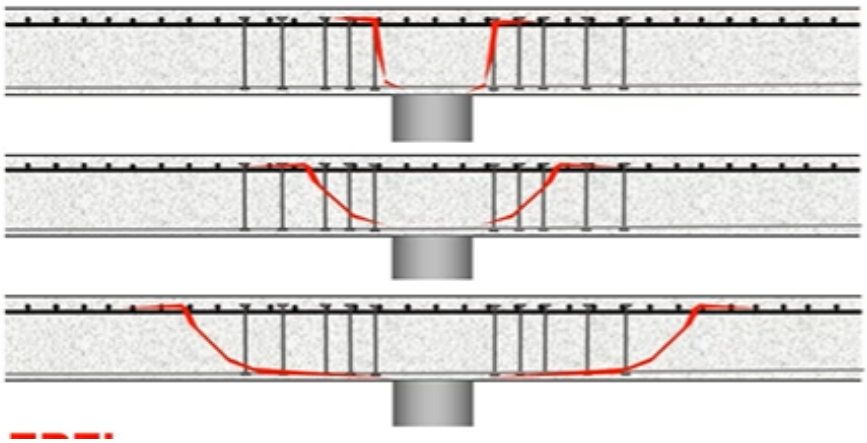
$\tau_{RDC} = 11/\gamma_V * [f_{ck}/f_{yd} * d_{dc}/h]^{1/2}$ *primo livello*

$\tau_{RDC} = 0{,}6/\gamma_V * k_{PB} * [100 * \rho_1 * f_{ck} * d_{dc}/h]^{1/3} \leq 0{,}5/\gamma_V * \sqrt{f_{ck}}$ *secondo livello*

$\tau_{RDC} = 0{,}66/\gamma_V * [100 * \rho_1 * f_{ck} * d_{dc}/ a_p]^{1/2}$ *terzo livello*

$a_V = [a_p/8 * h]^{1/2}$

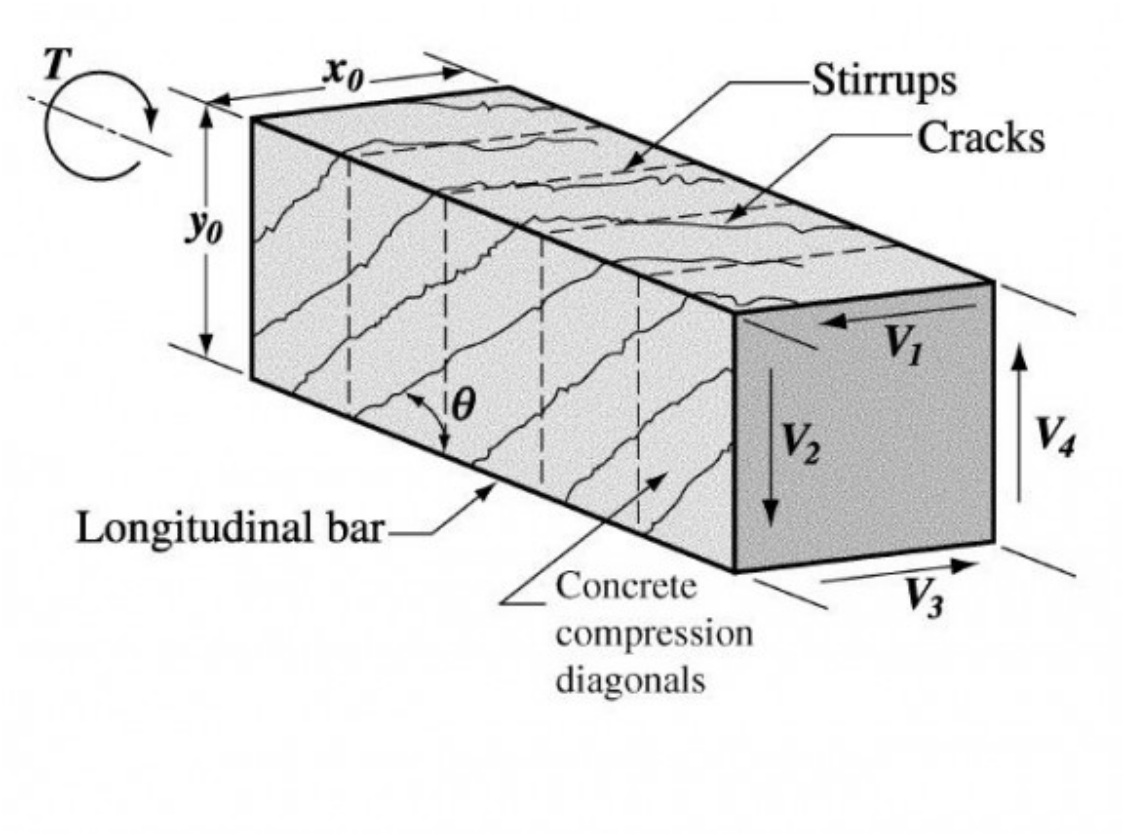
il calcolo delle armature prevede tre verifiche



- verifica dello spessore di calcestruzzo sulla sezione mediana
- calcolo delle armature metalliche
- determinazione della zona interessata al punzonamento

9-La verifica a torsione

Il calcolo e la verifica a torsione di una trave in cemento armato rettangolare lo si esegue dallo studio di prove sperimentali che rivelano l'andamento delle lesioni sulla trave che hanno una forma elicoidale ed inclinate di un angolo θ come riportate in figura.



La sezione di calcestruzzo viene trattata come una sezione alla Bredt , con perimetro della linea media pari a

$p = 2*(b-c)+ 2*(h-c)$, l'area della linea media $A_m = (b-c)*(h-c)$ spessore $t= 2*c$

Le tensioni tangenziali sono costanti lungo lo spessore $\tau = M_T /(2*t*A_m)$

$M_T=(\tau*2*t*A_m)$

La verifica a torsione come per il taglio concerne il calcestruzzo e le armature metalliche che vengono calcolate attraverso una schematizzazione degli elementi resistenti a traliccio. La armatura a torsione consiste in ferri longitudinali e staffe.

T_{RD} = *Momento torcente resistente* $\leq T_{ED}$ = *Momento torcente di progetto*

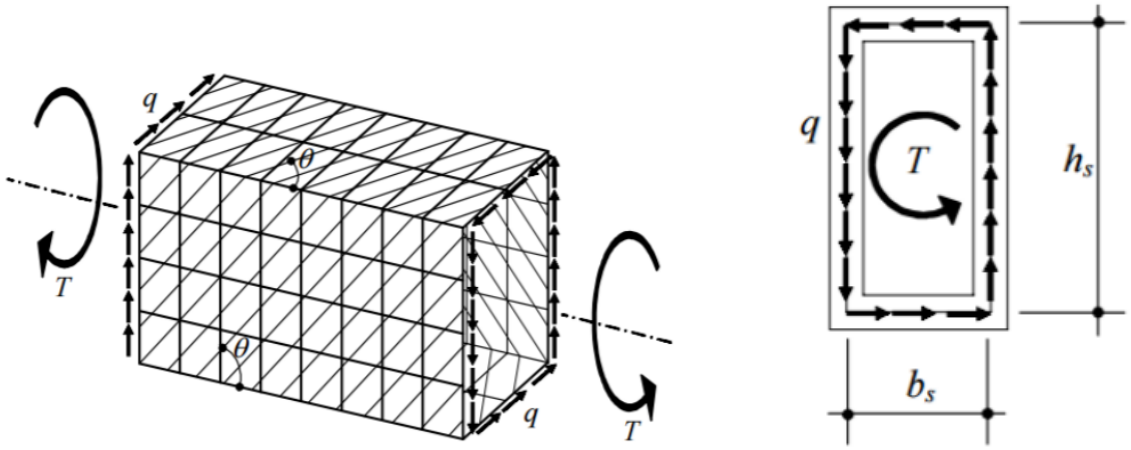
$T_{RDC} = 2*A*t*f'_{cd}* \cot g\theta/(1+\cot g\theta^2) \leq T_{ED}$ *Calcestruzzo*

$T_{RDSst} = 2*A*As/s*f_{yd}*\cot g\theta \leq T_{ED}$ *Staffe*

$T_{RDSl} = 2*A*f_{yd}/\cot g\theta \sum A_{si}/u_m \leq T_{ED}$ *Barre longitudinali*

θ *inclinazione della lesione*
As area complessiva staffe
s passo staffe
A area racchiusa dalla linea media $A= (b-.c)*(h-c)$
$\sum A_{si}$ *area complessiva barre longitudinali*
u_m *perimetro medio* $2*(b-c) + 2*(h-c)$
$t = 2c$ *spessore sezione alla bredt*
$f'_{cd}*= 0,5*f_{cd}$ *resitenza a compressione cls* $f_{cd} = 0,83*0,85*Rck/1,5$
f_{yd}* *resistenza snervamento acciaio per FEB 450* $f_{yd}=450/1,15= 391$ *N/mmq*

Si individua un traliccio resistente a torsione :



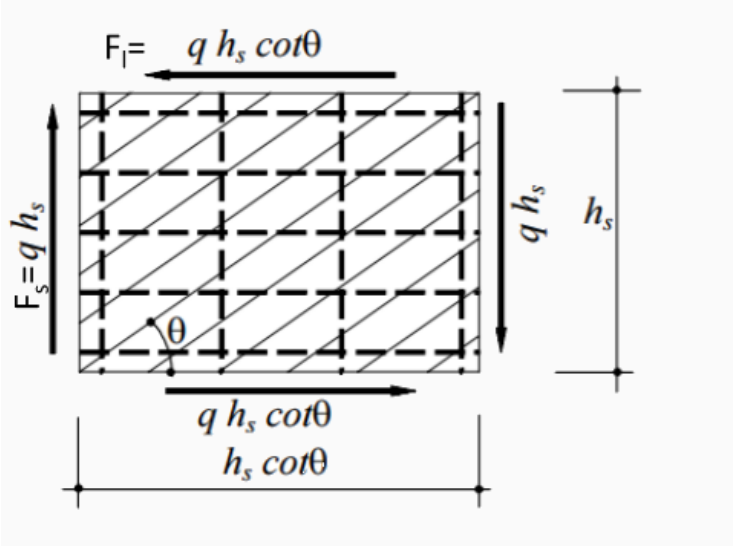
costituito da armatura verticale (staffe), orizzontale (barre longitudinali) e bielle compresse .

Momento resistente dovuto alle armature

$q = \tau*t = M_T/(2*A)$;

La forza longitudinale $F_L = M_T/(2*A)*h_s*\cot g\theta$

La forza verticale sulle staffe $F_V = M_T/(2*A)*h_s$



Il calcolo delle armature è immediato

$A_{SL}= F_L/f_{yd} = M_T/(2*A*f_{yd})*h_s*tg\theta \;\; ; \;\; M_T = 2*A*f_{yd}*A_{SL}/(h_s*cotg\theta)$

L'area longitudinale $A_{SL} = 1/h_s * \sum A_{SI}/u_m$

$T_{RDSl} = 2*A*f_{yd}/cotg\theta \sum A_{si}/u_m \leq T_{ED}$

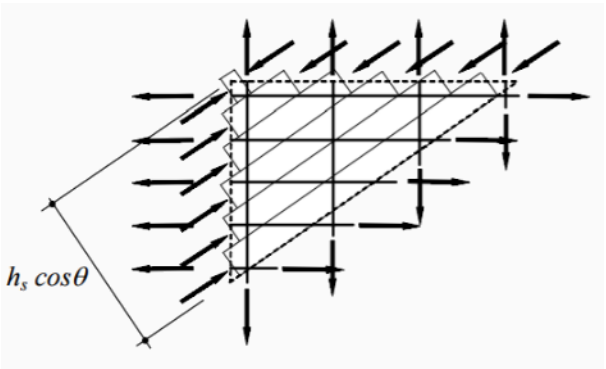
L'area di ferro delle staffe

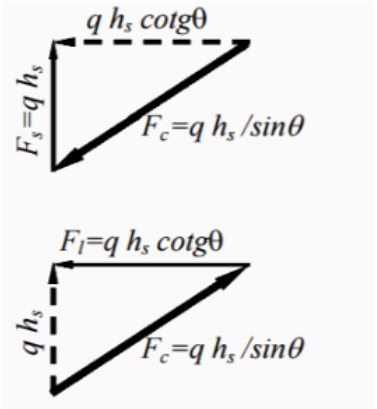
$A_{Sst}= F_V/f_{yd} = M_T/(2*A*f_{yd})*h_s \quad ; \quad M_T=(2*A*f_{yd})*A_{Sst}/h_s$

l'area staffe $A_{Sst} = h_s * cotg\,\theta * A_{Sst}/s$

$T_{RDS} = (2*A*f_{yd})*h_s* cotg\,\theta*A_{Sst}/(s*h_s) = (2*A*f_{yd})* cotg\,\theta*A_{Sst}/s \leq T_{ED}$

La verifica della biella compressa e quindi del cls





La forza di compressione nelle bielle compresse

$F_C = M_T /2*A* h_S \ / \sin\theta = \sigma_c *t* h_s*\cos\theta \qquad \sigma_c = 0,5*fcd$

$M_T = 2*A* t *b*0,5*f_{cd} *\cos\theta*\sin\theta \qquad t = 2* c$ *c copriferro*

$\cos\theta*\sin\theta = \sin\theta^{2} *\cot g\ \theta = \cot g\ \theta /(1+\cot g\ \theta^{2})$

$T_{RDC} = 2*A *t*f'_{cd}* \cot g\theta/(1+\cot g\theta^2) \leq T_{ED}$

L' eurocode 2 EN 1992 *per la verifica del cls indica la seguente formula :*

$T_{RDC} = 2*A *t*\upsilon*f_{cd}/(tg\theta+\cot g\theta) \leq T_{ED}$ *analoga alla precedente poichè*

$\cot g\theta/(1+\cot g\theta^2) = 1/(tg\theta+\cot g\theta)$

$t \leq A /u$ *spessore effettivo* $u = 2b+2H\ ;\ A = b*H$

$\upsilon = 0,7*(0,7+fck/200) \geq 0,35$

θ *angolo tra le bielle compresse inclinazione della lesione scelto come*

$\left|0,4\right| < \cot g\theta < \left|2,5\right|\ ; \qquad \left|1\right| < \cot g\theta < \left|2,0\right|\ ;$

Per le armature metalliche staffe e barre longitudinali da delle formule analoghe

$T_{RDS} = (2*A*f_{yd})* \cot g\ \theta*A_{Sst}/s$

$T_{RDSl} = 2*A *f_{yd}/\cot g\theta \sum A_{si} /u_m$

con $tg\theta^2 = [f_{yd} *A_{Sst}/s\ ]/[f_{yd}*\sum A_{si} /u_m\ ]$

angolo da confrontare con le limitazioni di cui sopra

L'armatura longitudinale

$A_{SL} *f_{YLD} = T_{RDSl} * \cot g\theta * u_M/A_M$ *dove*

$T_{RDSl} = 2*A* [A_{Sst}/s *f_{ydW} *A_{sL} /u_m *f_{ydL}\ ]^{1/2}$

10-La verifica di instabilità

La verifica di instabilità di pilastri pressoinflessi in cemento armato utilizzati ad esempio in capannoni industriali dove l'altezza si aggira intorno ai 7 m viene eseguita determinando il momento del II ordine che tiene conto dell'effetto instabilizzante dello sforzo normale eseguendo una normale verifica a pressoflessione.
Le NTC 2018 stabiliscono che la verifica a carico di punta del singolo pilastro può essere omessa quando

$\lambda \leq \lambda_{LIM} = 25/\sqrt{\upsilon}$ *con* $\upsilon = N_{ED}/(A_c * f_{cd})$;

la snellezza λ *viene calcolata dalla lunghezza libera di inflessione funzione delle condizioni di vincolo e dal raggio di inerzia minimo della sezione*

$\lambda = L_O/i$; $i = \sqrt{(I/A)}$ *min tra* $i = b/\sqrt{12}$; $i = h/\sqrt{12}$;

$L_O = 2L$ *per mensola libera in sommità*

$L_O = L$ *per pilastro con due cerniere*

$L_O = \beta * L$ *nella condizione di vincolo più generale*

Va inserito u difetto di linearità pari ad $e_O = H/300$
Per la verifica si utilizza una rigidezza flessionale ridotta

$EI = 0{,}3 * E_{cd} * I_C /(1+0{,}5*\phi)$

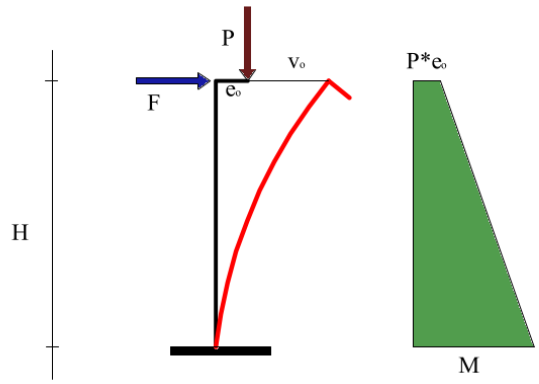
$E_{cd} = E_{cm} /1{,}5$

I_C *momento di inerzia cls sezione interamente reagente*

ϕ *coefficiente viscosità cls*
Un metodo semplice alternativo alla colonna modello per eseguire la verifica di instabilità di un pilastro in c.a. vincolato con incastro alla base e quindi a mensola consiste nella determinazione del momento del II Ordine nella sezione di incastro attraverso la formula

$M = P*e_O + P/H * v_O + F*H$ *La lunghezza libera di inflessione* $L_O = 2*H$

F forza orizzontale alla testa del pilastro
P sforzo normale
v_O *spostamento orizzontale conseguente alla deformata*
H altezza pilastro
$e_O = H/300$ *eccentricità*



Per il momento si è ipotizzato un andamento lineare, l'andamento effettivo che segue la deformata della mensola va perseguito attraverso la integrazione della equazione differenziale , tenendo conto della parzializzazione della sezione ovvero della variabilità della rigidezza utilizzando un metodo di discretizzazione che prevede la suddivisione del pilastro in conci determinando il carico critico P_{CR}

(EIV)" - P*V = P*(e₀ +V₀)

$v_O = F_O * H^3/(3*EI)$; $F = F + P/H*v_O$; $v_O = (F + P/H*v_O)*H^3/(3*EI)$
$v_O * H^3/(3*EI) - P/H*v_O = F$

$v_O = F/[H^3/(3*EI) - P/H]$

Il momento del II ordine

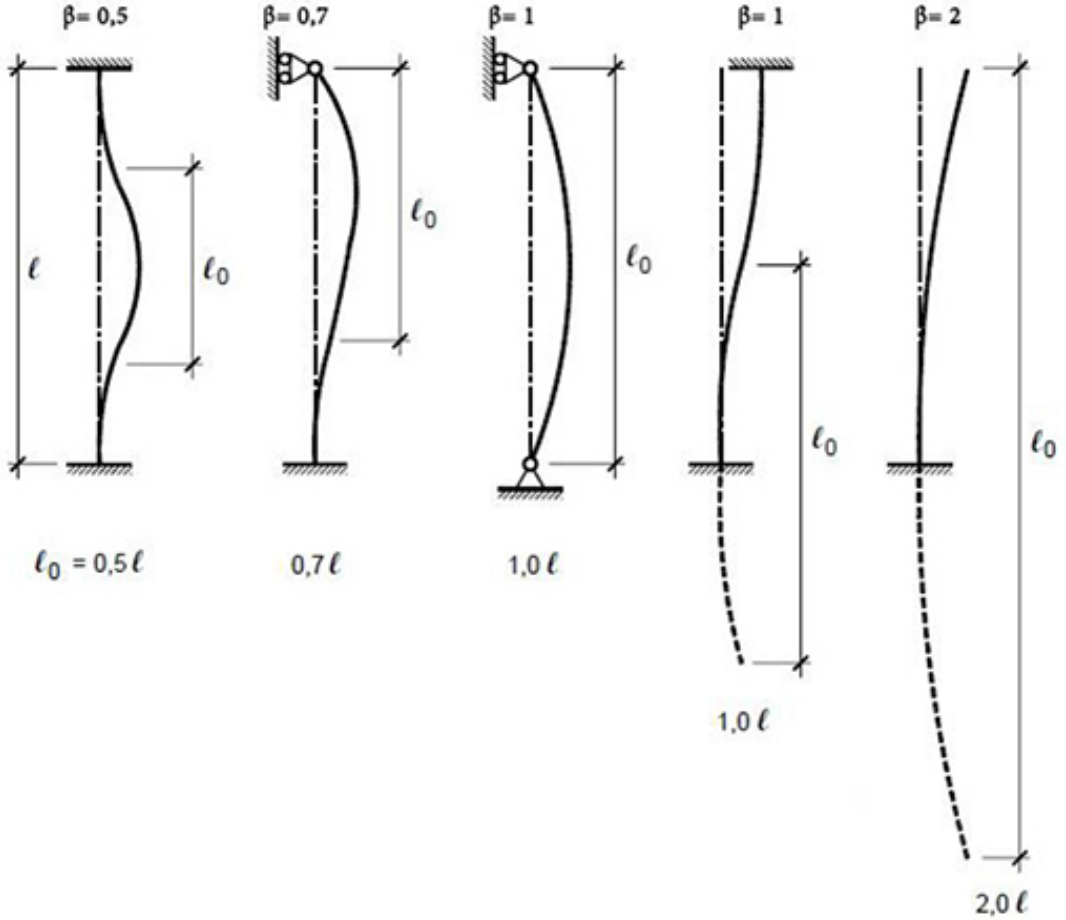
$M = P*H/300 + P/H * F/[H^3/(3*EI) - P/H] + F*H$ *con rigidezza :*
$EI = 0,3* E_{cd} * I_C /(1+0,5*\phi)$

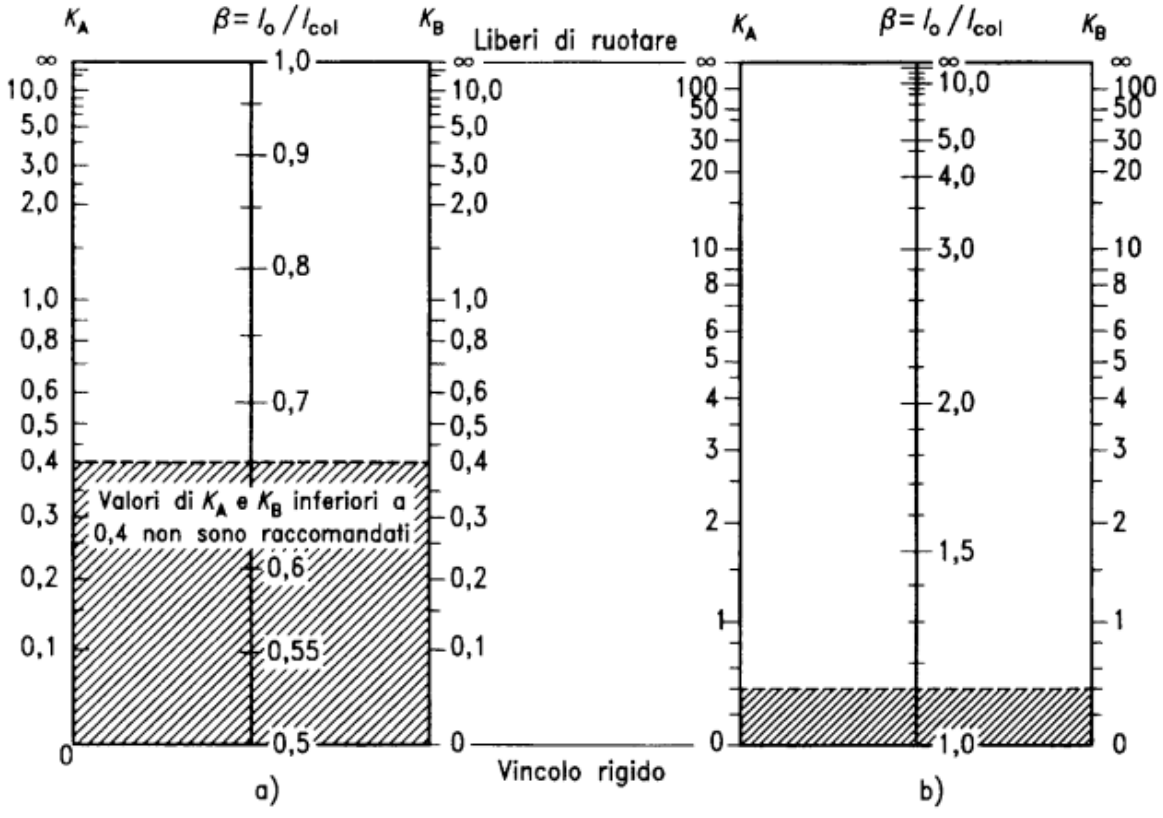
senza addentrarci in trattazioni non lineari che tengono conto della fessurazione dimezziamo direttamente la rigidezza, ed eseguiamo una normale verifica a pressoflessione per una sezione rettangolare in cemento armato a doppia armatura simmetrica nel piano di inflessione al quale corrisponde la minore inerzia per la coppia di valori P_{SD} *ed* M_{SD}
L'eurocodice 2 come le NTC per un edificio intelaiato in cemento armato la snellezza e la lunghezza libera di inflessione di colonne isolate possono essere determinate attraverso la formula seguente

K_a *o* $K_b = [\sum E_{cm} * I_{COL}/L_{COL}]/[\sum E_{cm} * \alpha * I_B/L_B]$

I_{COL} *inerzia pilastro* ; I_B *inerzia trave ;*
L_{COL} *altezza pilastro* ; L_B *luce trave ;*
$\alpha = 1$ *estremità opposta vincolata elasticamente e rigidamente*
$\alpha = 0,5$ *estremità opposta libera di ruotare*
$\alpha = 0$ *mensola libera*

$L_O = \beta * L$; β *lo possiamo determinare dai seguenti diagrammi*



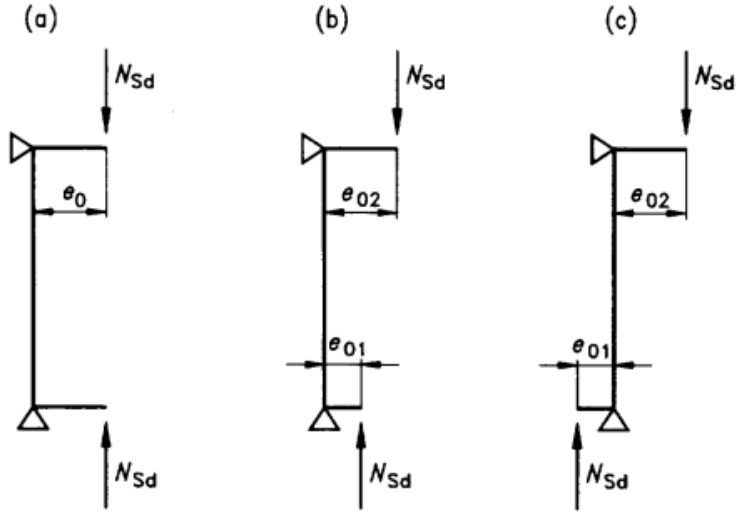


a) Nodi fissi b) Nodi mobili

La colonna modello

Il metodo della colonna modello è riportato nell'eurocodice 2 EN 1992 è un metodo di verifica alla instabilità per sezioni pressoinflesse in cemento armato che tiene conto della parzializzazione della sezione e conseguente variazione di rigidezza.

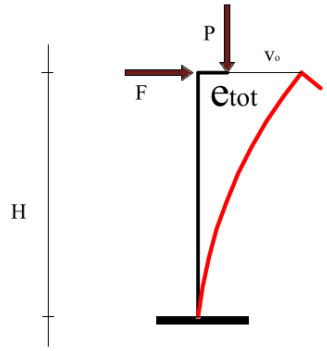
L'eccentricità totale $e_{TOT} = e_0 + e_A + e_2$ *dove ,*
$e_0 = M_{SD}/N_{SD}$
$e_A = v*L_0/2$ *è l'eccentricità aggiuntiva* L_0 *lunghezza libera di inflessione*
v *inclinazione sulla verticale* $v = 1/(100*\sqrt{L})$
e_2 *eccentricità del secondo ordine* $e_2 = (M_{SD})''/N_{SD}$



a) eccentricità uguali ad entrambe le estremità;
b) e c) eccentricità diverse alle due estremità.

Fig. 4.29 - Modello di calcolo per la valutazione della eccentricità totale

il metodo della colonna modello si riferisce ad elementi per i quali $\lambda \leq 140$ *di sezione rettangolare o circolare per i quali l'eccentricità del primo ordine soddisfa la relazione* $e_0 \geq 0{,}1*h$ *con h altezza della sezione misurata nel piano di flessione.*
La colonna modello soddisfa le seguenti condizioni :
-mensola incastrata alla base
-inflessa sotto semplice curvatura sotto forze e momenti che provocano max momento alla base



$e_2 = K_1 * L_0^2 / 10 * (1/r)$ *eccentricità del II ordine*

(1/r) curvatura definita
$K_1 = \lambda/20 - 0{,}75$; *per* $15 \leq \lambda \leq 35$
$K_1 = 1$ *per* $\lambda > 35$

La curvatura 1/r può essere assunta come $1/r = 2 * K_2 * \varepsilon_{YD} / (0{,}9 * h)$
$\varepsilon_{YD} = fyd/Es$ *deformazione allo snervamento dell'acciaio*
h altezza utile della sezione

$K_2 = [N_{UD} - N_{SD}] / [N_{UD} - N_{BAL}] \leq 1$

$N_{UD} = A_S * f_{yd} + \alpha * f_{cd} * A_C$ *sforzo normale ultimo della sezione*
N_{SD} *sforzo normale di calcolo sollecitante*
$N_{BAL} = 0{,}4 * f_{cd} * A_C$ *carico assiale applicato alla sezione ne massimizza il momento*
è consigliabile assumere $K_2 = 1$

Il momento da considerare per la verifica a pressoflessione

$M_{SD} = N_{SD} * (e_0 + e_A + e_2)$

11-Gli stati limite di esercizio

Le verifiche allo stato limite di esercizio per strutture in cemento armato consistono nel controllo dello stato tensionale in condizioni ordinarie ovvero in assenza di eventi sismici utilizzando per i materiali un legame costitutivo ad elasticità lineare;in ambienti aggressivi come zone di mare dove le armature possono essere corrose dalla salsedine si eseguono verifiche a fessurazione con l'obiettivo di limitare l'apertura delle fessure , inoltre possono essere eseguite per travi di grande luce superiore ai 10 metri delle verifiche di deformabilità consistenti nel calcolo delle frecce tenendo conto della fessurazione del cls che possono riguardare anche strutture a sbalzo quali balcone aventi una luce > 1,50÷2,00m .

Va verificato il rispetto dei seguenti stati limite:

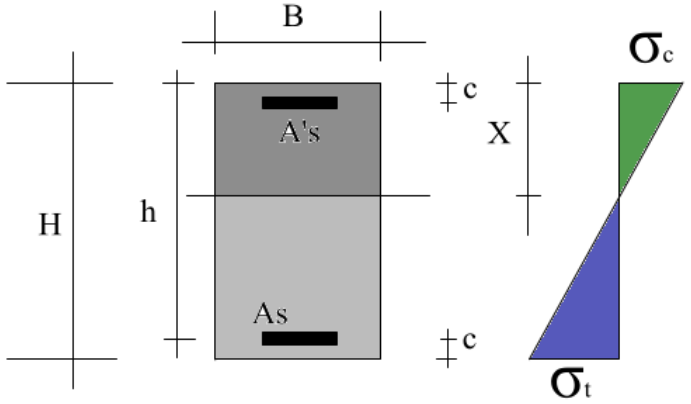
– deformazione,
– vibrazione,
– fessurazione,
– tensioni di esercizio,
– fatica per quanto riguarda eventuali danni che possano compromettere la durabilità

12-La verifica a fessurazione

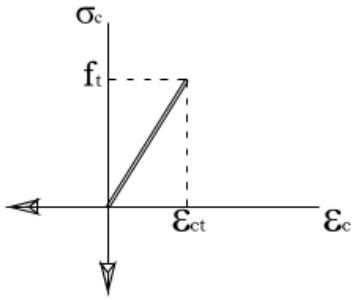
La verifica a fessurazione per una sezione in cemento armato rettangolare a doppia armatura consistente nella determinazione del momento di fessurazione è immediata

$b*X^2/2+ n*A's *(X-c) - n*As*(h-X) + n'* b*(H-X)^2/2 =0$

tramite questa equazione di II grado determiniamo la X profondità dell'asse neutro



la verifica a fessurazione ci tutela al bordo inferiore della trave dal superamento della resistenza a trazione f_{ctd} utilizzando il seguente legame costitutivo
$E_{CT} = 18000*\sqrt{Rck}$ *daN/cmq* $f_{ctd}= 1,3*0,30* (f_{CK})^{2/3} /1,5$



$n = E_s /E_c = 15$; $n' = E_{ct}/E_c = 0,4 \div 0,6$
Il momento di inerzia della sezione reagente rispetto all'asse neutro considerando il cls teso

$I = b*X^3/3 + n'* b* (H-X)^3/3 + n*As*(h-X)^2 - n*A's*(X-c)^2$

la tensione di trazione $\sigma_T = n'*M/I*(H-X)$

il momento di fessurazione $\boldsymbol{M_F = f_{ctd}*I/[n'* (H-X)]}$

ci tutela dalla presenza di fessure nella nostra trave in cemento armato e dal superamento della resistenza a trazione del cls.

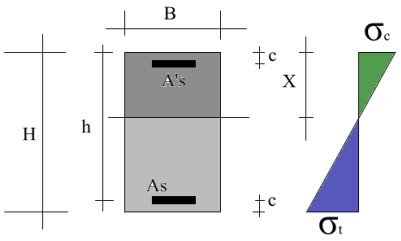
13-Stato limite apertura fessure

La fessurazione deve essere limitata a un livello tale da non pregiudicare il corretto funzionamento della struttura o da renderne inaccettabile l'aspetto. Per evitare o limitare la formazione di fessure si eseguono verifiche per i tre seguenti stati limite

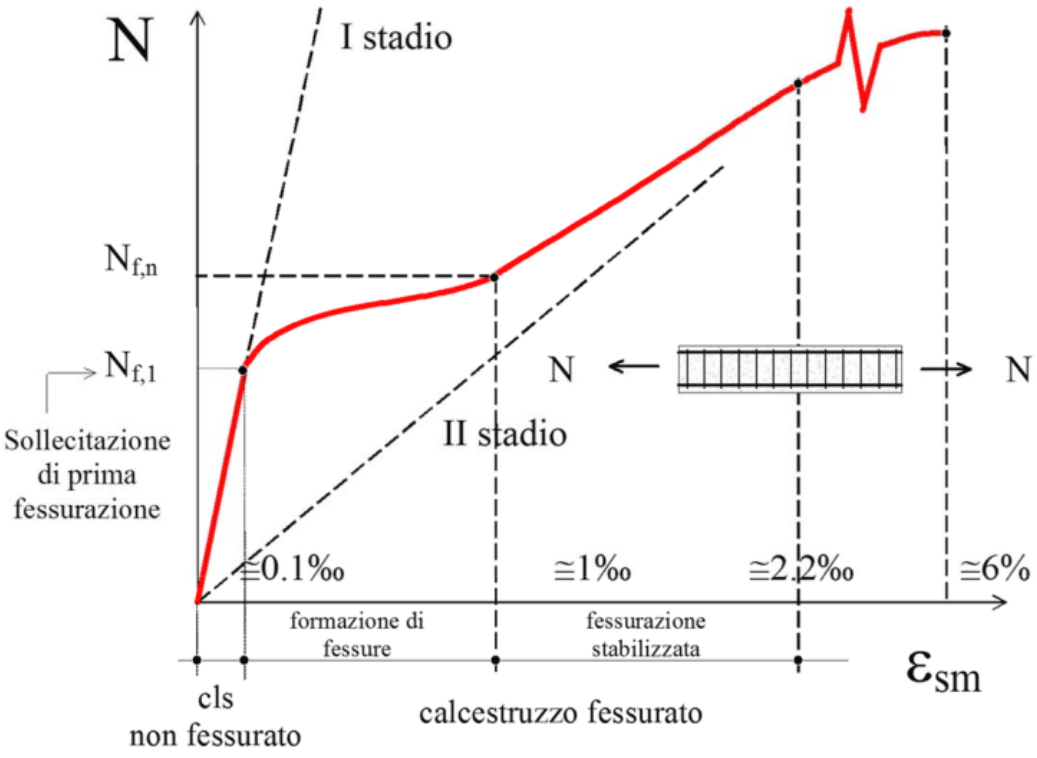
- Stato limite di decompressione
- Stato limite di formazione delle fessure
- Stato limite di apertura controllata delle fessure

Si prendono in considerazione due combinazioni di carico:
- Combinazione frequente
- Combinazione quasi permanente

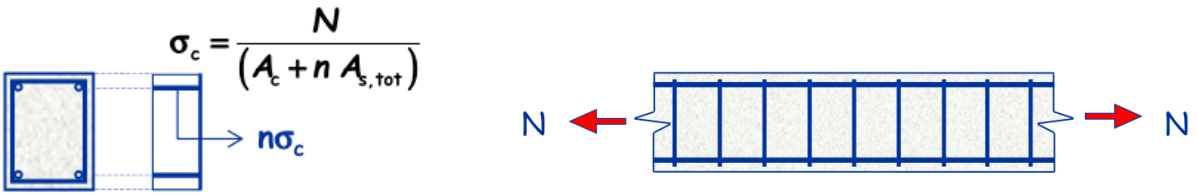
Lo stato limite di formazione delle fessure si raggiunge quando la tensione di trazione $\sigma_T = 1{,}2 * f_{ctd}$



Calcolo diretto dell'ampiezza delle fessure



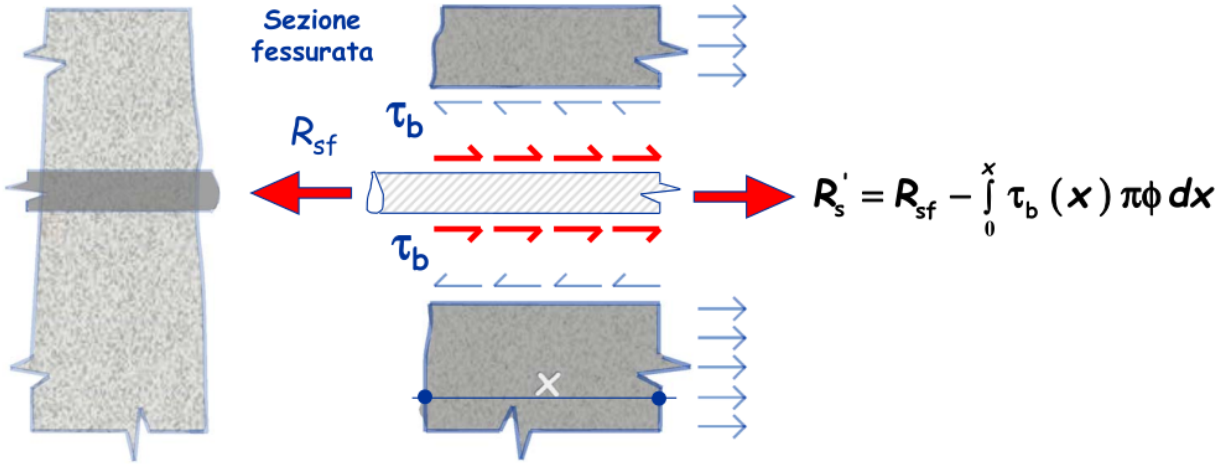
Per bassi valori del carico si può ipotizzare una perfetta aderenza tra calcestruzzo e acciaio. In questa fase tutti i punti della sezione sono soggetti alla medesima deformazione ed il calcolo delle tensioni si svolge in base alle ipotesi del primo stadio di comportamento del conglomerato cementizio armato.



Nelle sezioni fessurate il carico è assorbito direttamente dall'armatura metallica

$\sigma_S = N_{Sl}/A_S$

Allontanandoci dalla sezione fessurata lo sforzo normale diminuisce in funzione delle tensioni di aderenza



La distanza, calcolata a partire dalla sezione fessurata, alla quale corrisponde nel calcestruzzo una tensione costante pari alla resistenza a trazione del calcestruzzo viene definita :lunghezza di trasmissione
Dall'equilibrio tra le tensioni di aderenza sulla barra e le tensioni di trazione nel cls possiamo determinare la lunghezza di trasmissione

$f_{ct} * A_{ef} = \pi * \phi * L_T * f_{bk}$ ϕ *diametro barra* $L_T = (f_{ct} * A_{ef}) / (\pi * \phi * f_{bk})$

Se moltiplichiamo questa relazione per $\phi/4$

$L_T = (f_{ct} * A_{ef} * \phi / 4) / (\pi * \phi^2 / 4 * f_{bk}) = 1/4 * k * \phi / \rho_f$

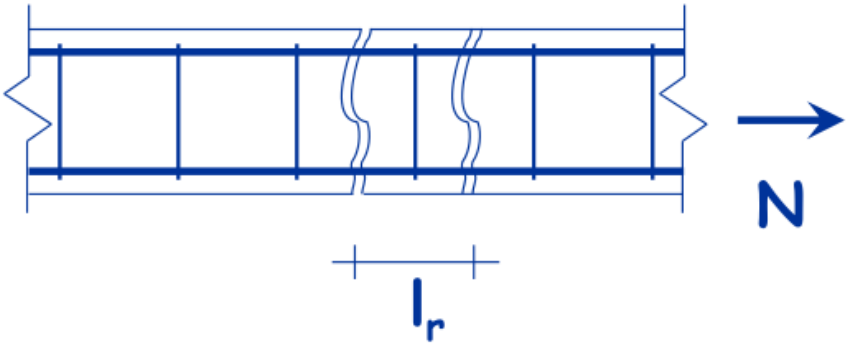
$k = f_{ct} / f_{bk}$; $\rho_f = A_{ef} / A_S$

La lunghezza di trasmissione è funzione di due meccanismi :

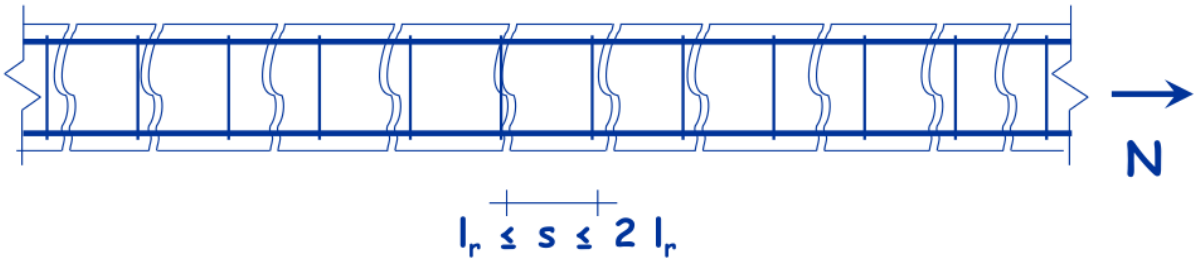
- meccanismo per aderenza tra barra e cls
-meccanismo di diffusione all'interno del cls senza scorrimento tra barre e cls

$L_T = c * k_1 + k_2 * \phi / \rho_f$

Apertura della fessura successiva



Possiamo calcolare la distanza s tra le fessure che si propagano a sforzo normale costante che è sempre compresa $L_R \leq s \leq 2 * L_R$



Per l' eurocode 2 la distanza max tra due fessure consecutive :

$s_{max} = r * k_3 + k_1 * k_2 * k_4 * \phi / \rho_f$

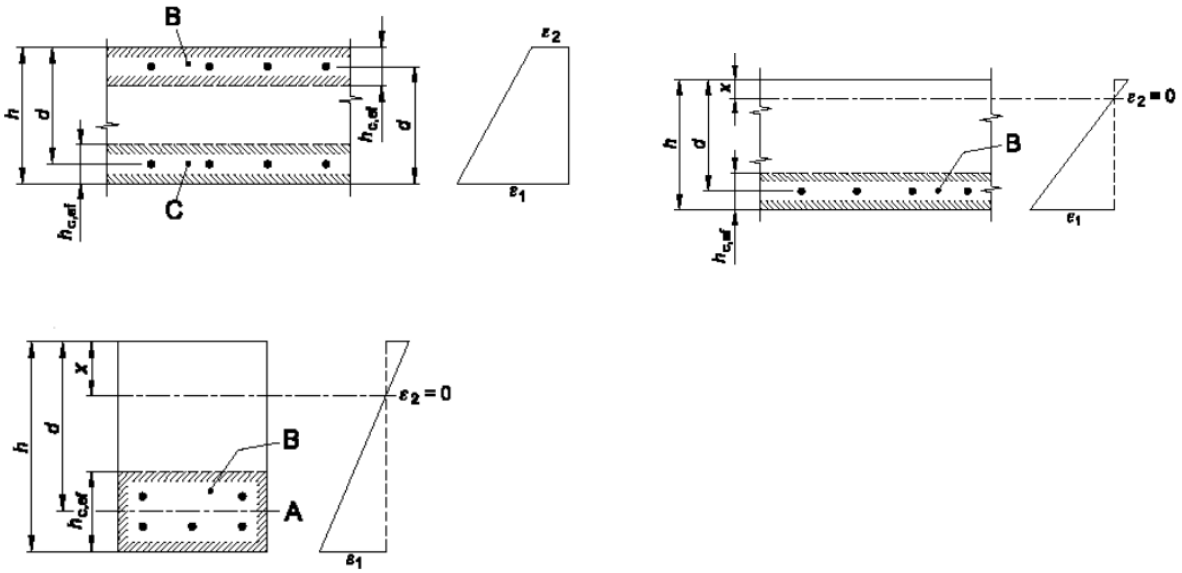
$k_1 = f_{ct} / f_{bk}$ *tiene conto dell'aderenza tra le barre*
0,8 per barre ad aderenza migliorata , 1,6 per barre lisce non più usate
k_2 *tiene conto del diagramma delle deformazioni*
k_2 *= 1 per trazione semplice*
k_2 *= 0,5 per flessione semplice*
k_2 *= 0,5÷1 per tensoflessione*
$k_4 = 0{,}425$
$k_3 = 3{,}4$

quando l'armatura è realizzata con diametri differenti si calcola un diametro equivalente

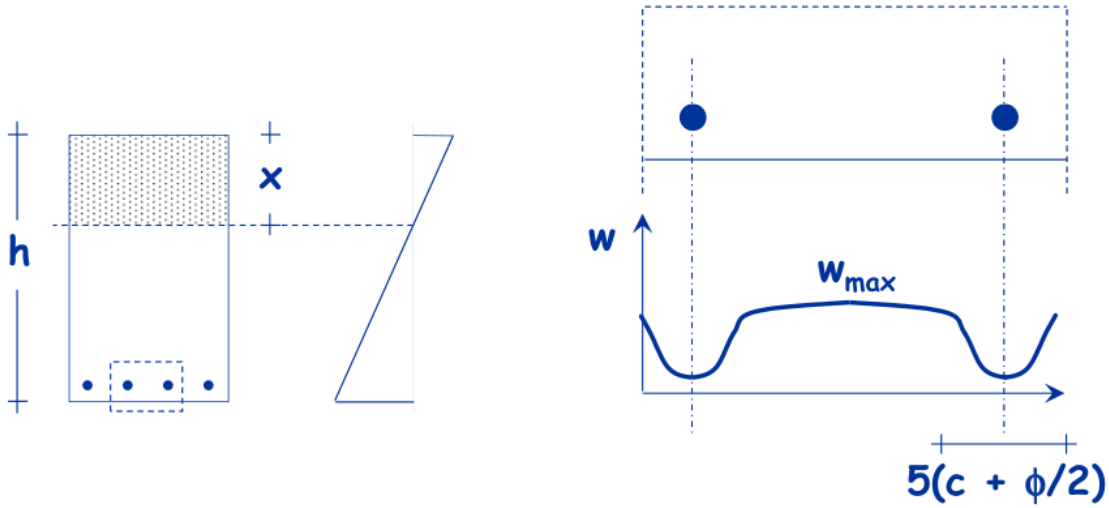
$\phi_{eq} = (n_1*\phi_1^2 + n_2*\phi_2^2)/(n_1*\phi_1 + n_2*\phi_2)$

n_i *numero di barre di diametro* ϕ_i

L'area di calcestruzzo efficace *è quella intorno alla armatura metallica , si definisce un altezza efficace* $h_{Ceff} = min\ [2,5*c\ ;\ (h-x)/3;\ h/2]$



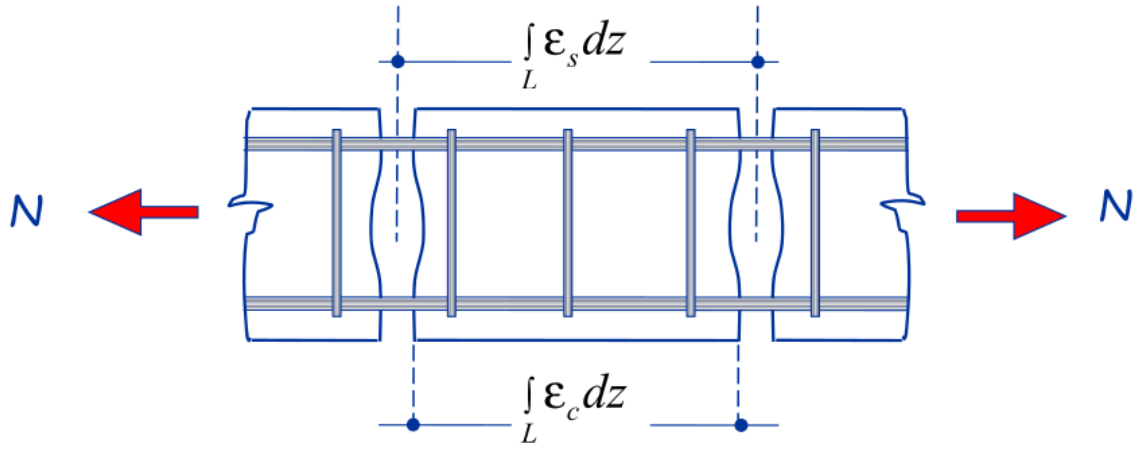
L'ampiezza delle fessure tra le barre cresce con la distanza tra le barre si stabilizza intorno al valore $5*(c+\phi/2)$



se la distanza tra le barre è maggiore di $5*(c+\phi/2)$ *si può stimare l'ampiezza della fessura* W_{MAX} *assumendo* $S_{RMAX} = 1,3*(h-x)$

Il valore medio di apertura delle fessure

$W_M = \int(\varepsilon_S - \varepsilon_C)dz$ *esteso ad L che rappresenta la distanza tra due fessure consecutive*



Il valore medio di apertura delle fessure può essere calcolato con la formula

$W_M = (\varepsilon_{SM} - \varepsilon_{CM}) * \Delta_{SM}$

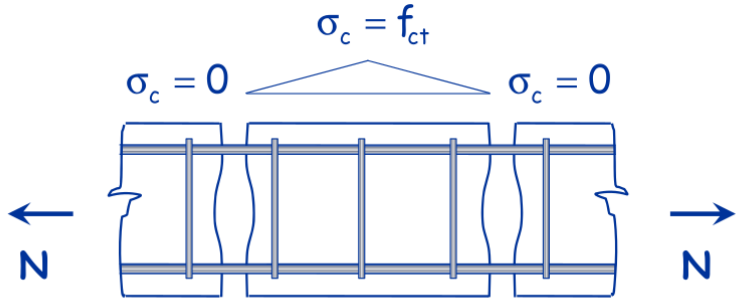
ε_{SM} *valore medio deformazione della barra*
ε_{CM} *valore medio deformazione cls tra 2 fessure consecutive*
Δ_{SM} *è il passo tra le fessure*

a fessurazione stabilizzata si può trascurare la deformazione nel cls

$W_M = \varepsilon_{SM} * \Delta_{SM}$

A fessurazione avvenuta la deformazione della barra annegata nel cls non coincide con quello della barra nuda tale fenomeno prendo il nome di
TENSION STIFFENING

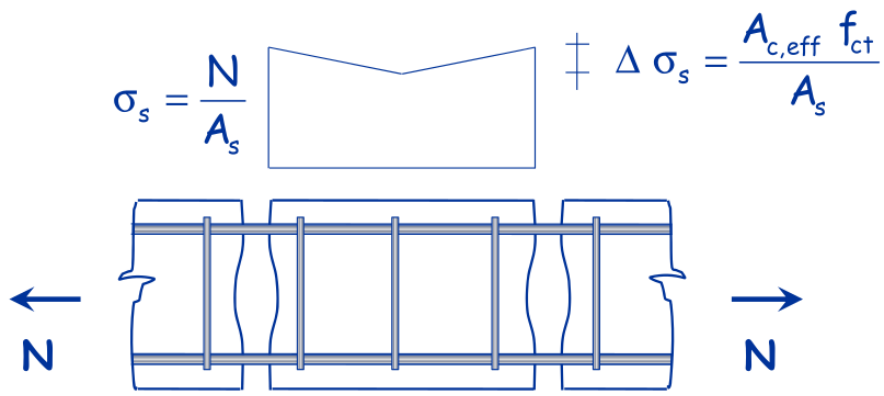
per il calcolo della deformazione media nella barra bisogna tener conto dell'effetto irrigidente del cls



$\varepsilon_{CM} = \sigma_{CM}/E_{CM} = 0{,}5 * f_{ct}/E_{CM}$ *valore medio*

Nella sezione fessurata agisce solo l'armatura metallica

$\sigma_S = N_S/A_S$



Il calcestruzzo assorbe una parte della trazione

$\sigma_{SM} = N_S/A_S - \Delta\sigma_S/2 = N_S/A_S - A_{Cef} * f_{ct}/(2*A_S)$

considerando sempre un valore medio
la deformazione media nell'armatura $\varepsilon_{SM} = \sigma_{SM}/E_S = [N_S/A_S - 0{,}5*A_{Cef} * f_{ct}/A_S]/E_S$

La differenza tra le deformazioni medie

$(\varepsilon_{SM} - \varepsilon_{CM}) = [N_S/A_S - 0{,}5*A_{Cef} * f_{ct}/A_S]/E_S \quad - 0{,}5*f_{ct}/E_{CM}$

L'eurocode 2 EN 1992 fornisce una formula diversa

$(\varepsilon_{SM} - \varepsilon_{CM}) = \sigma_S/E_S * [1 - k_T * f_{CT,eff}/(\sigma_S/\rho_{eff}) * (1 + E_S/E_{CM} * \rho_{eff})] \geq 0{,}6*\sigma_S/E_S$

$k_T = 0{,}6$ *per carichi di breve durata*

$k_T = 0{,}4$ *per carichi di lunga durata*

$f_{CT,eff} = f_{ctm}$ *resistenza a trazione efficace del cls*

L'ampiezza della fessura

$W_M = (\varepsilon_{SM} - \varepsilon_{CM}) * S_{RMAX}$;

$S_{RMAX} = r*k_3 + k_1 * k_2 * k_4 * \phi/\rho_f$

che deve essere inferiore a 0.3 mm per:

- *armature poco sensibili alla corrosione*
- *combinazione di carico quasi permanente*
- *ambiente ordinario*

La circolare alle NTC 2018 per il controllo della fessurazione

Tabella C4.1.II *Diametri massimi delle barre per il controllo di fessurazione*

Tensione nell'acciaio	Diametro massimo ϕ delle barre (mm)		
σ_s [MPa]	w_3 = 0,4 mm	w_2 = 0,3 mm	w_1 = 0,2 mm
160	40	32	25
200	32	25	16
240	20	16	12
280	16	12	8
320	12	10	6
360	10	8	-

Tabella C4.1.III -*Spaziatura massima delle barre per il controllo di fessurazione*

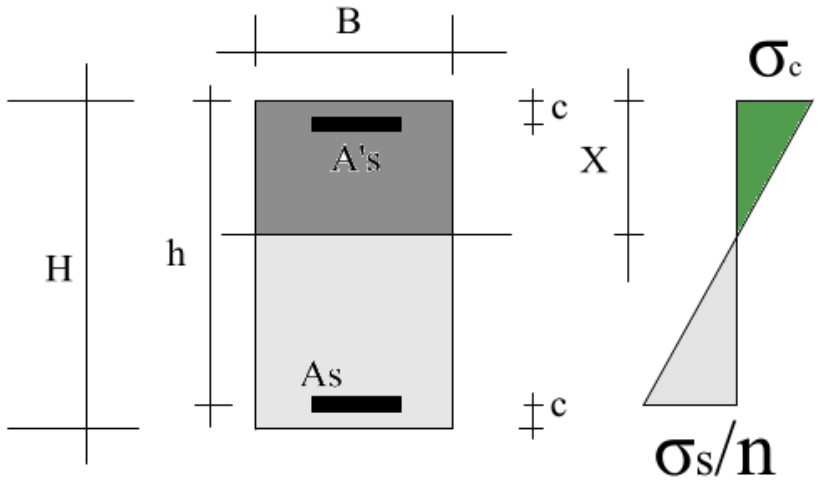
Tensione nell'acciaio	Spaziatura massima s delle barre (mm)		
σ_s [MPa]	w_3 = 0,4 mm	w_2 = 0,3 mm	w_1 = 0,2 mm
160	300	300	200
200	300	250	150
240	250	200	100
280	200	150	50
320	150	100	-
360	100	50	-

L'eurocode 2 per l'ampiezza delle fessure da le seguenti indicazioni:
E' possibile, in genere, limitare l'ampiezza delle fessure a valori accettabili ed evitare fessure incontrollate tra barre molto distanti limitando il passo delle barre e/o il diametro delle stesse. l'ampiezza delle fessure non sia maggiore in genere di 0,3 mm per calcestruzzo armato ordinario e di 0,2 mm per calcestruzzo precompresso.

Per quanto concerne la limitazione delle tensioni in una struttura in cemento armato ipotizzando per il cls e l'acciaio un comportamento elastico lineare applicando quidi la teoria del calcolo alle tensioni ammissibili

Tensione di compressione cls
$\sigma_{c,max} \leq 0{,}60\, f_{ck}$ *per combinazione caratteristica*
$\sigma_{c,max} \leq 0{,}45\, f_{ck}$ *per combinazione quasi permanente.*

Tensione di trazione acciaio
$\sigma_{s,max} \leq 0{,}8\, f_{yk}$



14-Stato limite di deformazione:il calcolo delle frecce

Negli edifici residenziali progettati con strutture intelaiate in cemento armato non si pone la problematica della verifica di deformabilità poiché gli elementi strutturali sono molto rigidi e le frecce ridotte; il controllo delle deformazioni assume una sua importanza per gli sbalzi i balconi per i quali di solito non si supera la luce di 120 cm in zona sismica però se vogliamo progettare uno sbalzo di luce 250 cm le norme non ce lo vietano per cui dobbiamo calcolare la freccia. In zona sismica sullo sbalzo va eseguita una analisi dinamica verticale al fine di ricavare la pulsazione ed il periodo in modo da determinare il carico verticale $q = \pm Sd(T)*m$ *dovuto alle azioni sismiche. La verifica la eseguiamo in condizioni di esercizio il sisma è un evento che si verifica raramente , per cui consideriamo sullo sbalzo i carichi seguenti*

$G_K + G_{SK} + Q_K$ *ed una forza F concentrata all'estremo dello sbalzo*

che possono deformare eccessiva,mente il balcone e comprometterne la funzionalità.
G_K *peso proprio 0,30*1,00*1,00*2500 = 750 daN/ml*
G_{SK} *carichi permanenti 80 daN/ml*
*intonaco 1800*0,015*1,00*1,00= 36 daN/ml*
*pavimento 2200 *0,02 *1,00*1,00= 44 daN/ml*
Q_K *carico accidentale 400 daN/mq*

F = 150 daN forza dovuta al parapetto

Dello sbalzo conosciamo le armature metalliche

$M_{MAX} = 3843+ 375 = 4218$ *daN*m* ; $V_{MAX} = 3225$ *daN*

$A_S = M_{MAX} /(0,9*h*f_{yd}) = 4,28$ *cmq si dispongono 4* ϕ *12 = 4*1,12 = 4,48 cmq*

$h = r* \sqrt{M/b} = 13,05 < h= 28$ *cm* $r = 1/(0,6425*0,85*f_{cd} *0,259*0,9)^{1/2} = 0,201$

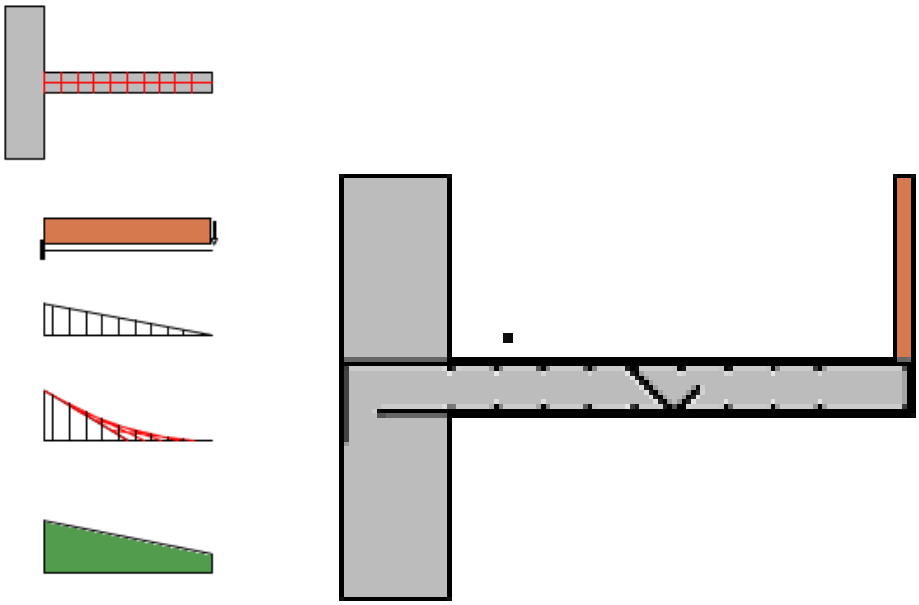
FEB 450 $f_{yd} =450/1,15 =391$*N/mmq* $h = 28$ *cm ;* $b = 100$ *cm*

utilizziamo un calcestruzzo classe 35 $f_{cd} = 0,83 *350/1,5= 193,66$ *daN/cmq*

Verifica a taglio $\tau = V/(0,9*b*h) =1,27$ *daN/cmq <* $\tau_{RD} = 3,7$ *daN/cmq*
Armiamo con due molle ϕ *12 e due sagomati in mezzeria* ϕ *12*
Il nostro obiettivo è il calcolo della freccia all'estremità dello sbalzo tenendo conto della parzializzazione della sezione che in una struttura isostatica non influenza le sollecitazioni ovvero il diagramma del momento e del taglio. Il calcolo lo eseguiamo attraverso il principio dei lavori virtuali considerando un sistema di forze ed un sistema di spostamenti

1 f = ∫M'*M/EI*ds + ∫V'*6/5*V/EA*ds + ∫N'*N/EA*ds*
lo sforzo normale è nullo , possiamo trascurare la deformazione dovuta al taglio risolvere l'integrale per sommatoria discretizzando la mensola in 10 conci di lunghezza Δz=25 cm

1 f = ∑M'*M/EI*Δz*



*M(z) = F*z + q*z² /2 ; V(z) = F+ q*z M'(z) = 1*z*

Riportiamo in tabella per ogni concio di sbalzo

Concio	*z*	*M*	*As*	*A's*	*X*	*I*	*M/EI*	*M'*	*M'*M/EI*Δz*
1	*0,25*								
2	*0,5*								
3	*0,75*								
4	*1*								
5	*1,25*								
6	*1,5*								
7	*1,75*								
8	*2*								
9	*2,25*								
10	*2,5*								
freccia								*f=*	*∑M'*M/EI*Δz*

X posizione asse neutro per concio per M ≤ M_F si considera anche il cls a trazione

La X viene determinata dalla equazione di II Grado $M_F = f_{ctd}*I/[n'*(H-X)]$

$b*X^2/2 + n*A's*(X-c) - n*As*(h-X) + n'*b*(H-X)^2/2 = 0$ *per* $M \leq M_F$

$b*X^2/2 + n*A's*(X-c) - n*As*(h-X)$ *per* $M > M_F$

$I = b*X^3/3 + n'*b*(H-X)^3/3 + n*As*(h-X)^2 - n*A's*(X-c)^2$ *per* $M \leq M_F$

$I = b*X^3/3 + n*As*(h-X)^2 - n*A's*(X-c)^2$ *per* $M > M_F$

Il modulo elastico del cls a compressione $E = 22000*(f_{cm}/10)^{0,3}$ *N/mmq*
Attraverso questi semplici passaggi determiniamo l'abbassamento alla estremità dello sbalzo che in modo approssimato dimezzando la rigidezza

$f = F*L^3/(3*E*I) + Q*L^4/(8EI) = 0,98\ cm \leq L/250 = 1\ cm$

$E = 300000\ daN/cmq$ *modulo elastico calcestruzzo*

L'aspetto e la funzionalità della struttura possono essere pregiudicati se l'inflessione calcolata di una trave, piastra o sbalzo soggetti ai carichi quasi-permanenti è maggiore di | 1/250 | della luce.
Le inflessioni possono causare danni a tramezzi, a elementi connessi o in contatto con l'elemento considerato, e a finiture e infissi, se la deformazione prevista coi calcolo che si manifesta dopo la costruzione di tali elementi risulta eccessiva. Un limite adeguato dipende dalla natura dell'elemento che può essere danneggiato, ma, indicativamente, un limite di | 1/500 | della luce è considerato ragionevole nella maggior parte dei casi. Tale limite può essere reso meno vincolante se gli elementi che possono essere danneggiati sono stati progettati per adattarsi a inflessioni maggiori o se è nota la loro capacità di resistere a inflessioni maggiori senza danno.

Le NTC e L'Eurocode 2 definiscono dei valori limite del rapporto L/h in base al quale stabilire se il calcolo della freccia va eseguito .
NTC 2018

$$\frac{L}{h} \leq k\left[11 + \frac{0.0015\, f_{ck}}{\rho + \rho'}\right]\frac{500}{f_{yk}}\frac{A_{s,eff}}{A_{s,calc}}$$

k	dipende dallo schema statico
ρ	percentuale di armatura tesa
ρ'	percentuale di armatura compressa
$A_{s,eff}$	area di armatura tesa effettivamente presente
$A_{s,calc}$	area di armatura tesa calcolata

EUROCODE 2

$$\frac{L}{d} \le k\left[11 + 1.5\sqrt{f_{ck}}\,\frac{\rho_0}{\rho} + 3.2\sqrt{f_{ck}}\left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1\right)^{\frac{3}{2}}\right] \qquad \text{se } \rho \le \rho_0$$

$$\frac{L}{d} \le k\left[11 + 1.5\sqrt{f_{ck}}\,\frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12}\sqrt{f_{ck}\,\frac{\rho'}{\rho_0}}\right] \qquad \text{se } \rho > \rho_0$$

Per f_{ck}=25 MPa, f_{yk} = 450 MPa, ρ'=0 e $A_{s,eff}$=$A_{s,calc}$, si può omettere il calcolo esplicito della freccia se non sono superati i seguenti valori di L/h:

Schema statico	k	ρ = 0.5%	ρ = 1.0%	ρ = 1.5%
Travi appoggiate	1.0	20.6	16.4	15.0
Estremità travi continue	1.3	26.7	21.3	19.5
Campate interne di travi continue	1.5	30.8	24.6	22.5
Mensole	0.4	8.2	6.6	6.0

Per sbalzi d luce L>1,50m occorre considerare un ulteriore stato limite che è quello di oscillazione in occasione di un evento sismico ,infatti non si supera la luce 150 cm per evitare grandi oscillazioni per sisma verticale:come per le strutture in legno si può calcolare la frequenza fondamentale di vibrazione, che per una mensola con massa distribuita

$f = 1/T = \omega /(2*\pi)$ $\quad \omega = 3{,}5160*1/l^2*\sqrt{(EI/m)}$; $f = 3{,}5160/(2*\pi)*1/l^2*\sqrt{(EI/m)}$

da confrontare con una frequenza ammissibile $f \geq \approx 4Hz$

Le NTC 2018 stabiliscono che quando richiesto, devono essere individuati limiti per vibrazioni:
– al fine di assicurare accettabili livelli di benessere (dal punto di vista delle sensazioni percepite dagli utenti),
– al fine di prevenire possibili danni negli elementi secondari e nei componenti non strutturali,
– al fine di evitare possibili danni che compromettano il funzionamento di macchine e apparecchiature.

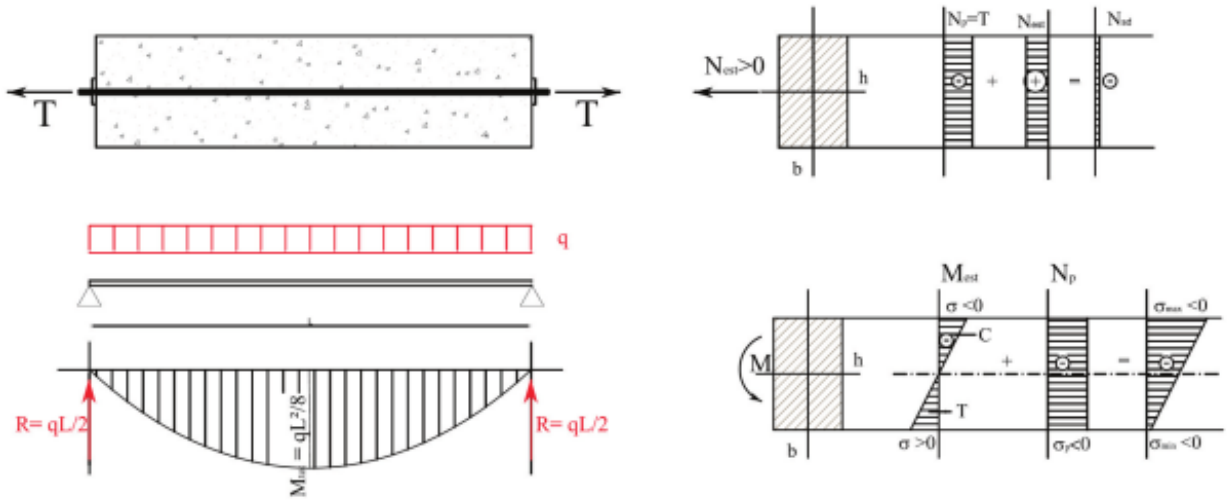
15-Le strutture in cemento armato precompresso

Il cemento armato precompresso è una tecnologia costruttiva che sfrutta al massimo le caratteristiche di resistenza a compressione del calcestruzzo in modo che tutta la sezione della trave sia reagente essendo interamente compressa; una trave in cemento armato inflessa al bordo inferiore è tesa ovvero vi sono sollecitazioni di trazione che possono essere eliminate se introduciamo uno stato di coazione nella trave ovvero se la precomprimiamo con tensioni di compressione. Se lo sforzo normale di precompressione è centrato il diagramma delle tensioni è rettangolare che va sommato al diagramma a farfalla della trave derivante dalla flessione.

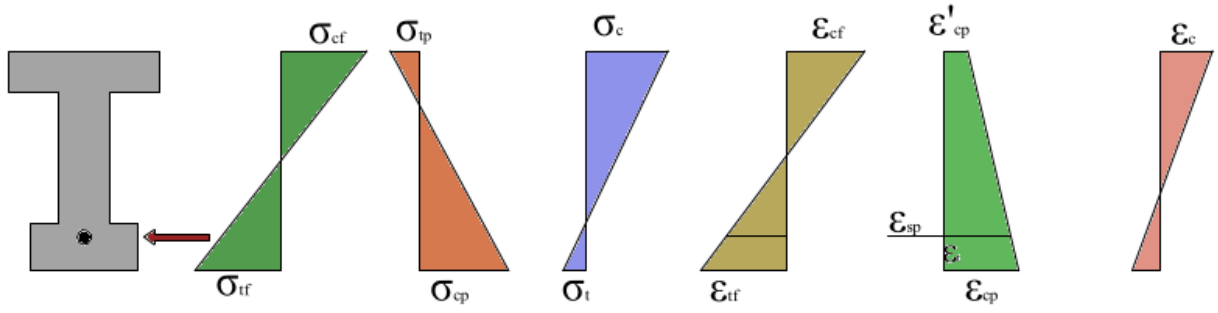
Le tensioni al lembo superiore ed inferiore della trave :

$\sigma_C = N/A + M/W$; $\sigma_T = N/A - M/W$

al bordo inferiore vengono tollerate delle tensioni di trazione esigue .



Nel calcolo delle travi in cemento armato precompresso si considera valido il principio di conservazione delle sezioni piani per cui anche il diagramma delle deformazioni è lineare



Abbiamo ipotizzato che il diagramma delle tensioni sia lineare , ovvero per il cls un comportamento elastico lineare

La verifica nella fase iniziale di tiro dove i carichi agenti sono il peso proprio della trave e lo sforzo di precompressione iniziale N_O

$\sigma_{CP} = N_O/A - N_O*e*y_S / I + M_O*y_S /I$ *tensione di compressione iniziale tiro*

$\sigma_{TP} = N_O/A + N_O*e*y_i / I - M_O*y_i /I$ *tensioni di trazione iniziale tiro*

$M_O = G_K * L^2/8$ G_K *peso proprio*

in fase di esercizio con trave posta in opera

$\sigma_C = \beta* N_O/A - \beta*N_O*e*y_S/I + M*y_S/I$ *tensione di compressione esercizio*

$\sigma_T = \beta*N_O/A+\beta* N_O*e*y_I/I - M*y_I/I$ *tensioni di trazione iniziale esercizio*

$M = (G_K + G_{SK} + Q_K)* L^2/8$

G_K *peso proprio*

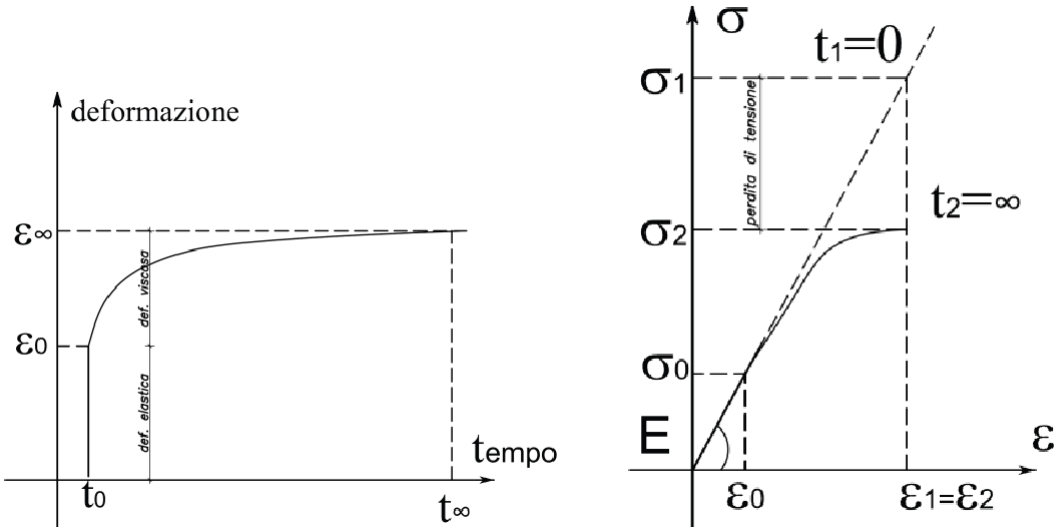
G_{SK} *carichi permanenti*

Q_K *carico accidentale*

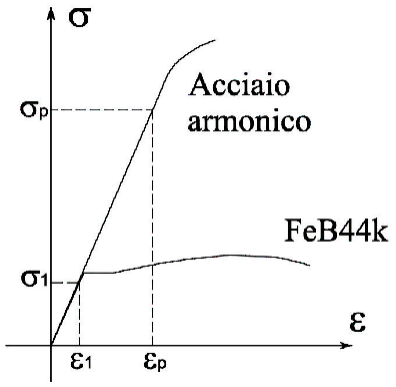
$\beta < 1$ *coefficiente che tiene conto delle cadute di tensione e della diminuzione di* N_O

L'azione precompressione del cls è dovuta all'allungamento delle "barre di presollecitazione" che, una volta rilasciate, creano un accorciamento del calcestruzzo: maggiore è la contrazione del cls, maggiore è la tensione di compressione nello stesso.
L'allungamento imposto alle armature viene perso per effetto :

- ritiro calcestruzzo
-deformazione viscosa cls fluage ;
in condizione di carico costante, scontata una prima deformazione elastica, si ha anche una deformazione viscosa (aumento della deformazione nel tempo a carico costante); questo fenomeno avviene in un periodo temporale di qualche mese;
-rilassamento delle armature
diminuzione nel tempo della forza necessaria a mantenere una determinata deformazione, cioè diminuzione del modulo elastico. Al contrario della deformazione viscosa, il fenomeno avviene nei primi giorni.



Queste perdite vengono definite perdite differite nell'acciaio e engono superate utilizzando acciaio ad alta resistenza.



Il materiale calcestruzzo deve essere di una classe > C40/45 i valori della resistenza a compressione a lungo termine

$\sigma_C \leq 0{,}60 * f_{CK}$; *combinazione caratteristica*

$\sigma_C \leq 0{,}45 * f_{CK}$; *combinazione rara*

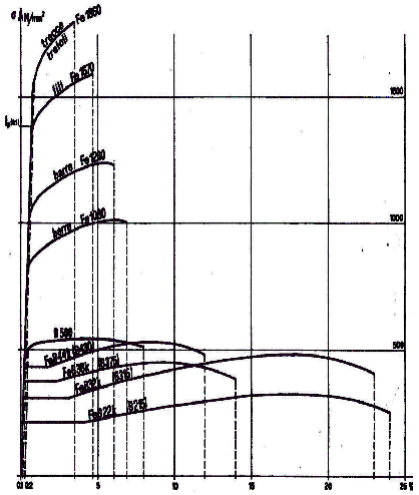
in fase iniziale di tiro

$\sigma_C \leq 0{,}60 * f_{CKJ}$;

In ambienti poco aggressivi sono ammesse sollecitazioni di trazione , la corrosione dell'acciaio armonico visto lo stato tensionale elevato è pericolosa per cui va evitata in modo assoluto in ambienti aggressivi la formazione di fessure

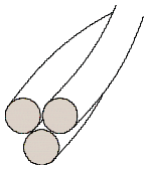
$\sigma_T \leq f_{CTK} / \gamma_{MC}$

*Per il cemento armato precompresso vengono utilizzati acciai ad alta resistenza (**acciai armonici**), che presentano pertanto elevati valori di allungamento al limite elastico, necessari per contenere le perdite. Essi presentano comportamento altamente fragile caratterizzato da una elevata resistenza in assenza o quasi di snervamento.*
La tensione di snervamento corrisponde al 0,2% mentre la deformazione ultima è sempre pari a 1%

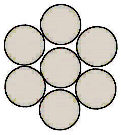


L'acciaio utilizzato è sotto forma di trecce file e trefoli

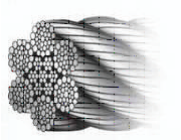
filo diametro 2 ÷10mm



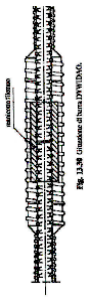
treccia costituita da 2 0º 3 fili avvolti



il trefolo è costituito da un filo centrale intorno al quale sono avvolti fili ad elica



la fune è costituita da più fili organizzati in vario modo



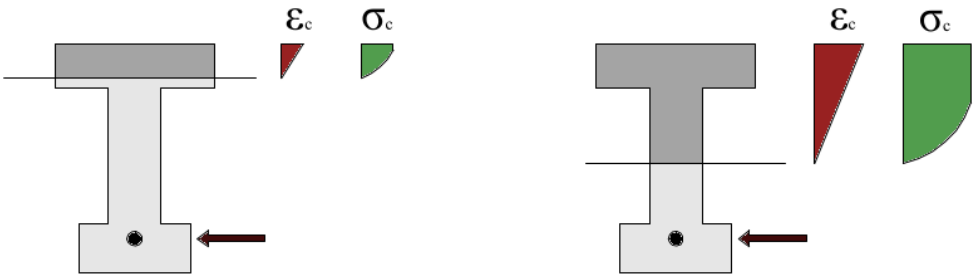
La barra da c.a.p. è un prodotto laminato di sezione piena

Le tensioni in fase di tiro ed esercizio per l'acciaio

$\sigma_{spi} < 0{,}85\, fp(0{,}1)_k$ $\sigma_{spi} < 0{,}75 * f_{ptk}$ *per armatura post-tesa*

$\sigma_{spi} < 0{,}90\, f_p(0{,}1)_k$ $\sigma_{spi} < 0{,}80 * f_{ptk}$ *per armatura pre-tesa*

*Il calcolo della sezione viene eseguito considerando un diagramma tensioni deformazioni nel cls parabola rettangolo, o rettangolare con profondità pari a 0,8*X .*



Se l'asse neutro taglia la parte superiore della trave il calcolo della risultante degli sforzi di compressione è analogo ad una sezione rettangolare;

$C=\alpha * fcd * X * B * \psi$;

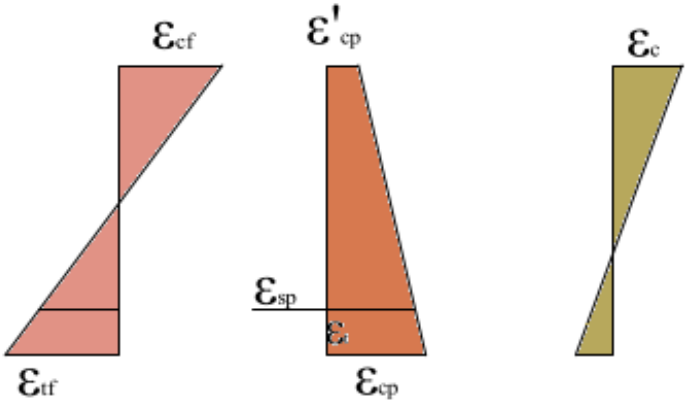
Se taglia l'anima della trave possiamo considerare l'area compressa come somma di due rettangoli

$C = \alpha * fcd * X * t * \psi_1 + \alpha * fcd * X * (B-t) * \psi_2$;

L'equazione di equilibrio alla traslazione

$C-T = 0$ *con* $T = \sum A_{SI} * \sigma_{SI}$ *armatura dolce inferiore*

è evidente che si è utilizzato un diagramma delle deformazioni lineare tenendo conto della deformazione di precompressione nell'acciaio



Vantaggi della precompressione

- disponendo i cavi nella posizione opportuna si riesce ad annullare o quanto meno a ridurre notevolmente gli effetti dei carichi esterni;

- si ha l'annullamento o la riduzione delle tensioni di trazione nel calcestruzzo. Questo fa si che tutto il materiale reagisca permettendo così sensibili riduzioni di sezione a parità di carichi esterni rispetto a travi in c.a ordinario;

- gli sforzi di compressione vengono anch'essi notevolmente ridotti per la presenza di maggiore area resistente a compressione;

- sensibile riduzione delle tensioni principali di trazione dovute al taglio;

- sensibile riduzione degli effetti del ritiro. D'altronde il fenomeno del ritiro tende a diminuire lo stato di compressione contribuendo a diminuire il benefico effetto della precompressione;

- un elemento o una struttura in c.a.p. nelle varie fasi di costruzione è sottoposto di fatto a severi collaudi che garantiscono l'opportuna resistenza anche livelli di tensione che normalmente non vengono mai più raggiunti in fase di esercizio ma comunque presenti nelle fasi intermedie (ad esempio nella fase di precompressione);

- la tecnica della precompressione può essere applicata anche ad altre tipologie costruttive, quali le strutture miste acciaio-calcestruzzo e le stesse strutture metalliche.

Svantaggi della precompresione

- malgrado la semplicità concettuale dei calcoli, la progettazione delle opere in c.a.p. richiede consapevolezza e senso di responsabilità ancora maggiori rispetto alle normali opere in c.a.; la tecnica della precompressione richiede un alto livello di specializzazione delle imprese costruttrici e delle maestranze. Si pensi alle operazioni di messa in trazione dei cavi, operazione che richiede l'uso di martinetti idraulici o alle operazioni di ancoraggio dei cavi che richiede particolari tecnologie che verranno esaminate in seguito;

- le costruzioni in c.a.p. devono essere realizzate con materiali più resistenti e dunque più costosi, infatti l'acciaio utilizzato deve essere in grado di sviluppare grandi deformazioni (allungamenti) in campo elastico, cioè possedere un elevato limite elastico.

Le tecniche di precompressione

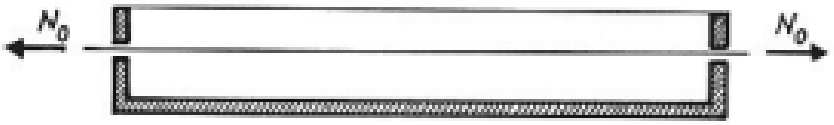
Esistono differenti tipi di precompressione:

Precompressione interna *con cavi ai fili aderenti o scorrevoli inseriti nella trave di calcestruzzo;*

Precompressione esterna *con cavi esterni all'elemento strutturale tecnica utilizzata anche per le murature ;*

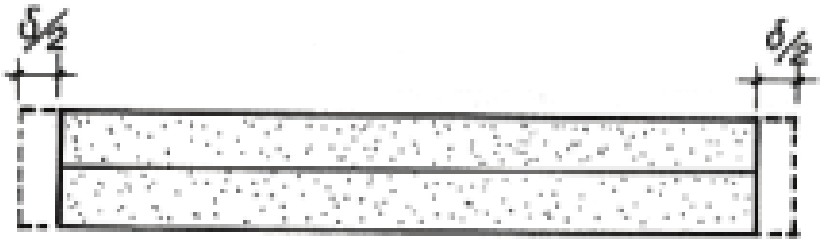
Precompressione mista *sia interna che esterna;*

La precompressione a fili aderenti *o ad armatura pretesa È una tecnica di precompressione interna, tipica della prefabbricazione industrializzata eseguita in stabilimento, che prevede i cavi immersi nel getto di calcestruzzo ed trasferimento della forza per aderenza.*



Fase I: si dispongono i cavi (trecce e trefoli) di precompressione all'interno del cassero prima del getto nella posizione voluta, tesati con uno o due martinetti idraulici vincolati a due blocchi di ancoraggio solidali con il terreno;

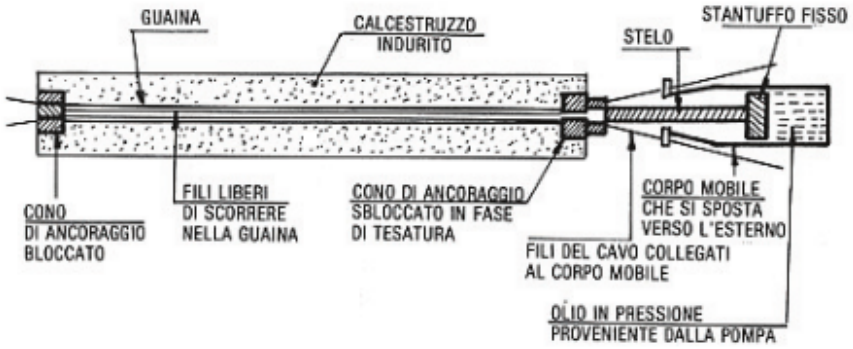
Fase II: la trazione voluta viene mantenuta per il tempo necessario ad effettuare il getto di calcestruzzo e per realizzarne la presa e l'avvio del suo indurimento.



Fase III: Eseguito il getto e raggiunto così un'opportuna caratteristica di resistenza del cls, i fili vengono tagliati in corrispondenza delle sezioni terminali dell'elemento.

I fili non più tesi tenderanno ad accorciarsi e trasferiscono per aderenza la compressione alla trave di calcestruzzo anche con una caduta di tensione iniziale.

La precompressione a cavi scorrevoli *è una tecnica sia interna che esterna consiste nel mettere in tensioni dei trefoli o trecce all'interno di una guaina che può essere interna o esterna alla trave di calcestruzzo , con trasmissione della compressione sulla testata del manufatto.*



Fase I:
si prepara la cassaforma con all'interno i cavi contenuti entro guaine (quindi liberi di scorrere) ed i dispositivi di fissaggio; si esegue il getto del manufatto; in alcuni casi, vengono inserite solamente le guaine, infilando in un secondo momento i cavi.
Fase II:
a getto avvenuto ed al raggiungimento delle opportune caratteristiche meccaniche del calcestruzzo (resistenza necessaria ad assorbire in sicurezza le coazioni imposte), i cavi vengono messi successivamente in tensione da martinetti idraulici a contrasto con l'elemento di calcestruzzo; la tesatura può avvenire su entrambe le facce oppure una sola dopo aver bloccato l'estremo opposto.
Fase III:
raggiunto il livello di tensione voluto che corrisponde evidentemente allo stato di precompressione voluto si procede al bloccaggio dei cavi attraverso opportuni dispositivi brevettati, solitamente a forma di cuneo; si tolgono i martinetti e si procede con l'iniezione della malta di cemento nelle guaine.

I sistemi di ancoraggio :
Ancoraggio a cuneo
Il tronco di cono centrale viene trascinato all'interno dell'elemento dalla forza di trazione e quindi premuto contro la sua sede, fino ad auto bloccarsi.

Fig. 13.26 Ancoraggio mobile VSL.

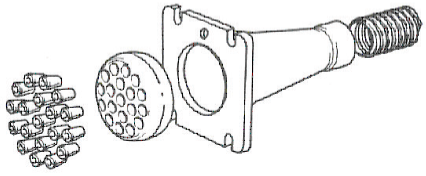
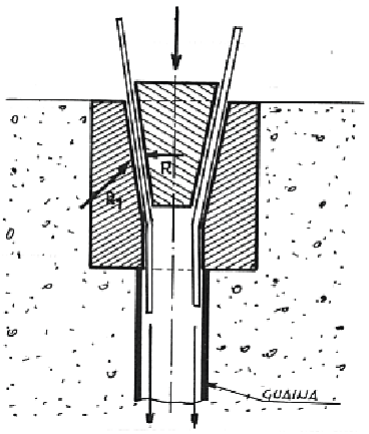
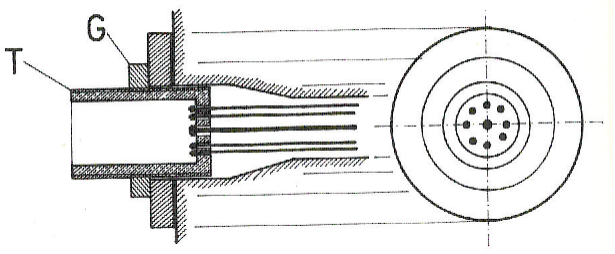


Fig. 13.27 Ancoraggio mobile FREYSSINET.



Ancoraggio a testa cilindrica



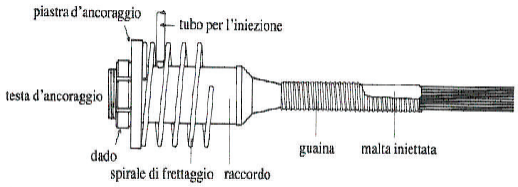
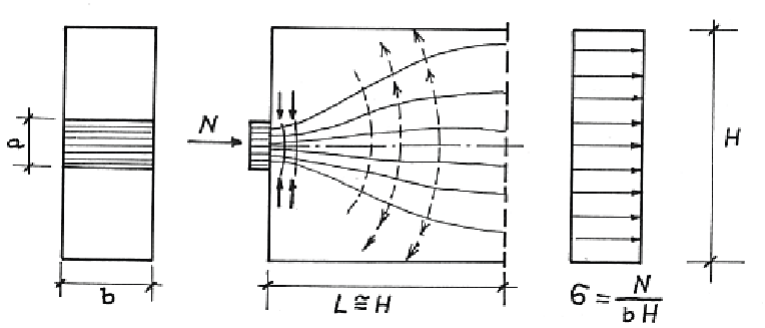


Fig. 13.25 Ancoraggio mobile BBRV.

In entrambi i dispositivi bisogna prestare molta attenzione alla zona di ancoraggio: infatti nel punto di contatto e trasferimento della forza di pre-compressione si generano picchi di tensione molto elevati. La forza di precompressione induce tensioni di

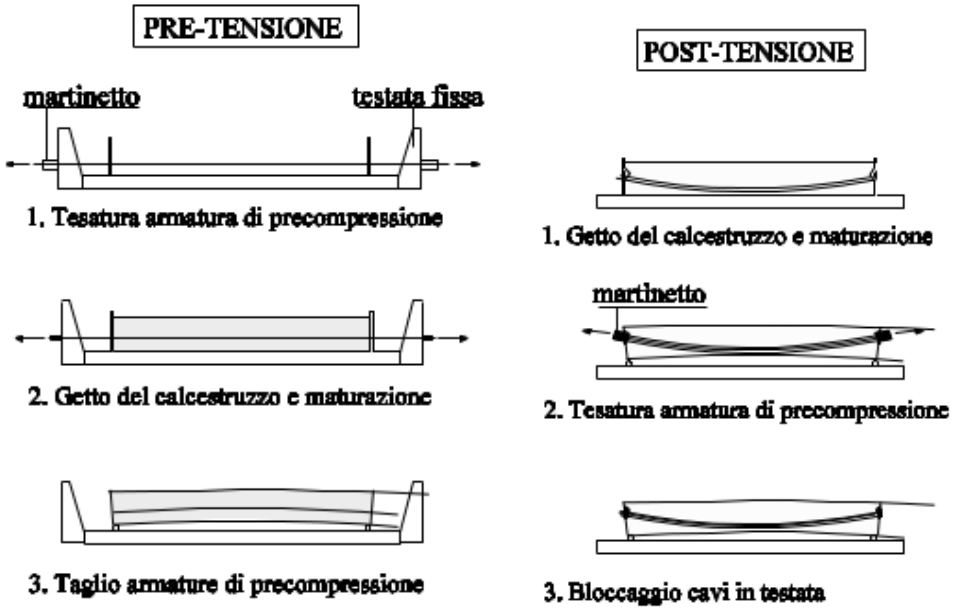
compressione elevate nella direzione del cavo, ma anche tensioni di trazioni ortogonali alle precedenti. Per riprendere le tensioni di trazione e contemporaneamente confinare il cls soggetto a compressioni elevate bisogna prevedere un'armatura trasversale molto fissa (staffe molto ravvicinate), detta armatura di frettaggio.



- Iniezione dei cavi

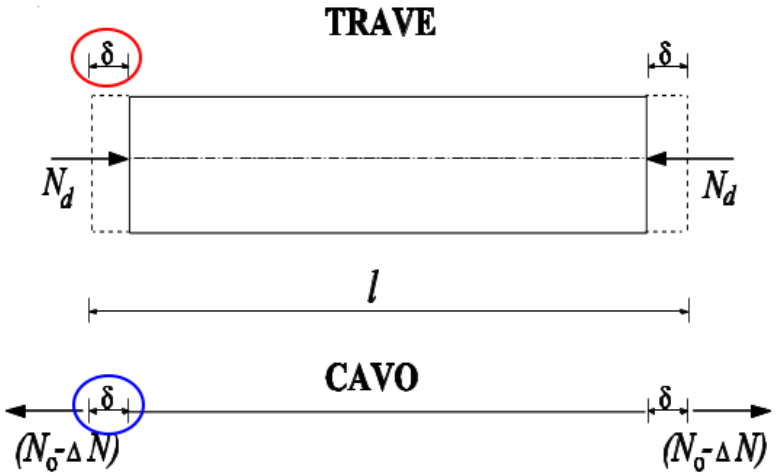
Nei manufatti ad armature post-tesi, dopo la tesatura finale, si deve procedere alla sigillatura della guaina al cui interno scorre il cavo. La sigillatura avviene con l'iniezione di miscele cementizie (malte con inerti molto fini) o resine ad hoc.
L'iniezione viene eseguita per i seguenti scopi:
-Protezione dell'acciaio post-teso dalla corrosione;
-Realizzare l'aderenza fra il cavo e la guaina (e quindi il calcestruzzo) per migliorare le condizioni di sicurezza a rottura. A tal fine si possono anche utilizzare guaine opportunamente corrugate all'interno e esterno.
Dopo l'iniezione il cavo da presollecitazione vale anche come armatura lenta, cioè può riprendere le trazioni presenti nell'elemento in c.a.

***Le cadute di tensione** determinano una diminuzione delle sforzo di trazione nei cavi di acciaio con conseguente diminuzione delle sforzo di precompressione sulla trave;*
Perdite di tensione istantanea :



Riduzione dello sforzo al tesaggio dei cavi per effetto della deformazione elastica della trave di calcestruzzo a cavi aderenti;

Per cavo centrato :



$N = N_O - \Delta N$ *tra calcestruzzo e cavi vi è perfetta aderenza* $\varepsilon_S = \varepsilon_C \quad \Delta_S = \Delta_C$

N_O *sforzo applicato al martinetto*

ΔN *perdita di tensione elastica*

$\Delta_S = \Delta_C = \Delta N * L/(E_S * A_P) = N*L/(E_C*A_C)$; $\Delta N = N*(E_S * A_P)/(E_C*A_C) = N*n*A_P/A_C$

L'area di calcestruzzo è quella omogenea $A_C = A_C + n*A_{SC} + n*A_{SP}$

A_C *area della sezione di calcestruzzo*
A_{SC} *area armatura dolce*
A_{SP} *area armatura precompressione*

Per sforzo di precompressione eccentrico , la perdita di tensione nel trefolo

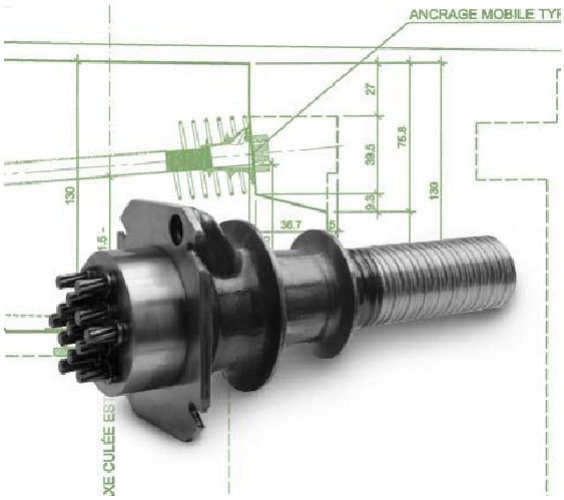
$N = N_O - \varepsilon_{C0} * E_S * A_P \quad \sigma_S = \sigma_{S0} - n*\sigma_{C0}$

Per trefoli eccentrici determiniamo la tensione della treccia sottraendo al valore iniziale la tensione corrispondente alla fibra del trefolo

$\sigma'_{SpI} = \sigma_{SPI} - n*(N_O/A + N_O * e * y_I / I + M_0 * y_I / I)$

I momento di inerzia della sezione
e eccentricità dello sforzo di precompressione cavo risultante
y_I *ordinata della fibra della treccia*
A area della sezione
σ_{SPI} *- tensione iniziale di trazione nella treccia*

Rientro dei blocchi di ancoraggio in testata ed attrito tra cavo e guaina ;

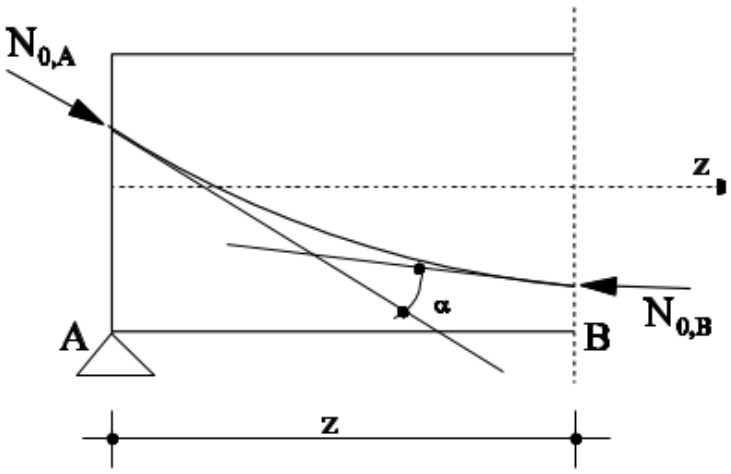


Un rientro degli apparecchi di testata ad esempio 2 mm per trave di lunghezza 10 m $\varepsilon_S = 2/10000 = 0{,}0002$ *, la perdita di tensione* $\Delta\sigma_S = E_S * \varepsilon_S$
La tensione nel trefolo $\sigma'_{SpI} = \sigma_{SPI} - \Delta\sigma_S$;

Se la tesatura dei cavi avviene in fase successive e non contemporaneamente ad esempio con tre cavi posti tutti alla stessa altezza e ciascuno di essi generi nel cls una tensione σ_C *, la tesatura del II cavo genera sul primo una perdita di tensione*

$\Delta\sigma_S = n * \sigma_C = \sigma_C * E_S / E_C$

Perdite di tensione per attrito tra cavo e guaina (Cavi scorrevoli)



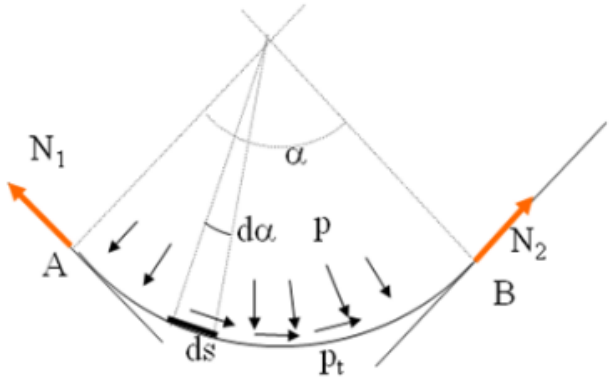
Le NTC 2018 per la valutazione delle perdite di tensione per attrito prescrivono una relazione lineare

$N_{0b} = N_{0A} * [1 - f(\alpha + \beta * z)]$ $\beta = 0{,}01 rad/m$

$f = 0{,}3$ *cavo guaina*

$f = 0{,}5$ *cavo cls*

Considerando un tronco infinitesimo di cavo con raggio di curvatura r l'equilibrio alla traslazione in direzione normale all'asse del cavo , la pressione p_N esercitata dal cavo sulla guaina



$p_N * r * d\alpha = 2*N*d\alpha + dN*d\alpha$ *trascurando il termine del secondo ordine* $p_N = 2*N/r$

si genera una forza di attrito tra cavo e guaina avente direzione tangente al cavo

$p_T = p_N * f = f*N/r$; *f coefficiente di attrito tra cavo e guaina*

L'equilibrio alla traslazione in direzione parallela all'asse del cavo

$N = p_T * r * d\alpha + (N+dN)$ $N = f*N*d\alpha + (N+dN)$; $1 = f*N*d\alpha + 1 + dN$;

$dN/N = -f*d\alpha$; $N_\alpha = N_0 * e^{-f*\alpha}$

Effetti differiti : fluage , ritiro del cls e rilassamento acciaio

Possiamo considerare una perdita di tensione globale pari a

$\Delta\sigma_S = E_S*\varepsilon_s + (m*\sigma_{CI}*E_S/E_C) + [k*\sigma_{SI}*(\sigma_{SI}/fptk - 0{,}5)^2]$

La perdita di tensione per ritiro $\Delta\sigma_R = E_{SP}*\varepsilon_{cs}$ *per t< 14gg e t> 14gg*

La deformazione totale da ritiro si può esprimere come:
$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cd} + \varepsilon_{ca}$
dove:
ε_{cs} *è la deformazione totale per ritiro*
ε_{cd} *è la deformazione per ritiro da essiccamento*
εc_a *è la deformazione per ritiro autogeno.*

Il valore medio a tempo infinito della deformazione per ritiro da essiccamento:
$\varepsilon_{cd,\infty} = k_h\, \varepsilon_{c0}$

Tab. 11.2.Va – *Valori di ε_{cd}*

f_{ck}	Deformazione da ritiro per essiccamento (in ‰)					
	Umidità Relativa (in %)					
	20	40	60	80	90	100
20	-0,62	-0,58	-0,49	-0,30	-0,17	+0,00
40	-0,48	-0,46	-0,38	-0,24	-0,13	+0,00
60	-0,38	-0,36	-0,30	-0,19	-0,10	+0,00
80	-0,30	-0,28	-0,24	-0,15	-0,07	+0,00

Tab. 11.2.Vb – *Valori di k_h*

h_0 (mm)	k_h
100	1,00
200	0,85
300	0,75
≥ 500	0,70

Lo sviluppo nel tempo della deformazione da essiccamento può essere valutato attraverso la formula

$\varepsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t - t_s) \times \varepsilon_{cd,\infty}$ *con* $\beta_{ds}(t-t_s)=(t-ts)/[(t-t_s)+0{,}04\ h_o^{3/2}]$

t è l'età del calcestruzzo nel momento considerato (in giorni)
t_s è l'età del calcestruzzo a partire dalla quale si considera l'effetto del ritiro da essiccamento (normalmente il termine della maturazione, espresso in giorni).
h_0 è la dimensione fittizia (in mm) pari al rapporto 2Ac / u
A_c è l'area della sezione in calcestruzzo
u è il perimetro della sezione in calcestruzzo esposto all'aria.

Il valore medio a tempo infinito della deformazione per ritiro autogeno εca,∞ può essere valutato mediante l'espressione:

$\varepsilon_{ca,\infty} = -2{,}5\times(f_{ck} - 10)\times 10^{-6}$ *con* f_{ck} *in N/mmq.*

L'eurocode 2 EN 1992 *per il fluage ed il ritiro stabilisce quanto segue :*
-Le deformazioni viscose e il ritiro del calcestruzzo dipendono principalmente dall'umidità dell'ambiente, dalle dimensioni dell'elemento e dalla composizione del calcestruzzo. La viscosità è influenzata anche dal grado di maturazione del calcestruzzo al momento della prima applicazione del carico, nonché dall'entità e dalla durata di applicazione di questo. Qualsiasi valutazione del coefficiente di viscosità $\varphi(t, t_0)$ e della deformazione per ritiro ε_{cs} deve, di regola, tenere conto di tali parametri.
-Nei casi in cui non è richiesta una grande accuratezza, i valori riportati possono essere assunti rispettivamente come coefficiente di viscosità finale $\varphi(\infty, t_0)$ e come deformazione finale di ritiro εcs∞ di un calcestruzzo confezionato con aggregati normali, soggetto a tensione assiale non maggiore di $|\ 0{,}45\ f_{ck}\ |$ al tempo t_0 del primo carico.

-I valori indicati sono riferiti all'intervallo di temperatura compreso tra 10 °C e 20 °C. Tuttavia possono essere accettati per escursioni stagionali di temperatura comprese tra −20 °C e +40 °C. Analogamente possono essere accettati gli stessi valori dei prospetti 3.3 e 3.4 nel campo di umidità relativa compreso tra R_H= 20% e R_H= 100%.

Età del calcestruzzo t_0 al momento di applicazione del carico (giorni)	Dimensione nominale 2 A_c/u (mm)					
	50	150	600	50	150	600
	Atmosfera secca			Atmosfera umida		
1	5.5	4.6	3.7	3.6	3.2	2.9
7	3.9	3.1	2.6	2.6	2.3	2.0
28	3.0	2.5	2.0	1.9	1.7	1.5
90	2.4	2.0	1.6	1.5	1.4	1.2
365	1.8	1.5	1.2	1.1	1.0	1.0

Prospetto 3.4 - Valore finale della deformazione di ritiro $\varepsilon_{cs\infty}$(in ‰) di un calcestruzzo di massa volumica normale

Posizione elemento	Umidità relativa %	Dimensione nominare 2 A_c / u (mm)	
		≤ 150	600
Interno	50	-0,60	-0,50
Esterno	80	-0,33	-0,28

Effetti del fluage NTC 2018

*In sede di progettazione, se la tensione di compressione del calcestruzzo, al tempo t_0=j di messa in carico, non è superiore a 0,45*fckj, il coefficiente di viscosità $\varphi(\infty, t_0)$, a tempo infinito, a meno di valutazioni più precise è fornito dalla presenta tabella dove per valori intermedi si interpola linearmente*

Tab. 11.2.VI – *Valori di ϕ (∞, t_0). Atmosfera con umidità relativa di circa il 75%*

t_0	$h_0 \leq 75$ mm	$h_0 = 150$ mm	$h_0 = 300$ mm	$h0 \geq 600$ mm
3 giorni	3,5	3,2	3,0	2,8
7 giorni	2,9	2,7	2,5	2,3
15 giorni	2,6	2,4	2,2	2,1
30 giorni	2,3	2,1	1,9	1,8
≥ 60 giorni	2,0	1,8	1,7	1,6

Tab. 11.2.VII - *Valori di ϕ (∞, t_0). Atmosfera con umidità relativa di circa il 55%*

t_0	$h_0 \leq 75$ mm	$h_0 = 150$ mm	$h_0 = 300$ mm	$h_0 \geq 600$ mm
3 giorni	4,5	4,0	3,6	3,3
7 giorni	3,7	3,3	3,0	2,8
15 giorni	3,3	3,0	2,7	2,5
30 giorni	2,9	2,6	2,3	2,2
≥ 60 giorni	2,5	2,3	2,1	1,9

La deformazione dovuta al fluage $\varepsilon_{VI} = \varphi * \varepsilon_{EI} = \varphi * \sigma_{CI}/E_C$

il modulo elastico del cls $E_C = 9500*(f_{ck}+8)^{1/3}$

La perdita di tensione nel cavo $\Delta\sigma_{PI} = \varepsilon_{VI} * E_{SI} = n*\varphi*\sigma_{CI}$

La tensione $\sigma_{CI} = (N_O/A + N_O * e * y_I / I + M_0 * y_I / I)$

y_I *ordinata della fibra i-ma corrispondente al cavo*

Perdite di tensione per effetti differiti : rilassamento acciaio

*Le NTC 2018 stabiliscono che la tensione di prova deve essere pari al 70%*fpt e la perdita di tensione per rilassamento dopo mille ore*

Armatura prodotto	*Caduta di tensioni :ρ1000*
treccia filo o trefolo	*2,5*
Barre laminate a caldo	*4*

Le norme del 1996 affermavano che se l'armatura di pretensione viene in fase di tiro sollecitata per valori delle tensione pari e superiori al 50% della tensione di rottura , a deformazione costante la tensione si riduce nel tempo

$\Delta\sigma_{RIL} = 16 * (\sigma_{SPI} / f_{ptk} - 0{,}5)^2$

in virtù della presenza contemporanea di ritiro e fluage le armature di precompressione non hanno una deformazione imposta costante per cui la perdita di tensione per rilassamento è più bassa e pari a

$\Delta' \sigma_{RIL} = [1 - 2{,}5 * (\Delta\sigma_R + \Delta\sigma_V) / \sigma_{SPI}] * \Delta\sigma_{RIL}$

Progettazione e verifica di una trave in cemento armato precompresso

La verifica di una trave in cemento armato precompresso viene eseguita :

stato limite ultimo

- Flessione

-Taglio

stato limite di esercizio

-Fessurazione

-Deformazione

-Controllo delle tensioni.

La combinazione di carico allo Stato Limite Ultimo

$F_d = \gamma_G * (G_K + G_{SK}) + \gamma_Q * Q_K + \gamma_P * P_K$

G_K *peso proprio* $\gamma_G = 1{,}5$

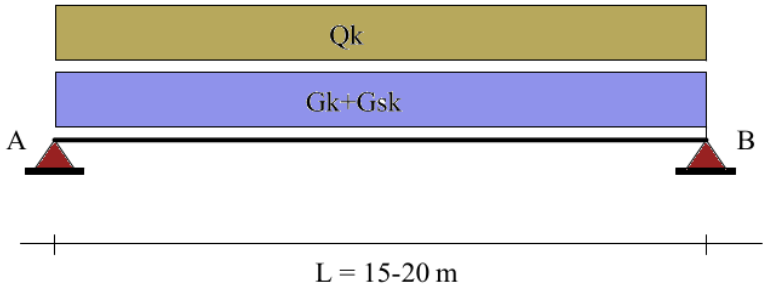
G_{SK} *carichi permanenti*

Q_K *carico accidentale* $\gamma_Q = 1{,}5$

P_K *azione di precompressione* $\gamma_P = 1$

La combinazione per lo Stato Limite di Esercizio

$F_d = (G_K + G_{SK}) + Q_K + P_K$

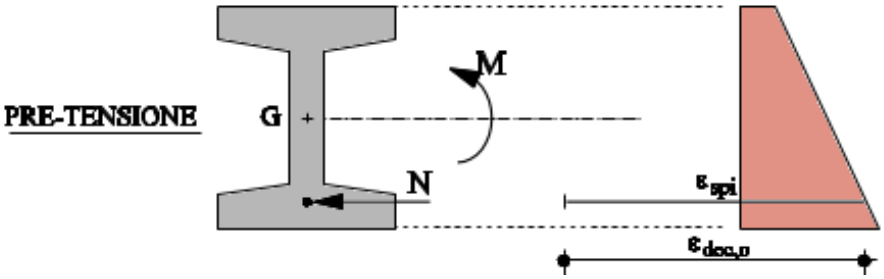


- Verifica a flessione SLU

Ipotesi per la verifica a flessione allo S.L.U. di un elemento in C.A.P.

- si assumono per il calcestruzzo e per l'armatura lenta gli stessi legami costitutivi e gli stessi valori di deformazione ultima considerati per le sezioni in c.a. ordinario (e_{cu}=0.0035, e_{su}=0.010);
- per l'armatura presollecitata può ancora adottarsi un legame tra tensione e deformazione di tipo elastico-perfettamente plastico con limite elastico pari alla tensione limite elastica convenzionale di progetto f_{pd};
-la tensione di progetto si ottiene come per l'armatura lenta dividendo quella di snervamento caratteristica (f_{pyk}, $f_p(0.2)_k$, $f_p(1)_k$ a seconda dei materiali) per il γ_m pari ad 1.15;
- la deformazione ultima deve tener conto dello stato di deformazione relativa tra l'armatura presollecitata ed il calcestruzzo.

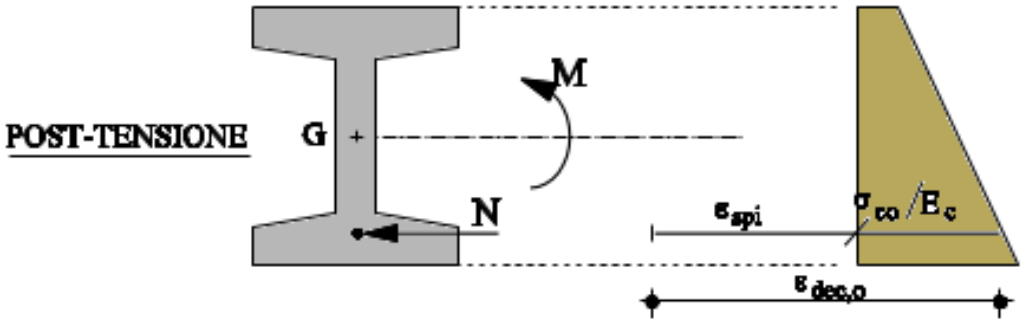
La verifica nella fase di pretensione dei cavi (TIRO)



La deformazione relativa iniziale dell'acciaio è pari a quella del cls a questa dobbiamo sottrarre le perdite di tensione per effetti differiti

$\varepsilon_{dec} = \varepsilon_{dec0} - \Delta\sigma/E_S = \varepsilon_{SPI} - (\Delta\sigma_{RIL}+\Delta\sigma_V+\Delta\sigma_R)/E_S = \sigma_{SPI}/E_S$

*La verifica nella fase di **postensione***



La deformazione relativa iniziale dell'acciaio è pari a quella del cls a questa dobbiamo sottrarre le perdite di tensione per effetti differiti e sommare la deformazione del calcestruzzo alla medesima fibra;

$\varepsilon_{dec}=\varepsilon_{dec0} - \Delta\sigma/E_S = \varepsilon_{SPI} + \sigma_{CO}/E_{CO} - (\Delta\sigma_{RIL}+\Delta\sigma_V+\Delta\sigma_R)/E_S = \sigma_{CO}/E_{CO} + \sigma_{SPI}/E_S$

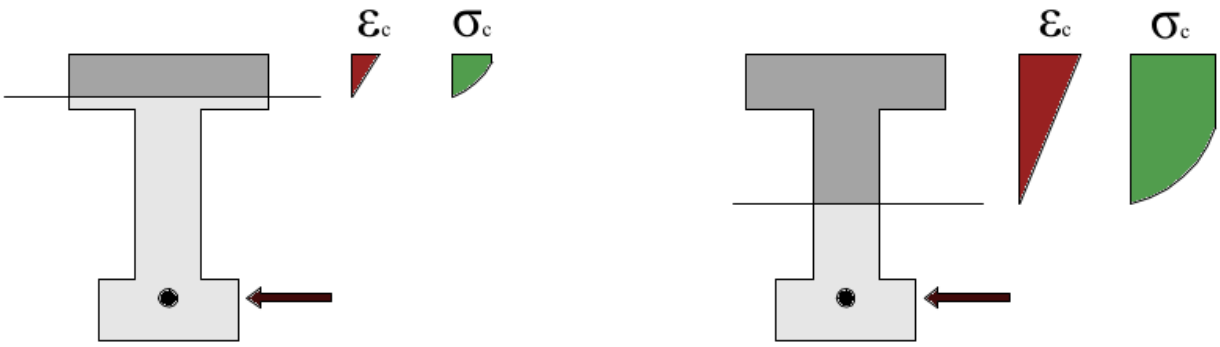
La verifica viene condotta con le stesse modalità di una trave in cemento armato normale determinando la posizione dell'asse neutro dall'equilibrio alla traslazione

$N_C + N_S + N_P = 0$

$N_C = \alpha * fcd * X * b * \psi$;

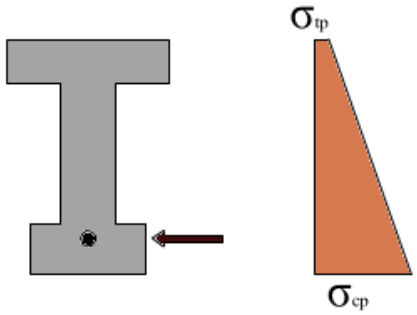
Se taglia l'anima della trave possiamo considerare l'area compressa come somma di due rettangoli

$N_C = \alpha * fcd * X * t * \psi_1 + \alpha * fcd * X * (B-t) * \psi_2$;



$N_S = \sum A_{SI} * \sigma_{SI}$; $N_P = \sum A_{SI} * \sigma_{SPI}$;

La deformazione di decompressione viene determinata nella fase di tiro con una trattazione elastica lineare

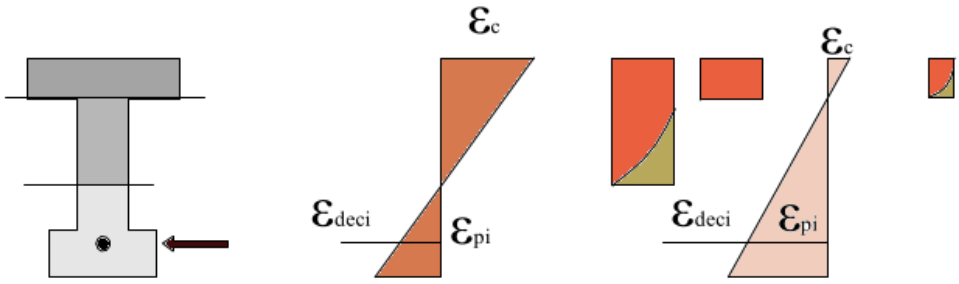


$\varepsilon_{dec}=\varepsilon_{dec0} - \Delta\sigma/E_S = \varepsilon_{SPI} + \sigma_{CO}/E_{CO} - (\Delta\sigma_{RIL}+\Delta\sigma_V+\Delta\sigma_R)/E_S = \sigma_{CO}/E_{CO} + \sigma_{SPI}/E_S$

La deformazione di decompressione va calcolata per ogni cavo di acciaio da precompressione; Le tensioni per l'acciaio armonico e l'acciaio dolce

$\sigma_{PI} = E_S*\varepsilon_{PI}$; $\sigma_S = E_S*\varepsilon_S$ se $\varepsilon_S \le f_{yd}/E_S$ $\sigma_S = f_{yd}$ $\varepsilon_S > f_{yd}/E_S$

Sempre nella ipotesi di validità del principio di conservazione delle sezioni piani il diagramma delle deformazioni è lineare



*Il significato del coefficiente ψ è evidente , rappresenta il rapporto tra l'area del diagramma delle tensione e l'area del rettangolo α*fcd*X corrispondente che può essere determinato i base a semplici considerazioni geometriche sull'area di segmenti di parabola per asse neutro che taglia la soletta superiore della trave*

$N_C = \alpha*fcd*X*b*\psi$; $\varepsilon_C=\varepsilon_{PI}*x/(h_P - x)$

h_P *distanza del cavo risultante dal bordo superiore compresso*

$\sigma_C = 1000*|\varepsilon_C|*(-250*\varepsilon_C+1)*\alpha*f_{cd}$ per $\varepsilon_C \le 0{,}002$

$\sigma_C = \alpha*f_{cd}$ per $0{,}002 \le \varepsilon_C \le 0{,}0035$

Per asse neutro che taglia l'anima suddividiamo la sezione in due rettangoli
$N_C = \alpha*fcd*X*t*\psi_1 + \alpha*fcd*h_s*(B-t)*\psi_2$;

h_s *altezza soletta* ;

Il momento resistente ultimo della sezione è somma di tre aliquote

$M_{RD} = M_{RDC} + M_{RDS} + M_{RDP} \geq M_{SD}$

$M_{RDC} = N_C * X * (1-\lambda)$ con $\lambda * x$ distanza di Nc dal bordo compresso

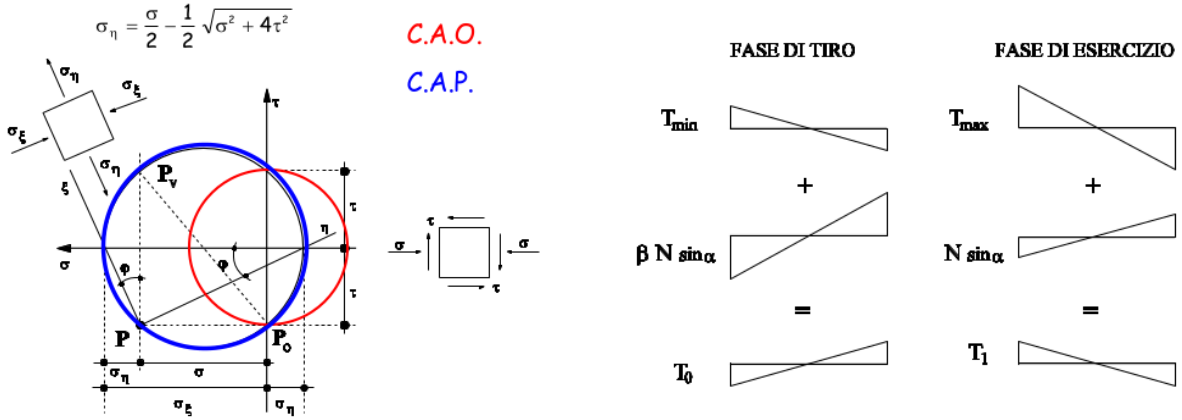
$M_{RDS} = \sum A_{SI} * \sigma_{SI} * (Y_i - X)$

con Y_i *ordinata dell'area di ferro in un sistema di riferimento avente origine nel baricentro geometrico della sezione*

$M_{RDS} = \sum A_{SPI} * \sigma_{SPI} * (Y_i - X)$

Verifica a taglio

La precompressione ha un effetto positivo sul taglio poiché non siamo in regime di taglio puro vi sono delle tensioni di compressione che riducono la tensione principale di trazione che provoca la lesione, le bielle compresse sono meno inclinate , riduzione del tagli per effetto della curvatura dei cavi.



La tensione tangenziale max $\tau = V/I * Sx/b$ *calcolata sulla fibra baricentrica non sull'asse neutro essendo la sezione pressoinflessa*

La tensione di trazione

$\sigma_{TP} = N_O/A + N_O * e * y_i / I - M_O * y_i / I$ *tensioni di trazione iniziale tiro*

$\sigma_{TP} = \beta * N_O/A + \beta * N_O * e * y_i / I - M * y_i / I$ *tensioni di trazione in esercizio*

L'inclinazione della lesione $tg\varphi = \tau/\sigma_\xi = \sigma_\eta/\tau$

i limiti imposti alla tensione principale di trazione

$\sigma_{\eta 0} \leq 0{,}02 * R_{ckj}$; $\sigma_{\eta 0} \leq 0{,}08 * R_{ckj}$; $\sigma_{\eta 1} \leq 0{,}02 * R_{ckj}$; $\sigma_{\eta 1} \leq 0{,}06 * R_{ckj}$;

La verifica del cls la possiamo eseguire dal confronto delle tensioni tangenziali

$\tau = V/I*Sx/b \leq \tau_{RD}$

Le formule per il calcolo delle staffe e la verifica del cls sono le solite :

$V_{RDC} = 0,9*h*b*f_{cd}*\upsilon*\alpha_C*(cotg\alpha+cotg\theta)/(1+cotg\theta^2)$; biella compressa

$V_{RSD} = 0,9*h*A_{st}*f_{yd}/s*(cotg\alpha+cotg\theta)*sin\alpha$; armatura metallica

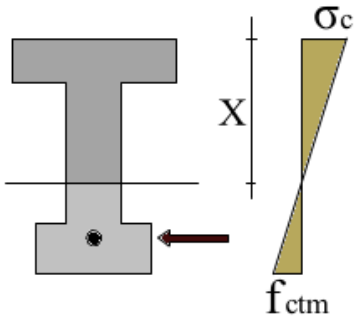
-Verifiche allo stato limite di esercizio

-Verifica a fessurazione

$\sigma_{TP} = \beta*N_O/A+\beta*N_O*e*y_i/I - M*y_i/I$ con $M=M_F$; $\sigma_{TP} = f_{cfm} = 1,2*0,3*f_{CK}^{2/3}$

$M_F = W_I*[(\beta*N_O/A+\beta*N_O*e*y_i/I)- f_{cfm}]$

La verifica a fessurazione $M_F/M \geq 1,2$



Verifica di deformabilità

freccia $f = 5/384*Q*L^4/(EI) \leq L250$

$Q = (G_K + G_{SK}) + Q_K$

I momento di inerzia della sezione reagente

Limitazione delle tensioni in esercizio nel cls

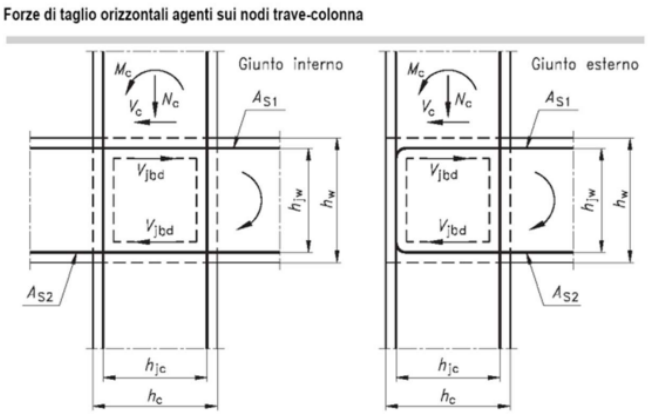
All'atto della precompressione le tensioni di compressione non debbono superare il valore: $\sigma c < 0,60\, fckj$
essendo fckj la resistenza caratteristica del calcestruzzo all'atto del tiro.
Per elementi con armatura pre-tesa, la tensione del calcestruzzo al momento del trasferimento della pretensione può essere aumentata sino al valore 0,70 fckj.

16-I nodi trave pilastro

Per la verifica dei nodi trave pilastro per nuove costruzioni in c.a. le NTC 2018 definisce 2 tipologie di nodi

interamente confinati: *quando in ognuna delle quattro facce verticali si innesta una trave; il confinamento si considera realizzato quando, su ogni faccia del nodo, la sezione della trave copre per almeno i 3/4 la larghezza del pilastro e, su entrambe le coppie di facce opposte del nodo, le sezioni delle travi si ricoprono per almeno i 3/4 dell'altezza;*

non interamente confinati*: quando non appartenenti alla categoria precedente.*

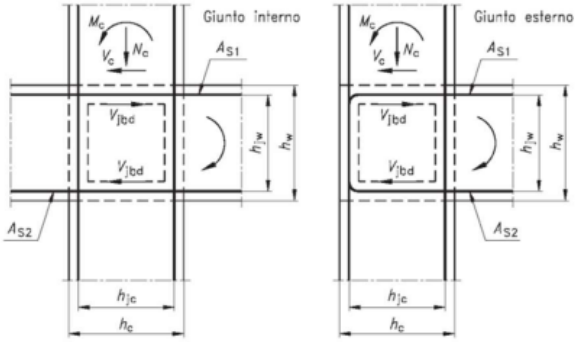


Verifica di resistenza del nodo : $V_{jbd} < V_{resist}$

Il nodo trave pilastro di un telaio in cemento armato è sollecitato dalla forza sismica trasmessa dall'impalcato nella ripartizione delle forze orizzontali , se indichiamo
V_p tagliante di piano
V_o Forza sismica
V_c taglio alla base del pilastro superiore risulta :

$$V_p = V_o + V_c$$

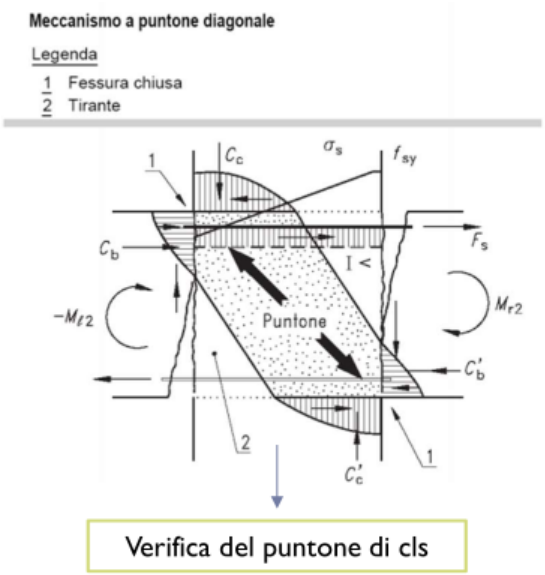
All'interno del nodo si individua un meccanismo resistente composto da una biella diagonale compressa e ed una tesa la cui trazione viene fatta assorbire dalle staffe
La normativa sismica italiana individua la domanda di sollecitazione del nodo dal seguente schema



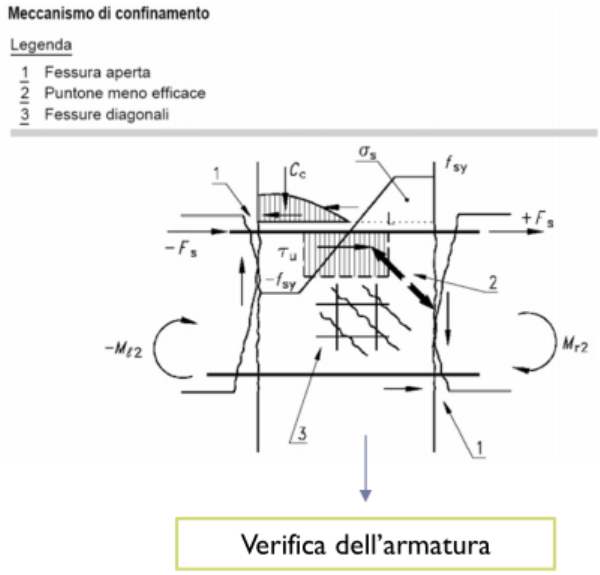
Dove A_{s1} e A_{s2} sono rispettivamente l'armatura longitudinale superiore della trave compresi i monconi, e l'armatura longitudinale inferiore della trave; La normativa italiana il DM 14 Gennaio 2018 stabilisce che la domanda Ed per la verifica di resistenza dei nodi a taglio è data da

$E_d = V_j = \gamma_{rd} * (A_{s1}+As_2) * f_{yd} - V_c$ *per nodi interni*
$V_j = \gamma_{rd} * A_{s1} * f_{yd} - V_c$ *per nodi esterni* $f_{yd} = 450/1,15 = 391$ *N/mmq*

per un acciaio Fe450C e $\gamma_{rd} = 1,20$ *per CDA* $\gamma_{rd} = 1,10$ *per CDB*



Verifica del puntone di cls



Verifica dell'armatura

I requisito di verifica della resistenza a compressione della biella compressa può ritenersi soddisfatto se

$V_{Jbd} \leq \eta * f_{cd} * b_J * h_{JC} * [1-V_d/\eta]^{1/2}$

b_J *larghezza efficace del nodo*

$\eta = \alpha_J * (1-f_{ck}/250)$; $\alpha_J = 0,6$ *per nodi esterni* ; $0,48$ *per nodi interni*

V_d *forza assiale nel pilastro al di sopra del nodo*

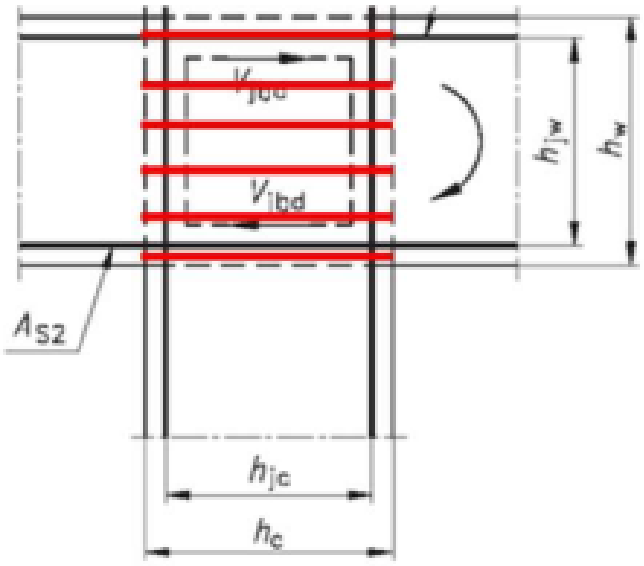
h_{JC} *distanza tra la giaciture più esterne di armature del pilastro*

Per evitare che la massima trazione diagonale del calcestruzzo ecceda la fctd e si abbia fessurazione diagonale deve essere previsto un adeguato confinamento.
In assenza di modelli più accurati, si possono disporre nel nodo staffe orizzontali di diametro non inferiore a 6 mm, in modo che:

$A_{Sh} * f_{yWd}/(b_j * h_{jW}) \geq [V_{Jbd} * (b_j * h_{jC})]^2/(f_{ctd} - v_d * f_{cd}) - f_{ctd}$

A_{Sh} *area totale di staffe*

b_j larghezza effettiva del nodo
h_{jW} distanza tra le giaciture inferiore e superiore della trave
h_{jC} distanza tra le giaciture più esterne di armatura del pilastro



Le staffe devono essere disposte uniformemente lungo l'altezza del nodo h_{jW} tra le armature superiore ed inferiore della trave

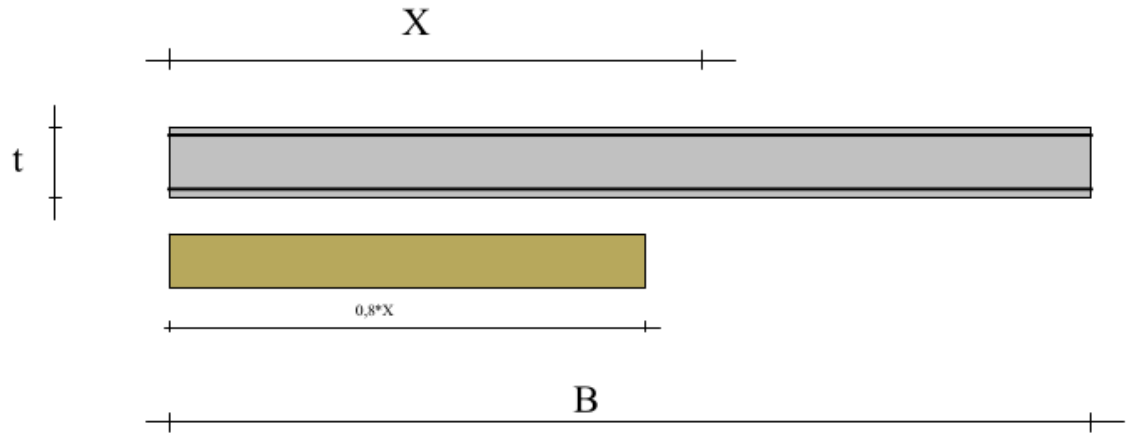
In alternativa l'integrità del nodo a seguito della fessurazione diagonale può essere garantita integralmente da staffe orizzontali se

$$A_{sh} \cdot f_{ywd} \geq \gamma_{Rd} \cdot \left(A_{S1} + A_{S2}\right) \cdot f_{yd} \cdot \left(1 - 0{,}8\nu_d\right) \quad \text{per nodi interni}$$

$$A_{sh} \cdot f_{ywd} \geq \gamma_{Rd} \cdot A_{S2} \cdot f_{yd} \cdot \left(1 - 0{,}8\nu_d\right) \quad \text{per nodi esterni}$$

17-La verifica delle pareti in c.a.

*Le pareti in cemento armato vengono utilizzate come elementi di irrigidimento di strutture a telaio o per sistemi resistenti a pareti quali edifici PEDA (pareti debolmente armate) trattate in modo approfondito in appunti a loro dedicati. CI limitiamo a riportare la verifica a pressoflessione per una parete a sezione rettangolare nella ipotesi di comportamento plastico con attingimento della rottura con max deformazioni sia nell'acciaio teso che nel cls compresso con diagramma delle tensioni rettangolare a profondità 0,8*x .*



$0,8*0,85*f_{cd}*t*X + f_{yd}*a_s*X - f_{yd}*a_s*(B-X) = P$

P sforzo normale

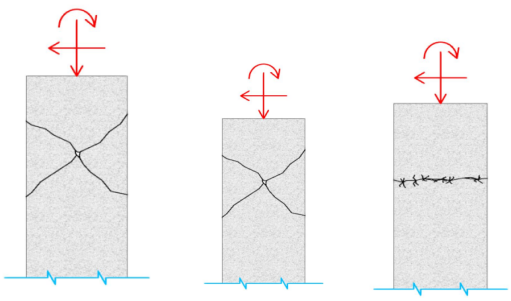
$X = (P+f_{yd}*a_s*B)/(0,8*0,85*f_{cd}*t + 2*f_{yd}*a_s)$

il momento plastico è calcolato rispetto al baricentro geometrico del pannello

$M_{PL}=0,8*0,85*f_{cd}*t*X*(B/2-0,4*X)+f_{yd}*a_s*X*(B/2-X/2) - f_{yd}*a_s*(B-X)*X/2$

as area di ferro linearizzata $a_s = A_s/B$

Per la verifica a taglio della parete si hanno tre differenti modalità di rottura :



-Taglio-Compressione;

*La determinazione della resistenza viene condotta in accordo con la definizione della resistenza a taglio-compressione della sezione in c.a., assumendo un braccio delle forze interne pari a 0,8*L_W e un'inclinazione delle diagonali compresse pari a 45°. Nelle zone dissipative tale resistenza va ridotto del 60%.*

$V_{RD} = 0,9*d*b_W*\alpha_C *f_{cd}*\upsilon*(cotg\alpha+cotg\theta)/(1+cotg^2\,\theta)= 0,8*L_W*t*\alpha_C *f_{cd}*\upsilon/2$

$0,9*d = 0,8*L_W$; bw= t spessore setto

$\theta = 45°$; $\alpha = 90°$

$fcd*\upsilon$ resistenza di progetto a compressione ridotta del calcestruzzo d'anima $\upsilon= 0,5$

$\alpha_C =$ 1 per membrature non compresse
$\alpha_C = 1 + \sigma_{CP}/fcd$ $\quad 0< \sigma_{CP} < 0,25*fcd$
$\alpha_C = 1,25$ $\quad 0,25fcd < \sigma_{CP} < 0,5*fcd$
$\alpha_C = 2,5*(1 - \sigma_{CP}/fcd)$ $\quad 0,5fcd < \sigma_{CP} < fcd$

-Taglio-Trazione;

La resistenza di progetto a taglio trazione consiste nel calcolo della area di armature verticali da disporre ovvero le staffe nella trave

per $\alpha_S \geq 2$ dove $\alpha_S = M_{ED}/(V_{ED}*L_W)$

$V_{RSD} = 0,8*L_W*fyd*As/s *(cotg\alpha+cotg\theta)*sin\alpha = 0,8*L_W*fyd*As/s$

As area della armatura trasversale
s interasse delle armature

se invece risulta $\alpha_S <2$ *come riportato nelle NTC 2018*

$V_{ED} \leq V_{RDC} + 0,75*\rho_h * f_{yd,h} *b_W*L_W*\alpha_S$

$\rho_h * f_{yd,h} *b_W*z \leq \rho_V * f_{yd,v} *b_W*z + min\ N_{ED}$

ρ_h ; ρ_V *rapporti di armatura orizzontali e verticali rispetto all'area della sezione*
$f_{yd,h}$; $f_{yd,v}$ *resistenza fyd dell'acciaio orizzontale e verticale*
N_{ED} *forza assiale di progetto*
V_{RDC} *resistenza a taglio di elementi non armati pari a zero quando lo sforzo normale è di trazione*

-Taglio-Scorrimento;

Sui possibili piani di scorrimento deve risultare :

$V_{ED} \leq V_{RDS}$ *dove il taglio resistente è somma di tre aliquote*

- effetto spinotto
$V_{dd} = min\ [1,3*\sum A_{sj}*\sqrt{(fcd*fyd)};\ 0,25*fyd*\sum A_{sj}]$

- armature inclinate (la armatura è una doppia rete metallica)

$V_{id} = fyd*\sum A_{sj}*cos\varphi_i$
- resistenza per attrito

$V_{fd} = min\ [\mu_F*(fyd*\sum A_{sj} + N_{ED})*\xi + M_{ED}/z\ ;\ 0,5*\eta*fcd*\xi*L_w*b_{W0}]$

μ_F *coefficiente di attrito calcestruzzo calcestruzzo = 0,60*

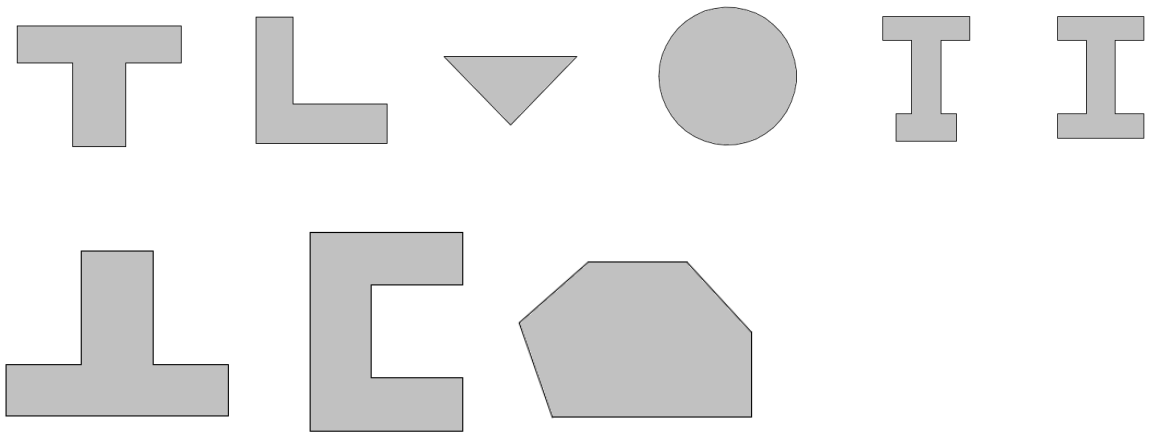
ξ *= X/d altezza normalizzata della zona compressa all'altezza della sezione*

$\eta = (1-fck/250)*\alpha_J$

$\alpha_J = 0,6$

18-Le sezioni di forma qualsiasi

Nei paragrafi precedenti abbiamo affrontato il progetto e la verifica di sezioni in cemento armato rettangolari tipiche di travi e pilastri in strutture a telaio in cemento armato; si pone il problema della verifica di sezioni di forma differente o qualsiasi problematica risolta con il ricorso a software di calcolo. Per queste sezioni siamo quasi sempre in regime di pressoflesione deviata per cui va determinato il dominio di resistenza tridimensionale



*Le equazioni di equilibrio sono quelle della pressoflessione che vengono risolte attraverso una discretizzazione della sezione in aree elementari dA= dx*dy trasformando gli integrali in sommatoria ritenendo valido il principio di conservazione delle sezioni piane diagramma delle deformazioni lineare con differenti ipotesi di rottura barra di acciaio teso $\varepsilon_S = 0{,}01$ e fibra o areola di cls compresso $\varepsilon_C = 0{,}0035$*

Traslazione

$$P = \int \sigma dA + \sum \sigma_{SI} * A'_{SI} - \sum \sigma_{SI} * A_{SI}$$

Rotazione intorno asse di sollecitazione inclinato di α sull'asse x

$$M_S = \int \sigma * (x * \sin\alpha + y * \cos\alpha) dxdy + \sum \sigma_{SI} * A'_{SI} * (x_i * \sin\alpha + y_i * \cos\alpha) -$$

$$\sum \sigma_{SI} * A_{SI} * (x_i * \sin\alpha + y_i * \cos\alpha) = 0$$

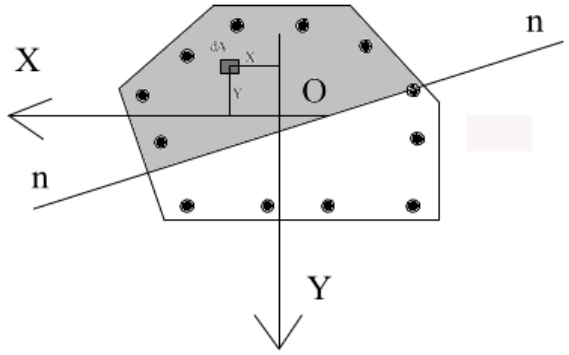
che ci consentono di individuare la posizione dell'asse neutro.

I momenti resistenti in direzione X ed Y

$$M_X = \int \sigma * y dA + \sum \sigma_{SI} * A'_{SI} * y_i - \sum \sigma_{SI} * A_{SI} * y_i$$

$$M_Y = \int \sigma * x dA + \sum \sigma_{SI} * A'_{SI} * x_i - \sum \sigma_{SI} * A_{SI} * x_i$$

Il sistema di riferimento x,y ha origine nel baricentro geometrico della sezione



$\Delta A = \Delta x * \Delta y$; $\sigma_C = 1000 * |\varepsilon_C| * (-250 * \varepsilon_C + 1) * \alpha * f_{cd}$ per $\varepsilon_{CO} \leq 0{,}002$

$\sigma_C = \alpha * f_{cd}$ per $0{,}002 \leq \varepsilon_{CO} \leq 0{,}0035$ $|\varepsilon_C| = \varepsilon_{CO} * \lambda / \lambda_X$ con $\lambda \leq \lambda_X$

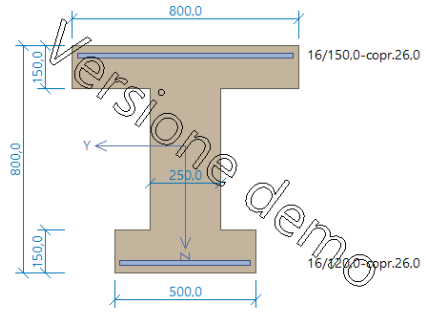
Si determina un dominio di resistenza tridimensionale la cui frontiera ha equazione in un sistema di assi N, M_X, M_Y

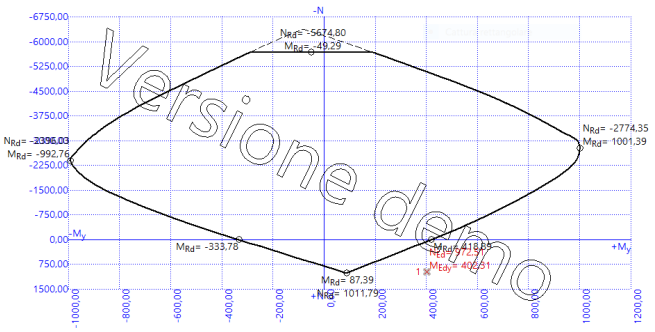
$$(N_{SD}/N_{RD})^{\alpha 1} + (M_{SDX}/M_{RDX})^{\alpha 2} + (M_{SDY}/M_{RDY})^{\alpha 3} = 1$$

19-La verifica di sezioni in c.a. con software di calcolo.

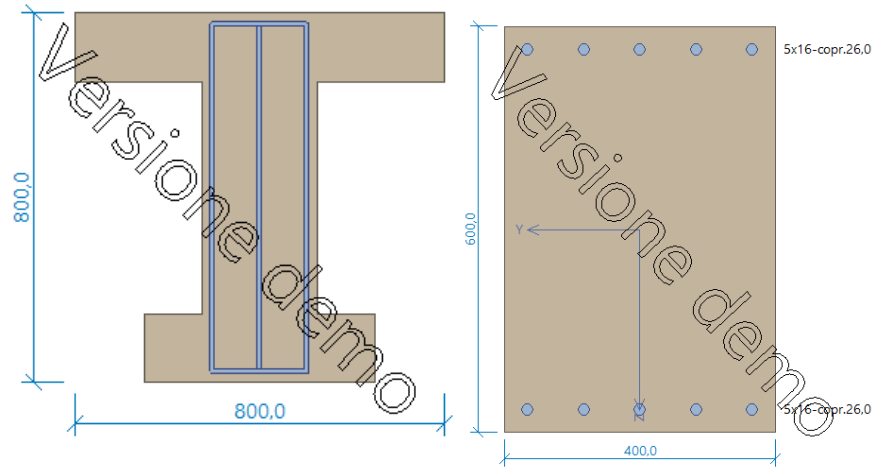
Riportiamo alcune verifiche per sezioni di forma qualsiasi attraverso una versione demo di un software di verifica con i relativi domini di resistenza

-Sezione a doppio T



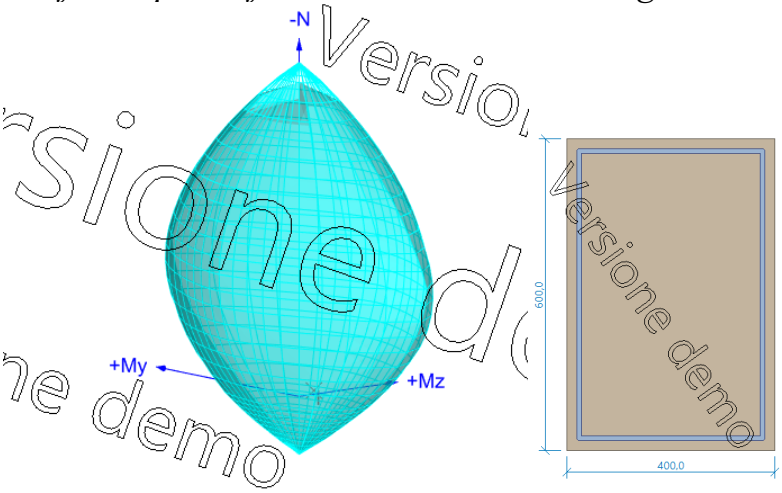


L'armatura della trave A'_S = 5ϕ16 superiore ; A'_S = 4 ϕ16 inferiore ; Staffe ϕ8/10

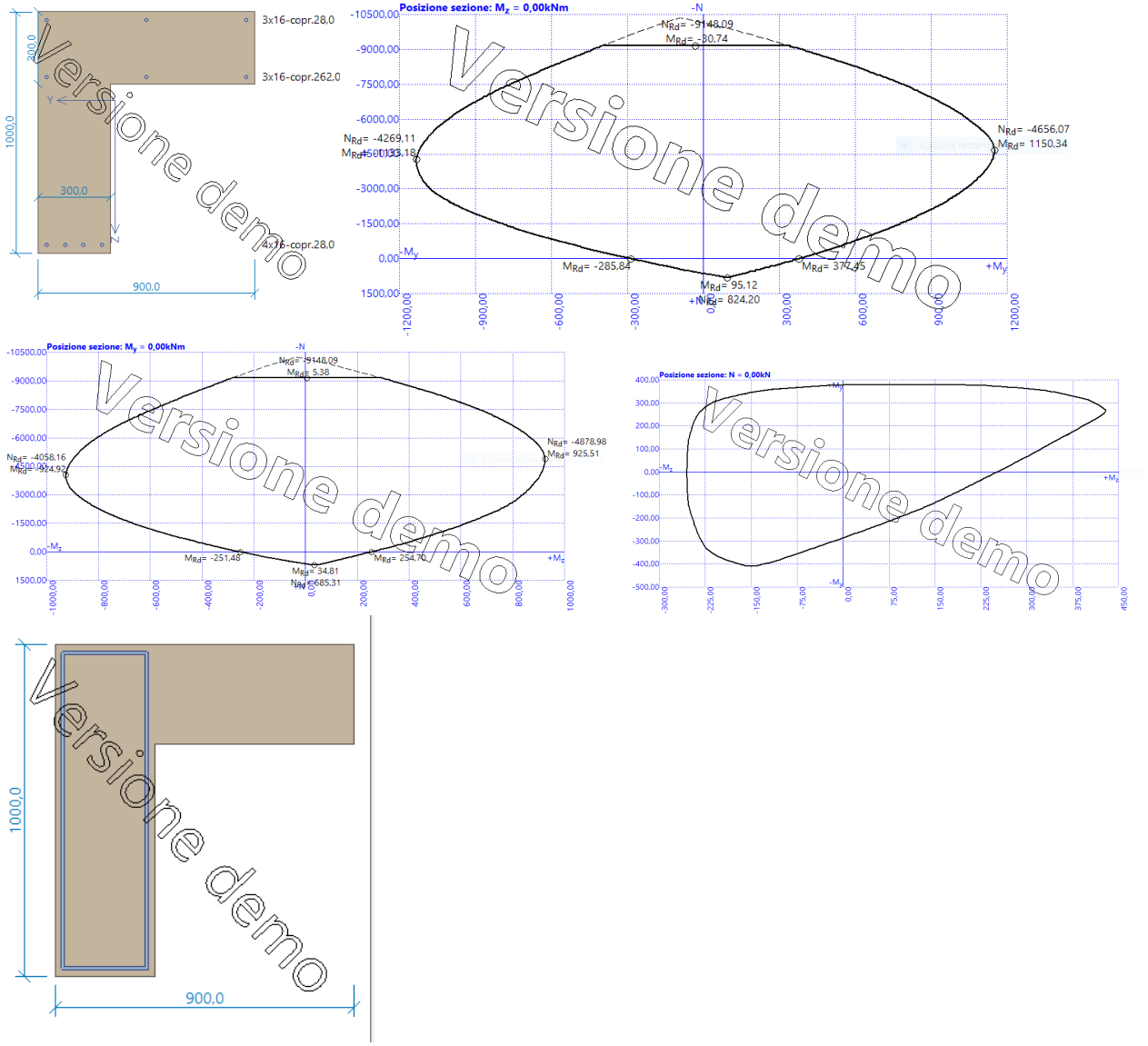


-Sezione rettangolare

Verifica a pressoflessione di sezione rettangolare in c.a. con dominio 3D



Sezione ad L



La verifica con software di calcolo è immediata la si può eseguire per sezione di ogni forma a pressoflessione deviata , taglio e torsione anche per c.a.p

20-Conclusioni

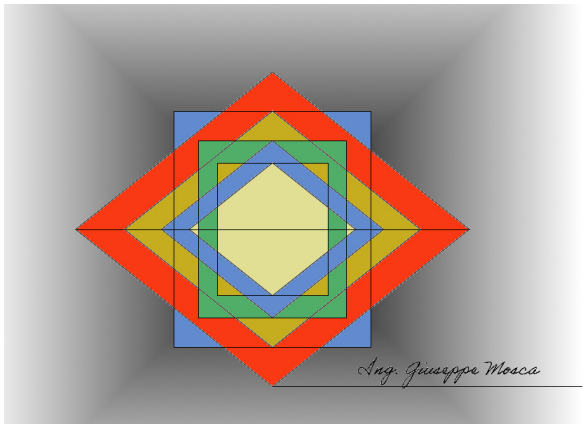
Una materia la tecnica delle costruzioni che studia la statica del cemento armato piacevole da apprendere e da applicare , il calcolo di strutture in cemento armato anche complesse è molto divertente soprattutto se eseguito con software di calcolo FEM; una materia che vale la pena di studiare ed imparare soprattutto per ingegneri edili . L'evoluzione dei metodi di calcolo anche attraverso analisi Pushover con individuazione dei meccanismi di crollo dei telai in cemento armato , la formazione delle cerniere plastiche il calcolo di edifici ad 10 piani in zona sismica con nucleo irrigidente o ancora l'effetto P-Δ , le analisi dinamiche non lineari, il calcolo di travi precompresse per capannoni industriali o da ponte sono sempre molti affascinanti ma

nella pratica professionale non capitano tutti i giorni e sono appannaggio esclusivo di alcuni professionisti. La tecnica delle costruzioni per la mia personalità è stata fonte di grande disagio psichico e negli ultimi anni di povertà , la cosiddetta ***"pietra dello scandalo"*** *alla quale non imputo motivazioni ambientali, ma clientelari forse anche politiche mai esistite poiché ho sempre avuto una grande padronanza sia della statica del cemento armato normale che precompresso ; il disagio si palesato attraverso la percezione di comportamenti negativi sociali commenti allusioni ritorsioni anche da parte della TV durato circa 35 anni che ha pregiudicato totalmente la mia integrazione sociale e professionale con 31 anni di incapienza con problemi familiare in conseguenza di una dipendenza economica fino ad oggi. Negli ultimi 10 anni ho modificato completamente l'approccio progettuale con una visione differente del calcestruzzo come materiale da utilizzare attraverso l'architettura e bioedilizia ,occupandomi di architettura ambientale partecipando a concorsi di idee e progettazione proprio per favorire la mia integrazione guarire da un disagio mentale e migliorare la condizione di vita obbiettivo di ogni studente che si iscrive all'università soprattutto chi si iscrive al corso di laurea in ingegneria edile visto che i professionisti ingegneri e architetti hanno redditi molto alti superiori ai centomila euro. Lo scopo di questi appunti è stato non solo rinfrescare la mia preparazione nella statica del cemento armato normale e precompresso ma mettere fine chiudere per sempre ignobili strumentalizzazioni critiche sociali locali e televisive negative legate a problematiche clientelari mai esistite che hanno rovinato la mia fragile esistenza le relazioni sociali sessuali e sentimentali sin dall'età di 23 anni , palesandosi inizialmente come negazione di diritto allo studio e poi in negazione di diritto al lavoro ed alla retribuzione, dopo 35 anni si vive ancora in condizioni di disagio, dovuto ora a povertà economica, mettendo in luce anche problematiche sociali locali e turistiche nel mese di agosto connesse non al calcestruzzo e al danno ambientale ma al mero clientelismo, e nella forma più alta di parassitismo si sono rafforzati e rivalsi sulla mia condizione di povertà e malattia mentale anche per creare del consenso sociale politico e Auditel giustificandole con le più assurde forme di cretineria cristiana . La mia attività professionale è completamente differente ed è orientata verso la progettazione architettonica e ambientale che deve caratterizzare ogni intervento edilizio e trasformazione del territorio che ha come scopo il miglioramento dell'ambiente naturale ed urbano con l'uso di materiali come il calcestruzzo, il legno , il laterizio , il vetro , l'alluminio e l'acciaio.*

Bibliografia
NTC 2018
Coiircolare Istruzioni NTC 2018
EUROCODE 2
Webinar CNI Eurocode 2 EN 2023
Aurelio Ghersi , Marco Muratore Verifica e progetto allo stato limite ultimo di pilastri in c.a. a sezione rettangolare.
Elio Giangreco Teoria e tecnica delle costrizioni Vol.1
Ulteriori Appunti e pubblicazioni reperibili on line

Il solaio

1-Introduzione
2-Le funzioni del solaio
3-Il solaio in legno
4-Il solaio in legno a doppia orditura
5-Il solaio in acciaio
6-Il solaio in alluminio
7-I solai ibridi lega metallica -legno
8-Il solaio in cemento armato
9-Le predalles in cls e laterizio
10-I solai in c.a. con blocco cassero
11-I solai in c.a. a doppia orditura
12-I solai alveolari in cls
13- I solai a fungo in c.a.
14-I solai in vetro
15-Il solaio Bcore
16-Il solaio alveolare in plastica per coperture
17-Particolari costruttivi
18-I solai negli edifici esistenti.
19-Conclusioni



Mi scuso a priori di eventuali imprecisioni o errori che se segnalati contribuiscono al miglioramento degli appunti.

1-Introduzione

Il solaio rappresenta l'elemento strutturale di separazione tra i due piani dell'edificio , ha varie funzioni oltre quella di sopportare i carichi verticali presenti nel piano dell'edificio , in zona sismica di ripartire le azioni orizzontali in maniera uniforme sugli elementi strutturali verticali rendendo reale la modellazione di calcolo. Ha una funzione di isolamento termico ed acustico tra i piani adiacenti inoltre può essere utilizzato per gli impianti tecnologici cosa che accade per l'impianto di riscaldamento a pavimento. Nelle scuole superiori quali istituti tecnici per geometri, anche nelle università rappresenta il primo elemento strutturale dell'edificio del quale viene insegnata la metodologia di calcolo, ovvero prima di calcolare , travi , pilastri ect si insegna come calcolare un solaio forse per una sua funzione didattica e di apprendimento. Esistono varie tipologie di solai , si passa da quelli presenti in edifici in muratura esistente quali travi in ferro e voltine in laterizio, o ancora solai con travi di legno e tavolato , per passare a solai di nuovi edifici funzione soprattutto del sistema resistente strutturale e della tipologia di materiale impiegato. Le luci usuali dei solai non superano i 5 metri , per i quali il solaio ha dimensioni contenute , se poi si passa a luci maggiori si utilizzano pannelli prefabbricati in calcestruzzo alleggeriti o precompressi , o ancora solette di calcestruzzo in opera precompresse. Ovviamente per grandi luci si pone il problema della deformabilità flessionale del solaio interviene la verifica allo stato limite di vibrazione, poiché utilizzare un solaio di piano svolgere in esso le varie attività siano essere residenziali o lavorative nel quale al movimento delle persone il solaio oscilla fastidiosamente lo stesso solaio diventa inutilizzabile. E' importante quindi la rigidezza flessionale ovvero l'altezza complessiva del solaio ed il materiale utilizzato con il relativo modulo elastico; nelle modellazioni di strutture per edifici si è solito fare la ipotesi di impalcato rigido , per la ripartizione delle forze orizzontali che può essere agevolmente superata dai vari software Fem esistenti concentrando le masse nei nodi ai fini dell'analisi dinamica ipotizzando che il nostro impalcato sia deformabile. Quando si esegue il calcolo dell'edificio è sempre opportuno eseguire una verifica dell'impalcato sia in termini di rigidezza che di resistenza per verificare la adeguatezza del modello di calcolo. In Italia nella normale pratica edilizia si è solito utilizzare solai a semplice orditura in altre nazioni quali Germania si utilizzano solai a doppia orditura in modo da avere una migliore ripartizione dei carichi verticali sulle travi senza utilizzare la disposizione a scacchiera per le orditure dei solai e avere una maggiore resistenza e rigidezza funzione del modello di calcolo a piastra e non a trave. La messa in opera di un solaio a doppia orditura è più laboriosa, poiché se non vi è un cassero a perdere bisogna disporre all'intradosso del solaio un tavolato continuo, non potendo disporre i normali travetti precompressi i calcestruzzo sorretti dai cristi verticali, per cui si un maggiore onere lavorativo con aumento dei costi da parte della impresa . Esistono moltissime tipologie di solai che vedremo nei paragrafi seguenti realizzati con materiali differenti in gradi di coprire anche grandi luce , ovviamente la scelta del tipo di solaio da utilizzare dipende dalla struttura portante , dallo schema strutturale e dai materiali utilizzati.

2-Le funzioni del solaio

Le funzioni strutturali essenziali di un solaio di interpiano le possiamo sintetizzare nella richiesta adeguata di rigidezza flessionale ed assiale, la prima necessaria per ridurre la deformazione ovvero frecce contenute nei limiti imposti dalla normativa, la seconda per garantire la ipotesi di impalcato rigido posta a base del calcolo, strutturale dell'edificio stesso. Ovviamente il solaio rigido flessionalmente deve essere in grado di sopportare i carichi verticali , viene richiesto il requisito della leggerezza ovvero di non avere solai molto pesanti che aumentano le forze sismiche essendo azioni inerziali soprattutto per edifici con molti piani. Volendo eseguire una analisi dei carichi verticali sui un solaio distinguiamo tre tipologie di carico

Peso proprio G_K
Carico permanente G_{SK}
Carico accidentale Q_K

Il peso proprio G_K *dipende dal materiale che si utilizza per l'elemento strutturale il solaio , funzione essenzialmente della sua densità o peso specifico.*
Il carico permanente G_{SK} *è il massetto , l'intonaco all'intradosso o la controsoffittatura , il peso del pavimento i tramezzi , funzione dei singoli materiali utilizzati e del relativo spessore ,esistono massetti leggeri di modesto spessore .*
Il carico accidentale Q_K *dipende essenzialmente dalla destinazione d'uso :*

Solai residenziali	*200 daN/mq*
Uffici non aperti al pubblico	*200daN/mq*
Uffici aperti al pubblico	*300 daN/mq*
Scuole , caffe , ristoranti	*300 daN/mq*
Sale conferenze , Cinema aule università	*400 daN/mq*
Musei , alberghi ospedali	*500 daN/mq*
Sale da ballo , palazzetti dello sport tribune	*500 daN/mq*
Negozi centri commerciali	*500 daN/mq*

Oltre il carico distribuito sul solaio di considera un carico concentrato su una impronta quadrata 5x 5 cm , attraverso il quale eseguire una verifica a punzonamento del solaio

Solai residenziali	*200 daN*
Uffici non aperti al pubblico	*200 daN*
Uffici aperti al pubblico	*200 daN*
Scuole , caffe , ristoranti	*300 daN*
Sale conferenze , Cinema aule università	*400 daN*
Musei , alberghi ospedali	*500 daN*
Sale da ballo , palazzetti dello sport tribune	*500 daN*
Negozi centri commerciali	*500 daN*

Per i solai di copertura è necessario considerare il carico da neve funzione della zona geografica e della altitudine sul livello del mare :

$$Qs = Q_{sk} * C_e * C_t * \mu$$

Q_{sk} valore di riferimento della neve al suolo
C_e Coefficiente di esposizione
C_t coefficiente termico
μ Coefficiente di forma della copertura

I coefficienti parziali da utilizzare per le varie combinazioni di carico

Stato limite ultimo

$\gamma_{G1} * G_K + \gamma_{G2} * G_{SK} + \gamma_{Q1} * Q_1$

$\gamma_{G1} * G_K + \gamma_{G2} * G_{SK} + \gamma_{Q1} * Q_1 + \gamma_P * P$ *per solai precompressi*

$Q = 1,3 * G_1 + 1,5 * G_2 + 1,5 * Q_1$

Stato limite di esercizio , freccia e oscillazione

$Q = G_K + G_{SK} + Q_1$

se la struttura è precompressa

$G_1 + G_2 + P + Q_1$

Volendo ridurre il peso del solaio si può intervenire sul materiale costituente l'elemento strutturale utilizzando legno, acciaio , alluminio; sull'elemento di riempimento anziché pignatta in laterizio blocco in polistirolo o addirittura vuoto, sul carico permanente ovvero sulla densità e spessore del massetto e pavimento , modifica dello schema statico passando dalla semplice alla doppia orditura. Ovviamente il carico verticale sarà tanto minore quanto più contenute sono le dimensioni in generale l'altezza del solaio. Un altro carico molto importante è la incidenza tramezzi, funzione del loro spessore e del materiale se ne determina il peso a metro lineare

$G = 1,00 * t * h * \gamma_T$

t spessore tramezzo 10÷12 cm
h altezza tramezzo 2,70 ÷ 3 m
γ_T peso specifico tramezzo 600 daN/mc per laterizio

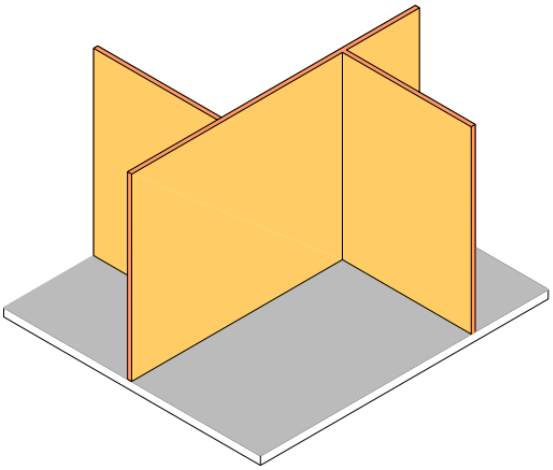
Le NTC in una tabella forniscono il carico verticale distribuito da applicare

per elementi divisori con		$G_2 \leq 1{,}00$ kN/m : $g_2 = 0{,}40$ kN/m²;
per elementi divisori con	1,00 <	$G_2 \leq 2{,}00$ kN/m : $g_2 = 0{,}80$ kN/m²;
per elementi divisori con	2,00 <	$G_2 \leq 3{,}00$ kN/m : $g_2 = 1{,}20$ kN/m²;
per elementi divisori con	3,00 <	$G_2 \leq 4{,}00$ kN/m : $g_2 = 1{,}60$ kN/m²;
per elementi divisori con	4,00 <	$G_2 \leq 5{,}00$ kN/m : $g_2 = 2{,}00$ kN/m².

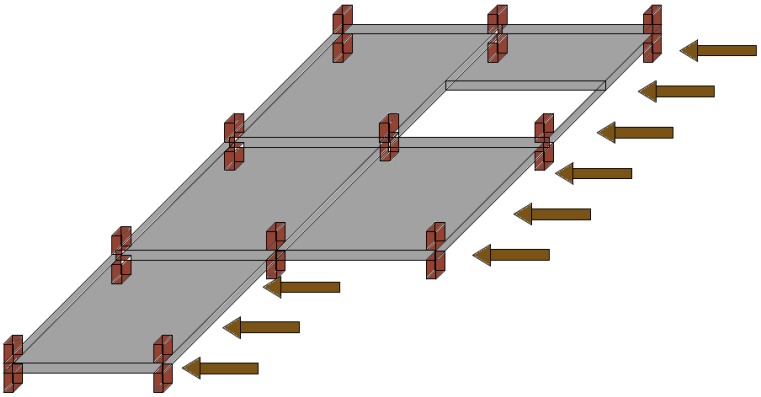
pari ad 1,5 volte il peso complessivo della tramezzatura presente nella maglia di solaio

*g = 1.5*G* L /A*

G peso a metro lineare del tramezzo
A area della maglia di solaio
L lunghezza complessiva dei tramezzi



In funzione del carico verticale di calcolo agente sul solaio si eseguono le verifiche statiche e di deformabilità flessionali e taglianti atte a garantire la sicurezza del solaio ed il suo corretto utilizzo. Per quanto concerne la rigidezza assiale dell'impalcato in zona sismica le norme tecniche sulle costruzioni NTC 2018 impongono la realizzazzazione di una soletta di calcestruzzo di adeguato spessore almeno 5 cm, per cui vengono costruiti solai misti legno-cls , acciaio-cls . Si può derogare a questa soletta in cemento armato utilizzando attraverso l'utilizzo di tavolati per solai in legno ,di pannelli in legno , comunque al fine di consentire una perfetta ripartizione delle azioni sismiche orizzontali sugli elementi di controvento è necessario ancorare e collegare perfettamente la soletta e i travetti agli elementi strutturali adiacenti quali pareti e travi. La verifica dell'impalcato si pone come obiettivo la valutazione della resistenza del solaio e della sua rigidezza assiale utilizzando differenti modellazioni e schemi di calcolo , in generale nell'applicare una forza sismica di piano distribuita equilibrata dalle reazioni vincolari degli elementi strutturali verticali come riportato nella figura seguente :



L'impalcato nei suoi elementi strutturali quali travi, soletta di solaio travetti sollecitato dalla azione sismica di piano è in equilibrio con i tagli nei singoli pilastri ed elementi di controvento , per cui in esso può essere determinato attraverso modellazioni Shell lo stato tensionale in ogni punto e la deformazione , quindi eseguire le relative verifiche valutando la compatibilità delle deformazioni e delle tensioni.

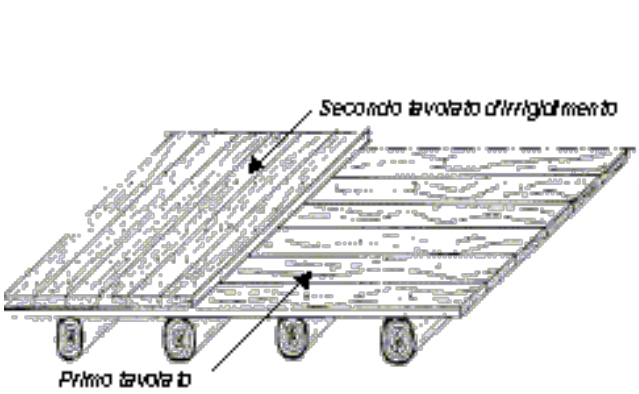
3-Il solaio in legno

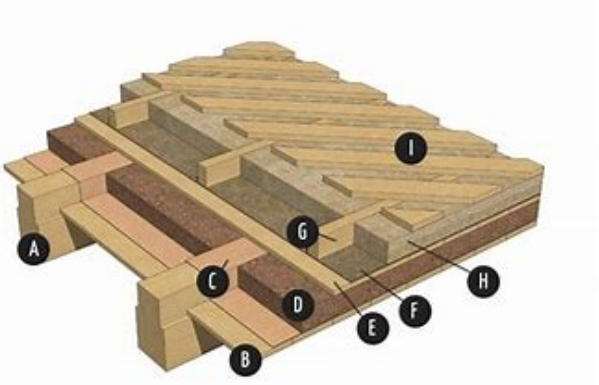
Esistono differenti tipologie di solai in legno :

-Travetti e tavolato o pannello
-Travetti tavolato e soletta cls
-Pannello Xlam
-Solaio cassettonato.

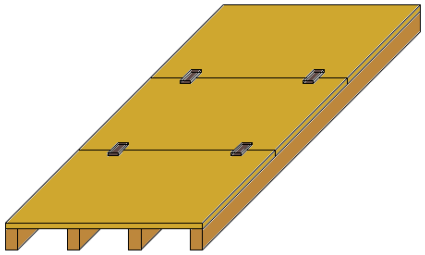
-Travetti con tavolato o pannello

Il solaio in legno viene realizzato con travetti posti ad interasse di 50÷60 cm e tavolato doppio superiore al fine di garantire la rigidezza dell'impalcato.





Il tavolato incrociato ortogonale per la presenza dei giunti tra le tavole è praticamente inefficace ai fini della rigidezza assiale poiché sono consentiti gli spostamenti orizzontali nelle due direzioni. Al fine di evitare tali spostamenti e che l'irrigidimento del solaio sia efficace si dispone un doppio tavolato incrociato a 45° che limita ed impedisce gli spostamenti orizzontali in direzione X ed Y. In fase di cantiere la posa in opera del tavolato diagonale si rivela onerosa e costosa vi sono sfridi ovvero sprechi di legno e si impiega più tempo per cui è conveniente utilizzare per ridurre i tempi della messa in opera e quindi i costi utilizzare direttamente un pannello Xlam o in legno spessore 5÷6 cm o pannelli in legno nella direzione ortogonale tra i travetti di larghezza 100÷120 cm ; anche tra i pannelli sono presenti dei giunti che pregiudicano la stessa rigidezza assiale dell'impalcato per cui al fine di impedire gli spostamenti i pannelli vengono collegati tramite piattine metalliche di adeguata rigidezza che conferiscono all'impalcato la rigidezza assiale richiesta. Il calcolo dell'impalcato prevede la verifica di queste piattine metalliche che vanno disposte all'intradosso e all'estradosso dei pannelli anche per quanto concerne le deformazioni.



Il dimensionamento delle piattine metalliche al fine di ottenere per il solaio la stessa rigidezza assiale in direzione X ed Y può essere eseguito eguagliando le due rigidezze

$E_{LP}*A_P=n*E_{LT}*A_T+n_S*E_{ST}*A_S$; $A_S = [E_{LP}*A_P - n*E_{LT}*A_T]/(n_S*E_{ST})$

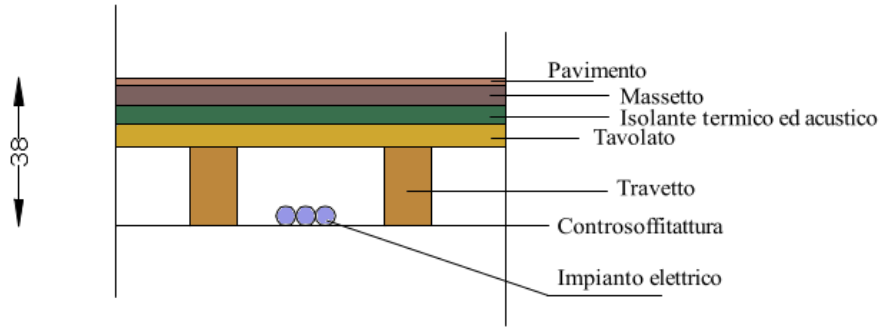
dove :
E_{LP} *modulo elastico pannello in legno*
A_P *area complessiva sezione pannelli*
n numero di travetti
E_{LT} *modulo elastico travetti di legno*
A_T *area travetto*
n_S *numero di piattine lungo una fila*
E_{ST} *modulo elastico acciaio*
A_S *area piattina*
l lunghezza piattina direzione ortogonale alla sezione
La verifica di resistenza $F_{SD} \leq F_{RD}$

F_{SD} *azione sismica orizzontale complessiva nella direzione delle piattine*
$F_{RD} = fyd*n_S*A_S$ *resistenza assiale di una fila di piattine*

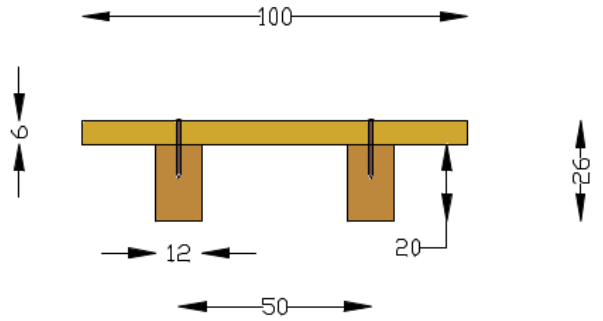
Lo spostamento nella direzione piattine $\delta = F_{SD}*l/(n_S*E_{ST}*A_S)$

-Calcolo di un solaio in legno di luce 5 m.

I travicelli in legno sono posti ad interasse di 50 cm , la sezione del solaio per una striscia di solaio avente larghezza 100 cm è indicata in figura :



La sezione resistente del solaio



Lo schema statico è quello di trave su due appoggi, il calcolo viene eseguito allo stato limite ultimo ed allo stato limite di esercizio per la verifica della freccia e delle vibrazioni.

SLU $Q = 1{,}3*G_1 + 1{,}5*G_2 + 1{,}5*Q_1$

SLE $Q = G_1 + G_2 + Q_1$

Caratteristiche del legno C24

Proprietà meccaniche

_ in conformità alla UNI EN 338

	Conifere											
Classi di resistenza	C14	C16 (S7)*	C18	C20	C22	C24 (S10)*	C27	C30 (S13)*	C35	C40	C45	C50
ρ_k [kg/m^3]	290	310	320	330	340	350	370	380	400	420	440	460
$f_{m,k}$ [N/mm^2]	14	16	18	20	22	24	27	30	35	40	45	50
$f_{t,0,k}$ [N/mm^2]	8	10	11	12	13	14	16	18	21	24	27	30
$f_{t,90,k}$ [N/mm^2]	0,4	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6
$f_{c,0,k}$ [N/mm^2]	16	17	18	19	20	21	22	23	25	26	27	29
$f_{c,90,k}$ [N/mm^2]	2,0	2,2	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3,1	3,2
$f_{v,k}$ [N/mm^2]	1,7	1,8	2,0	2,2	2,4	2,5	2,8	3,0	3,4	3,8	3,8	3,8
$E_{0,mean}$ [N/mm^2]	7000	8000	9000	9500	10000	11000	11000	12000	13000	14000	15000	16000
$E_{90,mean}$ [N/mm^2]	230	270	300	320	330	370	380	400	430	470	500	530
$E_{0,05}$ [N/mm^2]	4700	5400	6000	6400	6700	7400	8000	8000	8700	9400	10000	10700
G_{mean} [N/mm^2]	440	500	560	590	630	690	720	750	810	880	940	1000

* ... classi corrispondenti secondo ÖNORM DIN 4074-1

La generica caratteristica $X_d = K_{mod}*X_K/\gamma_M$

X_k *è il valore caratteristico della proprietà del materiale. Il valore caratteristico X_k, nel caso di elementi strutturali a sezione trasversale rettangolare, può essere incrementato mediante il coefficiente k_h che tiene conto delle dimensioni della sezione trasversale.*

K_{mod} *è il coefficiente di correzione che tiene conto dell'effetto, sui parametri di resistenza, sia della durata del carico sia dell'umidità della struttura . Se una combinazione comprende azioni appartenenti a differenti classi di durata del carico, si dovrà scegliere il valore di k_{mod} da utilizzare è quello corrispondente all'azione di minor durata.*

Materiale	*Classe di servizio*	*Durata del carico*				
		Permanente	*Lunga*	*Media*	*Breve*	*Istantanea*
Legno di conifera massiccio	*1*	*0,60*	*0,70*	*0,80*	*0,90*	*1*
	2	*0,60*	*0,70*	*0,80*	*0,90*	*1*
	3	*0,50*	*0,55*	*0,65*	*0,70*	*0,90*

γ_M *= 1,5 coefficiente parziale del legno massiccio per combinazioni fondamentali*
γ_M *= 1 coefficiente parziale del legno massiccio per combinazione eccezionale*

I parametri meccanici delle viti di acciaio utilizzate per la connessione travetto pannello

Valori caratteristici delle capacità portanti

Valori caratteristici delle capacità portanti di viti autoforanti Würth in acciaio al carbonio

Diametro esterno filettatura [mm]		**3,0**	**3,5**	**4,0**	**4,5**	**5,0**	**6,0**	**7,0**	**8,0**	**10,0**	**12,0**	**14,0**
Valore caratteristico del momento di snervamento $M_{y,k}$ [Nm]	ASSY PLUS VG	-	-	-	-	-	9,5	-	20,0	36,0	58,0	86,0
	ASSY Isotop	-	-	-	-	-	-	-	11,0	-	-	-
	Altre viti	1,6	1,8	3,3	3,7	5,9	9,5	14,0	20,0	36,0	58,0	-
Valore caratteristico della resistenza a trazione $f_{ten,k}$ [kN]	ASSY PLUS VG	-	-	-	-	-	11,0	-	20,0	32,0	45,0	62,0
	ASSY Isotop	-	-	-	-	-	-	-	11,0	-	-	-
	Altre viti	2,8	3,0	5,0	5,3	7,9	11,0	15,0	20,0	26,0	41,0	-
Valore caratteristico della resistenza a torsione $F_{tor,k}$ [Nm]	ASSY PLUS VG	-	-	-	-	-	10,0	-	23,0	45,0	75,0	115
	ASSY Isotop	-	-	-	-	-	-	-	20 [a] / 12 [b]	-	-	-
	Altre viti	1,5	2,0	3,0	4,3	6,0	10,0	15,0	23,0	45,0	65,0	-

[a] Lato testa [b] Parte filettata con punta

Valori caratteristici delle capacità portanti di viti autoforanti Würth in acciaio inossidabile

Diametro esterno filettatura [mm]	**3,0**	**3,5**	**4,0**	**4,5**	**5,0**	**5,5**	**6,0**	**6,5**	**8,0**	**10,0**
Valore caratteristico del momento di snervamento $M_{y,k}$ [Nm]	0,9	1,4	1,9	2,3	2,8	4,4	5,5	6,8	11,0	20,0
Valore caratteristico della resistenza a trazione $f_{ten,k}$ [kN]	1,8	2,4	3,1	3,6	4,2	5,9	7,1	8,3	12,0	18,8
Valore caratteristico della resistenza a torsione $F_{tor,k}$ [Nm]	0,85	1,35	2,00	2,6	3,3	5,0	6,4	7,5	16,0	30,0

Il comportamento della sezione travicello-pannello è quello di una trave composta legno-legno la cui inerzia non è data dalla somma della inerzia dei travetti e del pannello ma compresa tra i due valori

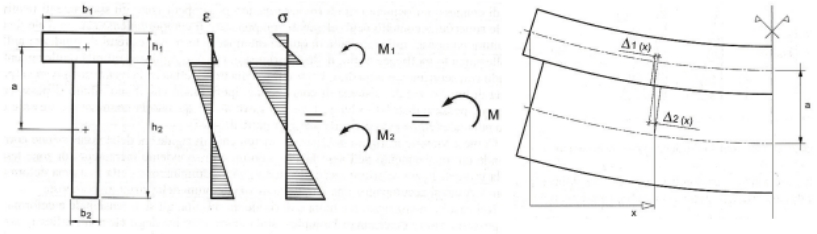
$I = I_1 + I_2$; $I = I_1 + I_2 + A_1 * d_1^2 + A_2 * d_2^2$

La connessione viene realizzata in cantiere tramite viti molto rapidamente e siamo di

fronte ai due comportamenti limite:
-Connessione di rigidezza nulla K=0
-Connessione di rigidezza infinita K=∞

-Connessione di rigidezza nulla K = 0

Per connessione con rigidezza nulla le travi sono semplicemente sovrapposte una all'altra per congruenza le due travi hanno la stessa curvatura



Il momento di inerzia complessivo come la singola rigidezza sono pari alla somma delle inerzie

$(E*I)_{eq} = E_1*I_1 + E_2*I_2$ *; la curvatura* $\chi = \chi_1 + \chi_2$
$M/(E*I)_{eq} = M_1/(E_1*I_1) = M_2/(E_2*I_2)$
$M_1 = M*(E_1*I_1)/(E*I)_{eq}$; $M_2 = M*(E_2*I_2)/(E*I)_{eq}$;

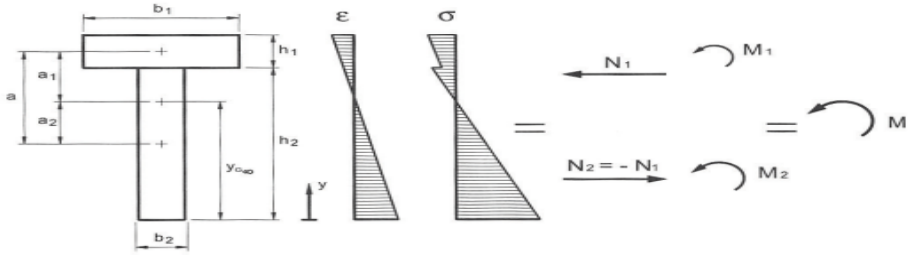
Lo scorrimento all'interfaccia è dato dal prodotto della rotazione per la semialtezza della trave $\delta = \varphi*h/2$ $\varphi(x) = \int M/(EI)*dx$

$\delta = \delta_1 + \delta_2 = h_1/2*\int M/(E*I)_{eq}*dx + h_2/2*\int M_2/(E*I)_{eq}*dx$

per una trave appoggiata lo scorrimento max sull'appoggio in mezzeria è nullo

$M(x) = Q*L/2*X - Q*X^2/2$ $\delta = Q*a/(24*EI)_{eq}*(L^3 + 6*L*X^2 + 4*X^3)$
$a = (h_1+h_2)/2$

-Connessione di rigidezza infinita K = ∞
Per connessione di rigidezza infinita il comportamento della trave composta è monolitico ovvero è valido il principio di conservazione delle sezioni piane e ad essa si può applicare sia il metodo con comportamento elastico lineare che il metodo con diagramma tensioni deformazioni bilatero.



Per il calcolo di queste sezioni miste si definiscono dei coefficienti di omogeneizza-

zione dati dal rapporto tra i moduli di elasticità normale $n=E_C/E_L$ solitamente si assume un valore compreso tra 4÷6 tenendo anche presente le risultanze sperimentali e si fa riferimento ad una sezione omogenea per la quale si determina l'asse neutro il momento di inerzia e le tensioni
$\sigma_c = n*M/I*y$; $\sigma_L = M/I*y$;

una trattazione che faremo per le sezioni miste acciaio calcestruzzo.
La posizione del baricentro pesato rispetto ai moduli di elasticità :

$$Y_G*\sum E_i*A_i = E_1*A_1*(h_2+h_1/2)+E_2*A_2*h_2/2$$

$$Y_G = [E_1*A_1*(h_2+h_1/2)+E_2*A_2*h_2/2]/(E_1*A_1+E_2*A_2)$$

Le distanze dei singoli baricentri dal baricentro globale

$$d_1=(h_2 - Y_G)+h_1/2 \; ; \quad d_2 = Y_G - h_2/2 \; ;$$

La rigidezza flessionale equivalente

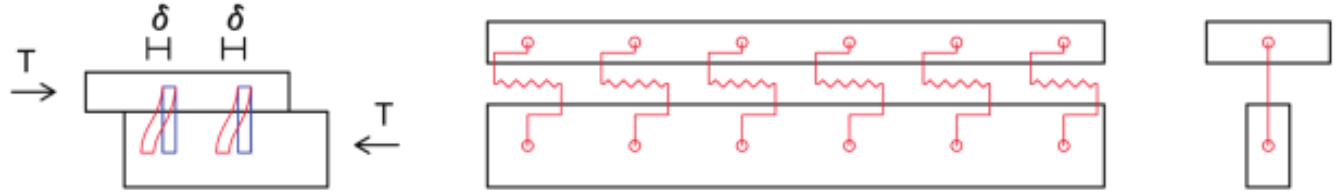
$$(E*I)_{eq}=E_1*(I_1+A_1*d_1^2)+E_2*(I_2+A_2*d_2^2);$$

La tensione $\sigma = E*\varepsilon$
nel cls $\sigma = E_C * M/(E*I)_{eq}*Y$
nel legno $\sigma_L = E_L * M/(E*I)_{eq}*Y$

la sollecitazione di scorrimento nella interfaccia $S = \tau*b_1$ *la tensione tangenziale se ricordiamo la trattazione del taglio di Jourawsky dipende dalle dσ e quindi dalla variazione di sforzo normale*
la tensione tangenziale $\tau = V/I*S_X/b$ $\qquad S = V*S_X/I$

- Connessione parziale o semirigida

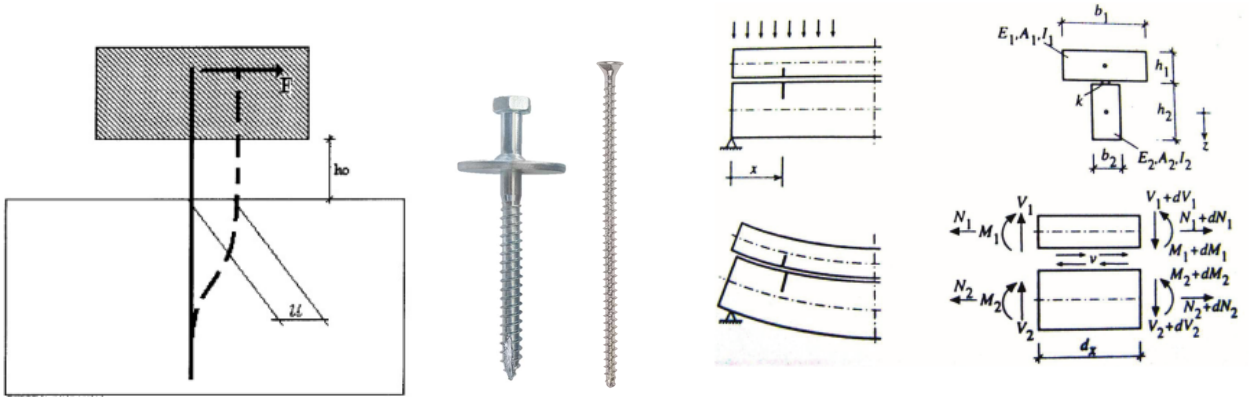
Il funzionamento della trave composta viene ricondotto a quello di 2 elementi in parallelo collegati mediante una connessione deformabile ad elasticità lineare di rigidezza K;



nello studio della sezione composta si fanno le seguenti ipotesi :

- *Comportamento elastico-lineare dei materiali*
- *Legge forza-scorrimento per le viti o connettori elastico-lineare*
- *Spostamenti e deformazioni "piccole" (teoria del I ordine)*
- *Stessa curvatura per ogni elemento*
- *Conservazione sezioni piane per ogni elemento*
- *Connessione uniformemente distribuita lungo tutta la trave*
- *Caratteristiche geometriche costanti lungo l'asse della trave*

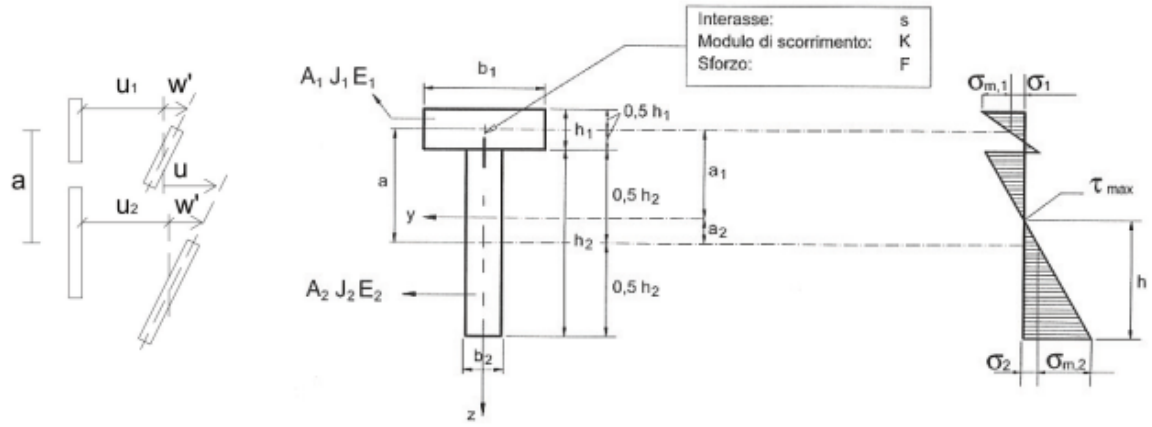
La rigidezza elastica uniforme si può assumere pari alla rigidezza puntuale divisa per il passo delle viti $K=12*EI/h^3$
$k = K/s$ *s interasse delle viti*



La trattazione delle travi composte assemblate meccanicamente indicati con 1 e 2 i due elementi imponendo

$W_1(x)=W_2(x)$; $W''_1(x)=W''_2(x)$; $M_1(x)= - E_1*I_1*W''_1(x)$; $M_2(x)= - E_2*I_2*W''_2(x)$;

$N_1(x) = \int_{A1} \sigma_z dA$; $N_2(x) = \int_{A2} \sigma_z dA$;



Per una trave di semplice appoggio le soluzioni sono fornite dall'eurocodice 5 attraverso il metodo Gamma

$(EI)_{eff} = E_1*I_1 + E_2*I_2 + \gamma* (E_1*A_1*a_1^2 + E_2*A_2*a_2^2)$

i coefficienti di trasmissione del taglio
$\gamma=1/[1+\pi^2*(E_1*A_1*E_2*A_2)/(E_1*A_1+E_2*A_2)*(s_{eq}/(K*L^2)]$

L luce effettiva della trave composta

K rigidezza del connettore $K = K_{Ser}$ *SLE* $K = 2/3*K_{ser}$ *SLU*
s_{eq} *interasse tra i connettori*

Le tensioni normali

$\sigma_1 = \gamma*E_1*M/(EI)_{eff}*a_1$; $\sigma_{m1} = 0,5*h_1*E_1*M/(EI)_{eff}$;

$\sigma_2 = \gamma*E_2*M/(EI)_{eff}*a_2$; $\sigma_{m1} = 0,5*h_2*E_2*M/(EI)_{eff}$;

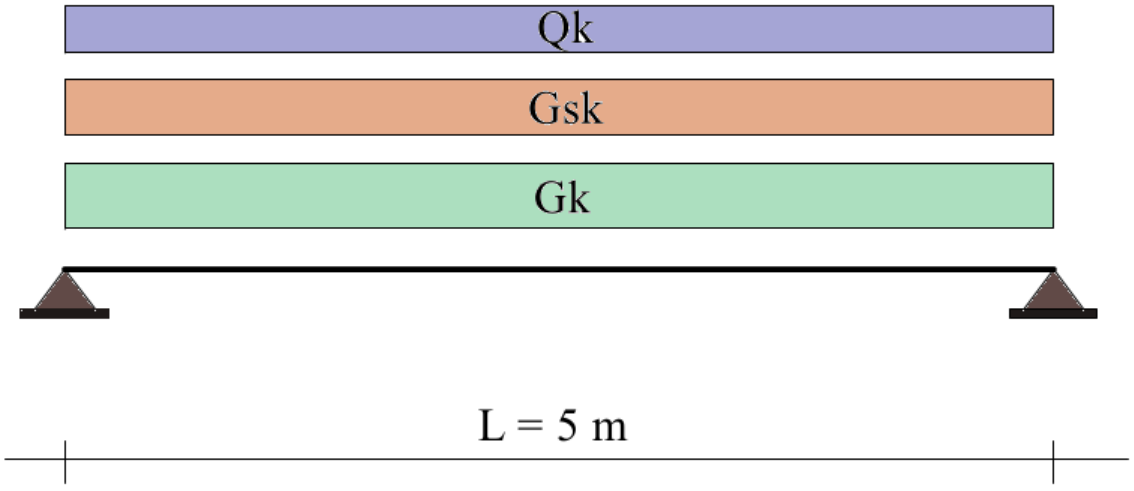
La forza di scorrimento nella vite

$F= s*E_1*A_1*\gamma*a_1*V/(EI)_{eff}$;

la tensione tangenziale massima $\tau = E_2/(EI)_{eff}*h^2/2*V$

la freccia della nostra trave $f = 5/384*Q*L^4/(EI)_{eff}$

Per il nostro solaio il cui calcolo lo eseguiamo attraverso un software



l'analisi dei carichi
G_K *peso proprio*
G_{SK} *Carichi permanenti*
Q_K *Carico accidentale*

G_K = 54 daN/mq
*Travetti 2*0,12*0,2* 500 =24 daN/ml*
*Pannello 1,00*0,06*1,00 * 500 = 30 daN/ml*

G_{SK} = 210 daN/mq
Massetto e isolante 70 daN/mq
Pavimento 30 daN/mq
Controsoffittatura 30 daN/mq
Incidenza tramezzi 80 daN/mq

Q_K = 200 daN/mq

il carico complessivo per lo stato limite ultimo SLU

Q = 685 daN/ml

il carico complessivo per lo stato limite di esercizio SLE

Q = 464 daN/ml

*Sollecitazioni SLU M = 2140 daN*m ; V = 1712 daN*

tensioni per flessione e taglio

$\sigma = M/I*y \quad ; \quad \tau = V/I* Sx/b$

il momento di inerzia ed il momento statico fibra baricentrica per K = ∞

$I = 2*12*20^3/12 + 2*12*20* (17,22-10)^2 + 100*6^3/12 + 100*6*(23-17,22)^2$

$I = 62866\ cm^4 \quad S_X = 100*6*(23-17,22) + 2*12*(20-17,22)^2/2 = 3560\ cmc$

Posizione baricentro sezione

$d = (100*6*23 + 12*20*2*10)/(100*6 + 12*20*2) = 17,22\ cm$

y = 17,22 per trazione ; y = 8,78 per compressione

$\sigma = M/I*y = 214000*17,22 /62866 = 58,61\ daN/cmq$ *trazione*

$\sigma = M/I*y = 214000*8,78 /62866 = 29,88\ daN/cmq$ *trazione*

$\tau = V/I* Sx/b = 1712* 3560/(62866*24) = 4,03\ daN/cmq$

La connessione tra pannello in legno e travetti non è rigida il momento di inerzia della sezione composta

$(EI)_{eff} = E_1*I_1 + E_2*I_2 + \gamma_1*E_1*A_1*a_1^2 + E_2*A_2*a_2^2$

i moduli elastici del pannello e del legno coincidono si utilizza un momento di inerzia ridotto

$I_{eff} = I_1 + I_2 + \gamma_1*A_1*a_1^2 + A_2*a_2^2$

$\gamma_1 = 1/(1+\pi^2*E*A_1*s/(K*L^2))$

L= 5m luce effettiva della trave composta

K rigidezza della vite $K = K_{Ser}$ *SLE* $K = 2/3*K_{ser}$ *SLU*

s_{eq} *interasse tra le viti 25 cm*

L'interasse tra le viti lo determiniamo in prima apprissimazione per $K = \infty$ *determinando la forza di scorrimento S nell'interfaccia tra travetto e pannello*

$S = \tau* 2*b*\Delta z$; *b= 12 cm larghezza travetto* ; $\Delta z = 125$ *cm*

L'interasse la consideriamo costante lungo la trave anche se il tagli varia linearamente per una trave su due appoggi con valore nullo nella mezzeria

$\tau = V/I* Sx/b = 1712* 1800/(62866*24) = 2.04$ *daN/cmq*

*Sx= 100*6*3=1800 cmc*

La forza di scorrimento S su due travetti

$S= \tau* 2*b*\Delta z = 2,04*2*12*125 = 6120$ *daN*

la resistenza a tranciamento ovvero taglio fornita da una vite

$V_{RDV} = f_{yd}/\sqrt{3}* *\pi*\phi^2/4 = 288$ *daN*

occorrono in 125 cm circa 22 viti una ogni 10 cm un pò eccessivo, aumentiamo i diametro della vite disponendone 6 una ogni 25 cm per travetto .La forza di taglio che deve sopportare la singola vite

$V_{RDV} = 1020$ *daN* ≤ 1154 *daN* $= V_{SDV}$

Vite ϕ *8 mm alla quale corrisponde una forza resistente al taglio 1154 daN*

La rigidezza della vite la calcoliamo nella ipotesi di trave incastrata agli estremi e luce h = 10 cm lunghezza vite

$K = 12*E*I/h^3$; $E = 2100000$ daN/cmq ; $I=\pi*r^4/4=0{,}00201$ cm^4

$K = 50{,}65$ daN*cm per lo SLU $K=2/3*50{,}65=33{,}76$ daN*cm

$\gamma_1=1/(1+\pi^2*E*A_1*s/(K*L^2))=1/(1+\pi^2*110000*600*25/(34*500^2))=0{,}0005$

$E =110000$ daN/cmq ; $A_1 = 100*6 = 600$ cmq $L = 500$ cm ; $s = 25$ cm

$\alpha_1=H-\alpha_2 =13$ cm $H=13$ cm

$\alpha_2=\gamma_1*H*A_1/(\gamma_1 A_1+A_2)=0.008$

$I_{eff} = I_1 +I_2 + \gamma_1*A_1*a_1^2 +A_2*a_2^2$

$I = 2*12*20^3/12 +0{,}008^2 *2*12*20* (17{,}22-10)^2 +$

$+100*6^3/12 +0{,}005*13^2 * 100*6*(23-17{,}22)^2 = 34739$ cm^4

Le tensioni di calcolo

$\sigma = M/I*y = 214000*17{,}22 /34739= 105{,}49$ daN/cmq trazione

$\sigma = M/I*y = 214000*8{,}78 /34739= 53{,}78$ daN/cmq trazione

$\tau = V/I* Sx/b = 1712* 3560/(34739*24)= 7{,}25$ daN/cmq

I valori ammissibili forniti dalle norme

$X_d = K_{mod}*X_K/1{,}5$; si assume $K_{mod} = 0{,}80$

flessione $0{,}8*240/1{,}5= 128$ daN/cmq
taglio $0{,}8*25/1{,}5= 13{,}33$ daN/cmq

Le verifiche sono soddisfatte

La forza di taglio agente sulla singola vite

$F= V* \gamma_1*A_1*\alpha_1*s /I_{ef} = 1712*0{,}0005*100*6*13*25/34739 = 48$ daN

La freccia allo SLE per carichi permanenti e accidentali

$f = 5/384*Q*L^4/(EI) = 5/384*4{,}64*500^4/(110000*34739) = 0{,}98$ cm $< L/250$ L

solo carichi permanenti

$f = 5/384*Q*L^4/(EI) = 5/384*2,64*500^4/(110000*34739) = 0,56\ cm < L/500$

Una ulteriore verifica del solaio in legno in fase di esercizio è quella allo stato limite di vibrazione, determiniamo la frequenza di oscillazione

$\omega_n = \pi^2/L^2 * \sqrt{(EI/\mu)}$ $T = 2*\pi/\omega$; *la frequenza* $f = 1/T$

$\mu = 4,64\ kg/cm$ *massa per unita di lunghezza*

$E = 110000\ daN/cmq = 110000*9,81*100\ kg*cm/sec^2$

$\omega_n = \pi^2/500^2 * \sqrt{(110000*9,81*100*34739/4,64)} = 35,44 sec^{-1}$

$T = 0,1795\ sec$ $f = 5,57\ Hz$

le istruzioni CNR affermano che la frequenza f deve essere maggiore di 8 Hz se più bassa vanno eseguite indagini più accurate; se avessimo considerato una connessione infinitamente rigida

$\omega_n = \pi^2/500^2 * \sqrt{(110000*9,81*100*68666/4,6} = 49,83$

$T = 0,1260\ sec$ $f = 7,93\ Hz$ *quasi 8 Hz*

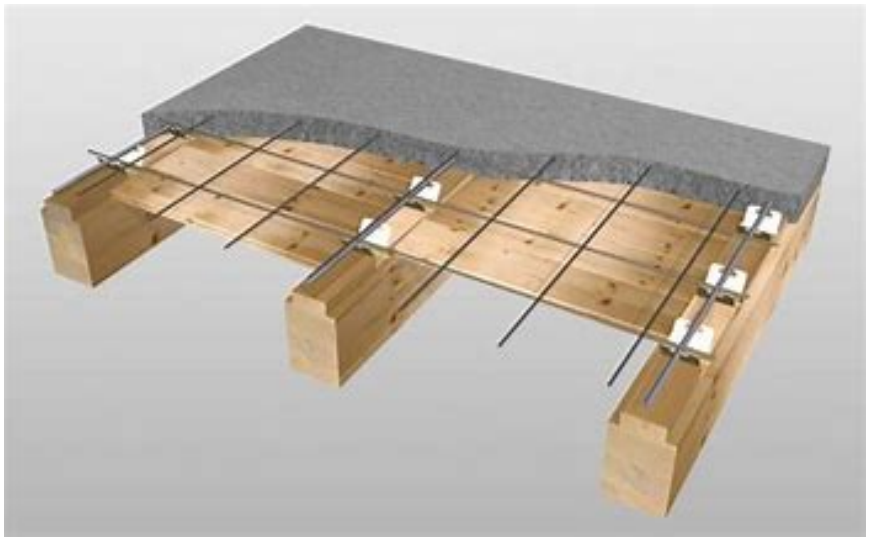
La verifica la eseguiamo secondo l'eurocode 5

$\mathbf{-W/F \leq a} = 1,5\ mm/kN$

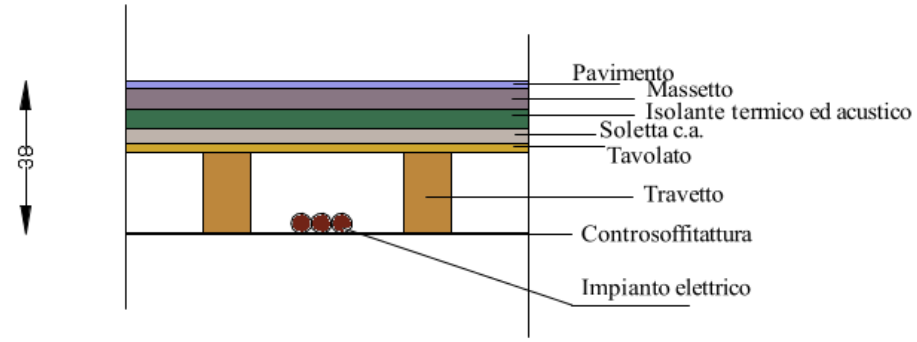
$\mathbf{-V \leq b^{(f*\zeta-1)}}\ m/(N*sec^2)$ $b = 100$; *per* $b = 120$ $a = 1\ mm/kN$

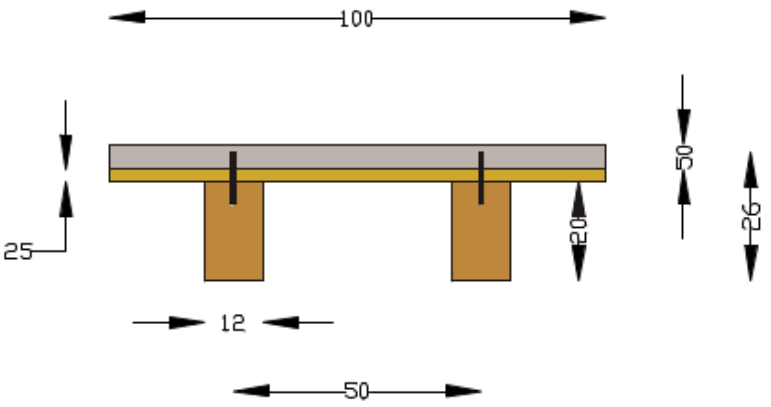
W freccia del solaio per forza in mezzeria $W = F*L^3/(48*E*I)$

-Travetti, tavolato e soletta cls



Il solaio misto legno-cls viene realizzato con travetti ad interasse 50-60 cm tavolato 2,5 cm e soletta di cls 5 armata armata con rete elettrosaldata di maglia quadrata 15x15 cm e ferri diametro 8 mm che irrigidisce notevolmente l'impalcato sia per la ripartizione delle forze sismiche orrizzontali sia flessionalmente per i carichi verticali . La trattazione teorica è simile a quella vista in precedenza si parla sempre di trave a sezione composta , il calcolo lo eseguiremo attraverso un software di calcolo. La sezione del solaio





La analisi dei carichi :

G_K = 162 daN/mq
*Travetti 2*0,12*0,2* 500 =24 daN/ml*
*Pannello 1,00*0,025*1,00 * 500 = 12,5 daN/ml*
*Soletta cls 1,00*1,00*0,05*2500 = 125 daN/ml*

G_{SK} = 210 daN/mq
Massetto e isolante 70 daN/mq
Pavimento 30 daN/mq
Controsoffittatura 30 daN/mq
Incidenza tramezzi 80 daN/mq

Q_K = 200 daN/mq

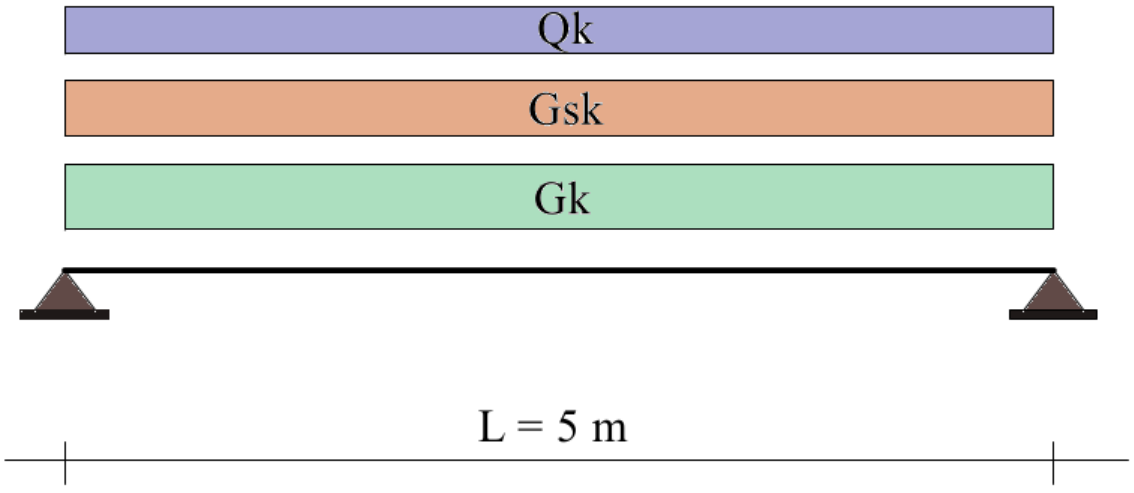
il carico complessivo per lo stato limite ultimo SLU

Q = 825 daN/ml

il carico complessivo per lo stato limite di esercizio SLE

Q = 572 daN/ml

Lo schema statico :

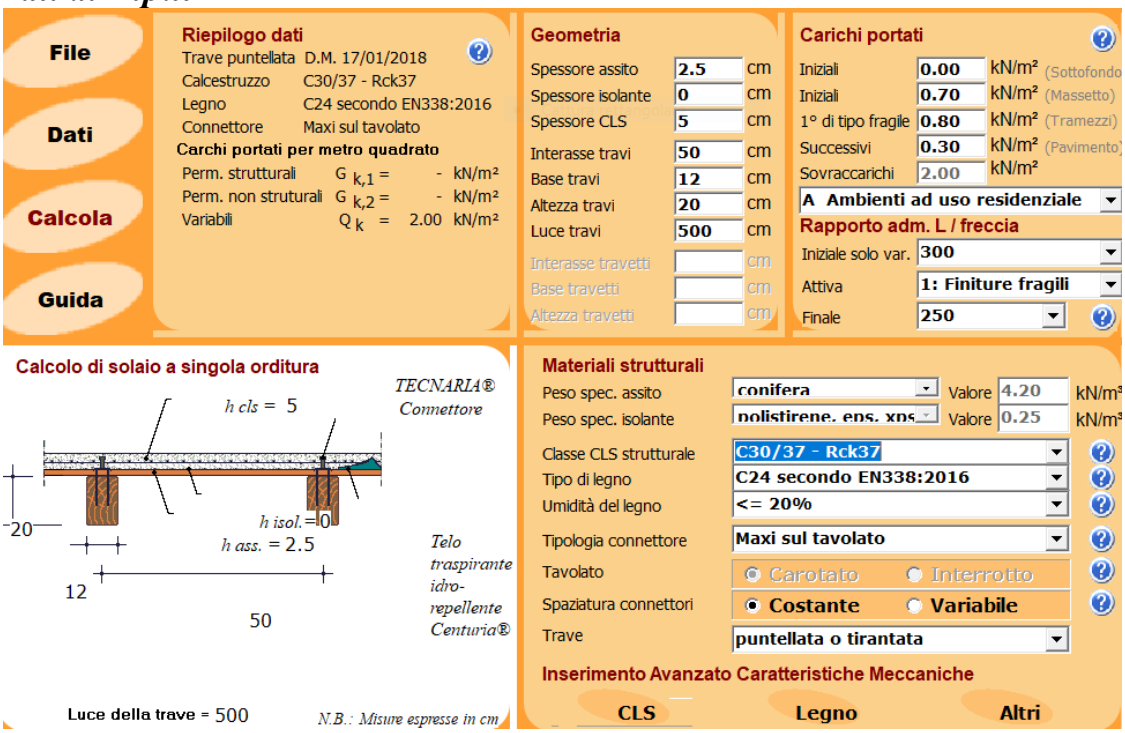


Le sollecitazioni SLU

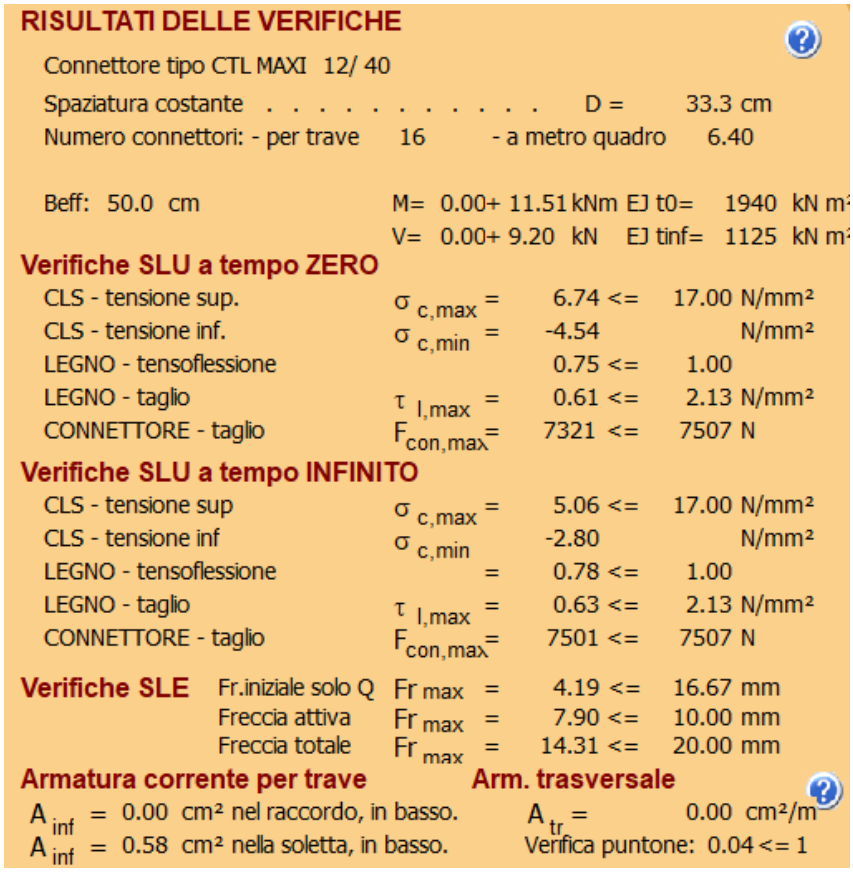
*M = 2578 daN*m ; V = 2062 daN*

Riportiamo il calcolo e la verifica del solaio con il passo e diametro dei connettori

Dati di Input

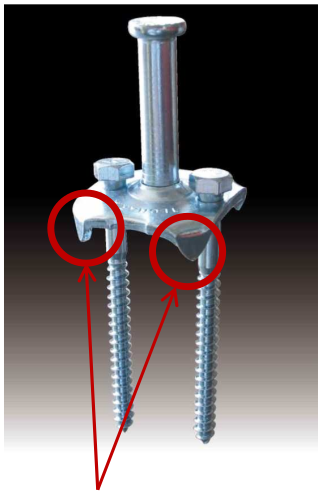


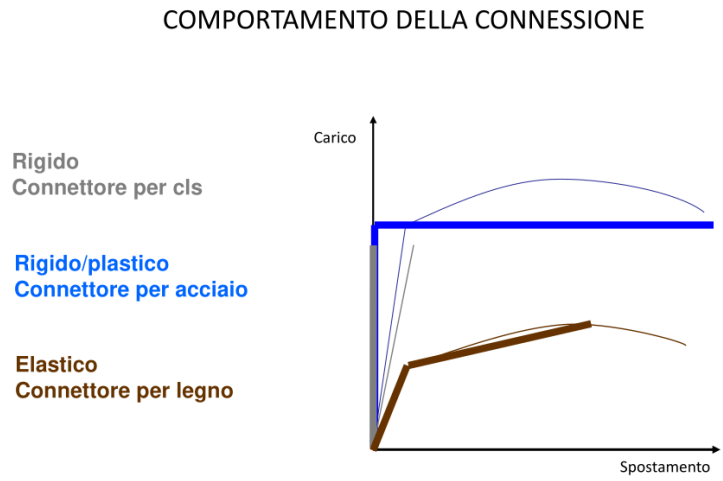
Risultati



Le immagini riportato le schermate di un software free della Tecnaria per il calcolo dei solai misti legno-cls; non è stata riportata la relazione poiché troppo lunga.

I connettori da inserire ad un passo di 33 cm su ogni travetto





La verifica allo stato limite di oscillazione consiste nel calcolo della frequenza fondamentale ; la rigidezza del solaio calcolata dal software

EJ a tempo zero: *194000* *daNm²*
EJ a tempo infinito: *112490* *daNm²*

$\omega = \pi^2/L^2 * \sqrt{(EI/\mu)}$ $T = 2*\pi/\omega$; *la frequenza* $f = 1/T$

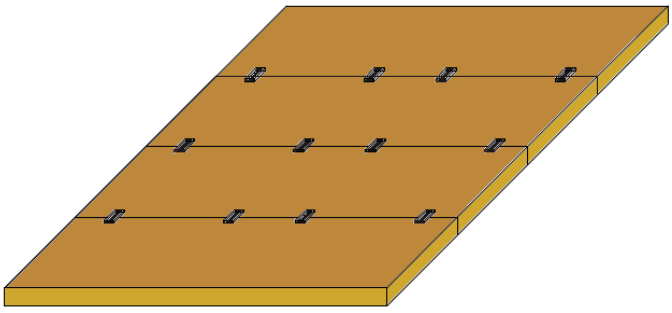
$\omega = \pi^2/5^2 * \sqrt{(1124900 * 9.81/572)} = 54.83$ $T = 0.11459$ *sec*

$f = 8.72$ *Hz* > 8 *Hz*

Il solaio non dovrebbe avere problematiche di vibrazione.

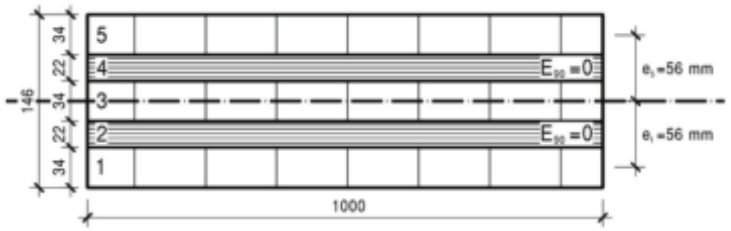
-Il solaio in legno con pannelli Xlam

I solai vengono realizzati affiancando pannelli Xlam ed hanno un evidente comportamento a trave ma se opportunamente interconnessi tra di loro possono avere anche un comportamento a piastra;

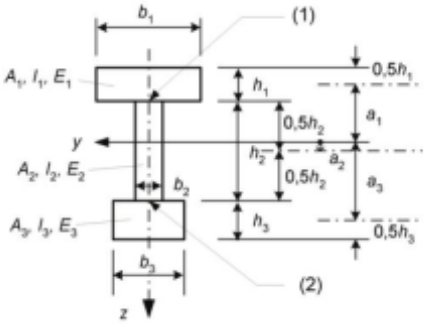


La funzione delle connessioni metalliche tra i pannelli di solai è di ripartizione dei carichi,vi possono essere zone di solaio più caricate di conseguenza i pannelli avrebbero deformazioni differenti sono appoggiati agli estremi e collegati tra di loro mediante un vincolo a cerniera; se il sovraccarico e applicato su un solo pannello come potrebbe essere un tramezzo i suoi effetti si ripartiscono sugli elementi vicini . Accanto a questa funzione vi è quella di vietare gli spostamenti assiali nell'impalcato dovuto alla presenza dei giunti tra i pannelli in modo che l'impalcato possa essere considerato ai fini della modellazione infinitamente rigido.

Il pannello Xlam viene calcolato come una sezione composta avente rigidezza K



$$K = \sum_i (I_i E_i) + \sum_i (A_i e_i^2 E_i)$$



-Pannello orizzontale

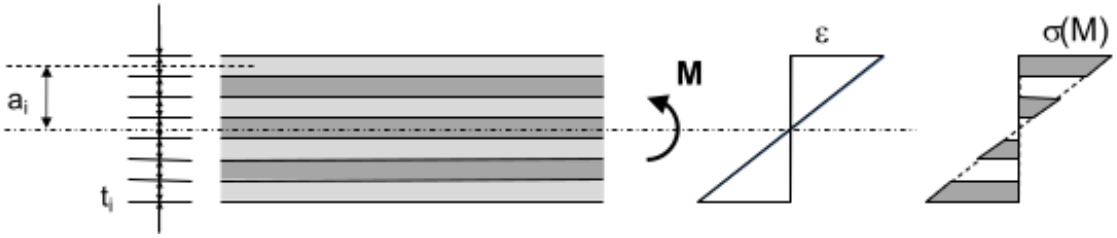
La verifica a flessione viene eseguita attraverso la formula

$\sigma = M/K*a*E_i$

M momento flettente

a distanza del baricentro dalla fibra considerata

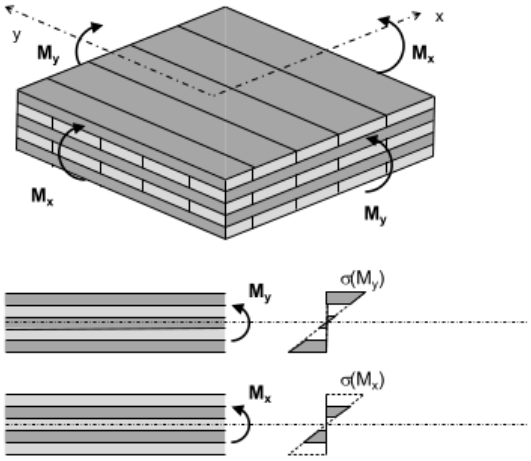
E modulo elastico competente



La verifica allo stato limite ultimo del pannello di Xlam avviene tramite l'introduzione di un coefficiente di sistema

$\sigma \leq f_{m,d} * Ksis$

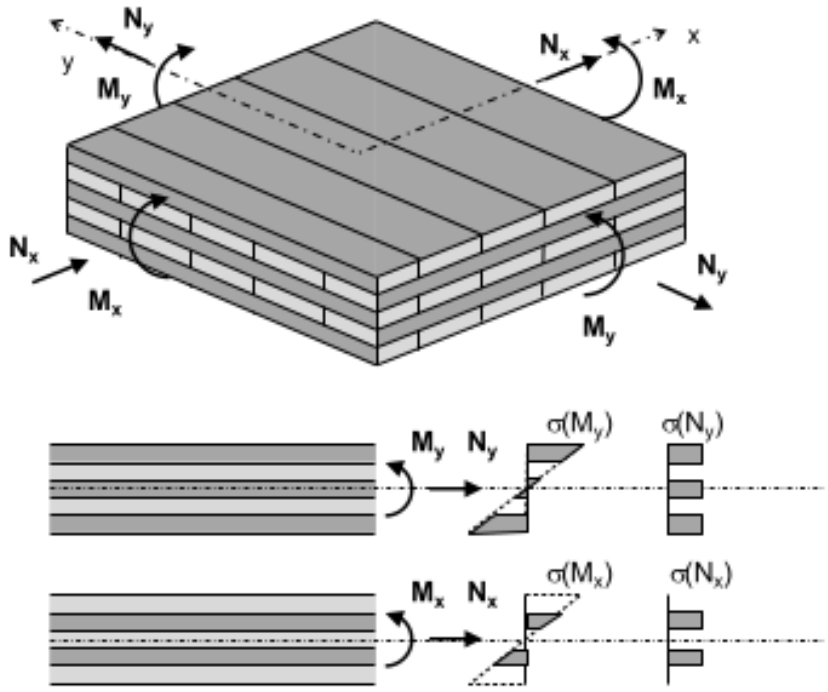
*dove Ksis =1+ 0,0025*n ≤ 1,1; n numero di lamelle sollecitate in parallelo*



le verifiche assumono la forma

$\sigma_{mx} \leq f_{m,d} * Ksis = f_{mx,dXLAM}$; $\sigma_{my} \leq f_{m,d} * Ksis = f_{my,dXLAM}$

in presenza di sforzo normale di compressione



le verifiche da eseguire sono 4

$\sigma_m/f_{mXlam} + \sigma c/f_{cXlam} \leq 1$ *direzione X*

$\sigma_m/f_{mXlam} + \sigma t/f_{tXlam} \leq 1$

$\sigma_m/f_{mXlam} + \sigma c/f_{cXlam} \leq 1$ *direzione XY*

$\sigma_m/f_{mXlam} + \sigma t/f_{tXlam} \leq 1$

le resistenze sono riferite al pannello e contengono il coefficiente di sistema

la tensione di compressione o trazione derivante dallo sforzo normale $\sigma = P/A*E_i$

$A = \sum A*E_0 + \sum A*E_{90}$

la tensione derivante dalla flessione

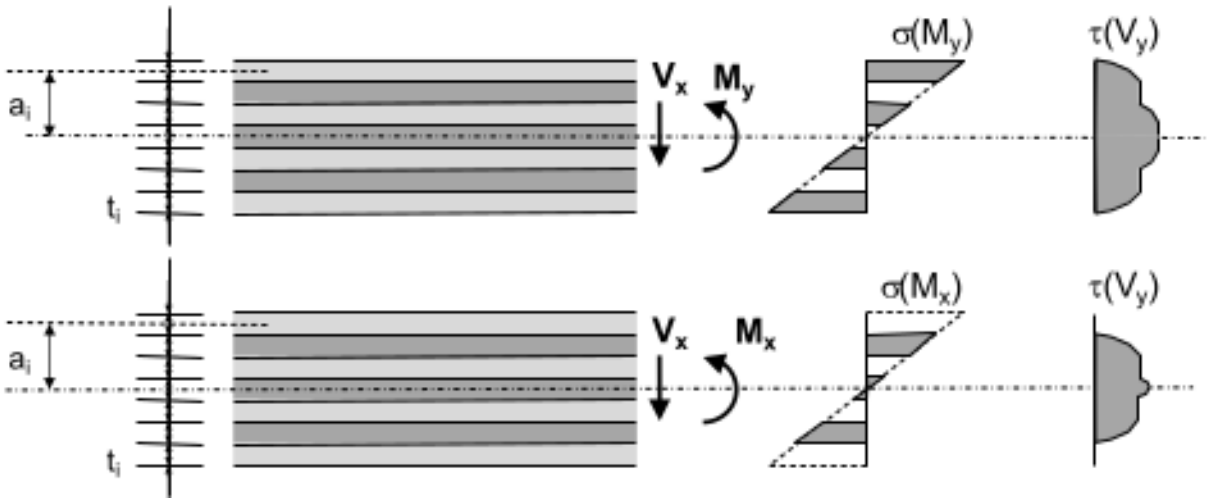
$\sigma = M/K*a*E_i$

- Verifica a taglio

Si utilizza la formula usuale di Jowrasky con la tensione tangenziale

$\tau = V/I*S/b$ *il momento di inerzia ed il momento statico sono quelli della sezione composta* $\tau = V/K*S/b$ *con* $S = \int E*a*dA$

a distanza dal baricentro
S momento statico
b larghezza dell'elemento



la tensione tangenziale $\tau \leq fvk*Kmod/1,45=13,8$ *daN/cmq* *Kmod = 0,8*
si considera un effetto di sistema che consente di aumentare la tensione 255 la tensione resistente

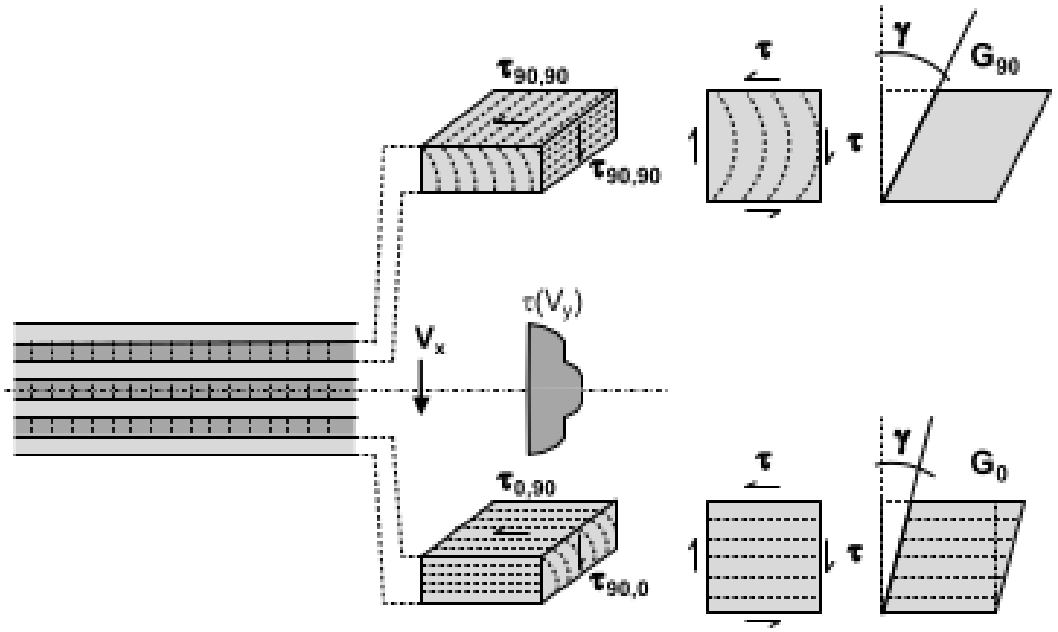
Calcolo della freccia

La rigidezza flessionale $K_f = EI = \sum E_i*I + \sum E_i*a^2*A$
la freccia per solaio appoggiato agli estremi

$f = 5/384*Q*L^4/K$
la rigidezza a taglio

$K_V = G*A' = k* \sum(G_i*B_i*t) = k* \sum(G_i*A_i)$

G_i *modulo di elasticità tangenziale singolo strato*
B_i *larghezza strato*
t *spessore strato*
$A_i = B*t$ *area singolo strato*
k coefficiente di correzione



$k = 1/[\sum(G_i*A_i)/K^2 \int S^2(z)/(b*G_i(z))dz$

z asse verticale S(z) momento statico

quando il rapporto tra G_0/G_{90} i valori di k sono i seguenti

	Numero strati					
	3	5	7	9	11	13
κ	0,21	0,24	0,26	0,27	0,27	0,27

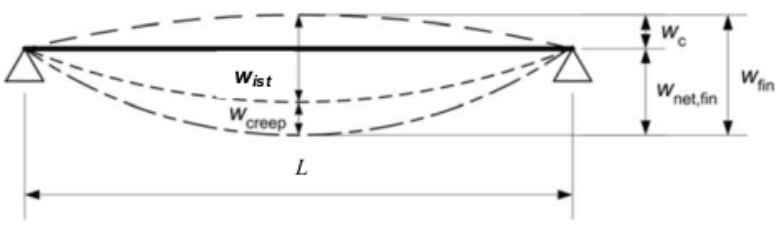


Figura 7-2 – Aliquote della deformazione di una trave inflessa

Al solito consideriamo un solaio di luce 5 con metri con pannello Xlam avente spessore 18 cm .

La analisi dei carichi :

G_K = 90 daN/mq

*Pannello 1,00*0,18*1,00 * 500 = 90 daN/ml*

G_{SK} = 210 daN/mq
Massetto e isolante 70 daN/mq
Pavimento 30 daN/mq
Controsoffittatura 30 daN/mq
Incidenza tramezzi 80 daN/mq

Q_K = 200 daN/mq

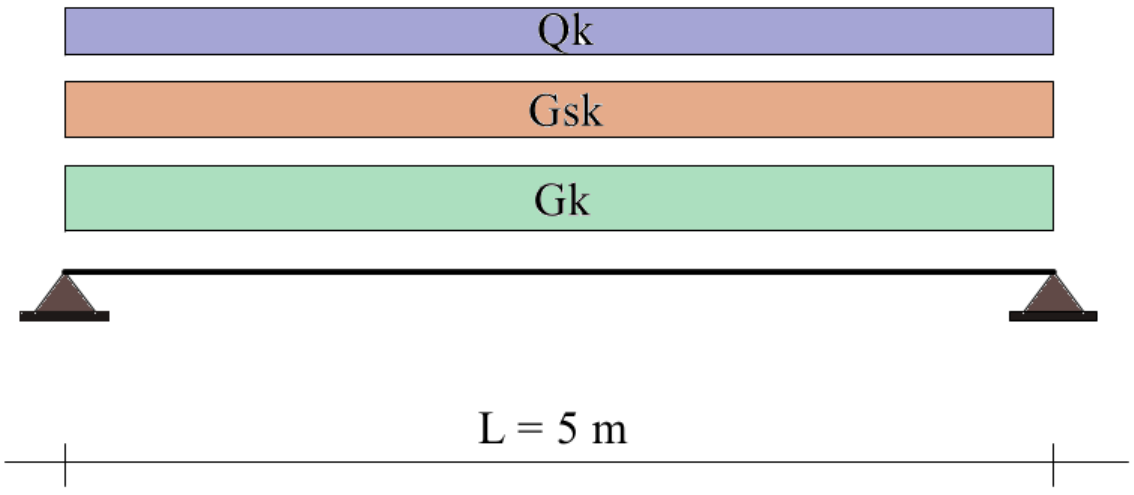
il carico complessivo per lo stato limite ultimo SLU

Q = 849 daN/ml

il carico complessivo per lo stato limite di esercizio SLE

Q = 500 daN/ml

Lo schema statico :



Le sollecitazioni SLU

*M = 2656 daN*m ; V = 2125 daN*

Riportiamo le schede tecniche dei pannelli

Caratteristiche geometriche Geometrical characteristics

Pannello XLAM DOLOMITI XLAM DOLOMITI panel											A sezione piena A Full section	A sezione netta A net section	I sezione piena I Full section	I eff I eff	I eff /I sezione piena I Eff Full section
spessore thickness	strati layers	composizione laying-up									[mm²]	[mm²]	[mm⁴]	[mm⁴]	%
57	3	19	19	19							57000	38000	15432750	14878790	96,4
83	3	33	17	33							83000	66000	47648917	47252124	99,2
90	3	30	30	30							90000	60000	60750000	58575700	96,4
100	3	33	34	33							100000	66000	83333333	80168200	96,2
120	3	40	40	40							120000	80000	144000000	138831111	96,4
100	5	17	17	32	17	17					100000	66000	83333333	62760509	75,3
124	5	30	17	30	17	30					124000	90000	155072250	136899943	88,3
137	5	33	19	33	19	33					137000	99000	214279417	188275544	87,9
158	5	40	19	40	19	40					158000	120000	328692667	295534891	89,9
172*	5*	33	33	40	33	33					172000	132000	424037333	418868444	98,8
179	5	33	40	33	40	33					179000	99000	477944917	364313356	76,2
186	5	40	33	40	33	40					186000	120000	536238000	445215805	83,0
200	5	40	40	40	40	40					200000	120000	666666667	532275556	79,8
200*	5*	40	40	40	40	40					200000	160000	666666667	661497778	99,2
217	7	40	19	40	19	40	19	40			217000	160000	851526083	721664776	84,7
240*	7*	40	40	20	40	20	40	40			240000	200000	1152000000	1115817778	84,7
252	7	33	40	33	40	33	40	33			252000	132000	1333584000	904902200	67,9
297	9	33	33	33	33	33	33	33	33	33	297000	165000	2183272750	1474984253	67,6

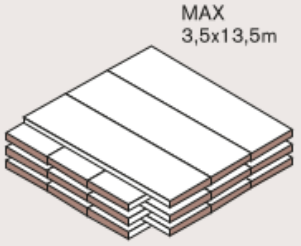
e le caratteristiche meccaniche

Modulo elastico Modulus of elasticity

Modulo elastico medio parallelo alle fibre Mean modulus of elasticity parallel to fibres	$E_{0,mean}$	11.000 Mpa
Modulo elastico caratteristico parallelo Characteristic parallel modulus of elasticity	$E_{0,05}$	7.400 Mpa
Modulo elastico medio perpendicolare Mean perpendicular modulus of elasticity	$E_{90,mean}$	370 Mpa
Modulo di taglio medio Mean shear modulus	G_{mean}	690 Mpa

Valori di resistenza Strength values

Flessione Bending strength	$f_{m,k}$	24 Mpa
Trazione parallela alla fibratura Tension parallel to grain	$f_{t,0,k}$	14 Mpa
Trazione perpendicolare alla fibratura Tension perpendicular to grain	$f_{t,90,k}$	0,4 Mpa
Compressione parallela alla fibratura Compression parallel to grain	$f_{c,0,k}$	21 Mpa
Compressione perpendicolare alla fibratura Compression perpendicular to grain	$f_{c,90,k}$	2,5 Mpa
Taglio Shear	$f_{v,k}$	4 Mpa



Utilizziamo un pannello di spessore 18,6 cm che si compone di 5 strati il cui momento di inerzia effettivo $I_{eff} = 445215805\ mm^4 = 44521\ cm^4$
ottenuto dalla formula seguente $I_{eff} = (\sum E_I * I_I + \sum A_i * E_I * a^2_I)/E_O$

$E_O = 120000\ daN/cmq$; $E_{90} = 37000\ daN/cmq$

La verifica a flessione semplice con la formula di Navier

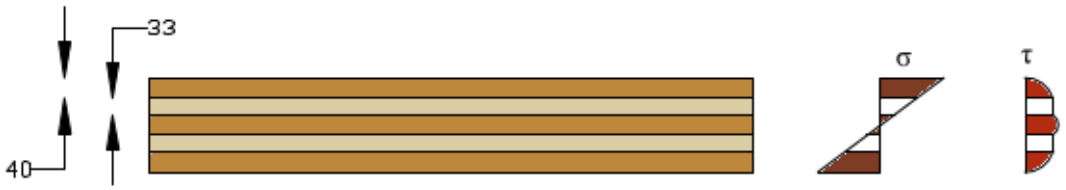
$\sigma = M^*y /I_{eff} = 265600^*9/44521 = 54$ *daN/cmq*

La freccia a lungo termine

$f = 5/384^*Q^*L^4/(E^*I_{eff}) = 5/384^*5^*500^4/(110000^*44521)=0,83$ *cm* $< L/250$

la freccia istantanea per soli carichi permanenti $f = 0,49$ *cm* $< L/500$

La verifica a taglio $\tau = V^*S/(b^*I_{eff}) = 2125^*\ 4560/(120^*44521)= 1,81$ *daN/cmq*



I valori ammissibili

$X_d = K_{mod}^*X_K/1,5$; *si assume* $K_{mod} = 0,80$

flessione $0,8^*240/1,5= 128$ *daN/cmq*
taglio $0,8^*25/1,5= 13,33$ *daN/cmq*

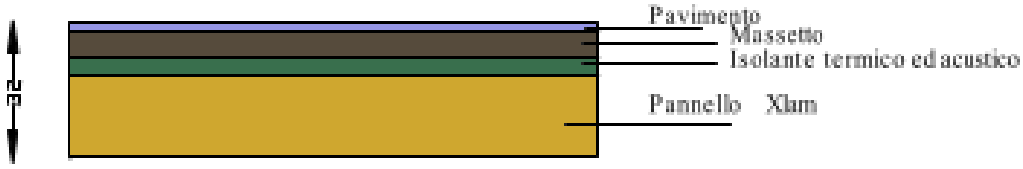
La pulsazione fondamentale

$\omega = \pi^2/L^2 \ ^*\sqrt{(EI/\mu)}$ $T = 2^*\pi/\omega$; *la frequenza* $f = 1/T$

$\omega = \pi^2/500^2 \ ^*\sqrt{(110000^*44521\ ^*981/5)} = 38,69$ $T = 0.16239$ *sec*

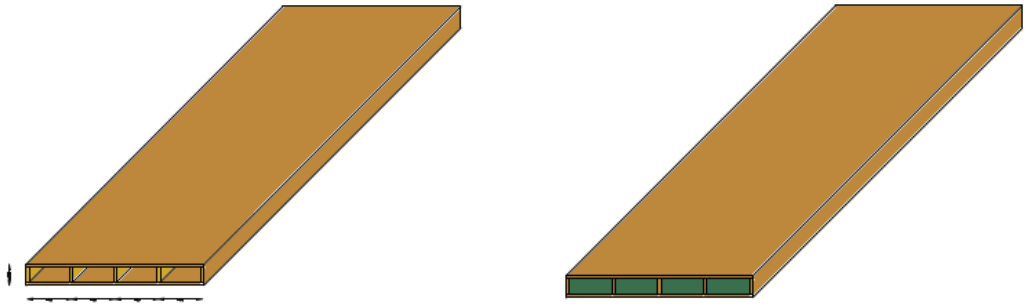
$f = 6.15$ *Hz* < 8 *Hz*

per la verifica si necessita di indagini più accurate rimandiamo agli appunti sulle vibrazioni .
La sezione finita del solaio in pannelli Xlam

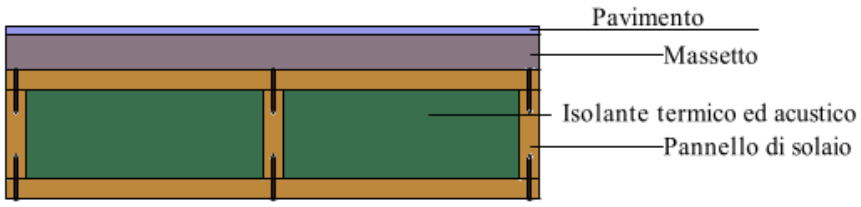


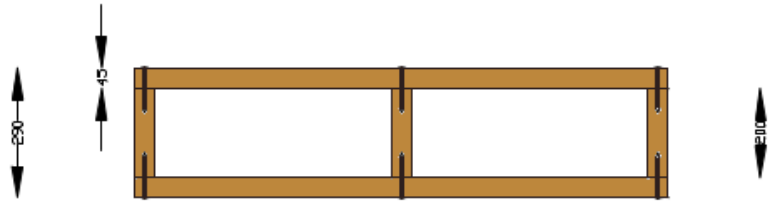
-Solaio cassettonato.

Il solaio in legno realizzato con pannelli cassettonati ha una elevata rigidezza assiale e flessionale per cui si hanno vibrazioni contenute e per solai di copertura si possono coprire anche luci > 6 m . All'interno può essere inserito l'isolante termico ed acustico nonchè le canalizzazioni per gli impianti elettrici e termici.



Il legno utilizzato è il microlamellare LVL ,è realizzato con profili Kerto attraverso travetti 45x200 mm e pannelli parete di spessore 45 mm; i collegamenti tra i singoli elementi sono eseguiti con viti , la trattazione della sezione rientra nella teoria delle travi composte legno-legno. Se ipotizziamo che le connessioni tra travetti e pannelli siano infinitamente rigide , considerando un pannello di larghezza 120 cm la cui sezione resistente è riportata in figura :





Il momento di inerzia della sezione $I = 3*b*h^3/12+ 2* B*t^3/12+ 2*B*t*((h+t)/2)^2$

$b = 4{,}5$ cm ; $h = 200$ cm ; $B = 120$ cm ; $t = 4{,}5$ cm

$I = 237\,892$ cm^4 connessione rigida $K = \infty$

La analisi dei carichi

G_K = 60 daN/mq

*Pannello 2*1,00*0,045*1,00 * 500 = 45 daN/ml*
*Travetti 3*0,045*0,20*1,00*500 = 13,5 daN/ml*

G_{SK} = 210 daN/mq
Massetto e isolante 70 daN/mq
Pavimento 30 daN/mq
Controsoffittatura 30 daN/mq
Incidenza tramezzi 80 daN/mq

Q_K = 200 daN/mq

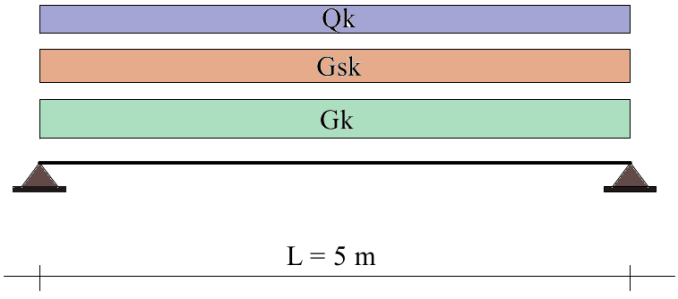
il carico complessivo per lo stato limite ultimo SLU

Q = 693 daN/ml

il carico complessivo per lo stato limite di esercizio SLE

Q = 470 daN/ml

Lo schema statico :



*Le sollecitazioni SLU M = 2165 daN*m ; V = 1732 daN*

$\sigma = M*y /I = 216500*14,5/237892 = 13,19$ daN/cmq

La freccia a lungo termine

$f = 5/384*Q*L^4/(E*I_{eff}) = 5/384*4,7*500^4/(120000*237892)=0,13$ cm < L/250

la freccia istantanea per soli carichi permanenti f = 0,08 cm < L/500

La verifica a taglio $\tau = V*S/(b*I) = 1732* 7290/(13.5*237892)= 3,93$ daN/cmq

Le tensioni ammissibili per microlamellare riportate nelle istruzioni CNR2018

Table 4.5. Strength classes for structural LVL-P without crossband veneers [15].

Property [a]		Symbol	Unit	Strenght class				
				LVL 32 P	LVL 35 P	LVL 48 P	LVL 50 P	LVL 80 P
Bending strength	Edgewise, parallel to grain (depth 300 mm)	$f_{m,0,edge,k}$	N/mm²	27	30	44	46	75
	Flatwise, parallel to grain	$f_{m,0,flat,k}$	N/mm²	32	35	48	50	80
	Size effect parameter	s	-	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15
Tension strength	Parallel to grain (length 3 000 mm)	$f_{t,0,k}$	N/mm²	22	22	35	36	60
	Perpendicular to grain, edgewise	$f_{t,90,edge,k}$	N/mm²	0,5	0,5	0,8	0,9	1,5
Compression strength	Parallel to grain for service class 1	$f_{c,0,k}$	N/mm²	26	30	35	42	69
	For service class 2 according to EN 1995-1-1 [b]			21	25	29	35	57
	Perpendicular to grain, edgewise	$f_{c,90,edge,k}$	N/mm²	4	6	6	8,5	14
	Perpendicular to grain, flatwise (except pine)	$f_{c,90,flat,k}$	N/mm²	0,8	2,2	2,2	3,5	12
	Perpendicular to grain, flatwise, pine	$f_{c,90,flat,k,pine}$	N/mm²	MDV [c]	3,3	3,3	3,5	- [d]
Shear strength	Edgewise parallel to grain	$f_{v,0,edge,k}$	N/mm²	3,2	3,2	4,2	4,8	8
	Flatwise, parallel to grain	$f_{v,0,flat,k}$	N/mm²	2,0	2,3	2,3	3,2	8
Modulus of elasticity	Parallel to grain	$E_{0,mean}$ [e]	N/mm²	9 600	12 000	13 800	15 200	16 800
	Parallel to grain	$E_{0,k}$ [f]	N/mm²	8 000	10 000	11 600	12 600	14 900
	Perpendicular to grain, edgewise	$E_{c,90,edge,mean}$ [g]	N/mm²	MDV [c]	MDV [c]	430	430	470
	Perpendicular to grain, edgewise	$E_{c,90,edge,k}$ [h]	N/mm²	MDV [c]	MDV [c]	350	350	400

I valori ammissibili per LVL 32 P

$X_d = K_{mod} * X_K / 1,5$; si assume $K_{mod} = 0,80$

flessione $0,8*320/1,5 = 170$ daN/cmq
taglio $0,8*32/1,5 = 17,06$ daN/cmq

La frequenza fondamentale di vibrazione per connessione rigida

$\omega = \pi^2/L^2 * \sqrt{(EI/\mu)}$ $T = 2*\pi/\omega$; la frequenza $f = 1/T$

$\omega = \pi^2/500^2 * \sqrt{(120000*237892*981/5)} = 93,43$ $T = 0.06$ sec

$f = 16,66$ Hz > 8 Hz il solaio non vibra

La forza di scorrimento da affidare alle viti disposte ad interasse s sui tre travetti

$S = 3*\tau*b*\Delta Z$; $b = 4,5$ cm ; $\Delta Z = 125$ cm

$\tau = V*S/(b*I) = 1732* 1215/(13.5*237892) = 0,65$ daN/cmq

$S = 3*\tau*b*\Delta Z = 1096$ daN

la forza di scorrimento è minima utilizziamo viti con diametro 3 mm

$V_{RD} = 280/\sqrt{3} = 0,6*280 = 168$ daN . *disponendo viti ad interasse di 40 cm*

Se la connessione non è rigida si deve determinare il momento di inerzia effettivo , tenendo conto della rigidezza della vite $K = 12*EI/h^3 = 1469$ *daN*cm*
$k = K/s$ *rigidezza lineare* $s = 40$ *cm interasse delle viti vite* $d = 8$ *mm*

$I_{eff} = I_1 + I_2 + I_3 + \gamma_1*A_1*a_1^2 + \gamma_2*A_2*a_2^2 + \gamma_3*A_3*a_3^2$ *dove*

$\gamma_1=\gamma_3 = 1/(1+\pi^2*E*A_1*s/(K*L^2)) = 1/(1+\pi^2*E*A_3*s/(K*L^2))$

$\gamma_2=1$ s $A_1=A_3= 100*4,5 = 450$ *cmq* $A_2=3*20*4,5= 270$ *cmq*

$I_1 =I_3 = 120*4.5^3/12 = 911,25$ *cm*^{4} $I_2 = 3*4,5*20^3/12 = 9000$ *cm*^{4}

$\gamma_1 = 1/(1+\pi^2*120000*450*40/(36*1469*500^2))= 0,38$

$a_1 =a_3 = 12,25$ *cm*

$a_2 = [\gamma_1*A_1 *(h_1+h_2)+\gamma_3*A_3 *(h_2+h_3)]/[2*(\gamma_1*A_1 +\gamma_2*A_2 +\gamma_3*A_3)]= 0,1412$

$a_2 = (0.38*450 *24.5)/(2*0.38*450+270) =6,84$

$h_1=h_3 = 4,5$ *cm ;* $h_2 =20$ *cm ;*

$I_{eff} = 2*911.25+9000+ 2*0.38*450*12.25^2 +270*6.84^2 = 74775$ *cm*^{4}

Le tensioni effettive per la flessione e taglio

$\sigma = M*y /I_{eff} = 216500*14,5/74775 = 42$ *daN/cmq*

La freccia a lungo termine

$f = 5/384*Q*L^4/(E*I_{eff}) = 5/384*4,7*500^4/(120000*237892)=0,98$ *cm* $< L/250$

la freccia istantanea per soli carichi permanenti $f = 0,56$ *cm* $< L/500$

La verifica a taglio $\tau = V*S/(b*I) = 1732* 7290/(13.5*74775)= 12,51$ *daN/cmq*
I valori ammissibili :
flessione $0,8*320/1,5= 170$ *daN/cmq*
taglio $0,8*32/1,5= 17,06$ *daN/cmq*
La frequenza fondamentale di vibrazione per connessione effettiva

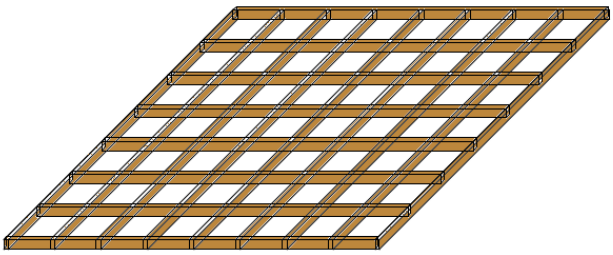
$\omega = \pi^2/L^2 *\sqrt{(EI/\mu)}$ $T = 2*\pi/\omega$ *; la frequenza* $f = 1/T$

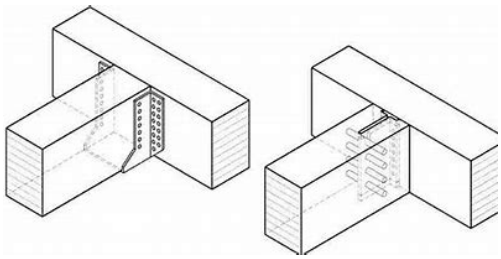
$\omega = \pi^2/500^2 *\sqrt{(120000*74775*981/5)} = 52,38$ $T = 0.119$ *sec*

$f = 8,40$ *Hz* > 8 *Hz il solaio non vibra*

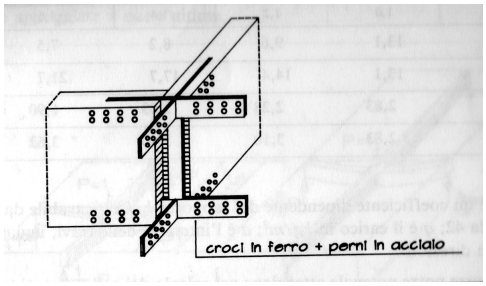
4-Il solaio in legno a doppia orditura

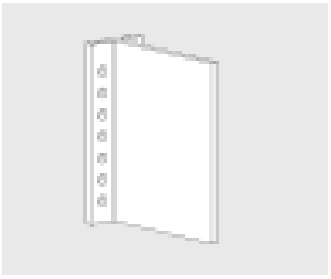
Il solaio in legno realizzato mediante un graticcio di travi ortogonali o diagonali con pannello superiore o soletta in calcestruzzo armato per lo schema statico può essere utilizzato per luci L>6 m , inoltre l'effetto all'intradosso del solaio del graticcio di travi è molto gradevole esteticamente. La messa in opera di un solaio a doppia orditura è molto più complicata ed onerosa di un solaio a semplice orditura poiché vanno assemblate le singole aste unite tramite giunti metallici a scomparsa, la cosa migliore quando possibile è assemblare il graticcio a terra e tramite gru posizionarlo sui muri o travi perimetrali che definiscono la maglia di solaio. Il calcolo lo si esegue per i due travetti centrali secondo una modellazione alla Grashof con due travi ovviamente può essere eseguita anche una modellazione FEM tramite software molto più semplice.



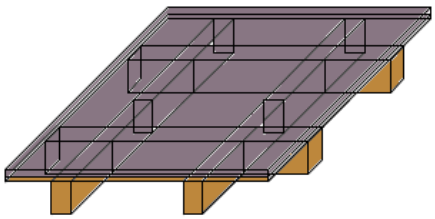


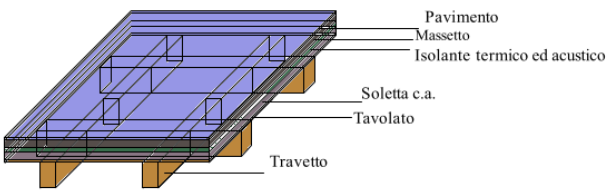
Per la giunzione anche per facilitare la posa in opera si può conservare la continuità delle travi i direzione X ed in direzione y inserire aste di lunghezza pari all'interasse tra le travi ;





Il giunto è in grado di trasmettere tutte le sollecitazioni , momento taglio torsione e sforzo normale nelle due direzioni. Consideriamo una maglia di solaio compresa tra muri perimetrali avente dimensione 7x8 m , inseriamo un graticcio di travi in direzione X ad interasse 70 cm ed in direzione Y ad interasse 80 cm, utilizzando travicelli 12x20 cm , pannello 2,5 cm e soletta cls armato 5 cm





La analisi dei carichi :

G_K = 180 daN/mq
*Travi 4*0,12*0,20*1,00*2500 = 48 daN/ml*
*Pannello 1,00*0,025*1,00 * 500 = 7,5 daN/ml*
*Soletta cls 1,00*0,05*1,00 * 500 = 125 daN/ml*

G_{SK} = 210 daN/mq
Massetto e isolante 70 daN/mq
Pavimento 30 daN/mq
Controsoffittatura 30 daN/mq
Incidenza tramezzi 80 daN/mq

Q_K = 200 daN/mq

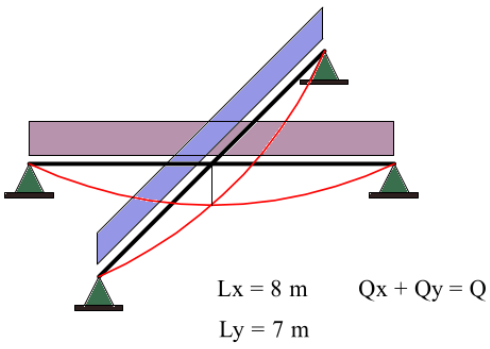
il carico complessivo per lo stato limite ultimo SLU

Q = 850 daN/mq

il carico complessivo per lo stato limite di esercizio SLE

Q = 590 daN/mq

Lo schema statico delle due travi centrali :



La ripartizione del carico viene eseguita imponendo la congruenza dello spostamento verticale nella mezzeria

$5/384*Q_X*L_X^4/(EI_X) = 5/384*Q_Y*L_Y^4/(EI_Y)$

$Q = Q_X + Q_Y$; $Q = 1,8*1,4*850 = 2142$ daN $\qquad Q_X = Q - Q_Y$

$(Q-Q_Y)L_X^4/(EI_X) = Q_Y*L_Y^4/(EI_Y)$

L'interasse tra le travi in direzione X ed Y è differente m 70 cm per Y e 80 cm per X. il momento di inerzia della sezione in generale le due rigidezze sono diverse in virtù della maggiore dimensione della soletta di cls e del pannello in legno e dell'interasse dei connettori nelle due direzioni.

$(EI_X)_{eff} \approx (EI_Y)_{eff}$

Utilizzando il metodo gamma riportato nell'eurocodice 5 si determinano le rigidezze effettive in direzione X ed Y

$(EI)_{eff} = \sum[E_i*I_i + \gamma_i*E_i*A_i*a_i^2]$

i moduli elastici sono quelli del legno E_L e del cls E_C , i momenti di inerzia

travetto $b*h^3/12$; Tavolato $B_X*t^3/12$; $B_Y*t^3/12$; soletta $B_X*s^3/12$; $B_Y*s^3/12$;

t spessore tavolato; s spessore soletta cls ,
le aree $b*h$; B_X*t; B_Yt ; B_X*s; B_Y*s ;

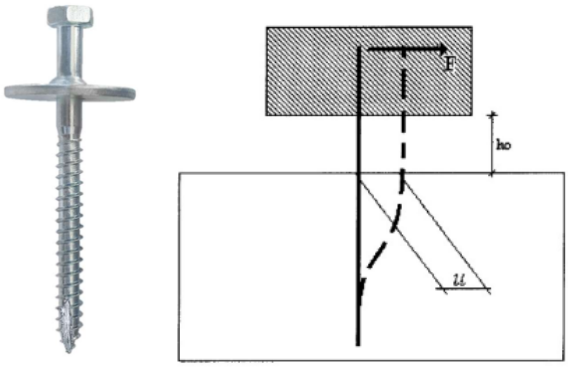
$(EI)_{Xeff} = [2*E_L*(b*h^3/12)+E_L*(B_X*t^3/12) + E_{CLS}*(B_X*s^3/12) +$

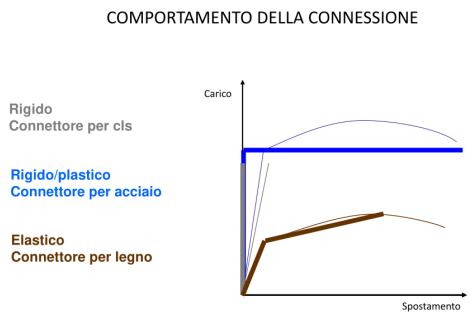
$2*\gamma_1*E_L*b*h*a_1^2 +\gamma_2*E_L*B_X*t*a_2^2+\gamma_3*E_{CLS}*B_X*s*a_3^2]$

$(EI)_{Yff} = [2*E_L*(b*h^3/12)+E_L*(B_Y*^3/12) + E_{CLS}*(B_Y*s^3/12) +$

$2*\gamma_1*E_L*b*h*a_1^2 +\gamma_2*E_L*B_Yt*a_2^2+\gamma_3*E_{CLS}*B_Y*s*a_3^2]$

La rigidezza dei connettori $K = 12*EI/h^3$





$(Q-Q_Y)L_X^4/(EI)_{Xeff} = Q_Y*L_Y^4/(EI)_{Yeff}$; $Q*L_X^4/(EI)_{Xeff} = Q_Y*[L_X^4/(EI)_{Xef} + L_Y^4/(EI)_{Yeff}]$

$Q_Y = Q* L_X^4/(EI)_{Xeff} /[L_X^4/(EI)_{Xef} + L_Y^4/(EI)_{Yeff}]$;

$Q_X = Q*(1- L_X^4/(EI)_{Xeff} /[L_X^4/(EI)_{Xef} + L_Y^4/(EI)_{Yeff}]$

Determinati i carichi agenti sulle due travi si possono calcolare le sollecitazioni taglianti e flessionali

$M_X = Q_X * L_X^2/8$; $V_X = Q_X * L_X/2$; $M_Y = Q_Y * L_Y^2/8$; $V_Y = Q_Y * L_Y/2$;

e calcolare le tensioni flessionali e taglianti nelle travi ortogonali e nei connettori

travetto direzione x $\sigma = \gamma_{X1} * M_X * E_L * a_{X1}^2/(EI)_{Xeff}$ $\sigma_m = 0,5 * M_X * E_L * a_{X1}^2/(EI)_{Xeff}$

travetto direzione y $\sigma = \gamma_{Y1} * M_Y * E_L * a_{Y1}^2/(EI)_{Yeff}$ $\sigma_m = 0,5 * M_Y * E_L * a_{Y1}^2/(EI)_{Yeff}$

pannello direzione x $\sigma = \gamma_{X2} * M_X * E_L * a_{X2}^2/(EI)_{Xeff}$ $\sigma_m = 0,5 * M_X * E_L * a_{X2}^2/(EI)_{Xeff}$

pannello direzione y $\sigma = \gamma_{Y2} * M_Y * E_L * a_{Y2}^2/(EI)_{Xef}$ $\sigma_m = 0,5 * M_Y * E_L * a_{Y2}^2/(EI)_{Xef}$

soletta direzione x $\sigma = \gamma_{X3} * M_X * E_{CLS} * a_{X3}^2/(EI)_{Xeff}$ $\sigma_m = 0,5 * M_X * E_{CLS} * a_{X3}^2/(EI)_{Xeff}$

soletta direzione y $\sigma = \gamma_{Y3} * M_Y * E_{CLS} * a_{Y3}^2/(EI)_{Xeff}$ $\sigma_m = 0,5 * M_Y * E_{CLS} * a_{Y3}^2/(EI)_{Xeff}$

La max tensione tangenziale l'abbiamo nell'anima del travetto

$\tau_X = [\gamma_{X1} * E_L * A_1 * a_{X1} + 0,5 * b * E_L * h]/ (EI)_{Xeff}$;

$\tau_X = [\gamma_{Y1} * E_L * A_1 * a_{Y1} + 0,5 * b * E_L * h]/ (EI)_{Yeff}$;

le forze di taglio nei connettori definite nell'eurocodice

$F_{XI} = V_X * \gamma_{X3} * E_{CLS} * A_{X3} * a_{3X} * i_X/(EI)_{Xeff}$;

$F_{YI} = V_Y * \gamma_{Y3} * E_{CLS} * A_{Y3} * a_{Y3} * i_Y/(EI)_{Yeff}$;

i_X *interasse connettori direzione x*

i_Y *interasse connettori direzione y*

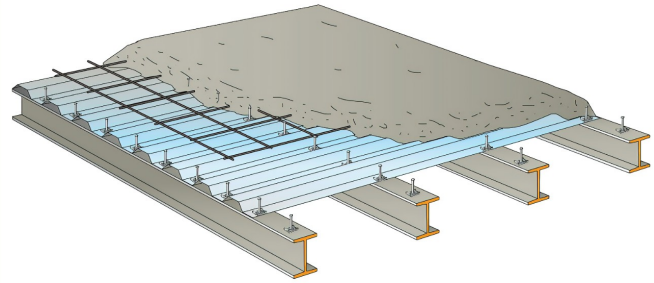
per la verifica allo stato limite di vibrazione si calcola attraverso una analisi dinamica del graticcio di travi con la rigidezza effettiva nelle due direzioni il periodo fondamentale e quindi la frequenza fondamentale f > 8Hz

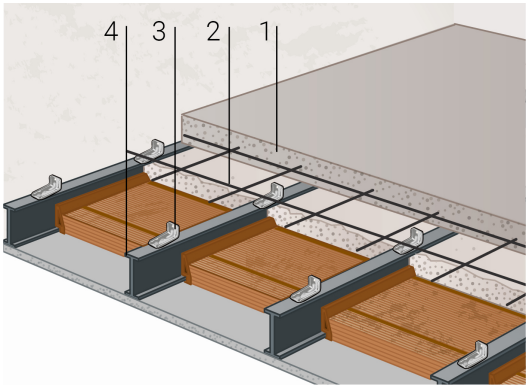
5-Il solaio in acciaio

Consideriamo due tipologie di solai in acciaio

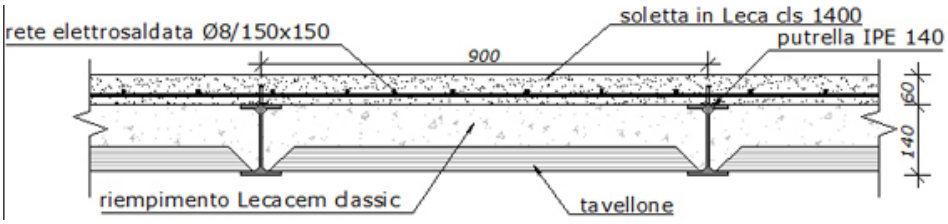
- Tavelloni massetto leggero e soletta cls
- Solaio con lamiera gregata

riportate entrambe in figura





- Tavelloni massetto leggero e soletta cls



La soletta di calcestruzzo avente uno spessore ≥ 6 cm assicura e garantisce la rigidezza dell'impalcato ai fini della modellazione di calcolo e la corretta ripartizione delle azioni sismiche orizzontali incentivando anche la rigidezza flessionale e la resistenza complessiva della sezione. La analisi dei carichi

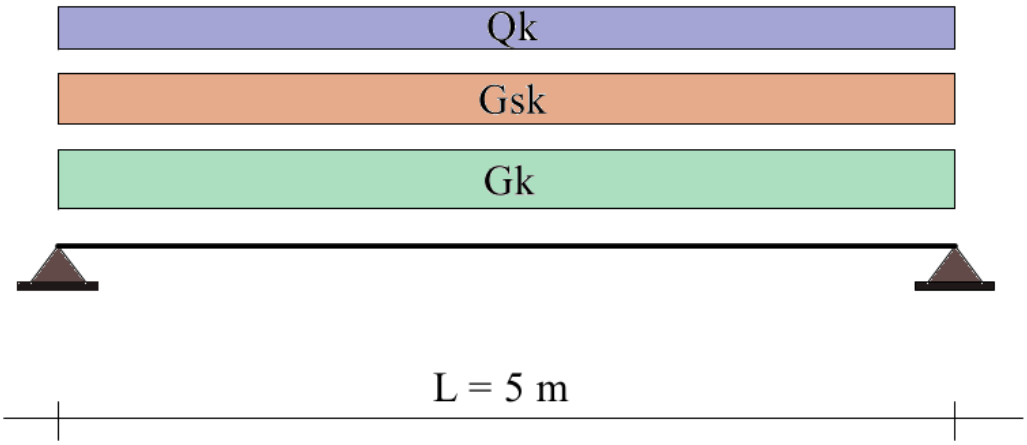
G_K = 252 daN/mq
Travi IPE 140 13 daN/ml
*Tavelloni 1,00*0,06*1,00 * 700 = 42 daN/ml*
*Massetto cls leggero 1,00*0,06*1,00 * 1200 = 72 daN/ml*
*Soletta cls 1,00*0,06*1,00 * 2500 = 125 daN/ml*

G_{SK} = 210 daN/mq
Massetto e isolante 70 daN/mq
Pavimento 30 daN/mq
Controsoffittatura 30 daN/mq
Incidenza tramezzi 80 daN/mq

Q_K = 200 daN/mq
il carico complessivo per lo stato limite ultimo SLU
Q = 942 daN/mq

il carico complessivo per lo stato limite di esercizio SLE
Q = 662 daN/mq

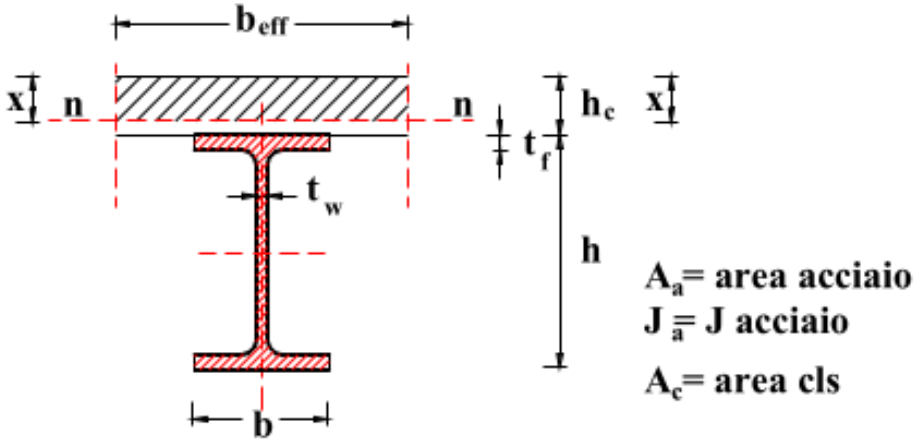
Lo schema statico del solaio :



Le sollecitazioni

*$M = Q*L^2/8 = 2942$ daN*m ; $V = 2355$ daN*

Eseguiamo la verifica della sezione mista nella ipotesi di elasticità lineare per i due materiali considerando la trave monolitica ovvero con connessione avente rigidezza infinita



si definisce un coefficiente di omogeneizzazione n = Es/Ec e si determina la posizione dell'asse neutro ovvero la X

per $X < h_C$

$b_{eff}*X^2/2 - n*As*(h/2+h_C - X) = 0$

$I = n*[I_P + A*(h/2+h_C - X)^2] + b_{eff}*X^3/3$

per $X \geq h_C$

$Ac*(X-hc/2) - n*As\ (h/2+hc-X) = 0$

$I = n*\ [I_P + A*(h/2+h_C - X)^2]\ + b_{eff}*hc^3/12 + b_{eff}*hc*(X-hc/2)^2$

Le tensioni nel calcestruzzo e nell'acciaio

$\sigma_S = M/I*(h+hc-X)\ ;\ \sigma_c = M*X/(n*I)\ ;$

$Es = 2100000\ daN/cmq\ ;$

$Ec = 305000\ daN/cmq$

$n = Es/Ec = 6{,}9 \approx 7$

Verifica allo stato limite ultimo SLU

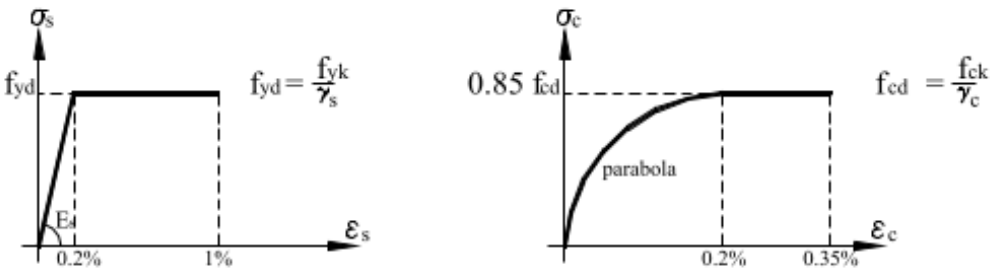
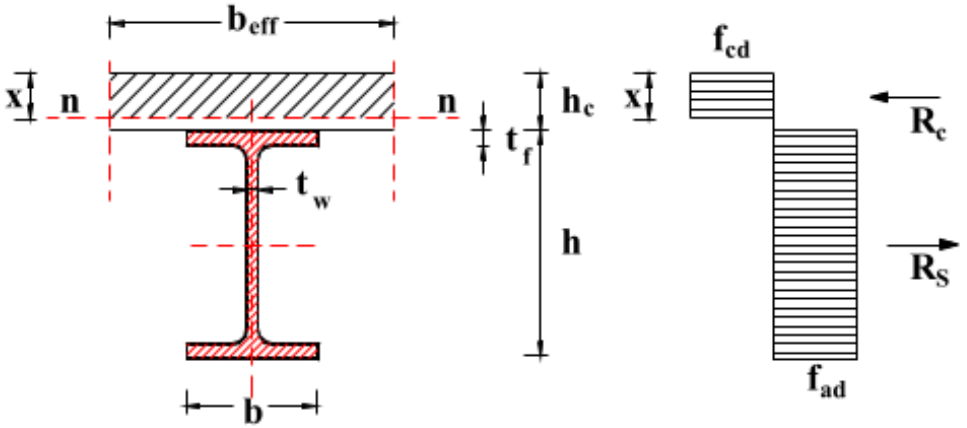


Fig. 4.1: legame costitutivo di progetto per il cls e per l'acciaio



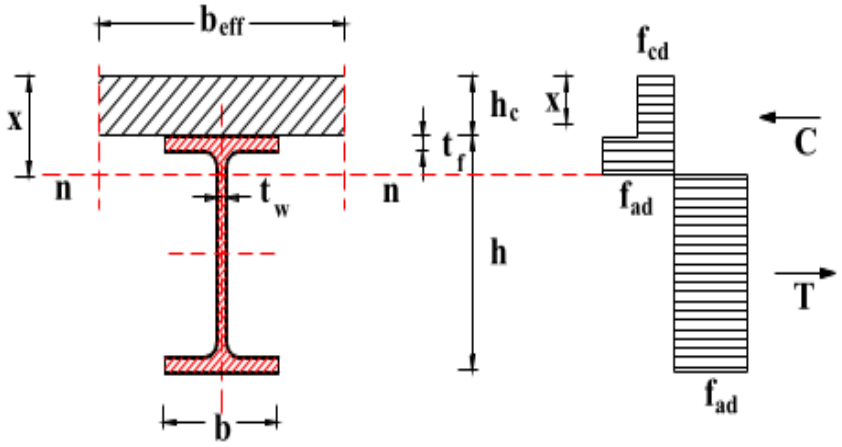
La verifica è immediata dall'equilibrio delle tensioni per l'asse neutro che taglia la soletta

$C = 0{,}85 * fcd * 0{,}8 * X * b_{eff}$; $T = fyd * As$

$X = Fyd * As / (0{,}85 * fcd * b_{eff})$

$Mpl = 0{,}85 * fcd * b_{eff} * X^2/2 + fyd * As * (/2 + hc - x)$

se l'asse neutro è più in basso ovvero $x < hc$



$C = 0{,}85 * fcd * hc * b + fyd * Asc$; $T = fyd * (As - Asc)$

Asc area del profilo compressa par a $b * t_f + t_w * (X - hc - t_f)$

$0{,}85 * fcd * hc * b + fyd * Asc = fyd * (As - Asc)$

il momento plastico $Mpl = C * d = T * d$

d braccio della coppia interna

-Verifica a taglio

Il taglio viene affidato alla trave in acciaio $Vsd < Vrd = A * fyd/\sqrt{3}$

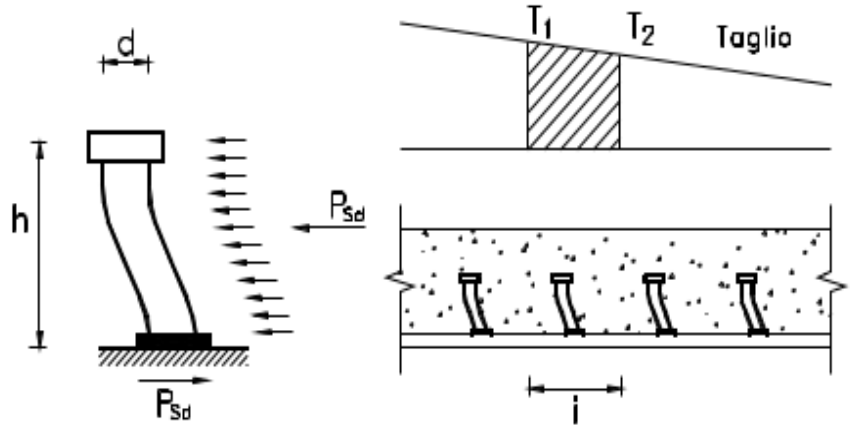
A area dell'anima del profilo $\tau_{RD} = fyd/\sqrt{3}$

-Verifica della freccia

$\boldsymbol{\delta} = 5/384 * q * L^4/(Es * I) \leq L/250$

la verifica viene condotta allo stato limite di esercizio

-Connettori

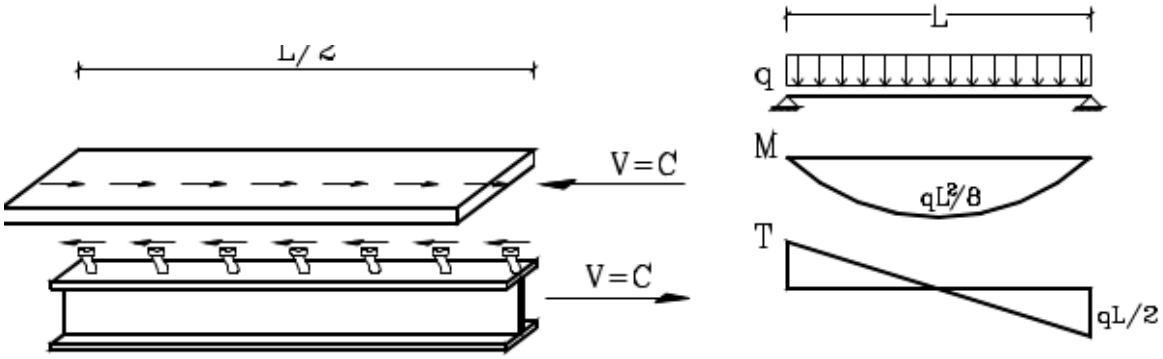


$$P_{Sd} = \frac{(T_1 + T_2)/2 \cdot S^*}{J_{id}} \cdot i$$

I connettori vanno disposti a passo costante seguendo il diagramma del taglio in ogni caso devono essere in grado di resistere alla forza di scorrimento

$V = \int \tau * b * dx = T/I * Sx/b * b * L/2 = T/I * Sx * L/2$

La forza di scorrimento V è pari alla risultante C degli sforzi di compressione nella soletta



La verifica dei connettori

$V < n * P_{RD}$; *n numero dei connettori tra 0 ed L/2 seguendo il diagramma del taglio*

P_{RD} *resistenza del connettore è il più piccolo dei seguenti valori*

$P_{RD} = 0.8 * f_u * (\pi * d^2/4)/\gamma_V$; $P_{RD} = 0{,}29 * \alpha * d^2 * \sqrt{(f_{ck} * E_{cm})}/\gamma_V$;

$\alpha = 1$ *per* $h/d > 4$; $\alpha = 0{,}2 * [(h/d)+1]$; *per* $3 \leq h/d \leq 4$

h altezza del piolo
d diametro del piolo
f_u *resistenza a trazione del piolo*
f_{ck} *resistenza caratteristica cilindrica del cls*
E_{cm} *modulo secante del cls*
γ_V *coefficiente parziale 1,25*

Riportiamo il calcolo del solaio eseguito con il software free della Tecnaria.

Solaio:

Fase 1 - sola trave in acciaio - SLU - Calcolo plastico

Azioni fase 1:	1.66 kN/m	Classe sezione acciaio:	1
Momento sollecitante - MEd1:	7.5 kNm	Taglio sollecitante - VEd1:	5.0 kN
Momento resistente - MRd:	23.1 kNm	Taglio resistente - VRd1:	99.5 kN
Verifica momento:	0.32	Verifica taglio:	0.05

Fase 1+2 - Sezione mista - STATO LIMITE ULTIMO

Classe sezione mista:	1	Calcolo plastico con connettore non duttile	
Base efficace (Beff):	80.0 cm	Azioni:	8.90 kN/m
Asse neutro pl. da estradosso:	3.2 cm	Altezza totale:	20.0 cm
Momento sollecitante - MEd:	40.1 kNm	Taglio sollecitante - VEd:	26.7 kN
Momento resistente - MRd:	40.8 kNm	Taglio resistente VRd:	99.5 kN
Verifica momento:	0.98	Verifica taglio:	0.27

Fase 1+2 - SLS - STATO LIMITE DI SERVIZIO

Delta 0 Controfreccia iniziale:		0.0 mm	
Delta 1 Trave in acciaio Peso proprio + Altri di prima fase:		19.0 mm	
Delta 1 Trave mista	Ulteriore carico permanente:	10.7 mm	
Delta 2 Trave mista	Carico variabile + Effetto viscosità:	12.6 mm	
Delta 2 Trave mista	Effetto ritiro cls:	6.2 mm	
Delta 2 Totale:		18.8 mm	= L / 319
Delta Finale Totale:		48.5 mm	= L / 124 NON VERIFICATO

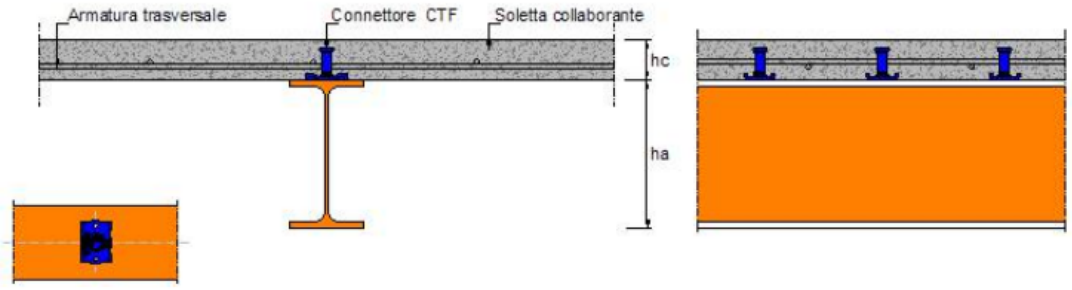
Asse neutro elastico dall'estradosso cls:	6.0 cm	
Coeff. di omogeneizzazione - n	- istantaneo: 6.40	- a tempo infinito: 12.79
Momento di inerzia sezione omog. - I	- istantaneo: 2105.9 cm4	- a tempo infinito: 1796.5 cm4
Incremento freccia per interazione incompleta:	1.0	
Frequenza fondamentale naturale:	4.1 Hz	calcolata con combinazione frequente. psi1= 0.5

Fase 1+2 - sezione mista - Connessione

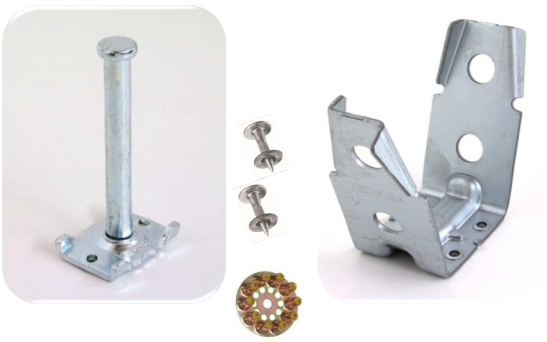
Connessione	a parziale ripristino di resistenza
Nc Compressione nella soletta in calcestruzzo nel caso di calcolo (kN):	306
Nc,f Compressione nella soletta in calcestruzzo nel caso di completo ripristino di resistenza (kN):	430
Nc,el Compressione nella soletta in calcestruzzo corrispondente al massimo momento elastico Mel,Rd (kN):	333

Tipo Connettore:	CTF 12/40
Altezza:	40 mm
Resistenza del connettore - PRd:	26.65 kN
Resistenza connessione - PRd * k:	26.65 kN
Connettore rigido	Distribuzione connettori elastica variabile

Posizionamento connettori:		Lunghezza trave (cm)	Connettori per trave	Passo (cm)
Distribuzione uniforme:		600	46	13.0
-- alternativa --		Lunghezza settore (cm)	Connettori per settore	
Distribuzione variabile:	settore a sinistra	150	12	12.5
	settore centrale	300	12	27.3
	settore a destra	150	12	12.5
	Totale		36	



Il calcestruzzo utilizzato per la soletta C30-37 , l'acciaio FEB 450 , mentre per le travi è stato utilizzato acciaio S275 , il connettore altezza 4 CFT 240

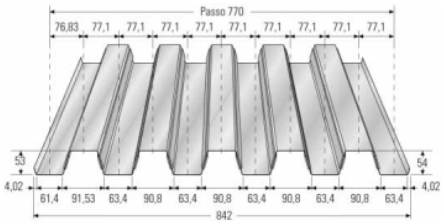


- Solaio con lamiera gregata

I solai in lamiera grecata acciaio calcestruzzo sono realizzati con profili IPE e soletta di cls armato leggero o normale sostenuta dalla lamiera gregata che ha la funzione di cassero durante la costruzione e costituisce parte o tutta l'armatura longitudinale dopo l'indurimento del calcestruzzo. Poiché non è sufficiente la semplice adesione chimica fra la lamiera e il calcestruzzo, sono previste opportune lavorazioni superficiali o particolari sagome per garantire l'aderenza fra acciaio e calcestruzzo. Altre caratteristiche:
- leggerezza e riduzione degli ingombri
- velocità di realizzazione
- facilità di taglio e scarsa suscettibilità a problemi di tolleranze
- facilità nella realizzazione di aperture per il passaggio degli impianti
Gli spessori della lamiera variano tra 0.7 e 1.5 mm mentre le altezze tra 40 e 80mm. Riportiamo le caratteristiche del profilato e della lamiera gregata:

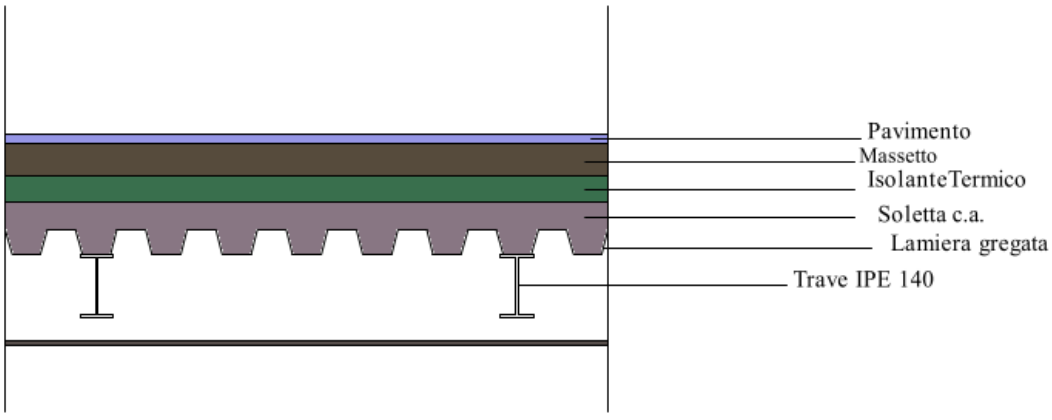
IPE 140 Area 16,4cmq; I_X= 541 cm^4 ; I_Y= 45 cm^4 ; W_X= 77,3 cm^3 ; W_Y=12,3 cm^3 ;

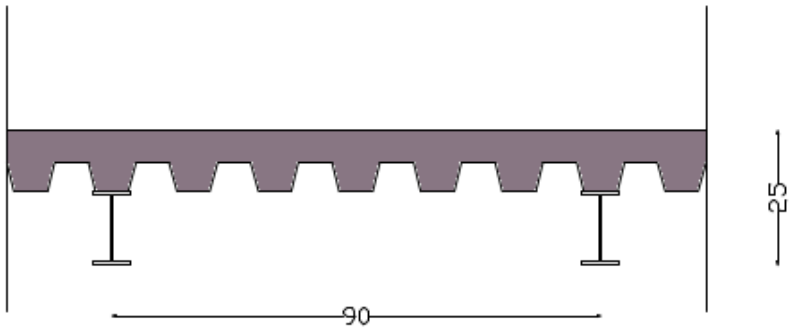
Tabella 1 ■ Caratteristiche della lamiera



	Spessore				
	mm	0,70	0,80	1,00	1,20
Peso	kg/m	6,87	7,85	9,81	11,78
Peso	kg/m²	8,92	10,19	12,74	15,29
J totale	cm⁴/m	57,96	66,74	84,31	101,87
y_i	cm	29,23	29,23	29,23	29,23
Area totale	cm²/m	11,36	12,99	16,23	19,48
Compressione superiore					
J_i	cm⁴/m	50,82	60,62	80,92	101,71
W_i	cm³/m	14,88	19,61	24,89	32,24
W_e	cm³/m	21,17	25,16	31,77	38,94
Compressione inferiore					
W_i	cm³/m	18,65	21,78	28,08	34,42
W_e	cm³/m	16,38	20,02	28,10	36,51

La sezione del solaio





L'analisi dei carichi:

G_K = 262 daN/mq

Travi IPE 140	*13 daN/ml*
Soletta cls	*240 daN/mq*
Lamiera gregata	*9 daN/mq*

G_{SK} = 210 daN/mq

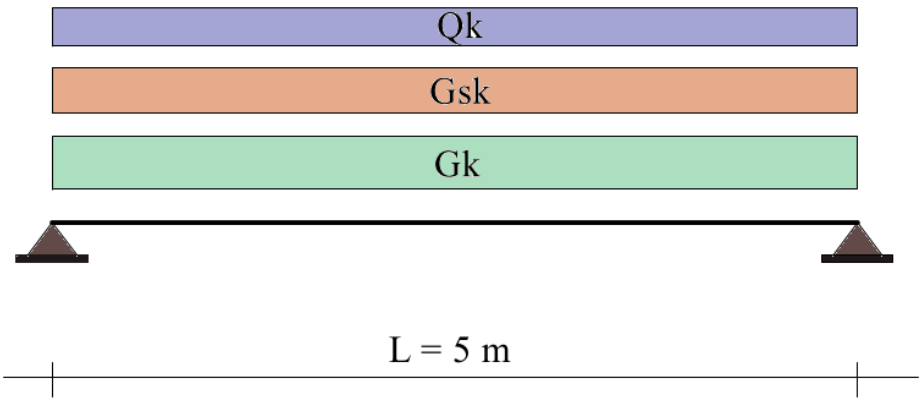
Massetto e isolante 70 daN/mq
Pavimento 30 daN/mq
Controsoffittatura 30 daN/mq
Incidenza tramezzi 80 daN/mq

Q_K = 200 daN/mq

il carico complessivo per lo stato limite ultimo SLU
Q = 955 daN/mq

il carico complessivo per lo stato limite di esercizio SLE
Q = 672 daN/mq

Lo schema statico del solaio :



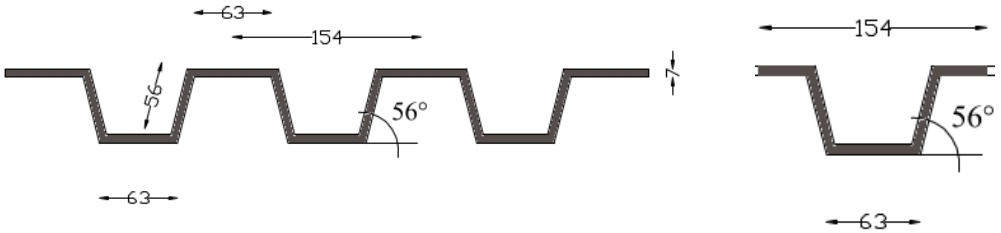
*Le verifiche vengono eseguite nella fase di getto e maturazione del calcestruzzo dove la soletta in c.a. è portata dalle travi di acciaio e dalla lamiera gregata per cui il carico agente è solo il peso proprio in base al quale si determinano le sollecitazioni di flessione e taglio. I carichi permanenti ed accidentali Q=410*1,5 sono portati dalla sezione mista composta dal profilato IPE , la lamiera gregata e la soletta di cls.*

Verifica del solaio in fase di getto e stagionatura del cls

G_K *= 1,3*262 daN/mq + peso dei mezzi d'opera 150*1,5 daN/mq = 566 daN/mq*

$M = Q*L^2/8 = 75$ *daN*m ;* $V = 254$ *daN*

Riportiamo le caratteristiche geometriche della lamiera gregata:



Le caratteristiche geometriche della sezione:
A= 1666 mmq ; Ordinata baricentro

$Y = [63*7*(56*\sin 56-3.5) +63*7*3.5 +2*56*7*56/2*\sin 56] /1666 = 23{,}21$ *mm*

$I = 2*63*7^3/12+ 63*7*(23.21-3.5)^2 +63*7*(56*\sin 56-23.21+3.5)^2 +2*7*56^3/3*(\sin 56)^2$

$I = 105{,}3$ *cm*^{4} *;* $W_i = 45{,}36$ *mmc ;* $W_i = 45{,}36$ *mmc ;*

Per metro lineare di lamiera

$I = 683$ *cm*^{4} *;* $W_i = 294$ *mmc =* W_s

Non vengono disposti puntelli intermedi la verifica a flessione

$M_{RD} = W_i$ **fyd=294*3200 = 9421 daN* $M > 75$ *daN*m*

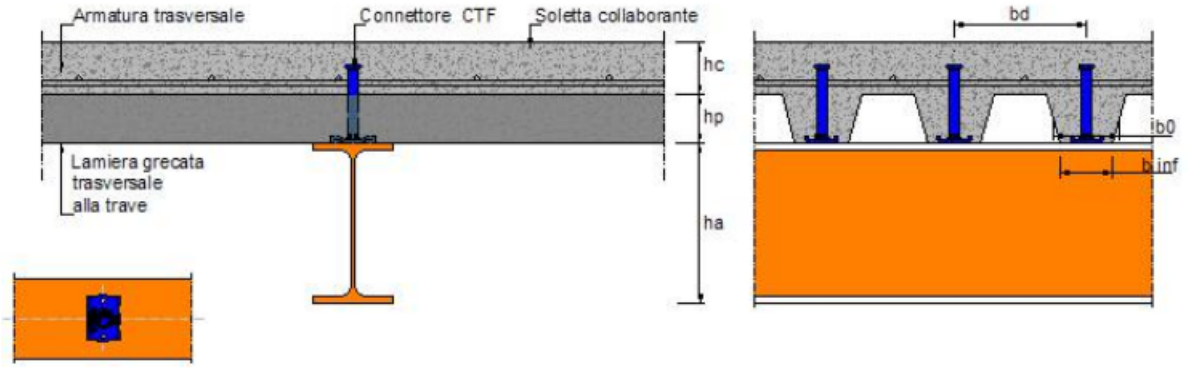
La verifica a taglio si considerano solo le anime in proiezione verticale

$A = 2*56*7*\sin 56 = 438$ *mmq ;* $V_{RD} = fyd/\sqrt{3}*A = 7907$ *daN* > 1412 *daN*

*La freccia f =5/384 * 5,66 *900^4/(210000*3160273)= 0,07 mm ≈ 5000/180= 27mm*

-Verifica della sezione mista acciaio calcestruzzo

La soletta di calcestruzzo armato con rete elettrosaldata di maglia quadrata di lato 15 cm e tondini ϕ 8 collabora con la trave IPE , la verifica la eseguiamo con il software della Tecnaria per lamiera gregata.



Fase 1+2 - Sezione mista - STATO LIMITE ULTIMO

Classe sezione mista:	1	Calcolo plastico	
Base efficace (Beff):	90.0 cm	Azioni:	9.62 kN/m
Asse neutro pl. da estradosso:	11.6 cm	Altezza totale:	25.0 cm
Momento sollecitante - MEd:	30.1 kNm	Taglio sollecitante - VEd:	24.1 kN
Momento resistente - MRd:	50.0 kNm	Taglio resistente VRd:	99.5 kN
Verifica momento:	0.60	Verifica taglio:	0.24

Fase 1+2 - SLS - STATO LIMITE DI SERVIZIO

Delta 0 Controfreccia iniziale:	0.0 mm		
Delta 1 Peso proprio + Carico Permanente:	10.2 mm		
Delta 2 Carico varibile + Effetto viscosità:	9.2 mm		
Delta 2 Effetto ritiro cls:	0.0 mm		
Delta 2 Totale:	9.2 mm	= L / 543	
Delta Finale Totale:	19.4 mm	= L / 258	

Asse neutro elastico dall'estradosso cls:	7.2 cm	
Coeff. di omogeneizzazione - n	- istantaneo: 6.40	- a tempo infinito: 12.79
Momento di inerzia sezione omog. - I	- istantaneo: 3888.3 cm4	- a tempo infinito: 3329.0 cm4
Incremento freccia per interazione incompleta	2.4	

Frequenza fondamentale naturale: 7.8 Hz calcolata con combinazione frequente. psi1= 0.5

Fase 1+2 - sezione mista - Connessione

Connessione a parziale ripristino di resistenza

Nc Compressione nella soletta in calcestruzzo nel caso di calcolo (kN):	199
Nc,f Compressione nella soletta in calcestruzzo nel caso di completo ripristino di resistenza (kN):	430
Nc,el Compressione nella soletta in calcestruzzo corrispondente al massimo momento elastico Mel,Rd (kN)	256

Tipo Connettore:	CTF 12/90
Altezza:	90 mm
Resistenza del connettore - PRd:	33.40 kN
Coeff. riduttivo relativo ad 1 conn. per nerv. k:	0.85
Coeff. riduttivo relativo a 2 o più conn. per nerv. k2:	0.70
Resistenza connettore con 1 conn. per nerv. PRd * k:	28.39 kN
Resistenza connettore con più di 1 conn. per nerv. PRd * k2:	23.38 kN
Connettore duttile	Distribuzione connettori plastica uniforme

Posizionamento connettori:		Nervature per trave	Connettori per trave
Distribuzione uniforme:		33	14
-- alternativa --		Nervature per settore	Connettori per settore
Distribuzione variabile:	settore a sinistra	8	-
	settore centrale	17	-
	settore a destra	8	-
	Totale		-

6-Il solaio in alluminio

I solai in alluminio vengono realizzati come i solai in ferro e soletta collaborante o lamiera gregata , lo stesso metodo di calcolo e la medesima tecnologia e posa in opera ; l'unica variante è il materiale e le sue caratteristiche di resistenza con i relativi legami tensione deformazione

figura E.1 **Modelli bi-lineari**

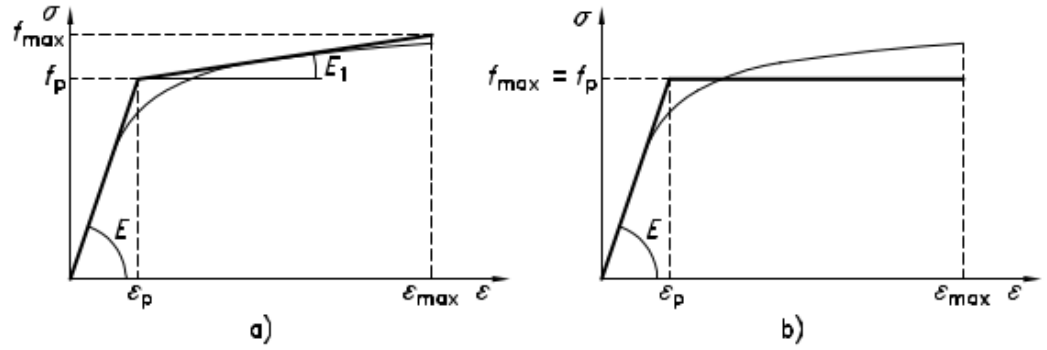
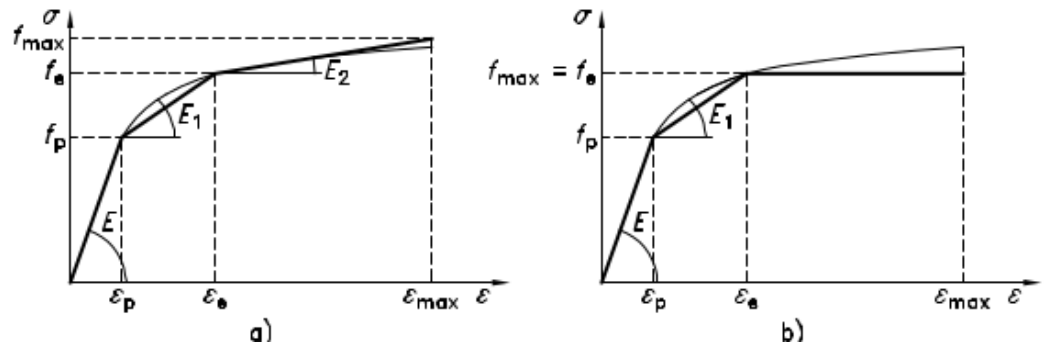


figura E.2 **Modelli tri-lineari**



*Quando si utilizza un **modello bi-lineare** con incrudimento si possono assumere le seguenti relazioni:*

$\sigma = E^* \varepsilon \qquad per \qquad 0 < \varepsilon \leq \varepsilon_P$

$\sigma = f_p + E_1 (\varepsilon - \varepsilon_P) \qquad \varepsilon_P \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{PMAX}$

dove:

f_p è il limite convenzionale elastico di proporzionalità;

$_P$ è la deformazione corrispondente alla tensione f_p ;

ε_{PMAX} è la deformazione corrispondente alla tensione f_{max};

E è il modulo elastico;

E_1 è il modulo incrudente.

*Nel caso che si assuma il modello **"elastico-perfettamente plastico"** il materiale rimane perfettamente elastico fino alla tensione limite elastica fp. Fino al valore di deformazione max, si dovrebbero considerare deformazioni plastiche senza incrudimento ($E_1 = 0$).In assenza di più accurate determinazioni dei parametri di cui sopra, si possono assumere, per entrambi i modelli i seguenti valori:*

f_p *è il valore nominale di* $f_{0,2}$ *;*
f_{max} *è il valore nominale di* f_u *;*
$\varepsilon_{MAX} = 0{,}5\ u$*;*
ε_U *è il valore nominale della deformazione ultima ;*
$\varepsilon_P = f_{0,2}/E$*;*
$E_1 = (f_u - f_{0,2})/(0{,}5\ \varepsilon_U - \varepsilon_P)$*.*

Modello tri-lineare

Quando si utilizza un modello tri-lineare con incrudimento, si possono ritenere valide le seguenti relazioni:

$\sigma = E^* \varepsilon$ *per* $0 < \varepsilon \leq \varepsilon_P$
$\sigma = f_p + E_1 (\varepsilon - \varepsilon_P)$ $\varepsilon_P \leq \varepsilon \leq \varepsilon_e$
$\sigma = f_e + E_2 (\varepsilon - \varepsilon_e)$ $\varepsilon_e \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{MAX}$

dove:

f_p *è il limite di proporzionalità;*
f_e *è il limite di elasticità;*
ε_P *p è la deformazione corrispondente alla tensione* f_p*;*
ε_e *è la deformazione corrispondente alla tensione* f_e*;*
ε_{MAX} *è la deformazione corrispondente alla tensione* f_{max}*;*
E è il modulo elastico;
E_1 *è il modulo di primo incrudimento;*
E_2 *è il modulo di secondo incrudimento.*

Nel caso si assuma il modello ***"Perfettamente plastico"*** *nel campo di deformazioni comprese tra e ed max si dovrebbero considerare deformazioni plastiche senza incrudimento* ($E_2 = 0$)*. In assenza di più accurate determinazioni dei parametri di cui sopra, si possono assumere, per entrambi i modelli i seguenti valori:*

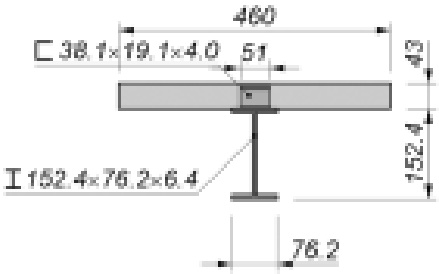
f_e *è il limite di elasticità ridotto ;*
$f_p = \mu f_e$*;*
f_{max} *è il valore nominale di* f_u *;*
$\varepsilon_{MAX} = 0{,}5\ \varepsilon_U$ *;*
ε_U *è il valore nominale della deformazione ultima ;*
E è il modulo elastico ridotto E_r *;*
$E_1 = E_r/m$*;*
$E_2 = (f_{max} - f_e)/(\varepsilon_{MAX} - \varepsilon_e)$
$\varepsilon_P = f_p/E_r$*;*
$\varepsilon_e = \varepsilon_P + (f_e - f_p)/E_1$*;*

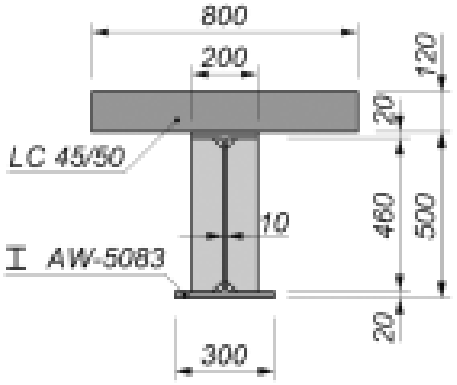
con f_e*,* E_r*,* μ*, ed m forniti nella tabella seguente*

Valori di f_e, E_t, $\propto$, ed m per i modelli tri-lineari

Leghe di alluminio	f_e N/mm²	E_t N/mm²	$\propto$	m
AlZnMg 1 F36	290	68 000	0,85	4,0
AlMgSi 1 F32	270	68 000	0,85	4,0
AlMgSi 1 F28	210	65 000	0,80	4,0
AlMgSi 0,5 F22	170	65 000	0,85	4,5
EN AW 5083	230	65 000	0,80	5,0
AlMg4,5 Mn w/F28 tubi + profilati	150	65 000	0,85	5,0
AlMgMnF23 EN AW 5454	170	65 000	0,85	4,5
AlMgMnF20	110	60 000	0,80	5,0
AlMgMn w/F18 EN AW 5754	80	55 000	0,75	5,0

Il solaio misto alluminio cls può essere realizzato con una soletta di calcestruzzo e travi a doppio T, o ancora con travi miste alluminio cls come riportato in figura :





Il calcolo per la prima tipologia è quello per trave composta uguale alle sezioni acciaio-cls si modificano solo il modulo elastico importante ai fini della freccia e le tensioni nell'alluminio in funzione del diagramma utilizzato per il calcolo del momento resistente .

Le tensioni nel calcestruzzo e nell'alluminio per un calcolo elastico lineare

$\sigma_S = M/I*(h+hc-X) \leq f_p/\gamma_M = 2700*0,85/$; $\sigma_c = M*X/(n*I)$;

$Ea = 680000$ daN/cmq ;

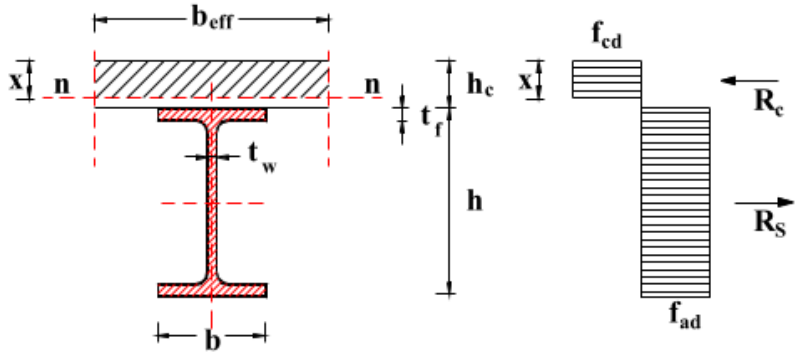
$Ec = 305000$ daN/cmq

$n = Ea/Ec \approx 2$ La freccia $f = 5/384*Q*L^4/(E_C*I)$

$f < L/200$ per carichi permanenti ; $f < L/100$ per combinazione più sfavorevole ;

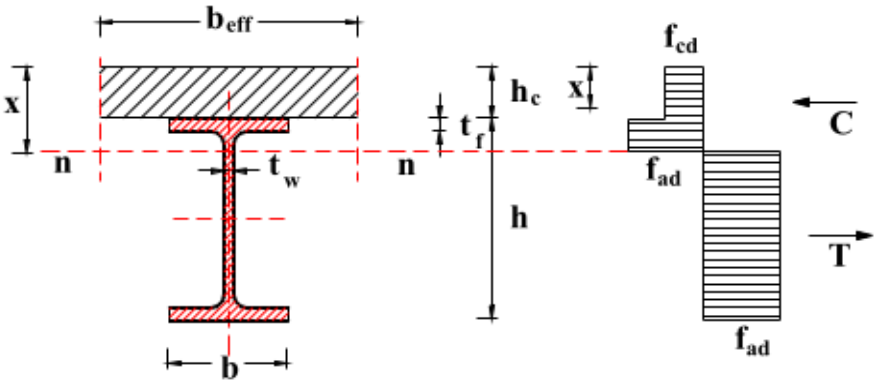
Per calcolo plastico sempre nella ipotesi di diagramma bilineare:

asse neutro che taglia la soletta $X < h_C$



$Mpl = 0{,}85 * fcd * b_{eff} * X^2/2 + fyd * Aa * (/2 + hc - x)$ $\quad fyd = f_p / \gamma_M =$

Asse neutro al di sotto della soletta $X > h_C$



$C = 0{,}85 * fcd * hc * b + fyd * Asc$; $\quad T = fyd * (As - Asc)$

Asc area del profilo compressa par a $b * t_f + t_w * (X - hc - t_f)$

$0{,}85 * fcd * hc * b + fyd * Asc = fyd * (As - Asc)$

il momento plastico $\quad Mpl = C * d = T * d$

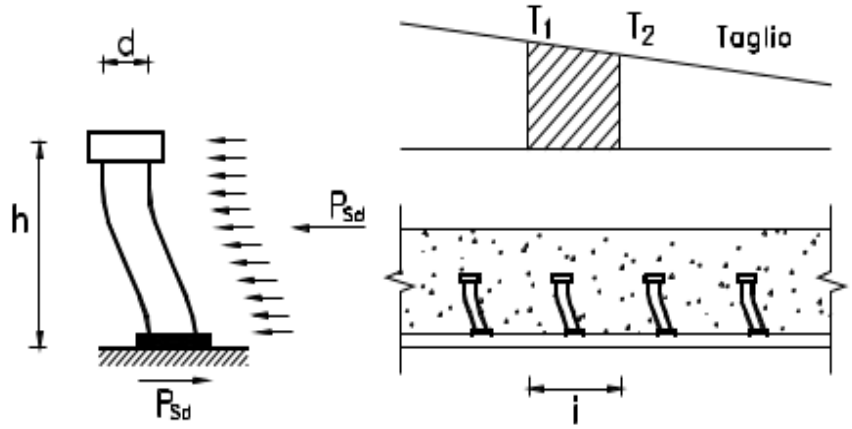
d braccio della coppia interna

-Verifica a taglio

Il taglio viene affidato alla trave in acciaio $Vsd < Vrd = A * fyd/\sqrt{3}$

A area dell'anima del profilo $\quad \tau_{RD} = fyd/\sqrt{3}$

-Connettori

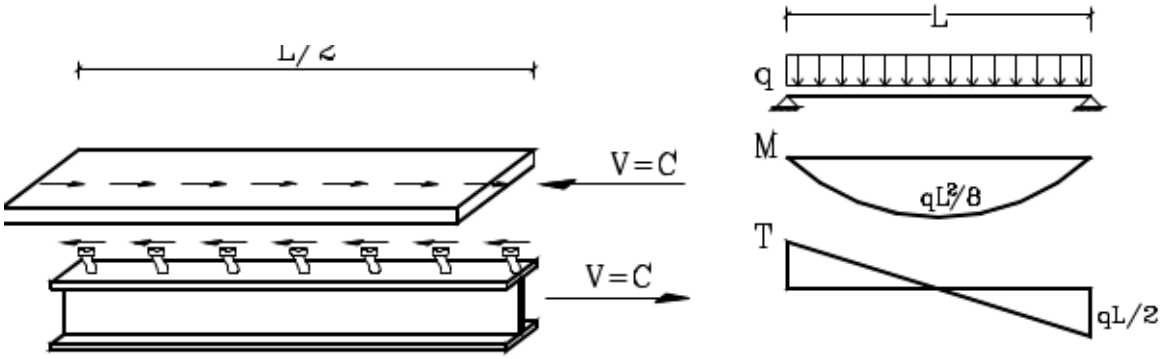


$$P_{Sd} = \frac{(T_1 + T_2)/2 \cdot S^*}{J_{id}} \cdot i$$

I connettori vanno disposti a passo costante seguendo il diagramma del taglio in ogni caso devono essere in grado di resistere alla forza di scorrimento

$V = \int \tau * b * dx = T/I * Sx/b * b * L/2 = T/I * Sx * L/2$

La forza di scorrimento V è pari alla risultante C degli sforzi di compressione nella soletta



La verifica dei connettori

$V < n * P_{RD}$; *n numero dei connettori tra 0 ed L/2 seguendo il diagramma del taglio*

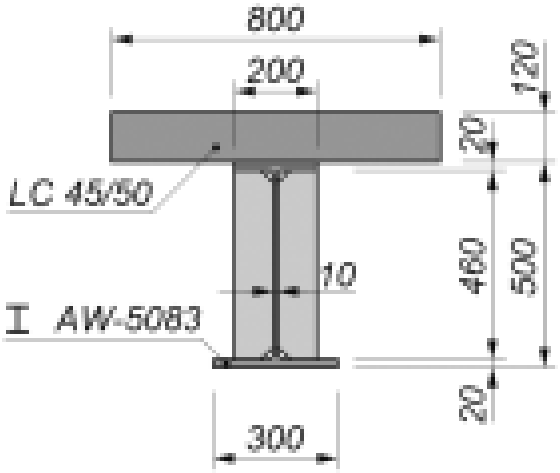
P_{RD} *resistenza del connettore è il più piccolo dei seguenti valori*

$P_{RD} = 0.8 * f_u * (\pi * d^2/4)/\gamma_V$; $P_{RD} = 0{,}29 * \alpha * d^2 * \sqrt{(f_{ck} * E_{cm})}/\gamma_V$;

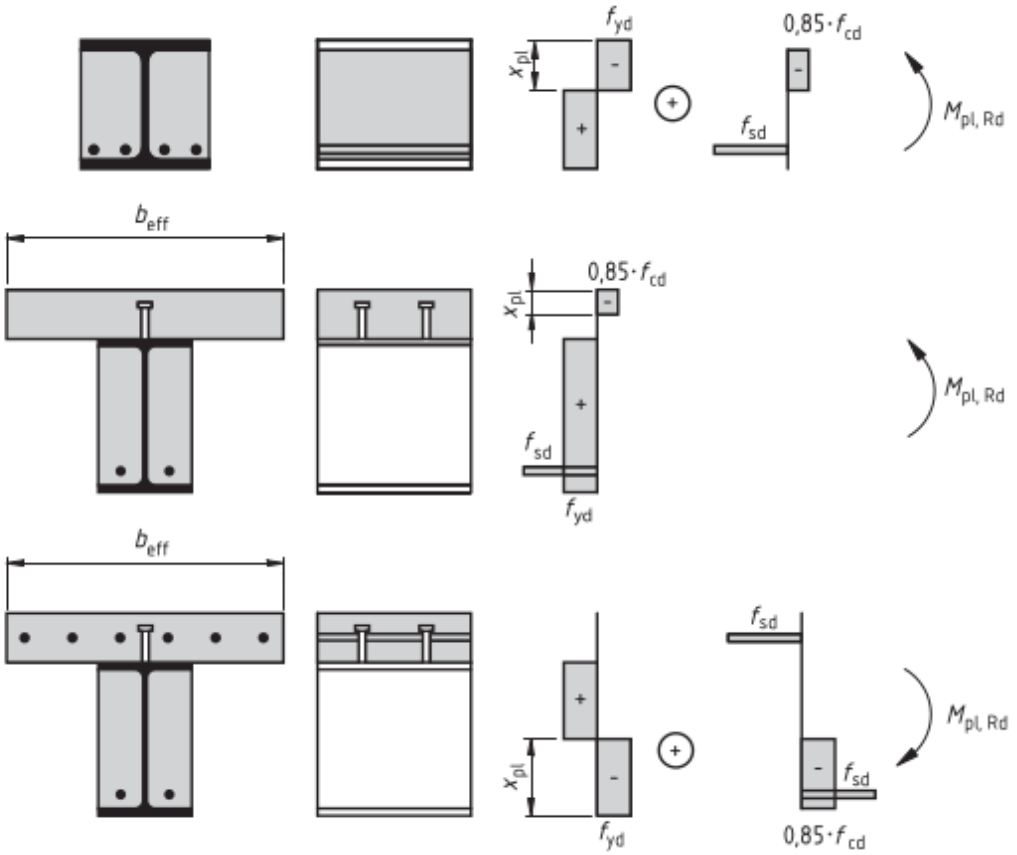
$\alpha = 1$ *per* $h/d > 4$; $\alpha = 0{,}2 * [(h/d)+1]$; *per* $3 \leq h/d \leq 4$

h altezza del piolo
d diametro del piolo
f_u *resistenza a trazione del piolo*
f_{ck} *resistenza caratteristica cilindrica del cls*
E_{cm} *modulo secante del cls*
γ_V *coefficiente parziale 1,25*

Per la seconda tipologia di solaio :



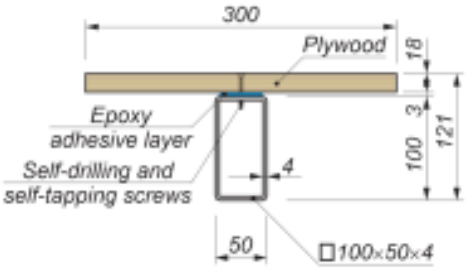
La trave portante mista composta da un profilato a doppio T e da cls ha un momento di inerzia funzione della parzializzazione della sezione; si utilizza una trattazione plastica analoga alle strutture composte acciaio cls , riportate nell'Eurocodice 4

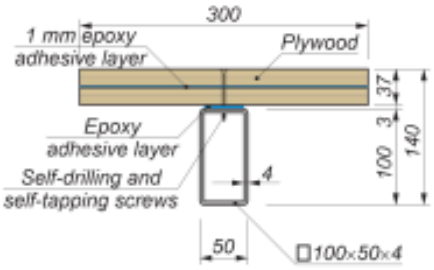


7-I solai ibridi lega metallica-legno

Le strutture ibride , sono strutture composte da acciaio , alluminio e legno ,il solaio viene realizzato con profili a doppio T e pannelli X-Lam di adeguato spessore 6÷ 8cm collegati tra di loro mediante piattine metalliche al fine di garantire la rigidezza assiale.

-Solai con travi in alluminio





-Solai con travi in acciaio

Sono solai molto leggeri per quanto concerne il peso proprio, facili da mettere in opera poiché basta posizionare le travi e su di esse i pannelli con i relativi collegamenti dall'analisi dei carichi:

G_K = 53 daN/mq
Travi IPE 140 *13 daN/ml*
Pannello X-Lam 8 cm *40 daN/mq*

G_{SK} = 210 daN/mq
Massetto e isolante 70 daN/mq
Pavimento 30 daN/mq
Controsoffittatura 30 daN/mq
Incidenza tramezzi 80 daN/mq

Q_K = 200 daN/mq

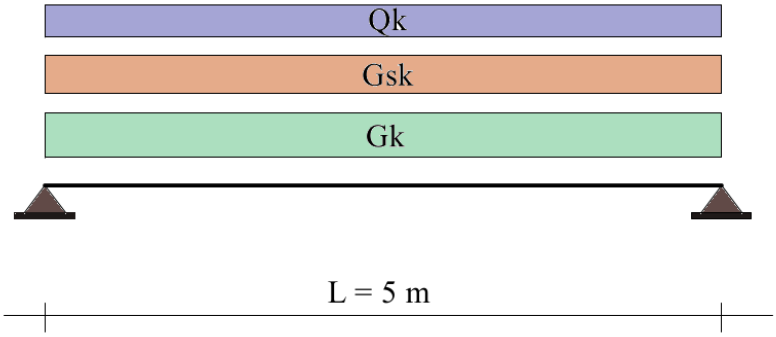
il carico complessivo per lo stato limite ultimo SLU

Q = 683 daN/mq

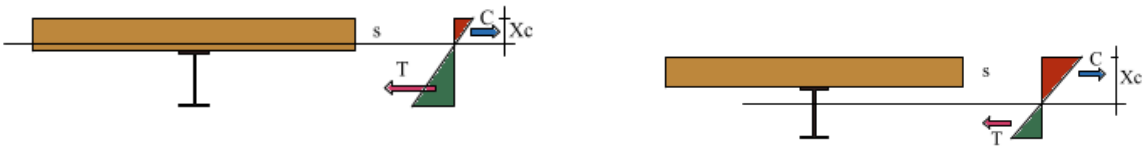
il carico complessivo per lo stato limite di esercizio SLE

Q = 463 daN/mq

Lo schema statico del solaio :



Il calcolo può essere eseguito in fase elastica nella ipotesi di connessione rigida tra pannelli e profilo di acciaio o alluminio ,utilizzando la medesima teoria esposta per le sezioni composte acciaio cls .



Le tensioni nel legno e nella lega metallica per un calcolo elastico lineare

$\sigma_S = M/I*(h+s-X) \leq f_p/\gamma_M = 2700*0,85/$; $\sigma_c = M*X/(n*I)$;

$E_a = 680000$ daN/cmq ; $E_s = 2060000$ daN/cmq ;
$E_L = 120000$ daN/cmq

$n_a = E_a/E_L = 5,5$; $n_S = E_S/E_L = 17$; La freccia $f = 5/384*Q*L^4/(E_C*I)$

$f < L/200$ per carichi permanenti ; $f < L/100$ per combinazione più sfavorevole ;

$f < L/200$ per carichi permanenti ; $f < L/100$ per combinazione più sfavorevole ;

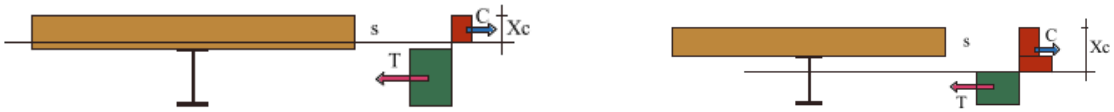
per $x_C < s$ ed $x_C > s$ si hanno differenti valori del momento di inerzia

Per connessione non rigida si determina la rigidezza effettiva
$(EI)_{eff} = E_1*I_1 + E_2*I_2 + \gamma_1*E_1*A_1*a_1^2 + E_2*A_2*a_2^2$ s_{eq} interasse tra le viti

$\gamma_1 = 1/(1+\pi^2*E*A_1*s/(K*L^2))$ $L = 5m$ luce effettiva della trave composta

K rigidezza del connettore $K = K_{Ser}$ SLE $K = 2/3*K_{ser}$ SLU

Se eseguiamo invece un calcolo in fase plastica



in analogia a quanto visto in precedenza per asse neutro che taglia la soletta $X < s$

$Mpl = 0{,}8 * f_{cLd} * b_{eff} * X^2/2 + f_{yd} * A_a * (/2 + s - x)$

$fyd = f_p / \gamma_M$ $\gamma_M = 1{,}1$ *per alluminio* $\gamma_M = 1{,}05$ *per acciaio*

per asse neutro che al di sotto della soletta $X > s$

$C = 0{,}8 * f_{cLd} * s * b + fyd * Asc$; $T = fyd * (As - Asc)$

Asc area del profilo compressa par a $b * t_f + t_w * (X - hc - t_f)$

$0{,}8 * f_{cLd} * s * b + fyd * Asc = fyd * (As - Asc)$

il momento plastico $M_{pl} = C * d = T * d$

d braccio della coppia interna

-Verifica a taglio

Il taglio viene affidato alla trave in acciaio $Vsd < Vrd = A * fyd/\sqrt{3}$

A area dell'anima del profilo $\tau_{RD} = fyd/\sqrt{3}$

La verifica alla stato limite di oscillazione per i solai ibridi ha una sua importanza poichè molto leggeri con basa rigidezza , per cui si determina la frequenza fondamentale per connessione rigida o effettiva

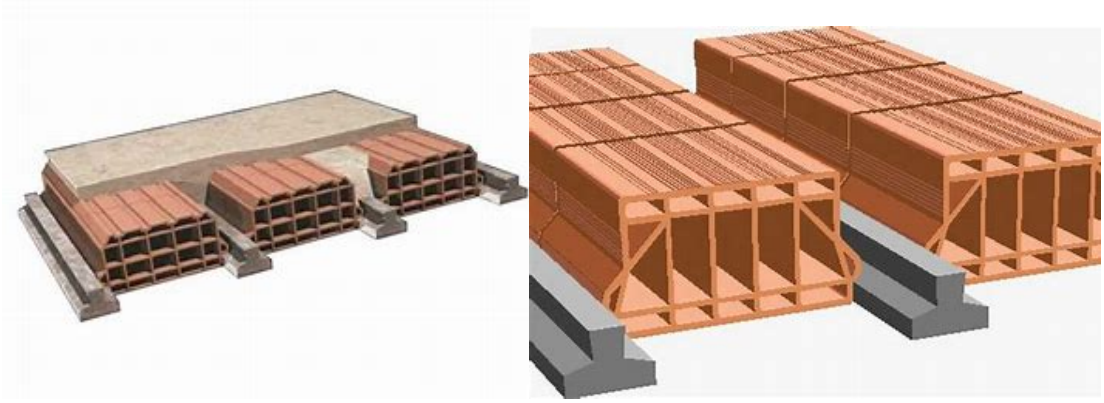
$\omega = \pi^2/L^2 * \sqrt{(EI/\mu)}$ $T = 2 * \pi/\omega$; *la frequenza* $f = 1/T$

Affinchè il solaio non vibri seguendo le indicazioni dell'eurocode 9 e le relative formule di verifica deve risultare per i solai ibridi in alluminio

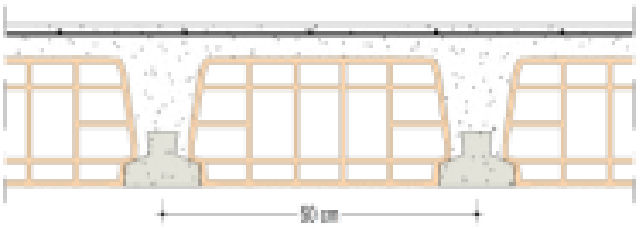
$f > 3$ *Hz*
per i solai in acciaio in accordo con l'Eurocodice 3 si esegue la sola verifica della freccia ed anche un calcolo della frequenza fondamentale utilizzando la medesima limitazione.

8-Il solaio in cemento armato

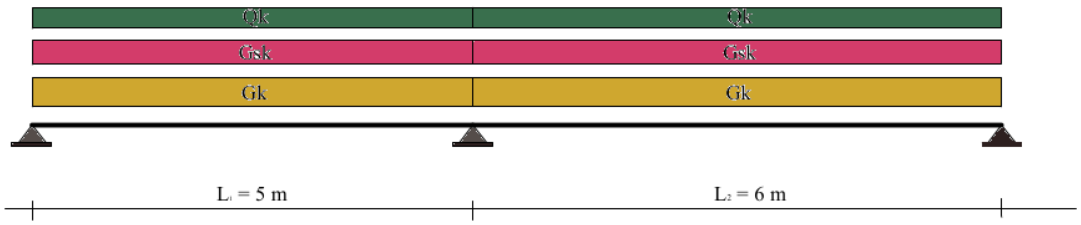
Il solaio in cemento armato può essere realizzato gettato in opera predisponendo un tavolato o un cassero metallico al di sotto con travetti precompressi sui quali poggiare le pignatte ed eseguire il getto della soletta di cls armato. Nella pratica edilizia corrente si è soliti realizzare solai in travetti precompressi poiché le casserature sono più facili da realizzare e meno onerose, i solai gettati in opera non vengo più usati salvo che per zone di solai adiacenti i fori dell'impalcato dove è preferibile realizzare una soletta piena di cls ribassato. Nel solaio con travetti precompressi le pignatte hanno dimensione 40 cm , i travetti 10 cm la solettina di cls ≥5 cm , dalle normative di molti anni fa si ha una prima indicazione per l'altezza del solaio H ≥ L/25, masper edifici in zona sismica con le limitazioni dimensionali imposte alla travi spessore dalle NTC conviene realizzare solai di altezza 24-25-26 cm con trave a spessore di larghezza B= 30+25 = 55 cm , B = 50+25 = 75 cm ; B = 40+25 = 65 cm , conviene quindi progettare strutture in c.a, dove le dimensioni dei pilasti sono 40x40 e tutte uguali per edifici a 3 impalcati o pilastri centrali 40x40 e pilastri di bordo laterali 50x50 cm in modo da avere travi a spessore di solaio tutte uguali di dimensione 65x25. Il solaio con travetti precompressi



La sezione del solaio



Calcoliamo un solaio ordito su due campate avente una altezza H = 25 cm le luci sono di 5m e 6m come riportato in figura.



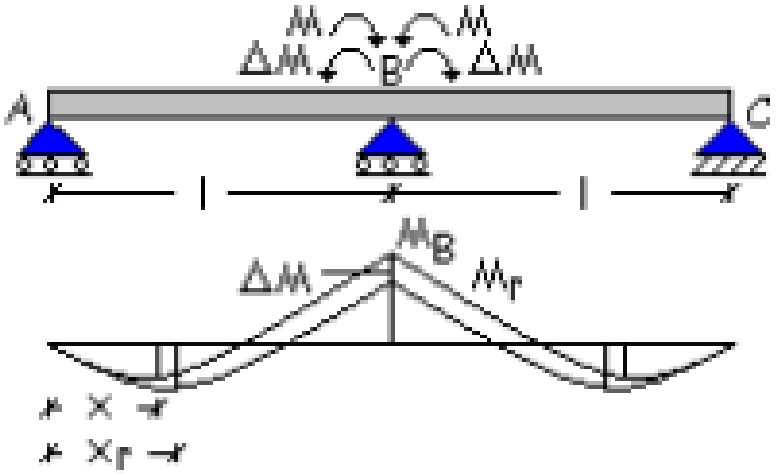
L'equazione di congruenza

$Q_1*L_1^3/(24*E*I) - m*L_1/(3EI) = -Q_2*L_2^3/(24*E*I) + m*L_2/(3EI)$

$M = 1/8*[Q_1*L_1^3+Q_2*L_2^3]/(L_1+L_2)$

La ridistribuzione del momento attraverso l'analisi elastica lineare determina una diminuzione del momento nell'appoggio centrale ed un aumento in campata ; quando il momento M supera il valore elastico si ha una rotazione aggiuntiva concorde alla precedente alla quale è associato un momento ΔM, il momento ridotto sull'appoggio

$M_R = M-\Delta M$



Le NTC consentono il ricorso ad un momento ridotto $M_R = \delta*M$ *dove :*

$\delta = 0,44+ 1,25*\zeta$ *con un minimo di* $\delta = 0,7$

per $\delta = 0,7$ *si ottiene* $\zeta = X/d = 0,208$ *; alla quale corrisponde per rottura del cls*

$0,0035/X = \varepsilon_S/(X-d)$; $\varepsilon_S = 0,0035*(X-d)/X = 0,0035*(1-\zeta)/\zeta = 0,013$

per $\delta = 1$ *si ha* $\zeta = X/d = 0,45$ *di sotto del quale non si può andare* $\varepsilon_S = 0,0048$

$M_{BR} = \delta/8*[Q_1*L_1^3+Q_2*L_2^3]/(L_1+L_2)$

Il momento max in campata $M_{MAXAB} = R_A^2/2Q_1$; $M_{MAXCB} = R_C^2/2Q_2$

$R_A = Q_1*L_1/2 - M_{BR}/L_1$; $R_B = Q_2*L_2/2 - M_{BR}/L_2$;

I momenti max in campata

$M_{MAXAB} = [Q_1*L_1/2 - M_{BR}/L_1]^2/2Q_1$; $M_{MAXCB} = [Q_2*L_2/2 - M_{BR}/L_2]/2Q_2$

L'analisi dei carichi sul solaio

G_K = 337 daN/mq
*Travetti 2*0,10*1,00*0,20 * 2500 = 100 daN/mq*
*Soletta cls 0,05*1,00*1,00*2500 = 125 daN/mq*
*Pignatte 2*0,40*0,20*1,00*700 = 112*

G_{SK} = 210 daN/mq
Massetto e isolante 70 daN/mq
Pavimento 30 daN/mq
Controsoffittatura 30 daN/mq
Incidenza tramezzi 80 daN/mq

Q_K = 200 daN/mq

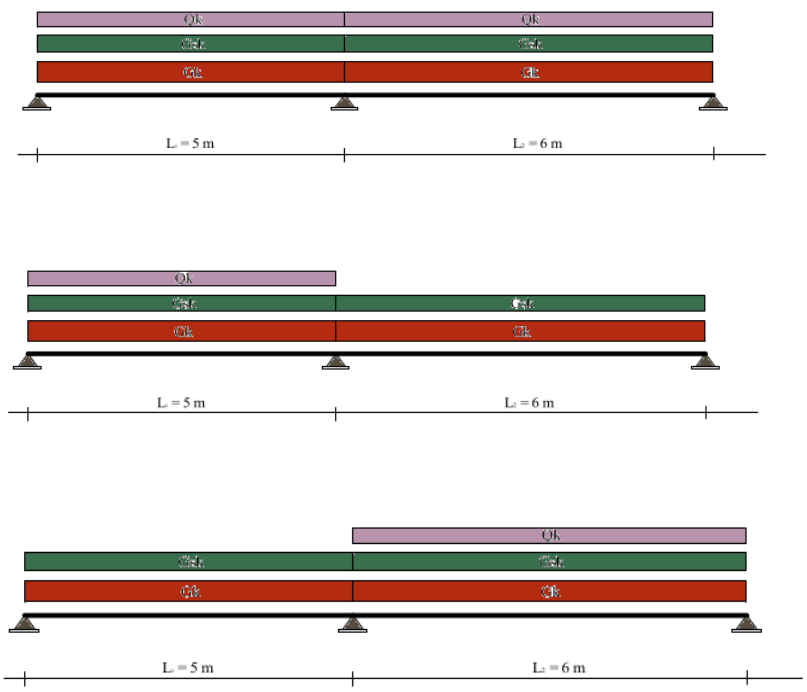
il carico complessivo permanente e accidentale per lo stato limite ultimo SLU

Q_P = 753 daN/ml Q_K =300 daN/ml

il carico complessivo permanente e accidentale per lo stato limite di esercizio SLE

Q_P = 547 daN/ml Q_K =200 daN/ml

Si risolvono tre schemi statici per la massimizzazione dei momenti



Le sollecitazioni

Schema	M_A	M_{AB}	M_B	M_{BC}	M_C	V_A	V_{BS}	V_{BD}	V_C
1	*2193*	*2016*	*2856*	*3418*	*3159*	*2061*	*3211*	*3635*	*2683*
2	*2193*	*2223*	*2340*	*2319*	*2259*	*2164*	*3108*	*2649*	*1869*
3	*1568*	*1248*	*2557*	*3544*	*3159*	*1371*	*2348*	*3585*	*2732*

Le verifiche del solaio *C 30-37 FEC450 h = H-c = 23 cm*

f_{cd}*= 0,85*0,83*R*$_{ck}$*/*γ_C *= 175 daN/cmq* f_{yd}*=450/1,15= 3910 daN/cmq*

Calcestruzzo $h = r^* \sqrt{M/b}$; $r = 1/(0{,}6425*\alpha*f_{cd}*0{,}259*0{,}9)^{1/2} = 0{,}195$

Campata h = 11,60cm b = 100 cm

Appoggio A h = 2,41 cm < 23 cm b = 20 cm

Appoggio B h = 23,30 cm > 23 cm b = 20 cm h = 14,7 cm < 23 cm b = 50 cm

Appoggio C h = 24,50 cm > 23 cm b = 20 cm h = 24,50 cm > 23 cm b = 50 cm

$\tau = V/I*S_X/b = V/0{,}9*b*h)$

	fck	*12*	*16*	*20*	*25*	*30*	*35*	*40*	*45*	*50*
$\gamma_C = 1{,}5$	τ_{RD}	*0,18*	*0,22*	*0,26*	*0,30*	*0,34*	*0,37*	*0,41*	*0,44*	*0,48*
$\gamma_C = 1{,}6$	τ_{RD}	*0,17*	*0,21*	*0,24*	*0,28*	*0,32*	*0,35*	*0,38*	*0,42*	*0,48*

Appoggio A-C τ *= 6,59 daN/cmq b = 20 cm ;* τ *= 6,26 daN/cmq b = 50 cm ;*

Appoggio centrale B τ *= 3,51 daN/cmq b = 50 cm ;*

Acciaio armatura $A_s = M/(0{,}9*h*f_{yd})$

Schema	M_A	A_s	M_{AB}	A_s	M_B	A_s	M_{BC}	A_s	M_C	A_s
1	*2193*	*2,70*	*2016*	*2,49*	*2856*	*3,53*	*3418*	*4,22*	*3159*	*3.9*
2	*2193*	*2,70*	*2223*	*2,74*	*2340*	*2,89*	*2319*	*2,86*	*2259*	*2,79*
3	*1568*	*1,93*	*1248*	*1,54*	*2557*	*3,15*	*3544*	*4,38*	*3159*	*3,9*

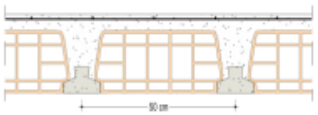
Scelta del travetto precompresso

SOLAIO A TRAVETTI C.A.P. CON BLOCCHI DI ALLEGGERIMENTO IN LATERIZIO

Prestazioni di servizio riferite ad una striscia di solaio larga 1 metro

MOMENTI POSITIVI (daN*m) e TAGLIO (daN)

Monotrave ad interasse 50 cm



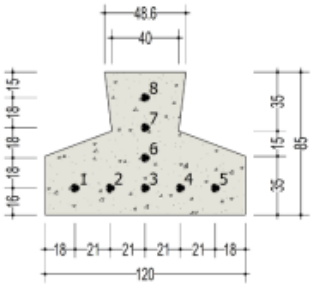
Altezza blocco + Soletta	Peso Solaio in opera	Conglomerato lt/mq		Momenti massimi in campata (daN*m)							Taglio max (daN)	
				T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	sez. T	con f.p
12 + 4	215	56	SLE rare	692	1086	1377	1673	1947	2282	2205		
			SLU	969	1521	1927	2342	2833	3251	3634	2747	4922
12 + 5	238	66	SLE rare	726	1171	1510	1857	2125	2526	2441		
			SLU	1016	1639	2113	2600	2975	3559	3951	2938	5263
16 + 4	254	67	SLE rare	856	1362	1747	2154	2568	3069	3271		
			SLU	1199	1906	2446	3015	3596	4297	4869	3492	6256
16 + 5	277	77	SLE rare	955	1400	1829	2285	2751	3308	3562		
			SLU	1337	1960	2561	3199	3852	4631	5136	3670	6576
18 + 4	267	73	SLE rare	946	1553	2033	2403	2923	3398	3824		
			SLU	1324	2174	2846	3364	4093	4758	5354	3847	6892
18 + 5	292	83	SLE rare	1044	1572	2097	2658	3082	3603	4089		
			SLU	1462	2201	2936	3721	4315	5044	5724	4020	7202
20 + 4	279	76	SLE rare	1147	1727	2145	2759	3227	3793	4343		
			SLU	1606	2417	3003	3862	4518	5311	6080	4190	7507
20 + 5	302	86	SLE rare	1110	1722	2349	2842	3355	3969	4403		
			SLU	1554	2411	3289	3979	4697	5556	6164	4358	7807
22 + 4	301	82	SLE rare	1210	1877	2373	2907	3465	4126	4612		
			SLU	1693	2628	3323	4070	4850	5777	6457	4522	8102
22 + 5	326	92	SLE rare	1313	1847	2580	3161	3770	4265	4804		
			SLU	1839	2586	3612	4426	5277	5971	6726	4684	8392
25 + 4	323	89	SLE rare	1343	1941	2782	3457	3916	4734	5381		
			SLU	1881	2718	3895	4840	5483	6628	7534	4999	8956
25 + 5	346	99	SLE rare	1445	2089	2748	3464	4221	4822	5528		
			SLU	2024	2924	3847	4849	5909	6751	7739	5152	9230
30 + 4	289	104	SLE rare	1637	2440	3288	3886	4858	5615	6206		
			SLU	2292	3416	4603	5441	6801	7861	8688	5736	10277
30 + 5	414	114	SLE rare	1741	2596	3172	4138	4812	5601	6612		
			SLU	2438	3635	4441	5793	6736	7842	9257	5875	10525

Solaio 20+ 5 allo SLU $M_{BCMAX} = 3544$ *daN/cmq Travetto T5*

CARATTERISTICHE TECNICHE DEI TRAVETTI PRECOMPRESSI 8.5X12

8.5 x 12	T2		O		O		O			da 0,80 a 3,80
	T3		X		X		X			da 4,00 a 4,80
	T4	X		X		X		X		da 5,00 a 5,80
	T5	X	X		X	X			X	da 6,00 a 6,40
	T6	X	X		X	X	X		X	da 6,60 a 6,80
	T7	X	X	X	X	X	X		X	da7,00 a 7,60
	T8	X	X	X	X	X	X	X	X	da 7,80 a 8,20
POSIZIONE		**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	Peso = 17,5 kg ml

O : TRECCIA 2x2,25 = 8 mmq / **X** : TRECCIA 2x2,25= 12 mmq



5 trecce 12 mmq nelle posizioni 1-2-4-5-8

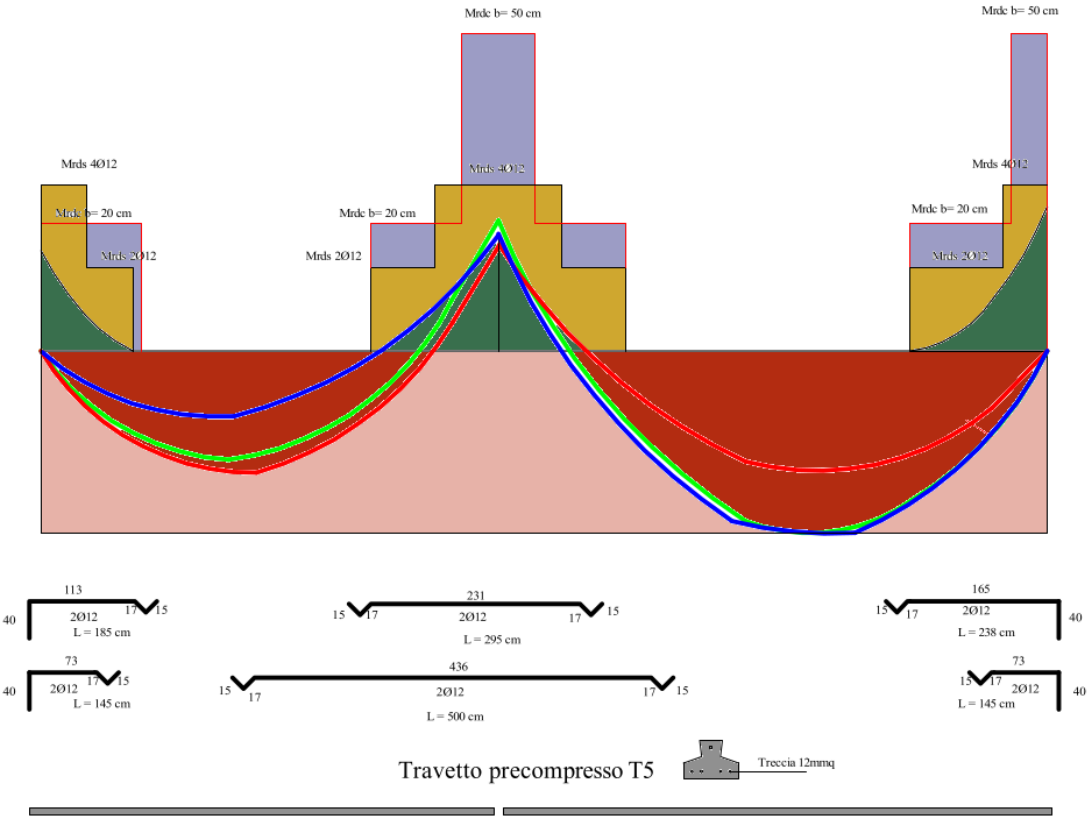
Armature negli appoggi monconi

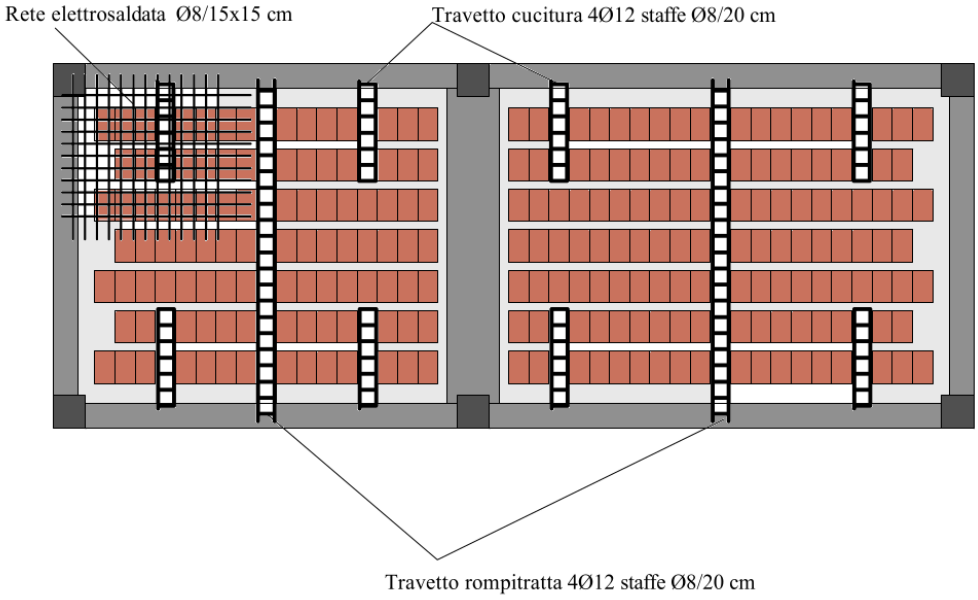
A 4ϕ12 4,48 cmq 2 ferro per travetto

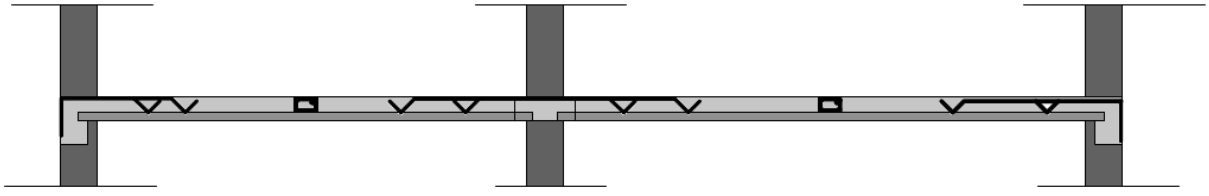
B 4ϕ12 4,48 cmq 2 ferri per travetto

C 4 ϕ12 4,48 cmq 2 ferri per travetto

-Momenti resistenti e ferri di armatura

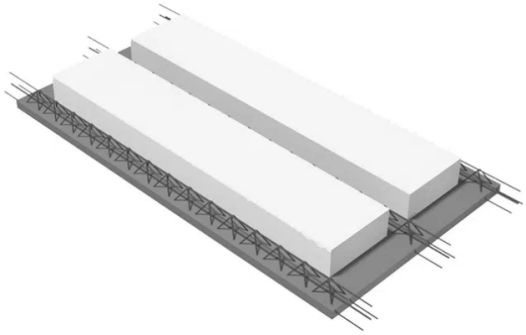


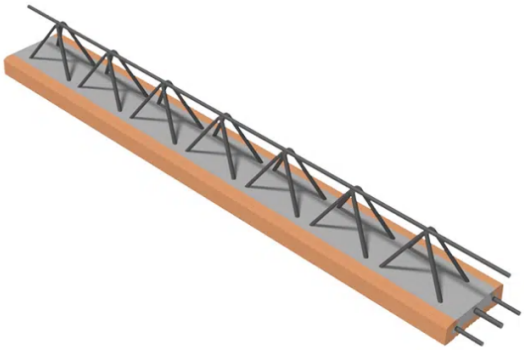




9-Le predalles in cls e laterizio

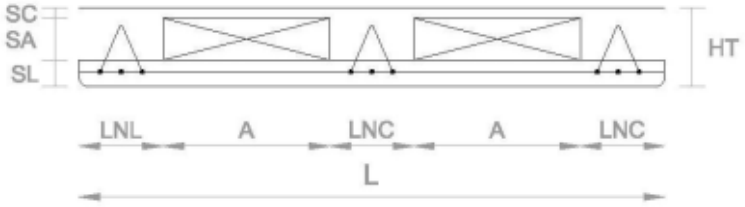
I solai realizzati con predalles e traliccio di laterizio, sono dei solai prefabbricati, di solito nella predalles è sempre presente il blocco di alleggerimento quale polistirolo, mentre sul traliccio come per i travetti precompressi vanno posizionate le pignatte. Il calcolo prevede la verifica della casseforme a perdere nella fase transitoria iniziale determinando quindi l'interasse tra gli elementi di sostegno verticale. Il vantaggio di questi solai è la semplificazione della posa in opera se non occorrono sostegni intermedi basta posizionare solo le predalles poi le armature ed eseguire il getto di completamento.





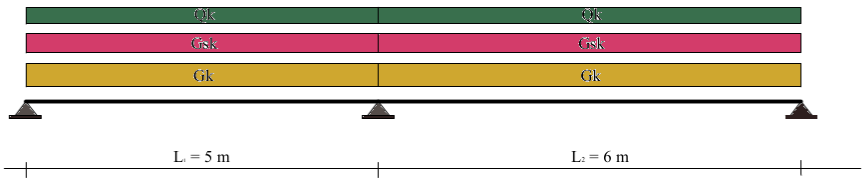
Calcolo di un solaio con predalles altezza 25 cm 20+5

Sezione trasversale



SM = spessore minimo	A = largh. alleggerimento
lastra = 4 cm	per L=120: 40 ±1 cm
SL = spessore medio cls	A = largh. alleggerimento

Schema statico



L'analisi dei carichi sul solaio

G_K = 342 daN/mq
*Predalles 1,20*1,00*0,04 * 2500 = 120 daN/ml*
*Soletta cls 1,20*1,00*0,04*2500 = 120 daN/mq*
*Travetti 2*0,12*0,17*1,00*2500 = 102 daN/ml*

G_{SK} = 210 *1,2= 252 daN/mq
Massetto e isolante 70 daN/mq
Pavimento 30 daN/mq
Controsoffittatura 30 daN/mq
Incidenza tramezzi 80 daN/mq

Q_K = 200*1,2 =240 daN/mq
il carico complessivo permanente e accidentale per lo stato limite ultimo SLU

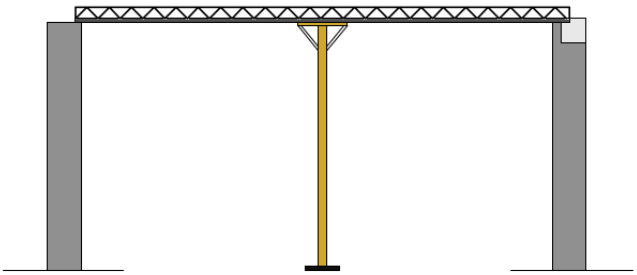
Q_P = 822 daN/ml Q_K =360 daN/ml

il carico complessivo permanente e accidentale per lo stato limite di esercizio SLE

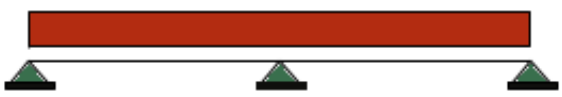
Q_P = 594 daN/ml Q_K =240 daN/ml

Fase transitoria del montaggio solaio;

Si considera una trave su 3 appoggi e due campate uguali di 3 m



*Il carico è peso proprio Q=342*1,5 = 513 daN/ml I = 6979 cmq*



*M_{SD} = $Q*L^2/8$ = 576 daN*m ; M_{RD} = $2*A_s*f_{ys}*d$ = 2200 daN*m $M_{SD} \leq M_{RD}$*

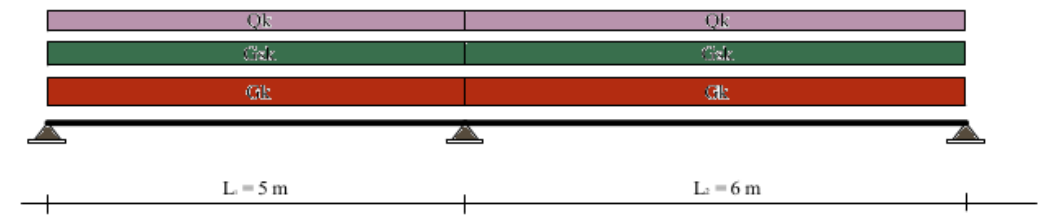
Tondino traliccio ϕ16 d=14 cm $f \approx 5/384*Q*L^4/(EI)$= 0,25 mm

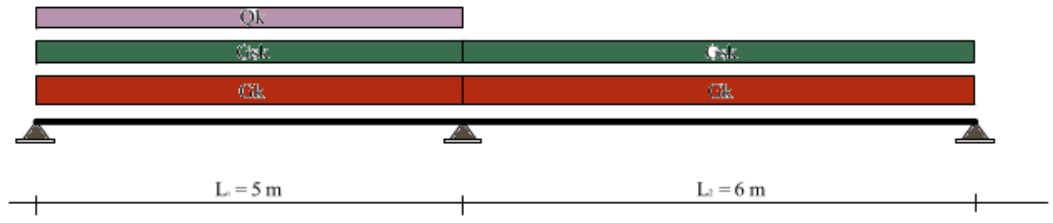
Scegliamo la predalles H = 25 cm luce autoportante 610 cm

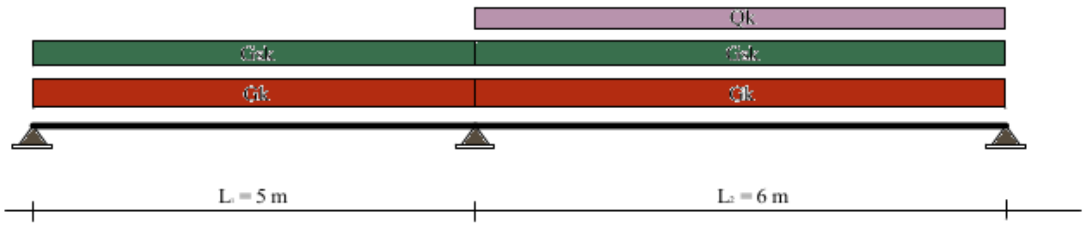
CARATTERISTICHE TRALICCIO					H solaio finito (cm)	Luce Max autoportante(cm)	Freccia (cm)
Ø inf. (mm)	Ø sup. (mm)	Ø staffa (mm)	Altezza (cm)	b (mm)			
8	10	6	16.5	108	21	325	0.46
8	12	7.2	16.5	108	21	385	1.21
8	12	7.2	16.5	108	25	370	1.12
8	12	7.2	16.5	108	30	355	1.04
8	12	7.2	20.5	108	25	420	1.16
8	12	7.2	20.5	108	30	400	1.05
12	16	10	16.5	120	21	480	1.58
12	16	10	16.5	120	25	465	1.52
12	16	10	16.5	120	30	450	1.47
12	16	10	20.5	120	25	545	1.78
12	16	10	20.5	120	30	525	1.69
12	16	10	25	120	30	610	2.06
14	18	10	25	120	30	630	2.19
14	20	10	25	120	30	660	2.23
14	20	10	30	120	35	680	2.44
14	20	10	30	120	35	760	2.44
18	20	10	30	120	35	800	2.57

b = 120 cm s = 4 cm ferro superiore traliccio ϕ16 mm , ferri inferiori 2 ϕ12 mm

Per il calcolo del solaio consideriamo sempre 3 schemi di carico







$M_{BR} = \delta /8*[Q_1*L_1{}^3+Q_2*L_2{}^3]/(L_1+L_2)$

Il momento max in campata $M_{MAXAB} = R_A{}^2/2Q_1$; $M_{MAXCB} = R_C{}^2/2Q_2$

$R_A= Q_1*L_1/2 -M_{BR}/L_1$; $R_B= Q_2*L_2/2 -M_{BR}/L_2$;

I momenti max in campata

$M_{MAXAB} =[Q_1*L_1/2 -M_{BR}/L_1]^2/2Q_1$; $M_{MAXCB} = [Q_2*L_2/2 -M_{BR}/L_2]/2Q_2$

$Q_P = 822$ daN/ml $Q_K = 360$ daN/ml SLU

$Q_P = 547$ daN/ml $Q_K = 200$ daN/ml SLE

Sollecitazioni

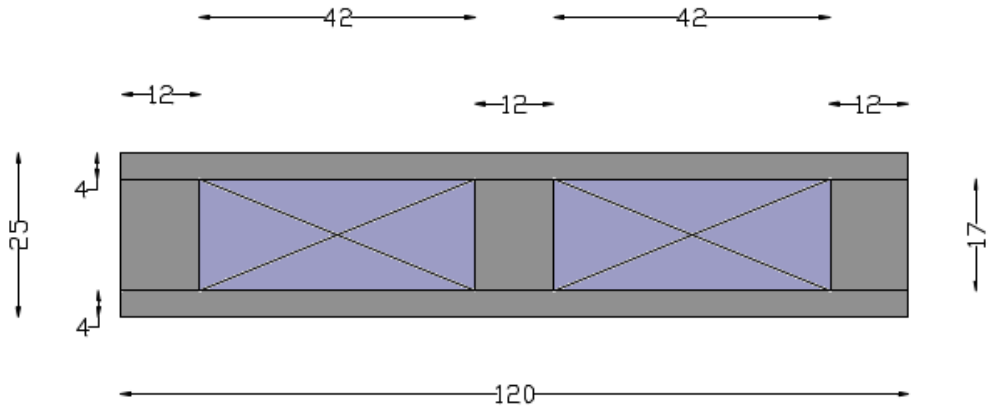
Schema	M_A	M_{AB}	M_B	M_{BC}	M_C	V_A	V_{BS}	V_{BD}	V_C
1	2462	2263	3206	3835	3546	2313	3595	4079	3011
2	2462	2512	2587	2516	2466	2437	3471	2896	2034
3	1712	1341	2848	3989	3546	1485	2642	4020	3071

Le verifiche del solaio *C 30-37 FEB450C* $h = H-c = 23$ cm

$f_{cd}= 0,85*0,83*R_{ck}/\gamma_C = 175$ daN/cmq $f_{yd}=450/1,15= 3910$ daN/cmq

Calcestruzzo $h = r*\sqrt{M/b}$; $r = 1/(0,6425*\alpha*f_{cd}*0,259*0,9)^{1/2} =0,195$

La sezione resistente del solaio è una trave a doppio T , per le verifica in campata al solito si ipotizza che l'asse neutro tagli la caldana $X \leq 4$ cm $b = 100$ cm



Campata $h = 9,16$ cm < 23 cm $b = 120$ cm

La sezione resistente agli appoggi è sempre a doppio T , lo spessore della predalles è 4 cm si può ipotizzare che l'asse neutro tagli la soletta inferiore

Appoggio B max momento h = 10,60 cm < 23 cm b = 120 cm
La max tensione tangenziale va calcolata sull'asse neutro che taglia sempre la soletta b = 120 cm

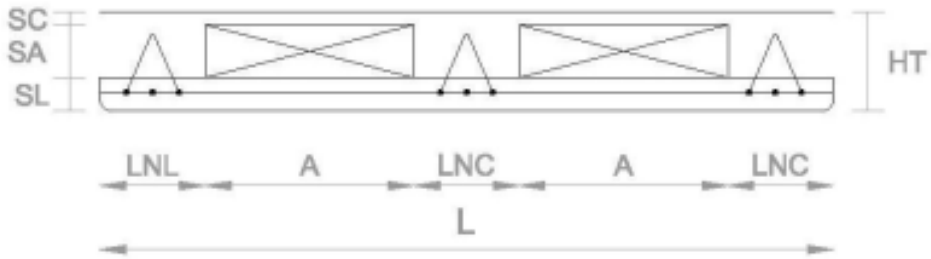
$\tau = V/I*S_X/b = V/0,9*b*h) = 1,64$ *daN/cmq Max taglio*

	fck	*12*	*16*	*20*	*25*	*30*	*35*	*40*	*45*	*50*
$\gamma_C = 1,5$	τ_{RD}	*0,18*	*0,22*	*0,26*	*0,30*	*0,34*	*0,37*	*0,41*	*0,44*	*0,48*
$\gamma_C = 1,6$	τ_{RD}	*0,17*	*0,21*	*0,24*	*0,28*	*0,32*	*0,35*	*0,38*	*0,42*	*0,48*

Acciaio armatura $A_s = M/(0,9*h*f_{yd})$

Schema	M_A	A_s	M_{AB}	A_s	M_B	A_s	M_{BC}	A_s	M_C	A_s
1	*2462*	*3,04*	*2263*	*2,79*	*3206*	*3,96*	*3835*	*4,73*	*3546*	*4,38*
2	*2462*	*3,04*	*2512*	*3,10*	*2587*	*3,19*	*2516*	*3,10*	*2466*	*3,04*
3	*1712*	*2,11*	*1341*	*1,65*	*2848*	*3,51*	*3989*	*4,92*	*3546*	*4,38*

L'armatura inferiore della predalles nei due tralicci 9ϕ12 = 10 cmq in ogni traliccio vi sono tre ferri inferiori



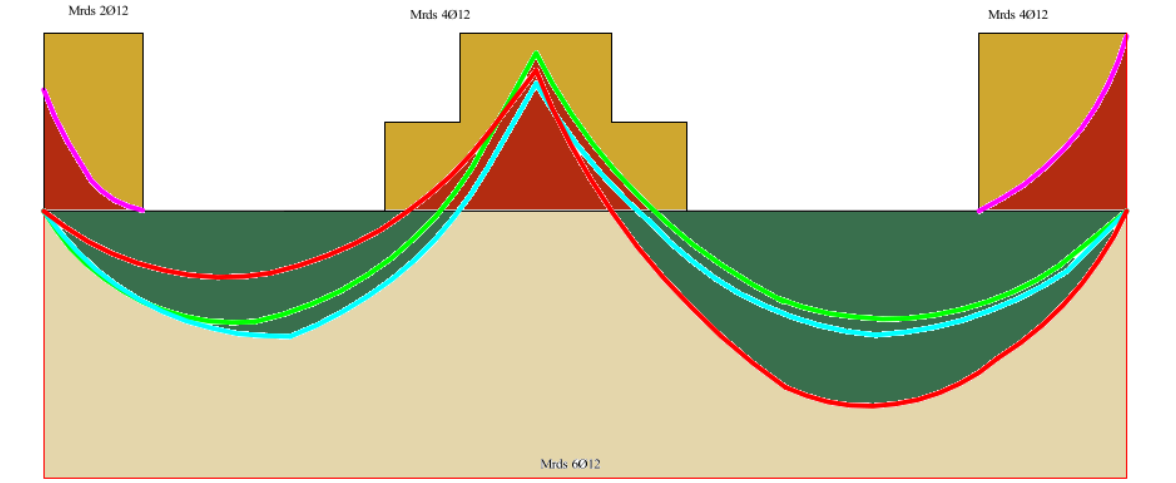
Armatura appoggi 2 monconi per travetto per favorire le operazioni di sagomatura e taglio dei ferri; Si è trascurato il ferro superiore del traliccio poichè già sollecitato durante la fase transitoria di getto del solaio con la predalles avente funzione da cassero

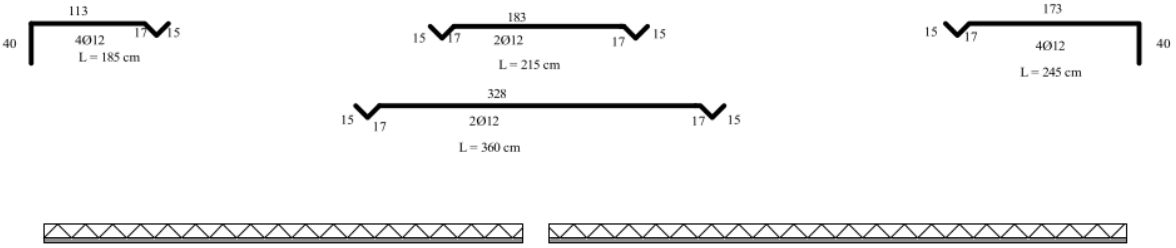
Appoggio A 4ϕ12 4,48 cmq

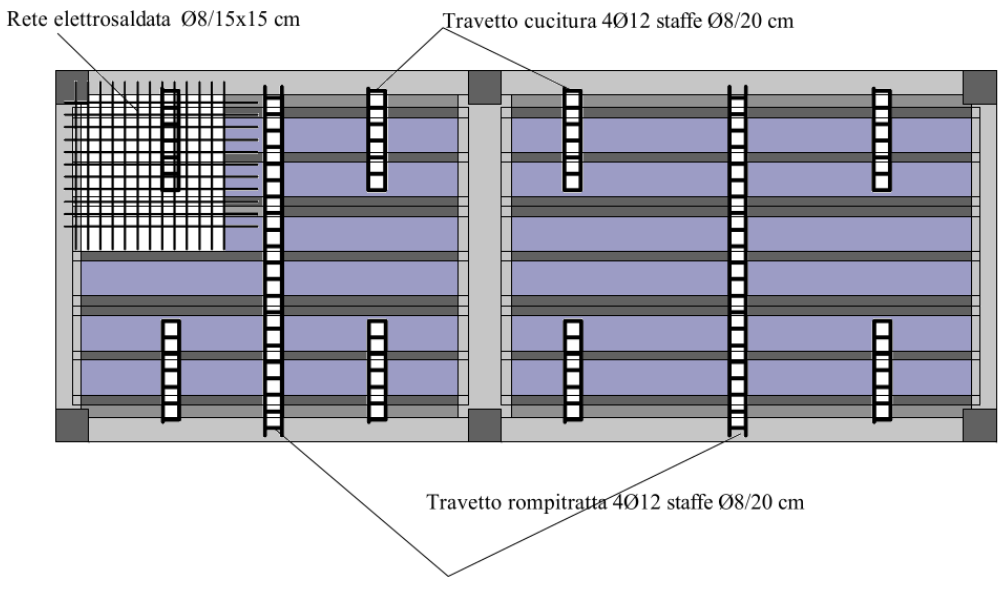
Appoggio C 4ϕ12 4,48 cmq

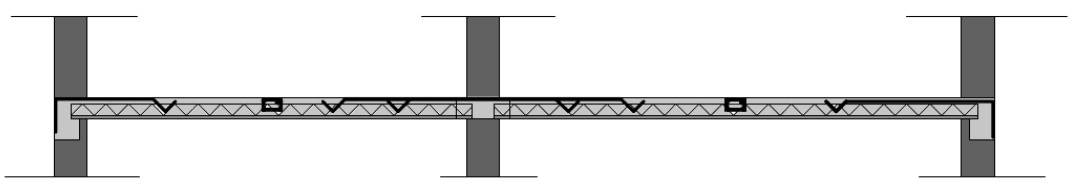
Appoggio B 4ϕ12 4,48 cmq

Riportiamo nella pagina seguente il diagramma del momento con i momenti resistenti delle armature metalliche e le relative armature.



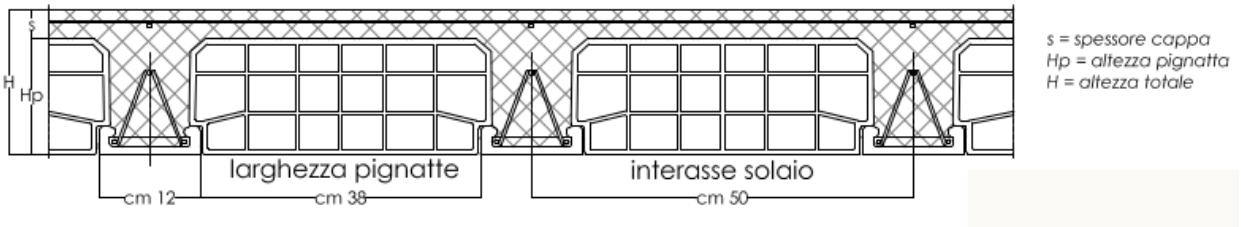






Calcolo solaio con travetto laterocemento

La sezione trasversale del solaio di altezza H = 20+5 = 25 cm con travetti da 12 cm e traliccio di altezza 12 cm , 3 barre di armatura ϕ 5mm; 7mm; 5mm;



Per campata di luce 6 m si utilizza il travetto con armatura aggiuntiva 1ϕ10+1ϕ12.
L'analisi dei carichi sul solaio è analoga al solai con travetti precompressi

G_K = 337 daN/mq
*Travetti 2*0,10*1,00*0,20 * 2500 = 100 daN/mq*
*Soletta cls 0,05*1,00*1,00*2500 = 125 daN/mq*
*Pignatte 2*0,40*0,20*1,00*700 = 112*

G_{SK} = 210 daN/mq
Massetto e isolante 70 daN/mq
Pavimento 30 daN/mq
Controsoffittatura 30 daN/mq
Incidenza tramezzi 80 daN/mq

Q_K = 200 daN/mq

il carico complessivo permanente e accidentale per lo stato limite ultimo SLU

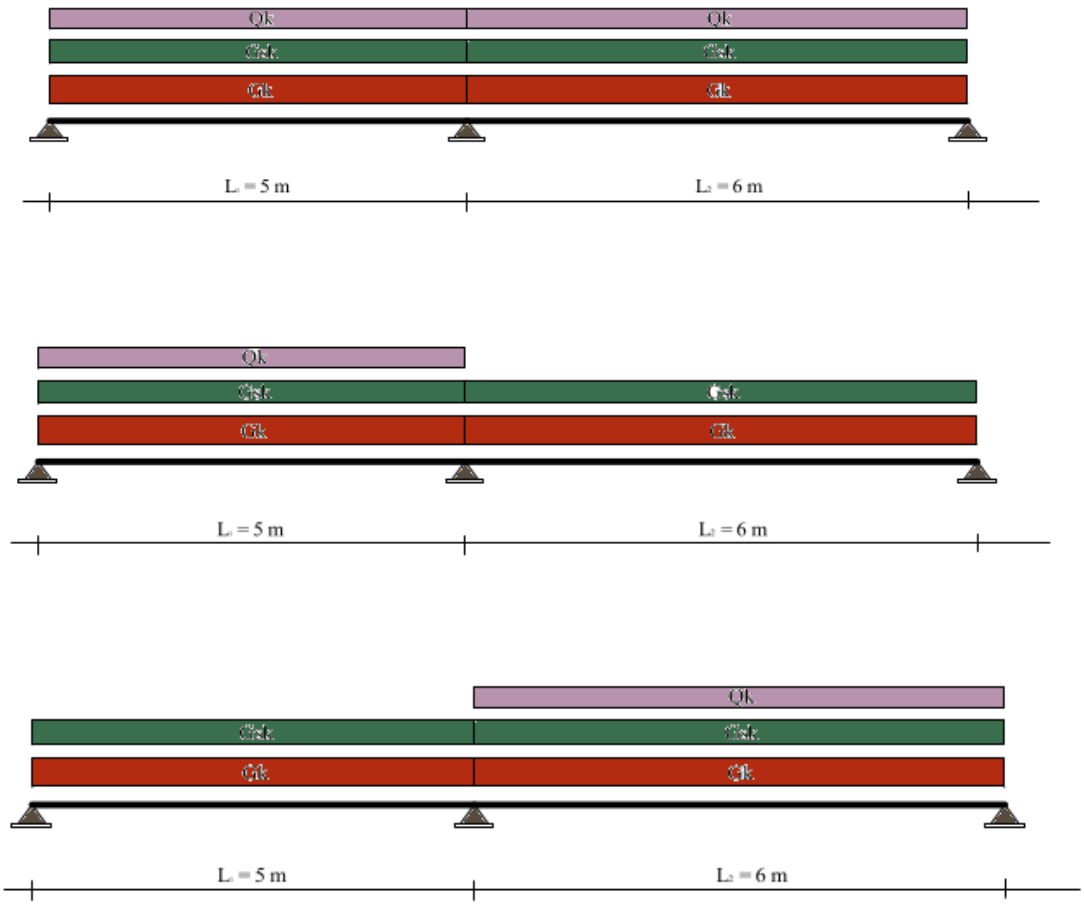
Q_P = 753 daN/ml Q_K =300 daN/ml

il carico complessivo permanente e accidentale per lo stato limite di esercizio SLE

Q_P = 547 daN/ml Q_K =200 daN/ml

In fase transitoria di getto del solaio non si esegue la verifica del traliccio vanno predisposti puntelli come per i travetti precompressi.

Si risolvono tre schemi statici per la massimizzazione dei momenti



Le sollecitazioni

Schema	M_A	M_{AB}	M_B	M_{BC}	M_C	V_A	V_{BS}	V_{BD}	V_C
1	*2193*	*2016*	*2856*	*3418*	*3159*	*2061*	*3211*	*3635*	*2683*
2	*2193*	*2223*	*2340*	*2319*	*2259*	*2164*	*3108*	*2649*	*1869*
3	*1568*	*1248*	*2557*	*3544*	*3159*	*1371*	*2348*	*3585*	*2732*

Le verifiche del solaio *C 30-37 FEC450 h = H-c = 23 cm*

f_{cd}*= 0,85*0,83**R_{ck}/γ_C *= 175 daN/cmq* f_{yd}*=450/1,15= 3910 daN/cmq*

Calcestruzzo $h = r^* \sqrt{M/b}$; $r = 1/(0{,}6425*\alpha*f_{cd}*0{,}259*0{,}9)^{1/2} = 0{,}195$

Campata h = 11,60cm b = 100 cm

Appoggio A h = 2,41 cm < 23 cm b = 20 cm

Appoggio B h = 23,30 cm > 23 cm b = 20 cm h = 14,7 cm < 23 cm b = 50 cm

Appoggio C h = 24,50 cm > 23 cm b = 20 cm h = 24,50 cm > 23 cm b = 50 cm

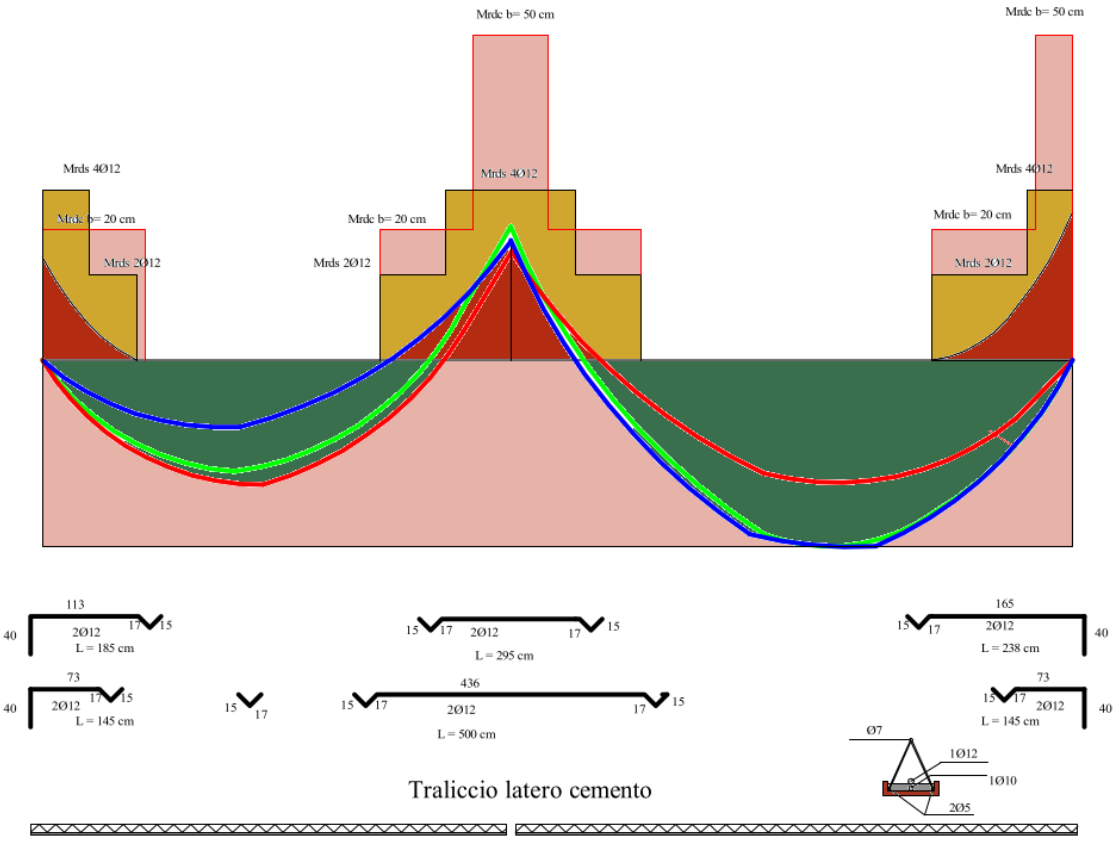
$\tau = V/I*S_X/b = V/0,9*b*h)$

	fck	12	16	20	25	30	35	40	45	50
$\gamma_C = 1,5$	τ_{RD}	0,18	0,22	0,26	0,30	0,34	0,37	0,41	0,44	0,48
$\gamma_C = 1,6$	τ_{RD}	0,17	0,21	0,24	0,28	0,32	0,35	0,38	0,42	0,48

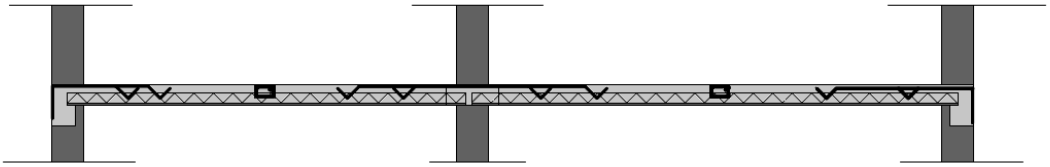
Appoggio A-C τ = 6,59 daN/cmq b = 20 cm ; τ = 6,26 daN/cmq b = 50 cm ;
Appoggio centrale B τ = 3,51 daN/cmq b = 50 cm ;
Acciaio armatura $A_s = M/(0,9*h*f_{yd})$

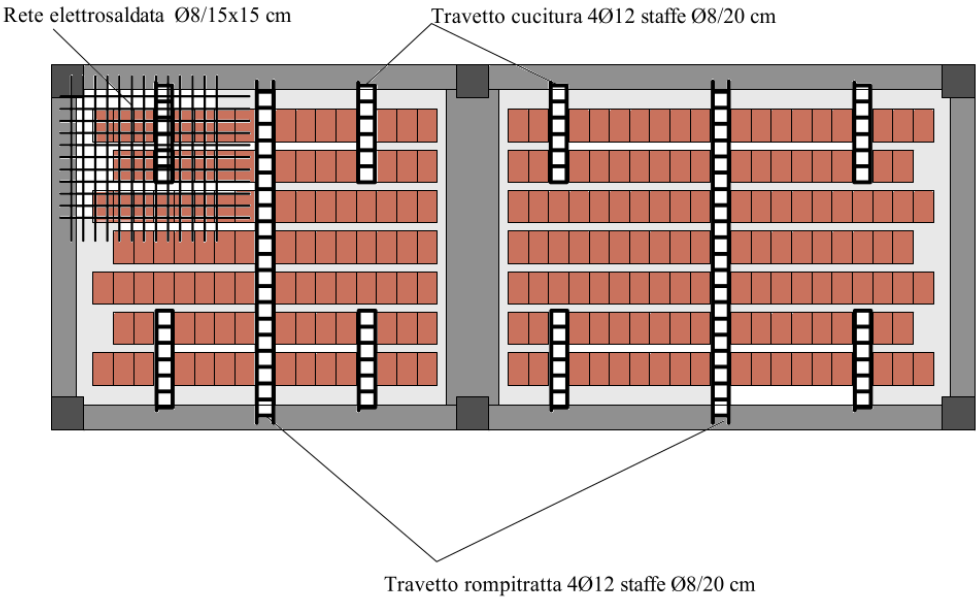
Schema	M_A	A_s	M_{AB}	A_s	M_B	A_s	M_{BC}	A_s	M_C	A_s
1	2193	2,70	2016	2,49	2856	3,53	3418	4,22	3159	3.9
2	2193	2,70	2223	2,74	2340	2,89	2319	2,86	2259	2,79
3	1568	1,93	1248	1,54	2557	3,15	3544	4,38	3159	3,9

Per la campata la max armatura di ferro è 4,38 cmq 4ϕ5+2ϕ10+2ϕ12 = 4,60cmq



Sezione sul travetto

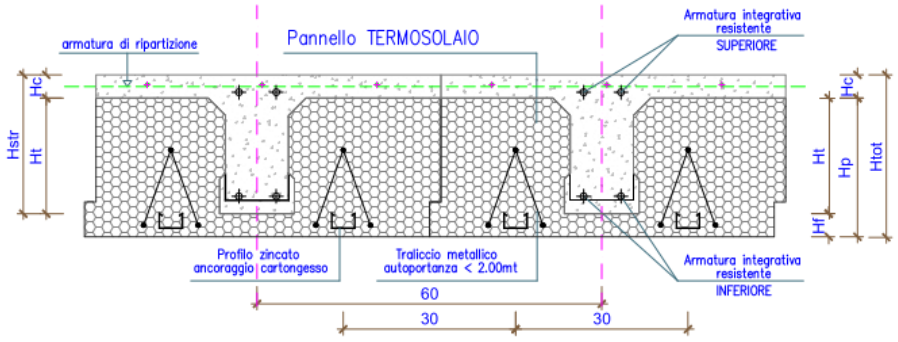




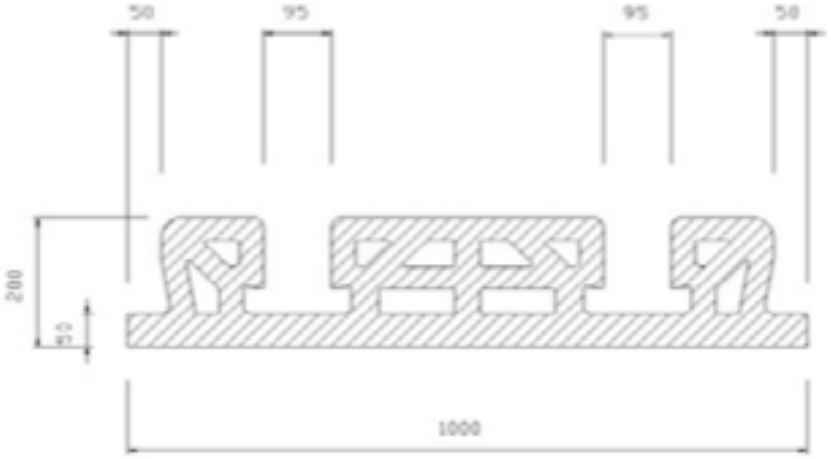
10-I solai in c.a. con blocco cassero

I blocchi cassero dei solai hanno una dimensione di 100-120 cm sono autoportanti per luci minore di 2 m , e portano il peso del solaio gettato in opera in c.a.

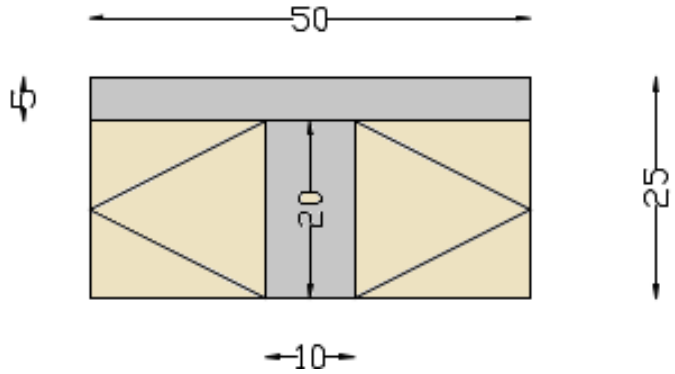
Bloccocassero in EPS



Blocco cassero in legno cemento

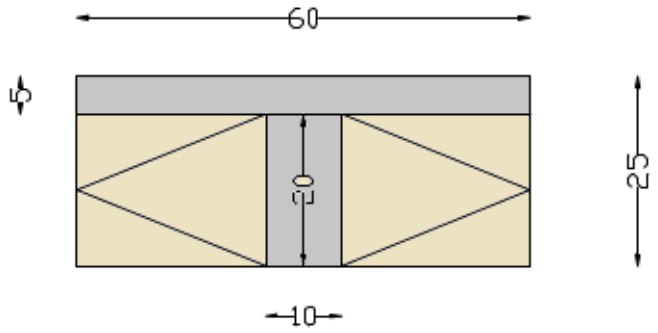


Possiamo individuare per i due sistemi costruttivi la seguenti sezioni resistenti di solaio in c.a. Per il blocco cassero in legno cemento H = 25 cm



base superiore $B_S = 50$ *cm*
altezza superiore $H_S = 5$ *cm*
base inferiore $B_i = 10$ *cm*
altezza inferiore $H_i = 20$ *cm*

per il blocco cassero in EPS H = 25 cm



base superiore B_S = 60 cm
altezza superiore H_S = 5 cm
base inferiore B_i = 10 cm
altezza inferiore H_i = 20 cm

Analisi dei carichi *peso /mq*

peso cassero

EPS	***10 kg/mq***	***Legno cemento***	***150 kg/mq***

Pesi propri strutturali G_{SK}
*travetti 0,10*0,20*1,00*2500 = 50 daN/mq*
*soletta 1,00*1,00*0,05* 2500 = 125 daN/mq*

Carichi permanenti G_{PK}
*intonaco 0,015 * 1,00*1,00*1800 = 30 daN/mq*
*massetto 0,04*1,00*1,00*1900 = 76 daN/mq*
*pavimento 0,02*1,00*1,00*2200 = 44 daN/mq*

incidenza tramezzi 80 Kg/mq

*intonaco 0,01*1800= 18 daN/ml*
laterizio 0,08 1100= 88 daN/ml*
*intonaco 0,01*1800= 18 daN/ml*

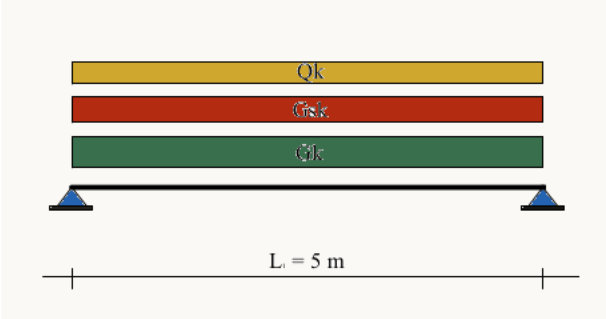
Carico accidentale *Qk = 200 daN/mq*
Per la verifica allo stato limite ultimo si considera la combinazione fondamentale

$F_d = \gamma_{GSK} * G_{SK} + \gamma_{GPK} * G_{GPK} + \gamma_Q * Q_K$

con i coefficienti parziali definiti dalle NTC

$F_d = 1,1*175 + 1,5*310 + 1,5*200 = 957,5 \approx 960$ *daN/mq*

lo schema statico del solaio di luce 5,00 m



Le sollecitazioni flettenti e taglianti

$V_A = V_B = Q_d * L/2$

$M_A = M_B = P_d * L^2 /16$

$M_{AB} = Q_d * L^2 /8$

Solaio	Q_d	V_A	V_B	M_A	M_B	M_{AB}
EPS	*576*	*1440*	*1440*	*900*	*900*	*1800*
LC	*480*	*1200*	*1200*	*750*	*750*	*1500*

Calcolo armature e verifica cls

Solaio	*As A*	*As B*	*As AB*	*h A*	*h B*	*h AB*
EPS	*110 mmq*	*110 mmq*	*220 mmq*	*20,8*	*20,8*	*12,04*
LC	*92 mmq*	*92 mmq*	*184 mmq*	*19,05*	*19,05*	*12,04*
	1 ϕ12	*1 ϕ12*	*2 ϕ12*			

*r = 0,22 M espresso in daN *cm e b in cm come riportato in tabella*

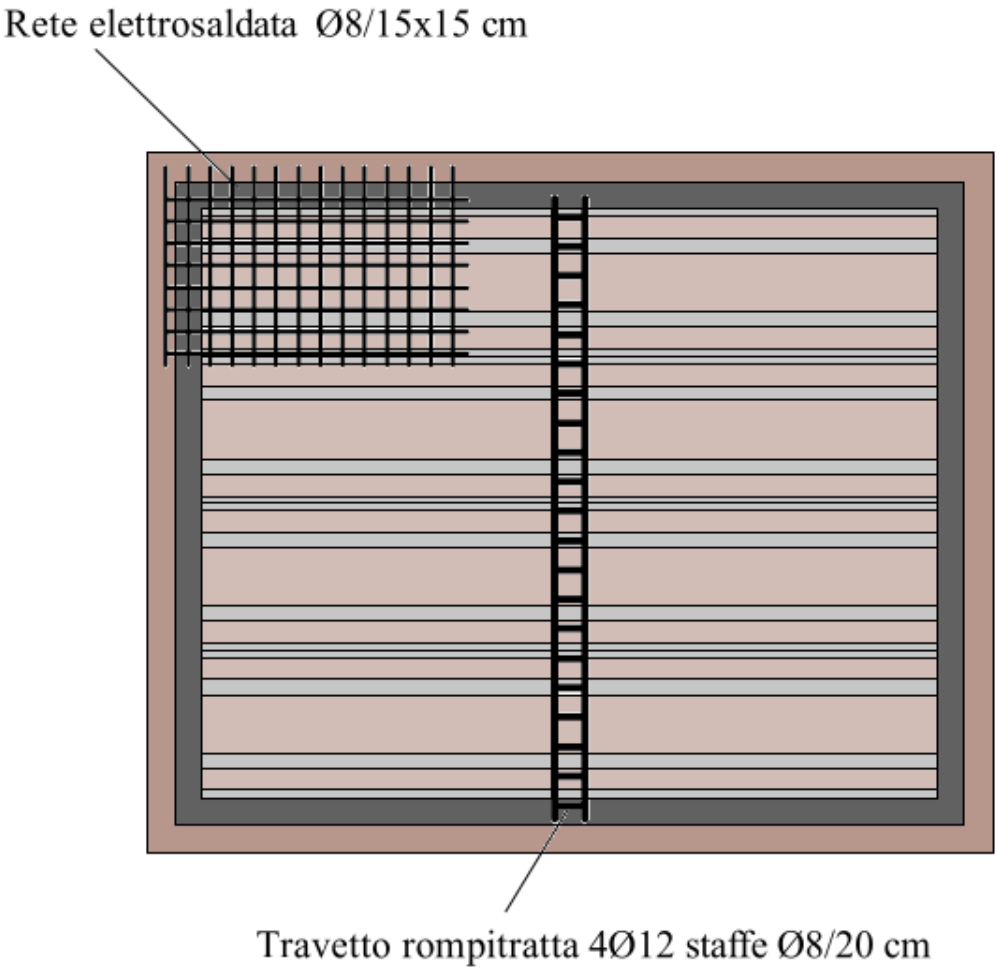
*As = M /(fyd*0,9* h) ; h = r*√(M/b) ;*

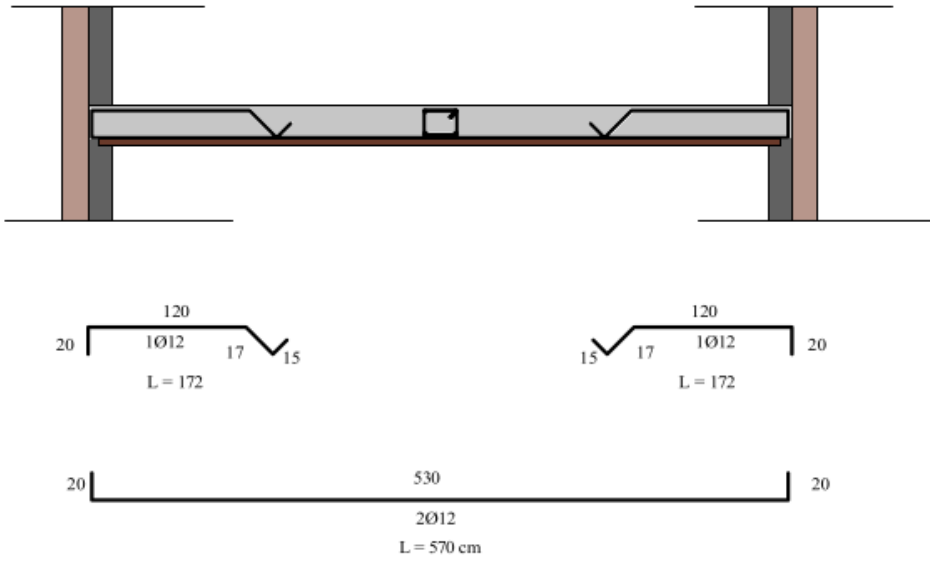
Verifica taglio sull'asse neutro che taglia la soletta b= 50 cm ÷ 60 cm

$\tau = V/I*S_X/b = V/0,9*b*h) = 1440/(0,9*50*23) = 1,39$ *daN/cmq*

	fck	*12*	*16*	*20*	*25*	*30*	*35*	*40*	*45*	*50*
$\gamma_C = 1,5$	τ_{RD}	*0,18*	*0,22*	*0,26*	*0,30*	*0,34*	*0,37*	*0,41*	*0,44*	*0,48*
$\gamma_C = 1,6$	τ_{RD}	*0,17*	*0,21*	*0,24*	*0,28*	*0,32*	*0,35*	*0,38*	*0,42*	*0,48*

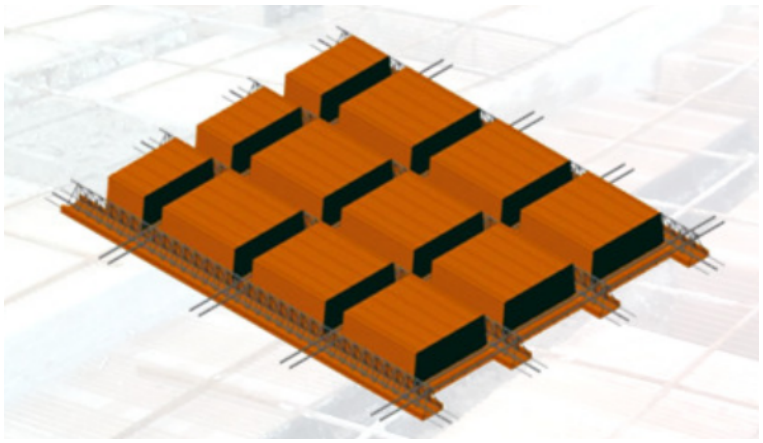
Riportiamo la carpenteria e la sezione sul travetto di un solaio in legno cemento



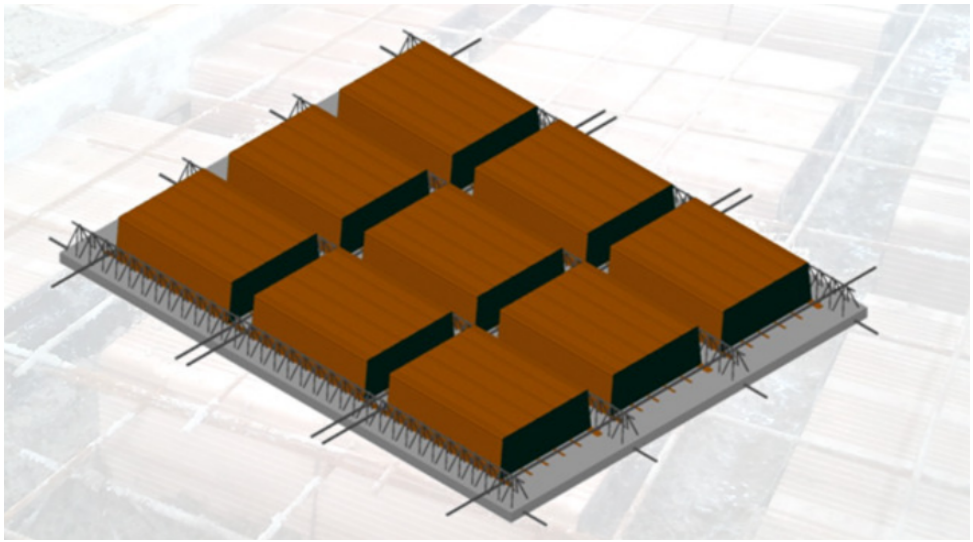


11-I solai in c.a. a doppia orditura

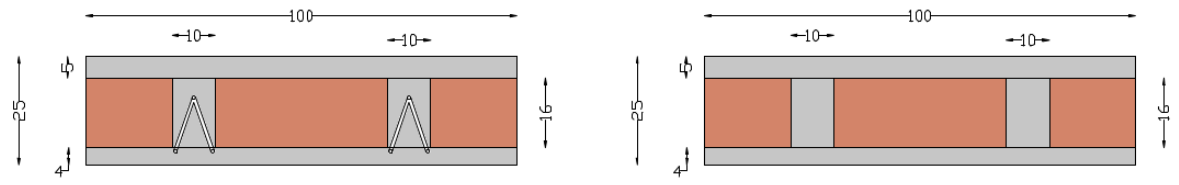
Il solaio a doppia orditura in cemento armato e laterizio è stato utilizzato negli edifici in cemento armato in paesi europei quali la Germania , in Italia si è sempre utilizzato il solaio unidirezionale con travetti precompressi più facile da mettere in opera pratica usuale della edilizia locale e italiana;con l'evoluzione della tecnologia costruttiva la posa in opera è diventata la stessa dei solai unidirezionali attraverso l'utilizzo di travetti tralicciati in latero cemento addirittura migliorata con l'uso di predalles. Il tipico solaio a doppia orditura è il solaio ***Ortosap*** *i cui vantaggi sono molteplici :*



- Ripartizione uniforme dei carichi sulle travi dell'impalcato senza predisporre la scachiera;
- Stessa rigidezza assiale dell'impalcato nelle due direzioni EA/L
- Aumento della resistenza flessionale utilizzabile per ambienti con grande affollamento Q = 500 daN/mq
- Minore deformabilità dovuta alla doppia orditura , freccia dimezzata
- In edificio in muratura previ l'ammorsamento del solaio nei muri perimetrali viene garantito il comportamento il scatolare della struttura muraria



La analisi dei carichi sul solaio H=20+5 , inserito in una maglia di travi ortogonali rettangolare 6x5 m la cui sezione la riportiamo in figura



G_K = 500 daN/mq
*Travetti 4*0,10*1,00*0,16 * 2500 = 160 daN/mq*
*Soletta cls 0,05*1,00*1,00*2500 = 125 daN/mq*
*Soletta predalles 0,04*1,00*1,00*2500 = 100 daN/mq*
*Pignatte 2*0,40*0,16*1,00*700 = 112 daN/mq*

G_{SK} = 210 daN/mq
Massetto e isolante 70 daN/mq
Pavimento 30 daN/mq
Controsoffittatura 30 daN/mq
Incidenza tramezzi 80 daN/mq

Q_K = 200 daN/mq

il carico complessivo permanente e accidentale per lo stato limite ultimo SLU

Q_P = 965 daN/ml Q_K =300 daN/ml

il carico complessivo permanente e accidentale per lo stato limite di esercizio SLE

Q_P = 710 daN/ml Q_K =200 daN/ml

Il calcolo del solaio lo si esegue alla Grashof utilizzando la coppia di travi ortogonali centrali , la cui ripartizione dei carichi viene eseguita eguagliando la freccia in mezzeria

$5/384*Q_1*L_1^4/(EI) = 5/384*Q_2*L_2^4/(EI)$ L_1= 6 m; L_2= 5 m;

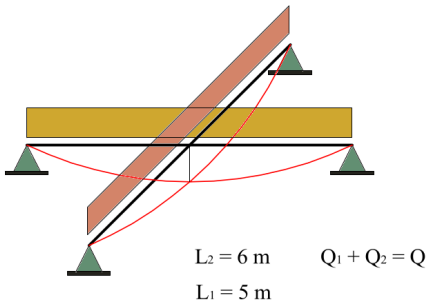
$Q = Q_1+Q_2$; $Q_1 = Q - Q_2$; $(Q - Q_2)*L_1^4 = Q_2*L_2^4$;

$Q_2 = Q*L_1^4/(L_1^4+L_2^4)$; $Q_1 = Q*[1-L_1^4/(L_1^4+L_2^4)]$

Q_{P2} = 651daN/ml Q_{K2} =202daN/ml Q_{P1}= 314 daN/ml Q_{K1} =98 daN/ml SLU

Q_{P2} = 478 daN/ml Q_{K2} = 232 daN/ml Q_{P1}= 314 daN/ml Q_{K1} =66 daN/ml SLU

Schema statico e sollecitazioni SLU



Trave	*Luce*	*Q*	M_A	M_{AB}	M_C	V_A	V_B
1	*6*	*853*	*2559*	*3838*	*2559*	*2559*	*2559*
2	*5*	*412*	*858*	*1287*	*858*	*1030*	*1030*

Le verifiche del solaio *C 30-37 FEC450 h = H-c = 23 cm*

f_{cd}= 0,85*0,83*R_{ck}/γ_C = 175 daN/cmq f_{yd}=450/1,15= 3910 daN/cmq

Calcestruzzo $h = r^* \sqrt{M/b}$; $r = 1/(0{,}6425*\alpha*f_{cd}*0{,}259*0{,}9)^{1/2}$ =0,195

Verifica cls campata direzione *1 e 2 b = 100 cm*

h = 12 cm < 23 cm ; h = 7 cm < 23 cm ;

Verifica cls appoggi *b = 20 cm per la predalles si può considerare b = 100 cm*

h = 22 cm < 23 cm ; h = 12,77 cm < 23 cm ;

Armature
Campata direzione 1 e 2 ; $A_S = M/(0{,}9*h*f_{yd})$;

A_{S1} = 5,74 cmq = A_{S21}= 1,92 cmq 2ϕ12 un ferro per travetto

Appoggi direzione 1 e 2

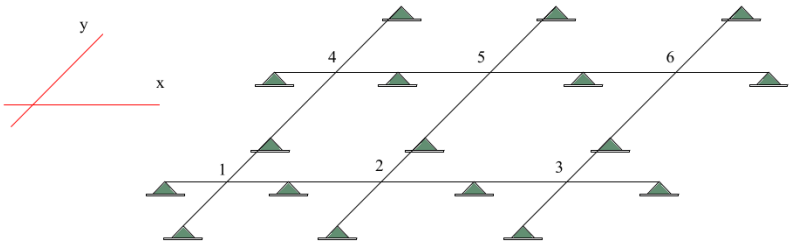
A_{S1} = 3,16 cmq = 2ϕ12 + 2ϕ12 ; A_{S1} = 1.06 cmq = 1ϕ10 + 1ϕ10 ;

$\tau = V/I*S_X/b = V/0{,}9*b*h) = 6{,}18$ cmq

L'asse neutro taglia la soletta si può utilizzare una b= 100 cm o una fascia semipiena b= 50 cm
$\tau = V/0{,}9*b*h) = 3{,}09$ cmq

	fck	12	16	20	25	30	35	40	45	50
$\gamma_C = 1,5$	τ_{RD}	0,18	0,22	0,26	0,30	0,34	0,37	0,41	0,44	0,48
$\gamma_C = 1,6$	τ_{RD}	0,17	0,21	0,24	0,28	0,32	0,35	0,38	0,42	0,48

Il solaio a doppia orditura inserito in un impalcato di un edificio in cemento armato con travi ortogonali ha un comportamento a piastra globale , ovvero lo schema statico è quello di trave continua su più appoggi nelle due direzioni e non di doppi trave appoggiata .Il calcolo manuale diventa complicato soprattutto per quanto concerne la definizione dei carichi ed il passaggio allo schema statico unidirezionale di trave continua

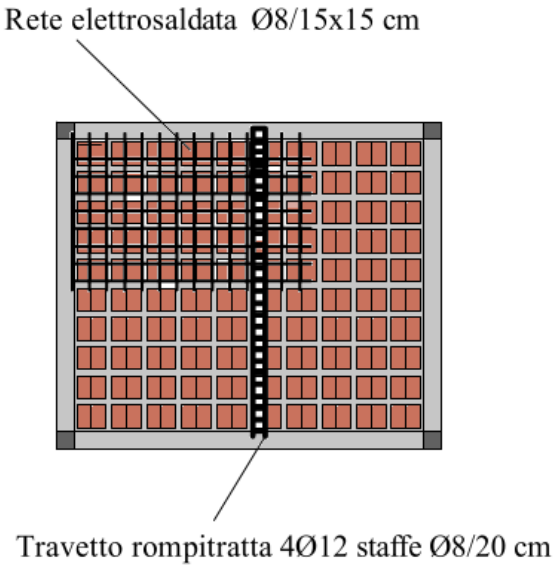


Per determinare il carico agente su ogni campata è necessario eguagliare lo spostamento verticale nei nodi delle due direzioni

$f_{1X} = f_{1Y}$; $f_{2X} = f_{2Y}$; $f_{3X} = f_{3Y}$; $f_{4X} = f_{4Y}$; $f_{5X} = f_{5Y}$; $f_{6X} = f_{6Y}$;

è opportuno utilizzare un software di calcolo che ci consenta di risolvere lo schema statico verificare il solaio determinando le armature nelle due direzioni

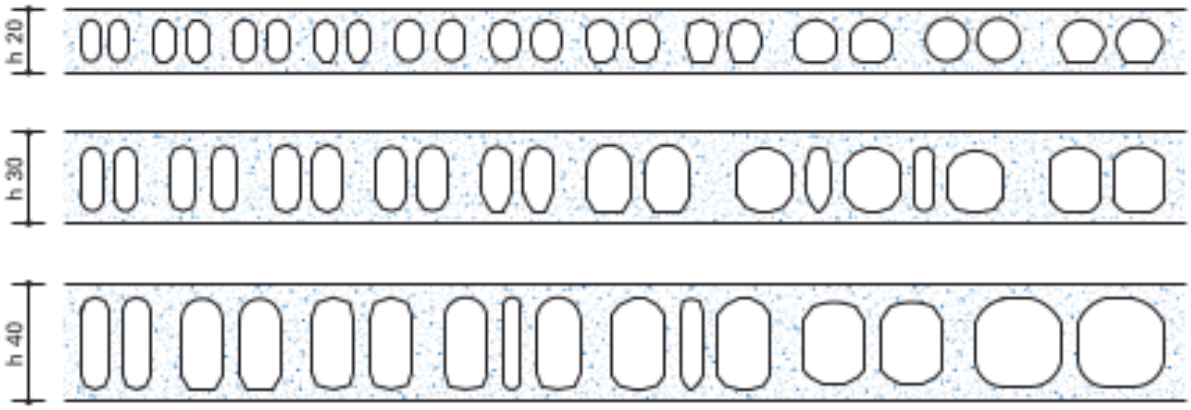
Riportiamo la carpenteria del solaio ***Ortosap***



12-I solai alveolari

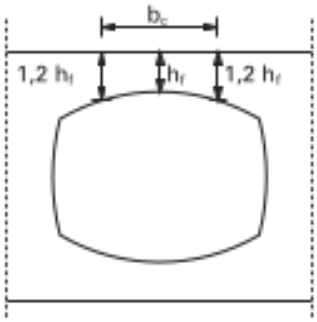
I solai alveolari costituiscono una tipologia particolare di impalcati in solo calcestruzzo con vuoti di alleggerimento e possono essere precompressi, o ad armatura lenta. L'alleggerimento è ottenuto realizzando nello spessore dell'elemento prefabbricato a lastra, dei fori longitudinali "alveoli" di opportune dimensioni per creare delle nervature che, con le solettine di intradosso e di estradosso, costituiscono la sezione in calcestruzzo da precomprimere con il sistema dell'armatura pre-tesa aderente. L'acciaio armonico di precompressione costituisce l'unica armatura della lastra alveolare che risulta pertanto priva di armatura a taglio. La capacità taglioresistente della struttura viene interamente affidata alla resistenza a trazione del calcestruzzo, cui il processo produttivo deve pertanto garantire qualità costante controllata e certificata.

La migliore soluzione per questa tipologia di solaio adatta a coprire grandi luci è utilizzare calcestruzzo leggero strutturale con peso specifico di 1600 kg/mc combinando la resistenza con la capacità di isolamento termico. La produzione delle lastre prefabbricate avviene in stabilimento con stagionature del calcestruzzo e relativo controllo su piste dove vengono tesati i cavi , la prefabbricazione è a cavi aderenti. Le sezioni dei solai alveolari possono avere forme differenti con percentuali di vuoti fino al 40% per solai di altezza 20 cm, 50%; 70% per solai di altezza superiore.



Esistono delle limitazioni per quanto concerne lo spessore minimo delle nervature e delle solette riportate nelle norme UNI

$b_{min} \geq [h/10;\sqrt{2h};\ 20;\ d_G+5]$; $h_{fmin} \geq [\sqrt{2h};17;\ d_G+5]$; $h_{fsup} \geq d_G+5$;
la unità di misura è mm
h spessore del manufatto
d_G *dimensione massima aggregato*
b_C *larghezza superiore della voltina compresa tra* $1{,}2*h_{fsup}$



Le nervature di solito hanno uno spessore di 30÷35 mm , mentre le voltine 25÷30 mm. Per quanto concerne le armature di precompressione da inserire nella lastra di solaio vengono definite le distanze minime da rispettare sia per l'armatura dolce che per i trefoli :

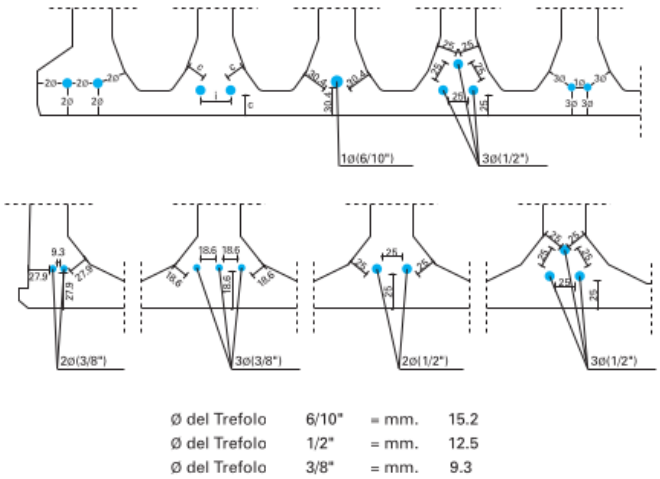
Trefoli *:*
interferro orizzontale $i_h \geq [\phi;\ 20\ mm;d_G+5mm]$
interferro verticale $i_V \geq [\phi;\ 10\ mm;d_G]$

Armatura dolce :
interferro $i \geq [\phi;\ 20\ mm;d_G]$

I valori di ricoprimento per le armature :

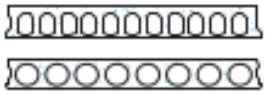
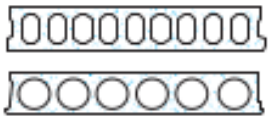
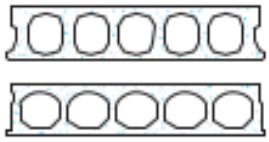
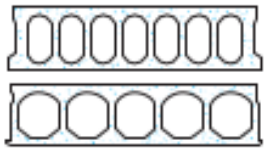
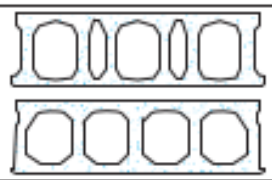
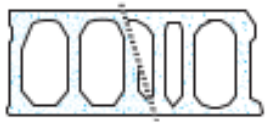
$c \geq 2\phi$; *interasse tra i cavi* $i \geq 3\phi$; $c \geq 3\phi$; *interasse dei cavi* $i \leq 2{,}5*\phi$

ϕ *diametro del trefolo*

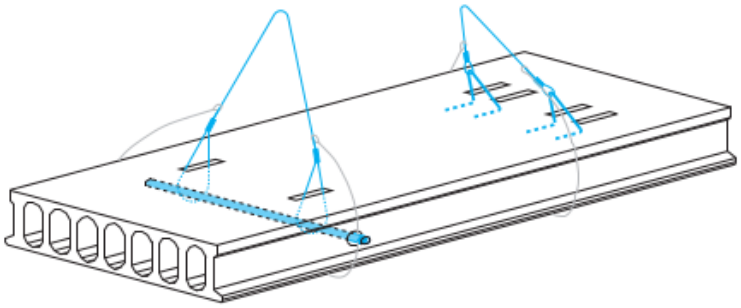


Le caratteristiche geometriche delle lastre :

Tab. 2.4

Le caratteristiche statiche fornite valgono per la larghezza standard della lastra = 1200 mm	Spessore h mm	Peso proprio kN/m²	Peso proprio in opera kN/m²	Armatura max mm²	I senza cappa cm⁴	M max senza cappa kNm	V max senza cappa kN	h cappa cm	I con cappa cm⁴	M max con cappa kNm	V max con cappa kN
	**150**	2,30	2,45	900	27.400	65	40	4	52.000	80	45
	**200**	2,80	3,00	1.130	66.000	115	50	4	110.000	140	60
	**250**	3,30	3,50	1.180	120.000	160	70	4	190.000	185	80
	**300**	3,60	4,00	1.450	205.000	230	80	4	310.000	275	90
	**350**	4,00	4,40	1.600	315.000	320	90	6	520.000	380	100
	400	4,70	5,30	1.900	465.000	420	105	6	700.000	480	120
	**500**	5,70	6,50	2.300	900.000	630	135	8	1.400.000	720	155
	600	6,40	7,40	2.500	1.450.000	760	140	8	2.200.000	870	170
	700	7,30	8,40	2.650	2.200.000	980	170	8	3.200.000	1080	205

La produzione e fabbricazione delle lastre alveolari viene eseguita attraverso una vibrofinitrice produce una pista di lastre alveolari avanzando con la velocità 1,10÷1,50 m/min , si procede con la stagionatura e maturazione del calcestruzzo avendo predisposto i trefoli che ad una data prefissata della maturazione 14- 15 gg vengono tagliati precomprimendo la lastra di solaio con la tecnica dei cavi aderenti. Le lastre tramite mezzi di trasporto il codice della strada prescrive in caso di camion con rimorchio o autoarticolato per trasporti speciali anche lunghezze superiori a 18,75 m ovviamente vanno studiati accuratamente gli itinerari e le caratteristiche delle strade da percorrere. La posa in opera delle lastre una volta giunte in cantiere avviene tramite sollevamento con gru nel pieno rispetto delle norme di sicurezza



Per quanto concerne la altezza del solaio la si determina i funzione dello schema statico e deve soddisfare le seguenti limitazioni:

$h \geq L/35$ *per solai in semplice appoggio*

$h \geq L/42$ *per solai in semplice appoggio con condizione di semincastro*

Il solaio alveolare può essere realizzato anche con soletta integrativa spessore s

$h + s/2 \geq L/35$ *per solai in semplice appoggio*

$h+s/2 \geq L/42$ *per solai in semplice appoggio con condizione di semincastro*

Le limitazioni imposte alla deformabilità e quindi alla freccia

$f \leq L/1000$ *per carichi istantanei precompressione peso proprio*

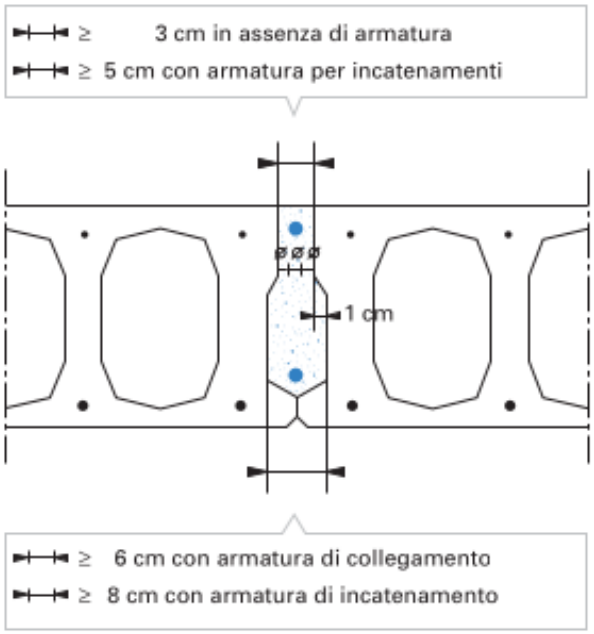
$f \leq L/500$ *per carichi permanenti*

Per solai di copertura

$h \geq L/50$ *solai su semplice appoggio*

$h \geq L/55$ *solai su trave continua*

Il buon funzionamento di un solaio alveolare dipende dalla unione tra le lastre ed il relativo getto di completamento non solo per la ripartizione del carico tra le lastre ma soprattutto per la rigidezza assiale dell'impalcato dove gli spostamenti orizzontali relativi tra le lastre e quindi la unione deve esser continua e rigida. La unione a nocciolo viene realizzata come riportata in figura



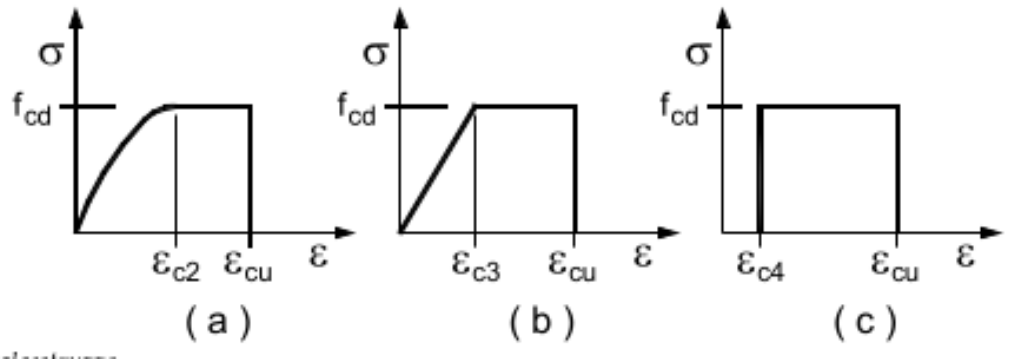
Eseguiamo il calcolo di un solaio alveolare di luce 13 m su semplice appoggio per edificio adibito ad attività commerciale Store su due piani, analizzando 2 possibili soluzioni

- Solaio alveolare precompresso il cls
- Solaio alveolare precompresso in cls leggero

-Solaio Alveolare in c.a.p

Prima di definire le caratteristiche geometriche della lastra di solaio di larghezza 120 cm e altezza h= 40 cm , definiamo le caratteristiche meccaniche e i legami costituti vi dei materiali utilizzati quali :
Calcestruzzo C45-55
Acciaio armonico
Acciaio normale FEC450

Calcestruzzo C45-55
La resistenza di progetto a compressione $f_{Cd} = 0,83*0,85*f_{CK}/1,5 = 258$ *daN/cmq*
Resistenza di progetto a trazione $f_{Ctd} = f_{Ctk}/1,5 = 46$ *daN/cmq*
$f_{Ctk} = 1,2*0,30*f_{Ck}^{2/3}$
i diagrammi tensione deformazione per il cls

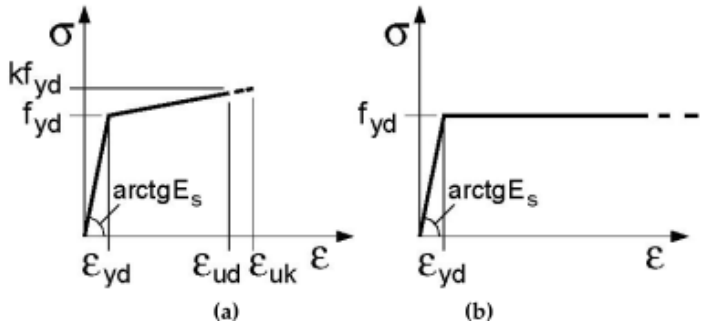


$\varepsilon_{CU} = 0{,}0035$; $\varepsilon_{C2} = 0{,}002$; *diagramma parabola rettangolo*
$\varepsilon_{CU} = 0{,}0035$; $\varepsilon_{C3} = 0{,}00175$ *\diagramma bilineare*
$\varepsilon_{CU} = 0{,}0035$; $\varepsilon_{C4} = 0{,}0007$ *\diagramma rettangolare*

Acciaio dolce FEB450C

$f_{yd} = 4500/1{,}15 = 3910$ *daN/cmq*

Si considera un diagramma elastoplastico ideale



$\varepsilon_{SU} = 0{,}01$; $\varepsilon_{YD} = f_{yd}/E_s = 3910/2060000 = 0{,}00189$

Acciaio armonico trefoli

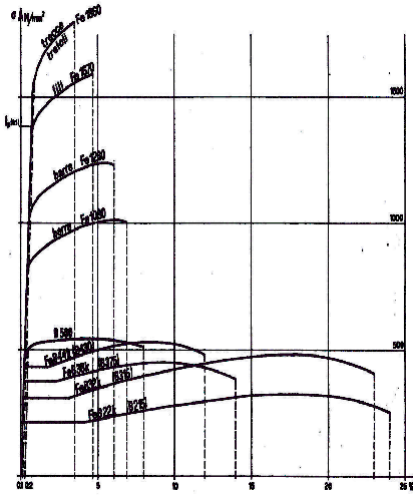
Gli acciai per armature da precompressione devono possedere proprietà meccaniche e di duttilità, garantite dal fabbricante,

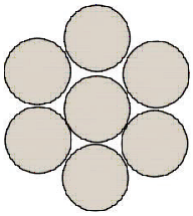
Tab. 11.3.VIII

Tipo di acciaio	Barre	Fili	Trefoli e trecce	Trefoli compattati
Tensione caratteristica al carico massimo f_{ptk} N/mm²	≥ 1000	≥ 1570	≥1860	≥ 1820
Tensione caratteristica allo 0,1 % di deformazione residua - scostamento dalla proporzionalità $f_{p(0,1)k}$ N/mm²	na	≥ 1420	na	na
Tensione caratteristica all'1 % di deformazione totale ……$f_{p(1)k}$ N/mm²	na	na	≥1670	≥ 1620
Tensione caratteristiche di snervamento f_{pyk} N/mm²	≥ 800	na	na	na
Allungamento totale percentuale a carico massimo A_{gt}	≥ 3,5	≥ 3,5	≥3,5	≥ 3,5

Na=non applicabile

Per i trefoli la resistenza a trazione di calcolo $f_{pyd} = 18600/1{,}15 = 16173$ *daN/cmq*

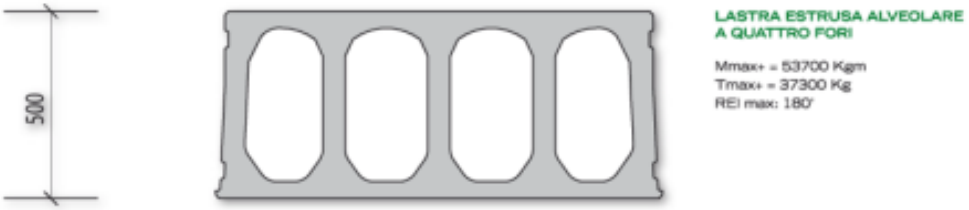




La tensione di snervamento corrisponde al 0,2% mentre la deformazione ultima è sempre pari a 1%

-Sezione della lastra di solaio alveolare

Si utilizza una lastra in c.a.p. avente un altezza di 50 cm rispettando la limitazione $h \geq L/35 = 33$ *cm la cui sezione a 4 fori è riportata in figura*



M_{max}*= 53700 daNm ;* V_{max} *=37300 daN ; Resistenza al fuoco REI 120 min*

Il peso della lastra è 540 daN/mq .

Le aziende di prefabbricati forniscono al progettista direttamente la scheda tecnica con il carico e le sollecitazioni che il solaio è in grado di sopportare senza necessità da parte del progettista di eseguire calcoli strutturali che eseguono i tecnici aziendali. La analisi dei carichi :

G_K = 540 daN/mq *peso proprio*

G_{SK} = 230 daN/mq *carichi permanenti*
Massetto e isolante 70 daN/mq
Pavimento 30 daN/mq
Controsoffittatura 30 daN/mq
Incidenza tramezzi 120 daN/mq

Q_K = 500 daN/mq *carico accidentale centri commerciali*

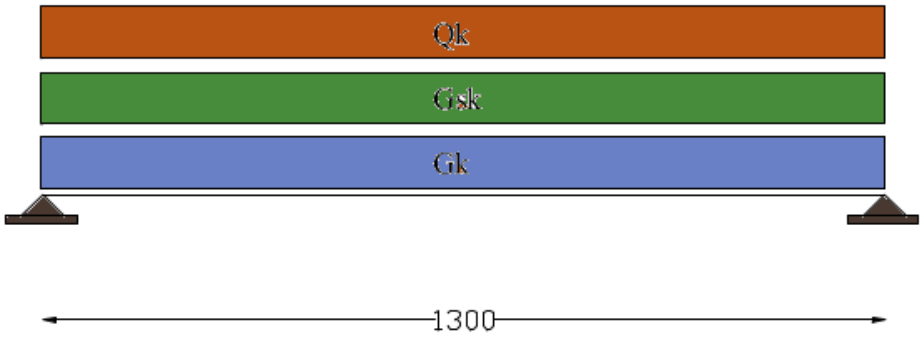
il carico complessivo permanente e accidentale per lo stato limite ultimo SLU

Q_P = 1256 daN/ml Q_K =750x1,20 = 900 daN/ml

il carico complessivo permanente e accidentale per lo stato limite di esercizio SLE

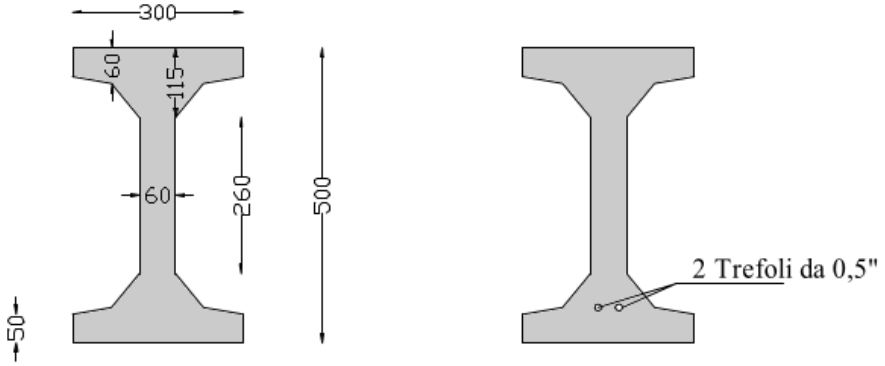
Q_P = 924 daN/ml Q_K =600 daN/ml

Lo schema statico del solaio:



*Le sollecitazioni SLU M = 45545 daN*m ; V=14014 daN*

Il calcolo concerne la verifica della lastrta alveoolare la cui nervatura è riportata in figura armata con due trefoli da 0,5 pollici ϕ= 1,25 cm



E' una trave precompressa le verifiche da eseguire sono al taglio dei trefoli in fase di esercizio per la deformabilità, vibrazione e fessurazione ed allo stato limite ultimo. Le verifiche le eseguiamo sia nella ipotesi di comportamento elastico lineare per il cls che per diagramma parabola rettangolo.
Le formule di verifica al taglio dei fili

$\sigma_{CP} = N_O/A - N_O*e*y_S / I + M_O*y_S /I$ *tensione di compressione iniziale tiro*

$\sigma_{TP} = N_O/A + N_O*e*y_i / I - M_O*y_i /I$ *tensioni di trazione iniziale tiro*

Il momento da considerare è solo quello relativo al peso proprio

$M = 540*L^2/8 = 13230\ daN*m$

Le formule di verifica allo stato limite ultimo con la posa in opera del solaio

$\sigma_C = \beta * N_O/A - \beta*N_O*e*y_S/I + M*y_S/I$ *tensione di compressione esercizio*

$\sigma_T = \beta*N_O/A+\beta* N_O*e*y_I/I - M*y_I/I$ *tensioni di trazione esercizio*

β *coefficiente < 1 che tiene conto delle cadute di tensione , ritiro, rilassamento,fluage deformazione elastica*

La verifica allo stato limite ultimo con diagramma cls parabola rettangolo
Se l'asse neutro taglia la parte superiore della trave il calcolo della risultante degli sforzi di compressione è analogo ad una sezione rettangolare;

$C=\alpha*fcd*X*B*\psi$;

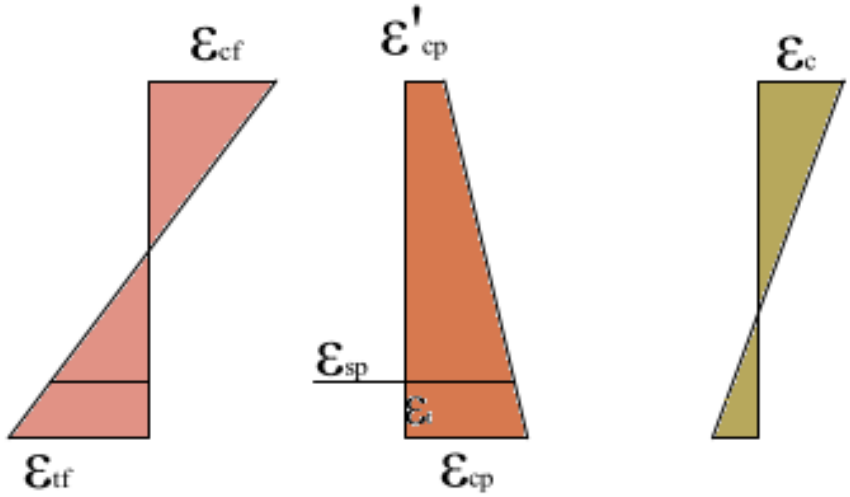
Se taglia l'anima della trave possiamo considerare l'area compressa come somma di due rettangoli

$C = \alpha*fcd*X*t*\psi_1 + \alpha*fcd*X*(B-t)*\psi_2$;

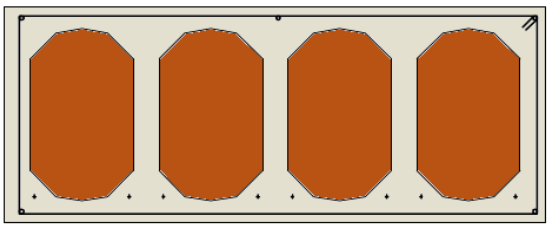
L'equazione di equilibrio alla traslazione

$C-T = 0$ *con* $T = \sum A_{SI}*\sigma_{SI}$ *armatura dolce inferiore*

è evidente che si è utilizzato un diagramma delle deformazioni lineare tenendo conto della deformazione di precompressione nell'acciaio



Le caratteristiche geometriche della sezione alveolare



Coefficiente di omogeneizzazione n= 15
Baricentro dei cavi X= 0 Y = 5 cm
Area della sezione di cls $A_C = 2400$
Area della armatura dolce $A_S = 6\phi10 = 4{,}74$ *cmq*
Area dei trefoli da precompresione n° 8 $A_{SP} = 8 * 1{,}26$ *cmq = 10,08 cmq*
Area omogeneizzata A=2622 cmq
Baricentro sezione omogenea $Y_G = 23{,}84 \approx 24$ *cm*
momento di inerzia $I = 686486\ cm^4$
modulo di resistenza inferiore $W_i = 28603$
modulo di resistenza Superiore $W_s = 26403$
Tensione di trazione nel singolo trefolo al taglio dei cavi 16700 daN/cmq
Sforzo normale iniziale $N_O = 141120$ *daN*
Eccentricità e = 19 cm

Verifica al taglio dei cavi
Momento da peso proprio $M_O = 11407$ *daN*m* $N_O = 141120$ *daN*

$\sigma_{TP} = N_O/A - N_O*e/W_S + M_O/W_S = 141120/2622 - 141120*19/26403 + 1140700/26403 = -4{,}5 > -36$

$\sigma_{CP} = N_O/A + N_O*e*W_i - M_O/W_i = 141120/2622 + 141120*19/28603 - 1140700/28603 = 112 < 416$

Cadute di tensione
Caduta elastica $\Delta\sigma = 2060000*0{,}0002679 = 551$ *daN/cmq*
Rilassamento 25 daN/cmq
Fluage $\Delta\sigma = 1379$ *daN/cmq*
Ritiro $\Delta\sigma = 370$ *daN/cmq*

Sforzo normale $N = N_O - A*\sum\Delta\sigma = \beta* N_O = 0{,}833*141120 = 117195$ *dAN*

Verifica in fase elastica lineare $M = 45545$ *daN*m* $\beta* N_O = 117195$ *daN*

$\sigma_C = \beta* N_O/A - \beta*N_O*e*y_S/I + M*y_S/I = 117195/2622 - 117195*19/28603 + 4554500/28603 = 126 < 205$

$\sigma_T = \beta*N_O/A + \beta* N_O*e*y_I/I - M*y_I/I = 117195/2622 + 117195*19/28603 - 4554500/28603 = -36 > -36$

*M =45545 daN*m ; V=14014 daN*

Calcolo della freccia in condizioni di esercizio Q = 1524 daN/m

$f = 5/384*Q*L^4/(EI) = 3,49\ cm < L/250 = 5,2\ cm\ >\approx\ L/ = 2,6\ cm$

La funzionalità non è pregiudicata, si possono avere dei problemi per i trramezzi e gli infissi.

Verifica a taglio della lastra

$\tau = V/I^* S_X/b = 3,26\ daN/cmq \leq \tau_{RD} = 4,8\ daN/cmq$

Il calcolo della tensione tangenziale lo si esegue come per le sezioni pressoinflesse sul fibra baricentrica della sezione reagente

	fck	12	16	20	25	30	35	40	45	50
$\gamma_C = 1,5$	τ_{RD}	0,18	0,22	0,26	0,30	0,34	0,37	0,41	0,44	0,48
$\gamma_C = 1,6$	τ_{RD}	0,17	0,21	0,24	0,28	0,32	0,35	0,38	0,42	0,48

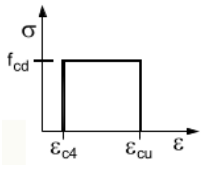
Si verifica il solo cls la predisposizione di armature a taglio nella lastra presenta delle chiare difficoltà di inserimento nelle nervature verticali.

Verifica a fessurazione

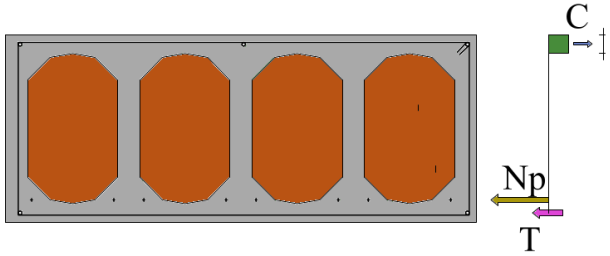
La verifica a fessurazione non si rende necessaria poichè a solai ultimato la zona compresa è qualle inferiore mentea quella tesa superiore dove non vi sono trefoli di acciaio armonico.

Calcolo del momento di rottura

Si considera per il cls il seguente legame costitutivo tensioni deformazioni come da normativa



$\varepsilon_{CU} = 0,0035$; $\varepsilon_{C4} = 0,0007$ *diagramma rettangolare*



La rottura avviene per attingimento della max deformazione nell'acciaio pari a 0,01 l'equilibrio alla traslazione considerando anche lo sforzo di precompressione
$C+P-T=0$; $C=\alpha*fcd*X*b*\psi+\sum f_{yd}*A_s$; $P=N_P$ $T=\sum f_S*A_s$

$\alpha*fcd*S - \sum f_{yd}*A_s - P + \sum f_S*A_s = 0$

Il diagramma delle tensioni è costante , l'area S è definita dalla profondità del diagramma rettangolare corrispondente alle deformazioni ε_C *e 0,0007*
$\varepsilon_C /x = 0,01/(28-x)$; $\varepsilon_C = 0,01*x/(28-x)$; $\varepsilon'_s /(x-c) = 0,01/(28-x)$

$\varepsilon'_s = 0,01*(x-2)/(28-x)$ $\varepsilon_C /x = 0,0007/d$; $d =0,0007/[0,01/(28-x)]$

$S = 120*(0,0007/[0,01/(28-x)]$

$0,85*0,83 *550* 120*0,0007/[0,01/(28-x)] - 117195 + 2100000*0,01*(x-2)/(28-x)*2*0,79 - 3*0,79*3910= 0$

$3259 + -328460 +117195*x -66360 + 33180*x - 259467+9266x= 0$ $x = 4,07$ cm

$M_{RD} = 0,85*0,83 *550* 120*4,07 + 117195* (45-4,07) +3*0,79*3910*(28-4,07) + 26538$

$M_{RD} =52352$ daN*m > $M_{SD} =45545$ daN*m

La stessa lastra di solaio alveolare possiamo realizzarla in calcestruzzo leggero , con le stese dimensioni forma armartura dolce e di precomporessione utilizzando un cls leggero di classe LC 50-55 peso specifico 1750 kg/mc

Tabella C4.1.V - *Classi di resistenza a compressione per il calcestruzzo leggero strutturale*

Classe di resistenza a compressione	Resistenza caratteristica cilindrica minima f_{lck} [N/mm²]	Resistenza caratteristica cubica minima R_{lck} [N/mm²]
LC 16/18	16	18
LC 20/22	20	22
LC 25/28	25	28
LC 30/33	30	33
LC 35/38	35	38
LC 40/44	40	44
LC 45/50	45	50
LC 50/55	50	55
LC 55/60	55	60

Il modulo elastico $E_{LC}= \eta*E_C =227772$ daN/cmq
dove $\eta=(1750/2200)^2 = 0,6327$

G_K = 430 daN/mq *peso proprio*

G_{SK} = 230 daN/mq *carichi permanenti*
Massetto e isolante 70 daN/mq
Pavimento 30 daN/mq
Controsoffittatura 30 daN/mq
Incidenza tramezzi 120 daN/mq

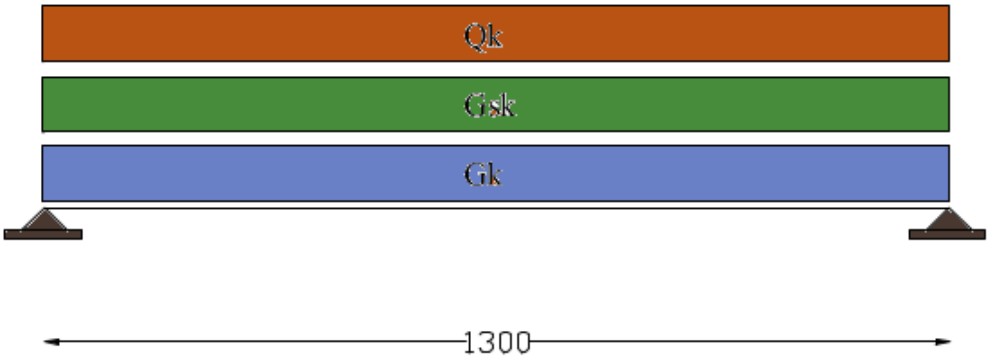
Q_K = 500 daN/mq *carico accidentale centri commerciali*

il carico complessivo permanente e accidentale per lo stato limite ultimo SLU

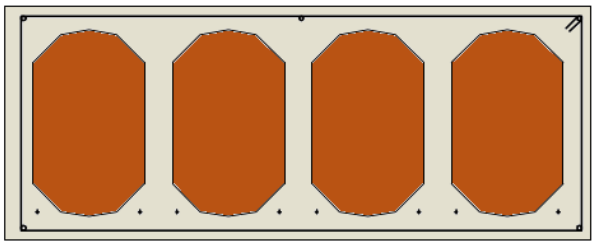
Q_P = 1085 daN/ml Q_K =750x1,20 = 900 daN/ml

il carico complessivo permanente e accidentale per lo stato limite di esercizio SLE

Q_P = 792 daN/ml Q_K =600 daN/ml



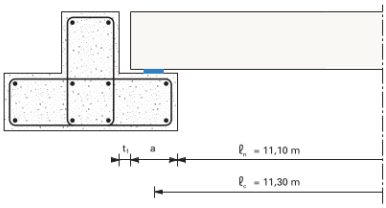
*Le sollecitazioni SLU M =41933 daN*m ; V=12902 daN*



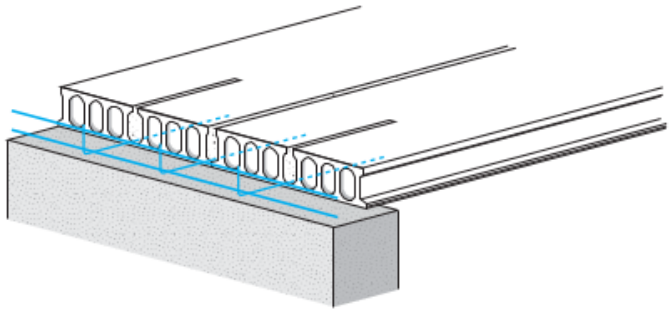
Il calcestruzzo leggero è meno del cls normale la prima verifica che eseguiamo è quella della freccia Q = 1392 daN/ml

$f = 5/384*Q*L^4/(EI) = 3,32$ cm < L/250= 5,2 cm >≈ L/500 = 2,6 cm

In virtù del peso proprio della lastra ridotto si ha una minore defiormazione verticale, per cui è preferibile realizzare le lastre alveolari in calcestruzzo leggero.
Le verifiche le omettiamo poichè il clacrestruzzo leggero utilizzato ha la medesima classe di resistenza ed il carico sullatra alveolare è più basso.
Per quanto concerne gli appoggi delle lastre sulle travi



Per un appoggio intermedio deve essere realizzata la continuità

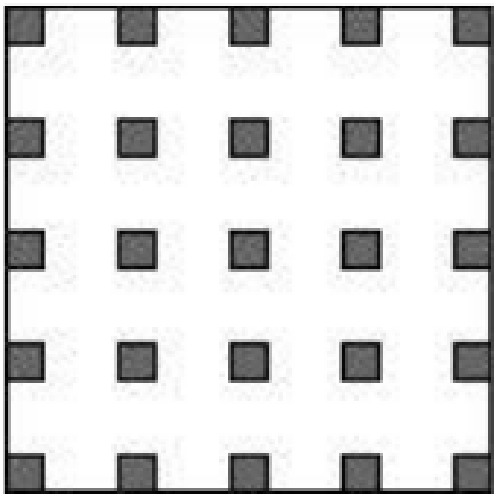


14- I solai a fungo in c.a.

I solai a fungo sono dei solai bidirezionali con funzionamento a piastra dove nell'impalcato no sono presenti travi ortogonali , la struttura intelaiata in cemento armato è costituita dai pilastri e dalle piastre di solaio adatti per coprire grandi superfici maggiorando l'interasse tra i pilastri. Gli elementi di allegerimento sono in plastica

Per quanto concerne lo spessore del solaio
H > L/35 per campate interne
H > L/30 per campate terminali di bordo

La struttura si compone di soli pilastri come in figura



Il vantaggio è che l'impalcarto ha una elevata rigidezza assiale per la ripartizione delle forze sismiche sui pilastri ; il calcolo viene eseguito attraverso una modellazione FEM dell'elemento plate-shell , vanno eseguite verifiche allo stato limite di esercizio freccia e vibrazione

δ < L/500; in modo che la deformazione non interferisca con infissi e tramezzi
δ< L/250 per garantire la funzionalità del solaio

La frequenza fondamentale di vibrazione f > 3Hz calcolata per una piastra

$f = 1/(2*\pi)*\sqrt{(g/\delta)}$ > 3 Hz in modo che non si abbiano fastidiose virbazioni.

Le verifiche allo SLU al solito sono a flessione semplice e a taglio considerando una striscia ad esempio di 100 cm nelle due direzioni tenendo conto degli elementi in pladtica e della effettiva sezione della piastra

$h = r*\sqrt{(M/b)}$; $As = M/(0,9*h*fyd)$

in campata per momento positivo e agli appoggi perr momento negativo sempre nelle due direzioni con le relative sollecitazioni

$\tau = V/I* S_X/b \leq \tau_{RD}$

Per questa tipologia di solaio è molto importante la verifica punzonamento del pilastro nella soletta di solaio seguendo le prescrizini dell'eurocodice 2.

14-I solai in vetro

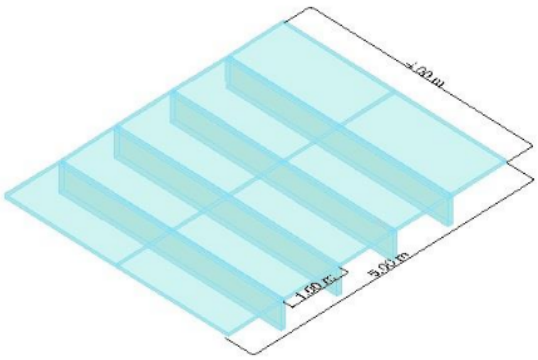


Figura 8.51. Impalcato con travi e solaio di vetro.

Calcoliamo le lastre di solaio appoggiate alle travi lungo i lati lunghi eventi dimensioni 100x200 cm sollecitate dal peso proprio, dal carico da neve e da un carico concentrato ripartito su una impronta quadrata di lato 5 cm ; la lastra è stratificata con 3 strati aventi lo stesso spessore ed intercalari in SCG .
Spessore dello strato 13 mm
Spessore intercalare 0,8 mm

Peso proprio $G_K=3*2500*0,013+2*0,0008*1050 =99,18$ *daN/mq*$\approx$*100 daN/mq*
Carico da neve $Q_K = 260$ *daN/mq*
Carico concentrato $F_K =200$ *daN su una impronta 5x5 cm*

La lastra è praticamente appoggiata sulla luce corta di 1m , prima di una modellazione FEM si possono stimare le sollecitazioni flessionali e taglianti per lo SLU :

$M = Q*L^2/8 =65$ *daN*m* $\quad V = Q*L/2 = 260$ *daN*

$Q = 1,3*100+1,5*260 = 520$ *daN/ml*

per carico concentrato

$M = 1,3* G*L^2/8 + 1,5*F*L/4 = 91,25$ *daN*m ;* $V =Q*L/2 +F/2= 165$ *daN*

per il calcolo dello stato tensionale dobbiamo considerare lo spessore equivalente determinato per vetro stratificato

$1/J_{eq} = \eta_{1D} /J_{full} + (1-\eta_{1D})/J_{Abs}$

$J_{full} = N*b/12*[h^3 + h*(h+h_{int})^2*(N-1)*(N+1)]$

$\eta_{1DN}=1/\{1+ E*h_{int}/(12*G_{int})*N*h^3*(N+1)*\Psi/[h^2+(h+h_{int})^2*(N^2-1)]\}$

lo spessore efficace per le deformazioni

$h_{eq}= \{1/[\eta/(\sum h_i^3 +12*\sum h_i*d_i^2)+ (1-\eta)/\sum h_i^3]\}^{1/3}$

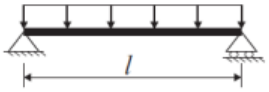
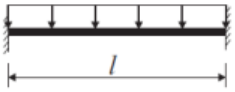
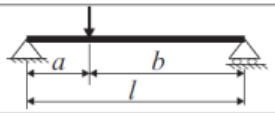
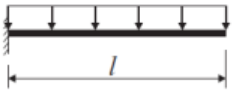
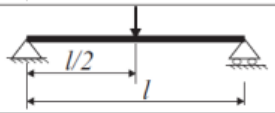
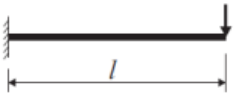
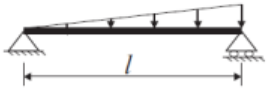
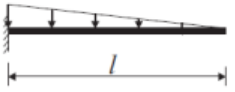
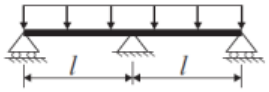
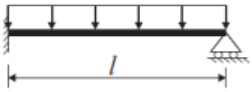
lo spessore efficace per le tensioni

$h_{i\sigma}= \{1/[2\eta*|d_i|/(\sum h_i^3 +12\sum h_i*d_i^2)+ h_i /h_w^3]\}^{1/2}$

$h = 1,3$ *cm*
$h_{int} = 0,08$ *cm*
$N = 3$
$E = 700000$ *daN/cmq*
$G_{int} = 265$ *daN/cmq*
$\Psi = 168/(17*L^2) = 9,8824*10^{-6}$ */mmq* $\quad L = 1000$ *mm*
di = distanza dello strato i-mo dal baricentro della lastra monolitica

$d_1 = d_3 = 13{,}8$ mm ; $d_2 = 0$

Tabella 6.3 Travi di vetro laminato: valori del coefficiente Ψ per differenti condizioni di carico e vincolo.

Condizioni di carico e di vincolo	Ψ	Condizioni di carico e di vincolo	Ψ
	$\frac{168}{17\,l^2}$		$\frac{42}{l^2}$
	$\frac{15}{l^2+2ab}$		$\frac{14}{5l^2}$
	$\frac{10}{l^2}$		$\frac{5}{2l^2}$
	$\frac{10}{l^2}$		$\frac{45}{14l^2}$
	$\frac{21}{l^2}$		$\frac{21}{l^2}$

$\eta_{1DN} = 0{,}973$

lo spessore efficace per il calcolo della deformazione

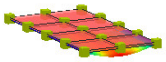
$h_{eff} = 22{,}96$ *mm per le deformazioni*

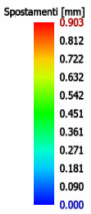
$h_{eff} = 25{,}98$ *mm per il calcolo delle tensioni esterna*

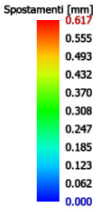
$h_{eff} = 30{,}51$ *mm per il calcolo delle tensioni interna*

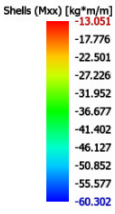
Eseguiamo una modellazione FEM della nostra piastra avente lunghezza 2 metri appoggiata sul lato lungo per una luce di 1 m.

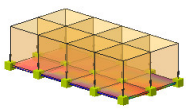
Le deformazioni per carico permanente e carico da neve per lastra di spessore 23 mm

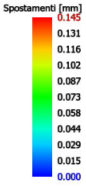












La max deflessione per combinazione quasi permanente con coefficienti parziali unitari è pari a 0,61 mm

$\delta = 5/384*3.6*100^4/(700000*I) = 0.66$ mm < 2 mm

$I = 100*2.296\text{^}3/12 = 100\ cm^4$

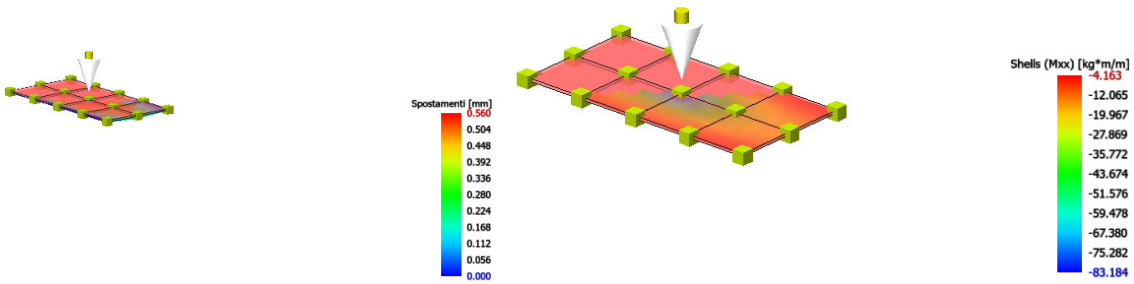
La max deflessione L/500 = 2mm

Le tensioni ***σ = M/W= 58 daN/cmq lastra esterna***

σ = M/W= 42 daN/cmq lastra interna

$W = 100*2{,}568^2/6 = 112$ cmc ; $W = 100*3{,}051^2/6 = 155$ cmc ;

*La modellazione FEM dà un momento di 60 < 65 daN*m come da modello a trave Per il carico concentrato determiniamo lo spessore efficace per le deformazioni e le tensioni per lo strato interno ed esterno e modelliamo una lastra monolitica appoggiata sui lati lunghi avente uno spessore di 21,4 mm caricata al centro con una forza verticale di 200 daN*



il momento max circa 83 daN/m ; la max deflessione 0,56 mm < L/500 = 2mm

Il calcolo dello spessore efficace può essere ancora eseguito utilizzando per il coefficiente di trasferimento del taglio la formula

$\eta_{1DN} = 1/\{1 + E*h_{int}/(G_{int})*N*h^3*(N+1)*\Psi/[h^2+(h+h_{int})^2*(N^2-1)]\} = 0{,}754$

spessore efficace per il calcolo delle deformazioni

$h_{eq} = \{1/[\eta/(\sum h_i^3 + 12*\sum h_i*d_i^2) + (1-\eta)/\sum h_i^3\ ]\}^{1/3} = 21{,}35$ mm

$G_{int} = 26{,}5$ N/mmq

spessore efficace per il calcolo delle tensioni

lastra interna h_{eq}=27,36 mm
lastre esterne h_{eq}= 24,61 mm

Le tensioni sulle lastre esterne

*W_{est}= 100*2.461^2/6 = 101 cmc σ = 8300/101= 82,17 daN/cmq*

La tensione sulla lastra interna

*W_{est}= 100*2.736^2/6 = 125 cmc σ = 8300/125= 66,4 daN/cmq;*

Determiniamo la resistenza di progetto a trazione del vetro temprato ed indurito

*$f_{G,d}$ =(K_{mod} * K_{ed} *K_{sf} *λ_{GA} *λ_{GL} *$f_{G,K}$)/(R_M*γ_M) +[K_v * K‘$_{ed}$ *(f_{bK} - $f_{g,K}$)]/(R_Mv*γ_Mv)*
K_{mod} = 0,42 per neve una settimana ;K_{mod} = 0,50 per forza concentrata ;
K_{ed} = 0,8 per verifiche in prossimità del bordo della lastra ;
K_{sf} = 1 coefficiente per il profilo superficiale del vetro senza trattamenti ;
$f_{G,K}$ = 450 daN/cmq resistenza caratteristica nominale del vetro float ;
R_M= 1 fattore riduttivo del coefficiente parziale ;
γ_M = 2,50 coefficiente parziale;
K‘$_{ed}$ = 0,8 coefficiente per le verifiche in prossimità del bordo della lastra ;
K_v = 1 coefficiente per lastre con trattamento termico in orizzontale ;
f_{bK} = 700 daN/cmq vetro indurito; 1200 daN/cmq per vetro temprato
R_Mv = 1 fattore riduttivo del coefficiente parziale
γ_Mv = 1,35 coefficiente parziale per vetro presollecitato

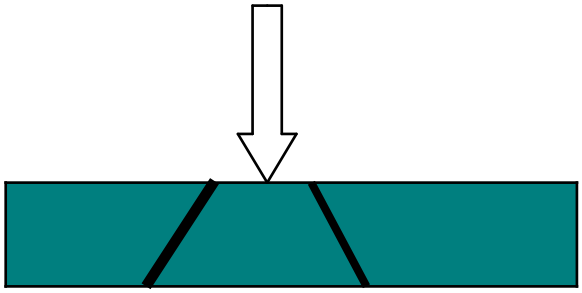
***λ_{GA} fattore di scala** che considera l’area sottoposta alla massima tensione sollecitante*
*λ_{GA} = [0,24mq/(K*A)] =1,12 0,75 ≤ λ_{GA} ≤1 λ_{GA} = 1*

K = 0,0054 A =2 mq

λ_{GL} =1

Carico da neve
Resistenza a trazione vetro indurito f_{gd} = 208 daN/cmq
Resistenza a trazione vetro temprato f_{gd} = 504daN/cmq
Carico concentrato
Resistenza a trazione vetro indurito f_{gd} = 220 daN/cmq
Resistenza a trazione vetro temprato f_{gd} = 516 daN/cmq
La deflessione di progetto L /500 = 1000/500= 2mm

Verifica a punzonamento *della lastra di vetro per carico concentrato*

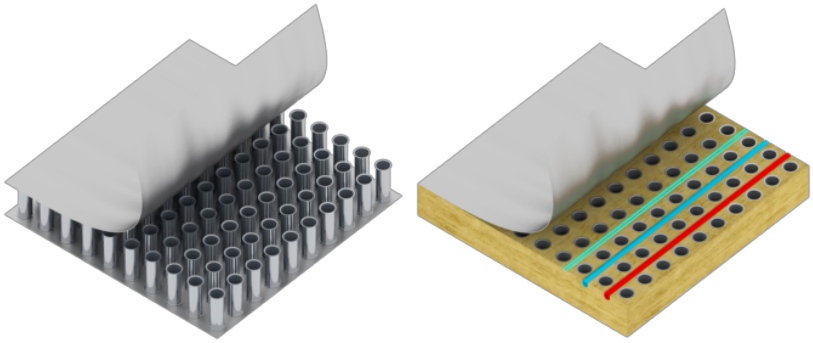


$F \leq Vrd = fgd * 4 * (5 + h_{eq}) * h_{eq} = 13405\ daN \quad > 200\ daN$

la verifica appare superflua si è considerato lo spessore efficace per le deformazioni.

15-Il solaio Bcore

Il pannello BCORE rappresenta un materiale innovativo ottenuto mediante il collegamento di due lamiere metalliche aventi un esiguo spessore di qualche mm con tubi metallici posti ad interasse regolare in modo da conferire rigidezza al pannello evitando l'instabilizzazione delle lamine riempito con materiale isolante. Il pannello modulare di larghezza 2 metri e lunghezza sino a 12 metri mentre i pannelli verticali hanno un altezza di circa 3 m .



Con questo materiale vengono realizzate strutture precarie post emergenza quali container ma viste le sue caratteristiche meccaniche ha un uso anche per abitazioni stabili dalla singola villetta di campagna alla torre o all'edificio in linea rispettando i canoni della progettazione modulare . L'isolamento termico interno da al pannello una adeguata trasmittanza termica in linea con la norma italiana per pareti opache e non è necessario utilizzare ulteriore sistemi di isolamento. Le dimensioni tipiche delle lamiere sono 1mm,1,5 mm , 2,5 mm ,4 mm 4,mm , 6 mm il funzionamento statico che vedremo nei paragrafi seguenti può essere assimiliato a queòlla di una trave a doppio T; anche il peso del pannello è ridotto come si può vedere dalla seguente tabella

Prindpali parametri del CTS Slab :

		Light Floor Slab	Floor Slab			
Slab code		A1.5	A1.5	A2.5	A4	A6
Panel	Thickness	1	1.5	2.5	4	6
	m²/kg	15.8	23.7	39.5	63.2	94.8
Core tube	Dimension	Φ51x0.3	Φ51x0.3	Φ51x0.5	Φ51x0.5	Φ51x0.5
	Space	100x100	100x100	100x100	100x100	100x100
	Qty/m²	99.6	100	100	100	100
	m²/kg	5.94	5.96	9.94	9.94	9.94
CTS Slab Thinckness		149	150	152	155	159

Nota: Unità di formato: mm Peso: kg Materiale: SUS304

Le lastre di solaio in acciaio BCORE hanno una elevata rigidezza flessionale e possono raggiungere anche luci maggiori di 10 m ; la sezione resistente è di una doppia lamiera le verifiche da eseguire considerando il contributo della lamiera plasticizzata

$Mrd > Msd$ *con* $Mrd = t*200*fyd/\gamma*15$
$Trd > Tsd$ *con* $Trd = 2*t*200*1/\sqrt{3}*fyd/\gamma$

la verifica di deformabilità

$f = 5/384*Q*L^4/(Es*I) < L/250$
$I = 2*t*200*7{,}5^2 = 22500*t$

analisi dei carichi copertura piana con tetto giardino
peso proprio 40 daN/mq
impermeabilizzazione 40 daN/mq
Terreno 15 cm 1800*0,15 = 270 daN/mq
Carico da neve 158 daN/mq

$1{,}5*Q = 760$ daN/mq
pannello luce 4 m $t = 1$ *mm*

$Msd = 1520$ daN*m $Mrd = 6408$ daN*m *il pannello 2 m* $Msd = 3040$ daN*m

$Tsd = 1520$ daN $Trd = 49337$ daN > 1520 daN

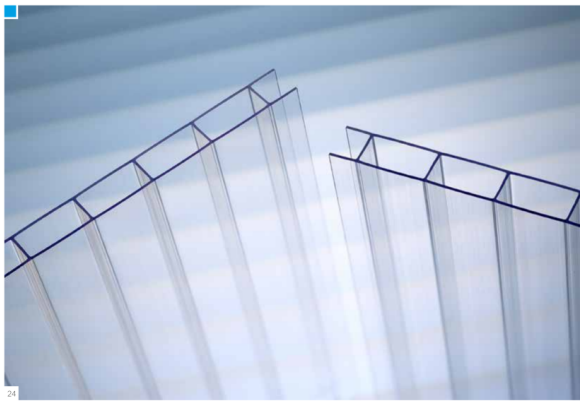
$f = 5/384*5*400^4/(2100000*2250) = 0{,}35cm < 400/300 = 1{,}33$ cm
Le due lamiere superiore ed inferiore sno colegate dai tubicini verticali che fanno in modo che le due lamiere siano colaboranti con sensibilre incremento di rigidezza

$I = I_1 + I_2 = 2* I_1$; $I = I_1 + I_2 + A_1*(h/2)^2 + A_2*(h/2)^2 = 2* I_1 + ''*A_1*(h/2)^2$

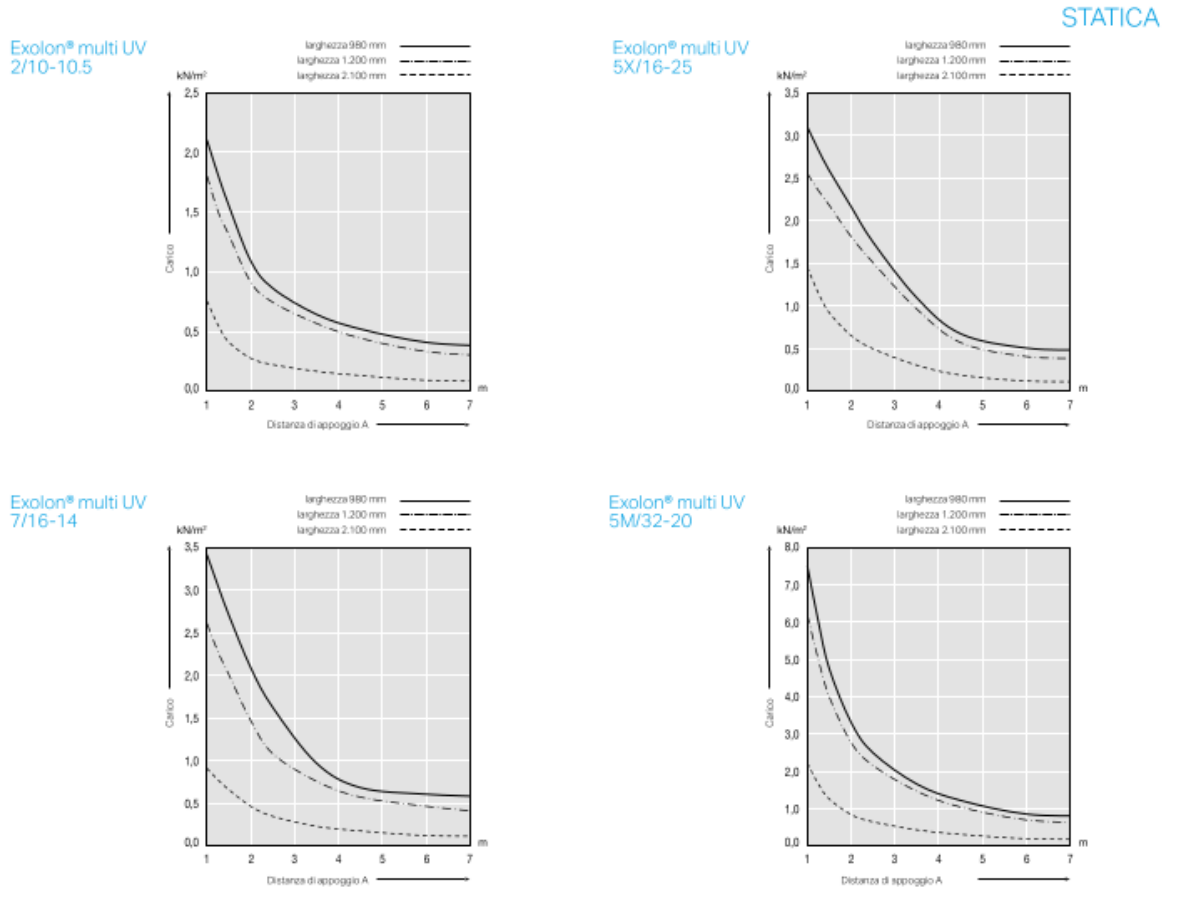
alla stessa stregua delle sezioni composte.

16-Il solaio alveolare in plastica per coperture

I solai in plastica sono in policarbonato in polipropilene ed in alluminio la cui sezione è di tipo alveolare come riportata in figura utizzata per coperture leggere di piscine , gazebi , stadi ect



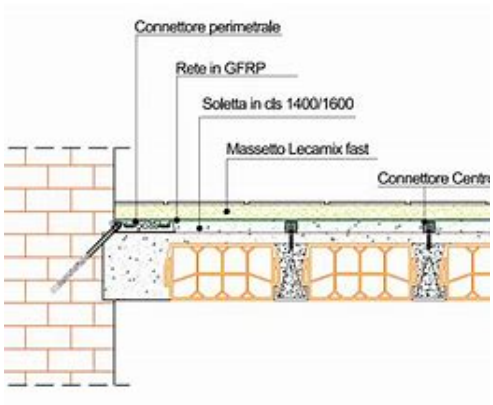
Sulle coperture in policarbonato in zone di montagna il carico più importante è quello da neve, il calcolo della lastra lo esegue direttamente la casa costruttrice attraverso delle curve

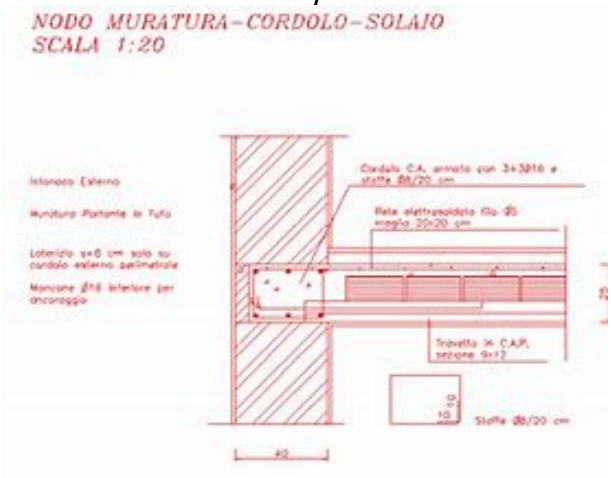


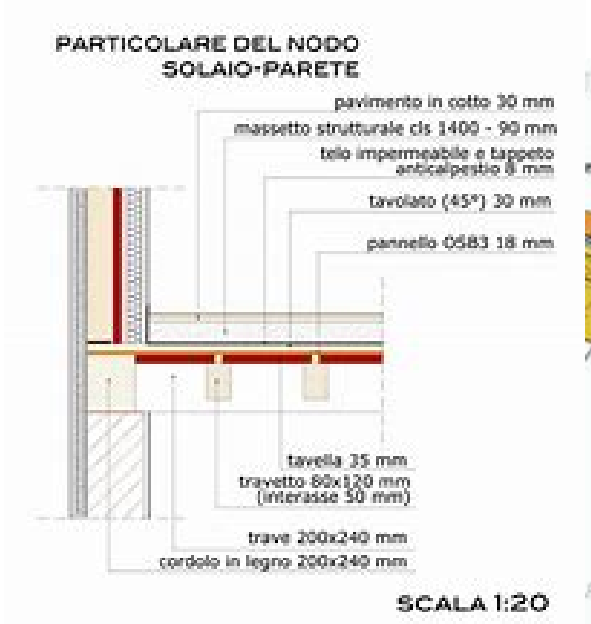
Che forniscono il carico a mq che la lastra è in grado di sopportare.

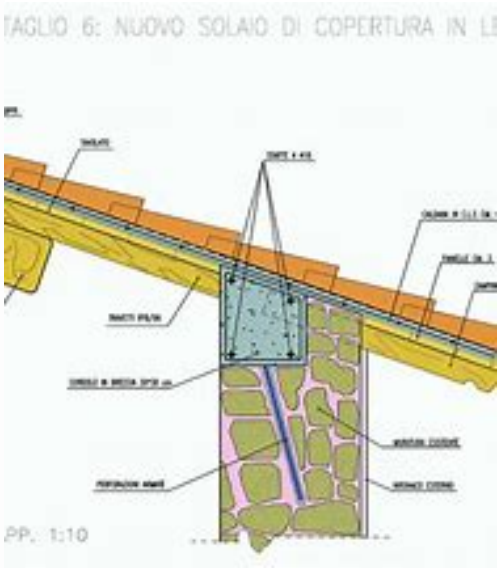
17-Particolari costruttivi

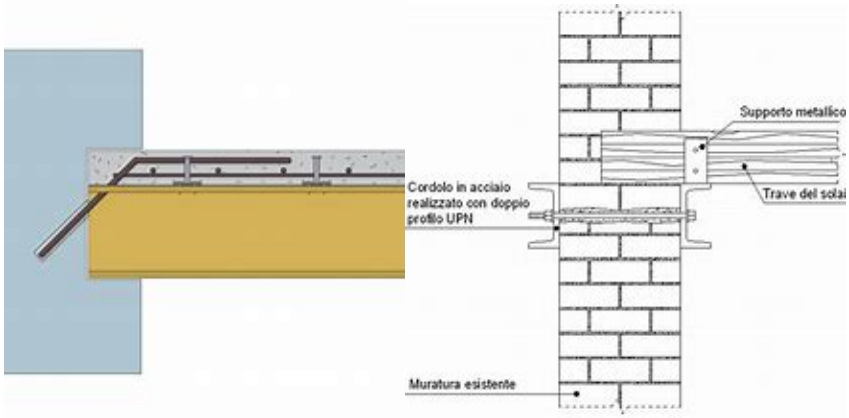
Nella costruzione di un solaio è importante il collegamento dell'impalcato agli elementi strutturali perimetrali quali pareti in muratura o travi che deve assicurare il perfetto ammorsamento del solaio al fine di consentire la ripartizione delle azioni sismiche funzione fondamentale di un solaio per la sua rigidezza assiale. Nelle strutture in muratura di solito vengo realizzati dei cordoli in cemento armato ad ogni piano riportiamo delle immagini significative del nodo solaio parete



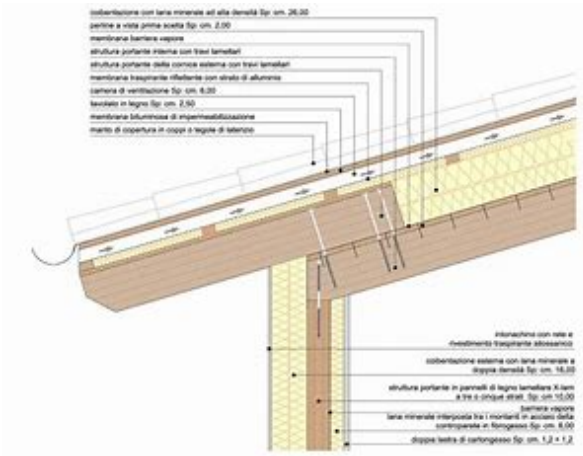


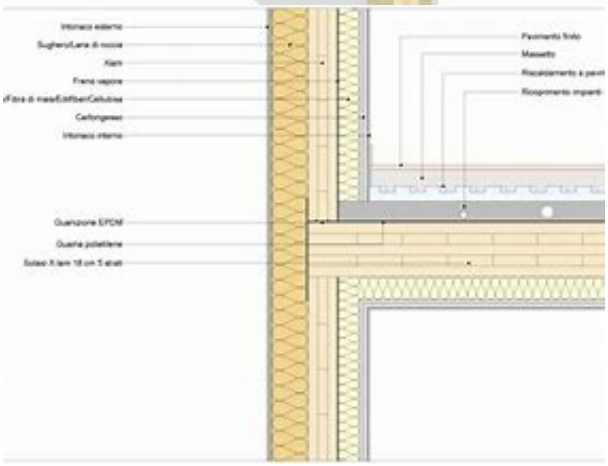




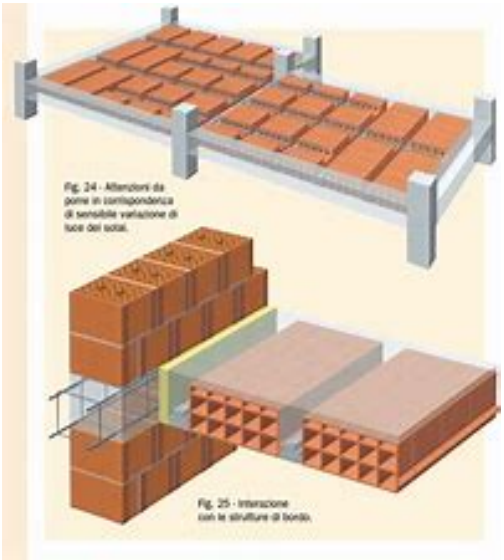


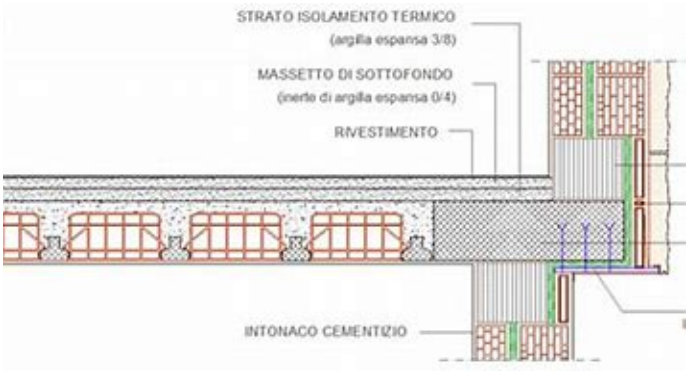
Per edifici in legno

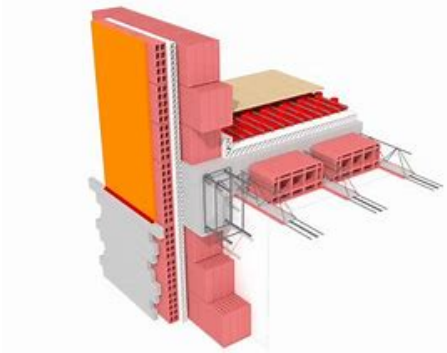




Per edifici in cemento armato:

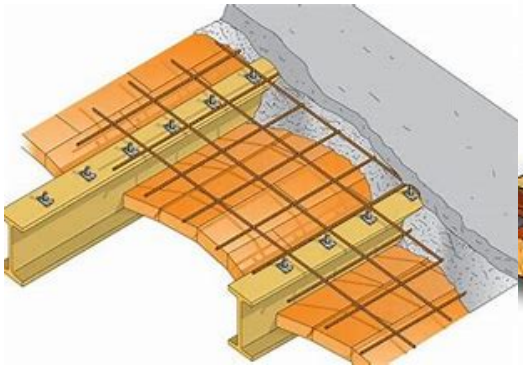


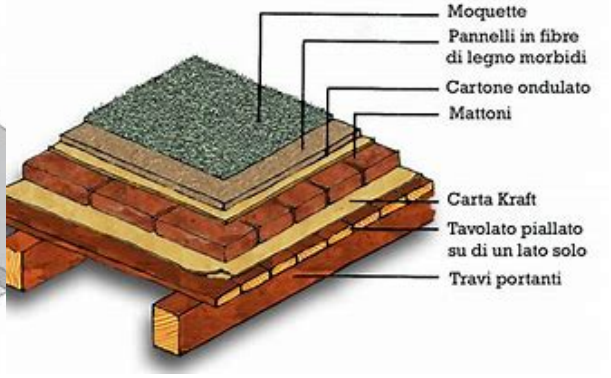




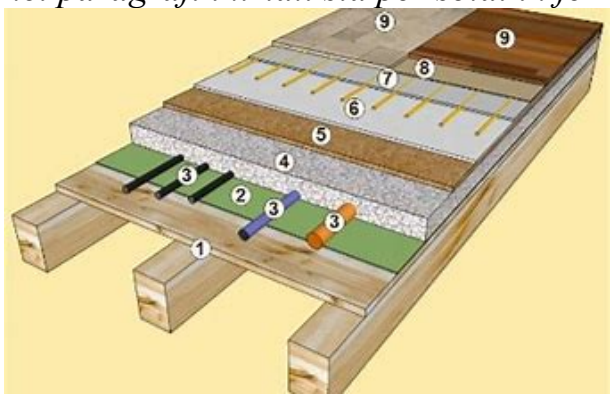
18-I solai negli edifici esistenti.

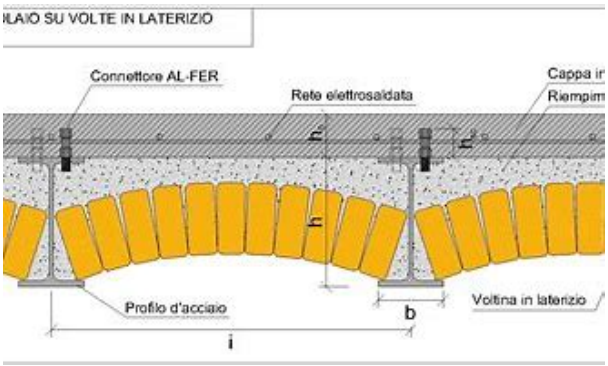
Gli edifici esistenti sono quasi tutti in muratura , i solai presenti sono di solito in ferro con voltine in muratura , travi IPE e tavelloni , o per edifici la cui data di costruzione è antecedente il 1900 sono realizzati in legno.





Questi edifici sono sismicamente molto vulnerabili per l'assenza di cordoli ad ogni piano e di travi di solaio non ammorsate perfettamente alle pareti per cui non viene grantito il comportamento scatolare e l'impalcato nella modellazione strutturale va considerato deformabile. Su questi solai si interviene attraverso interventi di consolidamento che consistono nella realizzazione di una soletta di cemento armato superiore di spessore 5 cm collegata con connettori alle travi di acciaio o in legno e ammorsata alle pareti perimetrali. La tecnica di calcolo è quella delle travi composte vista nei paragrafi iniziali sia per solai in ferro che in legno ,





Il collegamento della soletta alle pareti perimetriali viene eseguito attraverso armature metalliche

19-Conclusioni

Il solaio è l'elemento strutturale presente in ogni edificio qualunque sia il sistema strutturale , la sua progettazione e realizzazione deve essere sempre molto accurata sia per questioni di resistenza strutturale che di deformabilità che ne possono pregiudicare l'uso se nell'edificio si svolgono attività residenziali commerciali ect o se di semplice copertura. Nei paragrafi precedenti ci siamo soffermati sulla funzione statica del solaio vorremo qui richiamare la funzione architettonica ovvero la capacità del solaio del materiale utilizzato dei suoi componenti e dei rivestimenti a migliorare l'aspetto estetico dell'ambiente che può essere una semplice stanza un supermercato un museo o la copertura di un auditorium. Diventa quindi importante la scelta della pittura della controsoffittatura ,degli elementi portanti quali travetti se in vista siano essi in legno, in alluminio ect il loro interasse e la stessa capacità di disegnare architettonicamente l'estradosso del solaio. La soluzione più usata è quella di solai con travi in legno in vista, anche per abitazioni esistono altre soluzioni

Nella pratica corrente la progettazione di un solaio concerne non solo la funzionalità statica ma anche quella architettonica poiché un solaio in vista può migliorare sensibilmente il design interno in modo da trasmettere del benessere psicologico alle persone che usufruiscono vivono e lavorano nell'edificio.

Il calcolo del foro nei solai in cemento armato

1- Introduzione

2- Il foro rettangolare

3- Il foro circolare

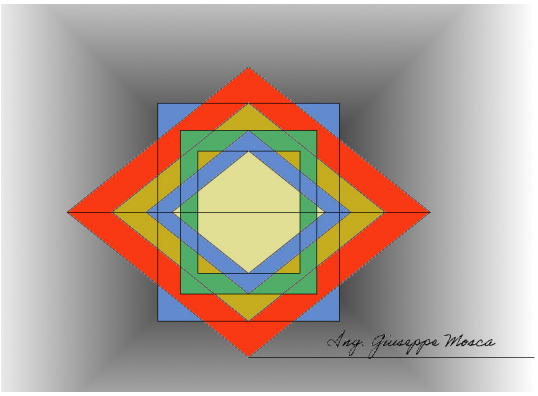
4- Il foro romboidale

5- Il foro triangolare

6- Il foro ad L

7- Modellazione a piastra del solaio

8- Conclusioni

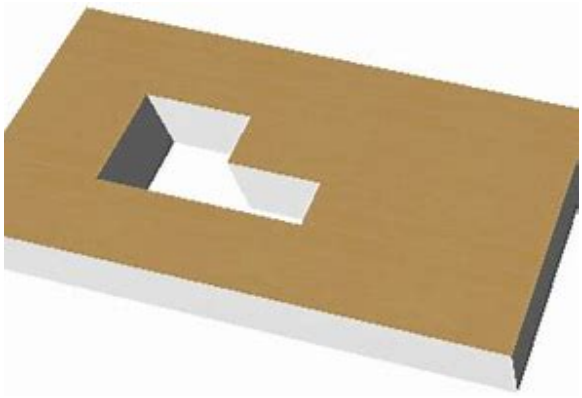


Ing. Giuseppe Mosca

N.B. Mi scuso a priori di eventuali imprecisioni o errori, che se segnalati contribuiscono al miglioramento degli appunti

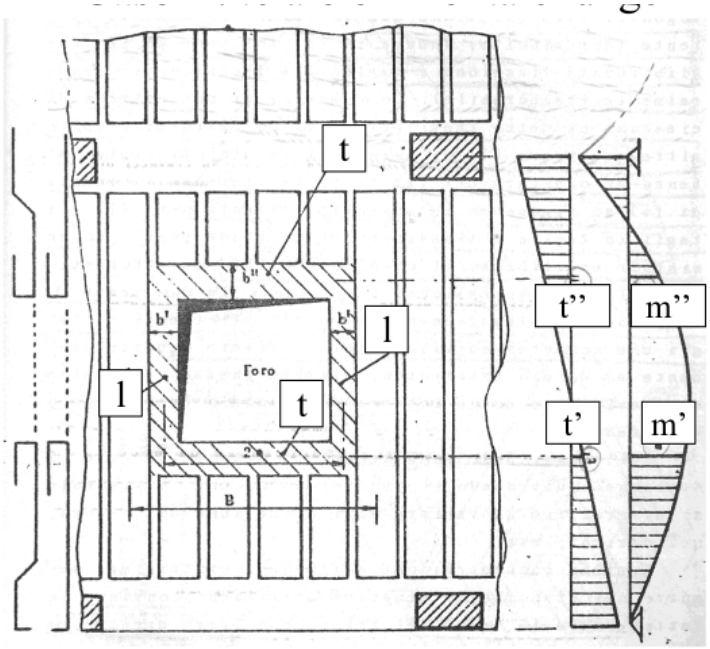
1- Introduzione

I fori nei solai in cemento armato vengono realizzati tramite delle travi di bordo, ovvero una maglia chiusa in cemento armato che ha la funzione di trasmettere le sollecitazioni e di non alterare la rigidezza flessionale del solaio. Dei fori nei solai bisogna tenerne conto nella verifica di rigidezza degli impalcati poiché il solaio modifica la sua deformabilità estensionale e quindi la capacità di ripartire le azioni orizzontali sui telai . Il foro di solito è rettangolare deve consentire il passaggio del vano ascensore ma può essere anche circolare qualora debba essere realizzata una scala a chiocciola o per gli abbaini e lucernai della copertura possiamo utilizzare fori triangolari o romboidali. Il foro determina una interruzione del solaio per cui deve essere ripristinato lo stato di sollecitazione trasmettendo le sollecitazioni taglianti e flettenti del solaio al telaio orizzontale in c.a. che in funzione dell'orientamento delle aste diventa anche sollecitazione torcente.

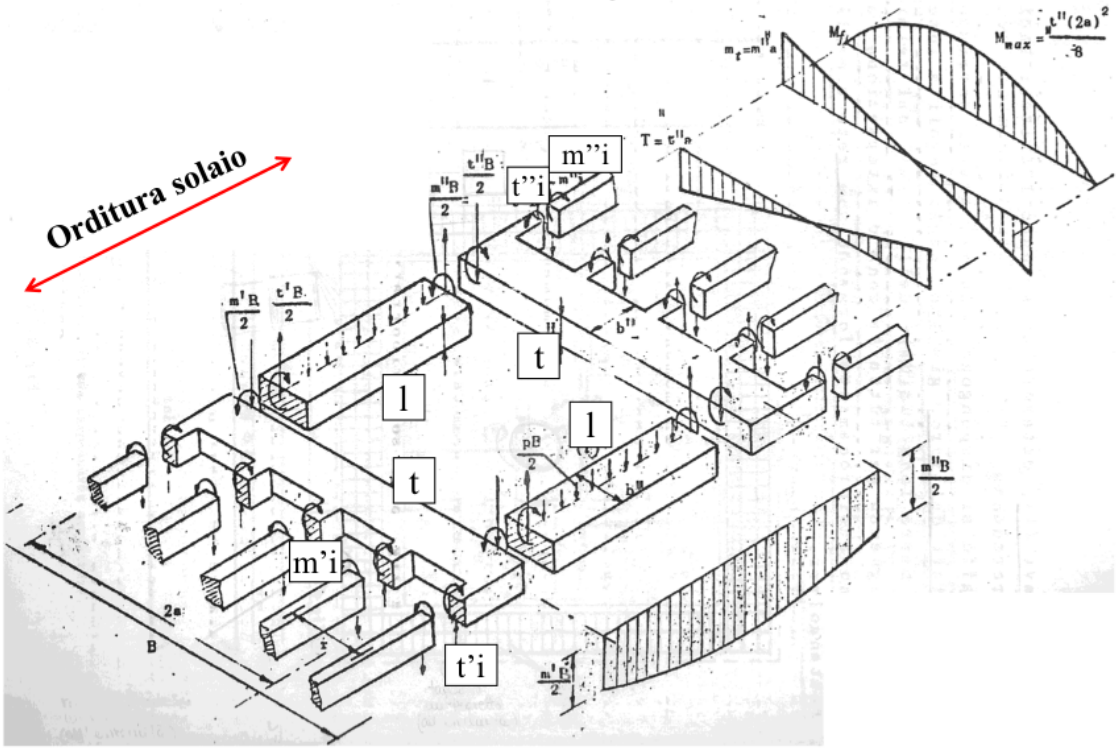


2- Il foro rettangolare

Consideriamo un foro rettangolare inserito in un solaio in cemento armato come indicato in figura:



- **Caso B**: telaio orizzontale lungo il bordo del foro



La trave T è sollecitata dalle azioni flettenti costanti trasmesse dai travetti di solaio e dal taglio ; per essa si eseguono 3 verifiche

-Taglio
-Flessione
-Torsione

La trave L è sollecitata dalle azioni trasmesse dalle travi T si eseguono 2 verifiche

-Flessione
-Taglio

Va eseguita anche una verifica della rigidezza del solaio eguagliando la rigidezza della maglia di telaio con la porzione di solaio eliminata.

Verifica delle Travi T

La trave T poggia sulle due travi di bordo L che fanno parte del solaio, con alle estremità 2 appoggi torsionali; Indicato con ***m e v*** *il momento e taglio trasmesso dai travetti le sollecitazioni*

$Mt= m*L/2;\ M= v*L^2/8\ ;\quad V = v*L/2$
L larghezza del foro

Le verifiche:

Flessione
$d= r*\sqrt{M/b}\ ;\ Asf= M/(0,9*d*fyd)$

d altezza utile del solaio
b larghezza trave T
Asf armatura inferiore a flessione

Taglio
Se $V_{RD} \geq V_{ED}$ *non occorre armare a taglio*

V_{RD} *pari al valore massimo derivante dalle due espressioni*
$[0,18*k*(100*\rho_1*fck)^{1/3}/\gamma c+0,15*\sigma_{CP}]*bw*d$
$(v_{min}+0,15*\sigma_{CP}]*bw*d$

fck espresso in Mpa = 1000000N/mq
$k=1+(200/d)^{1/2} \leq 2$
$v_{min}= 0,035*K^{3/2}*fck^{1/2}$
d altezza utile sezione
$\rho_1= Asl/(bw*d)$
$\sigma_{CP}=N_{ED}/Ac\ ;$ *Bw larghezza utile sezione*

Se bisogna armare a taglio ovvero $V_{RD} \leq V_{ED}$

L'armatura metallica Asw

$V_{SD} = 0,9*d*Asw/s*fyd*(ctg\alpha+cotg\beta)*sin\alpha= 0,9*d*Asw/s*fyd$

Asw area staffe
α°= 90° per staffe verticali
β inclinazione fessure 45°
s passo staffe

La resistenza della biella compressa

$V_{RCD}=0,9*d*bw*fcd*v*\alpha c*((ctg\alpha+cotg\beta)/(1+cotg\beta^2)$

La verifica è soddisfatta se $Min\ [V_{RCD};V_{SD}] \geq V_{ED}$

Torsione

*La verifica di resistenza a torsione la si esegue considerando una sezione alla BREDT avente spessore pari a 2 volte il copriferro e area racchiusa dalla linea media A= (b-2*c)*(H-2*c)*

deve essere $T_{RD} > T_{ED}$

T_{RD} *è il valore minimo della resistenza a torsione fornita dalle staffe* T_{RSD} *dai ferri di parete* T_{RLD} *e dal calcestruzzo* T_{RCD}

$$T_{RCD} = 2*A*t*f'cd*cotg\beta/(1+cotg\beta^2)$$

$$T_{RSD} = 2*A*As/s*fyd*cotg\beta$$

$$T_{RLD} = 2*A*\sum Al/u*fyd/cotg\beta$$

con $t = 2*c$
$\beta = 45°$
Al area longitudinale
As area staffe
s passo staffe
u perimetro medio $2*[(b-2*c)+(H-2*c)]$

Per le travi L

$$M = M_T + Q*L^2/8 \; ; \; V = Q*L/2$$

Q carico di una striscia di solaio adiacente.

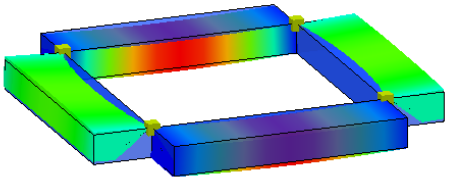
*Per quanto concerne la rigidezza e quindi il dimensionamento delle travi T ed L si considera una larghezza ì B = n*b*
dove n è il numero dei travetti che intersecano la trave t
b larghezza del travetto.
Per un foro di dimensioni 2,00x2,00m si considerano delle travi a spessore aventi una base B di 50 cm

Eseguiamo il calcolo del telaio tramite un software FEM per un foro inserito centralmente in una maglia di solaio 5x5 m avente dimensioni 2,00x2,,00 m

$m(z) = q*L/2*z-q*z^2/2 \quad v(z)=q*l/2- q*z$
*per un carico q = 700*1,5 = 1050 daN*m*

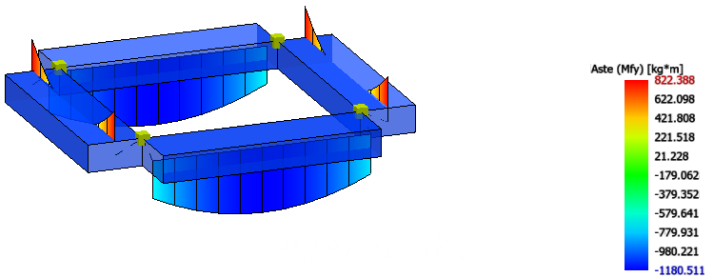
*m(1,5)=2756 daN*m/ml v(1,5)=1050daN/ml*
Carico corrispondente ad una striscia di 50 cm Q = 550 daN/ml

Tipo diagramma: Deformata
Combinazione corrente : Scenario Set_NT_SLV_SLD_A2_STR/GEO - C 1-I
Posizione masse N° 1



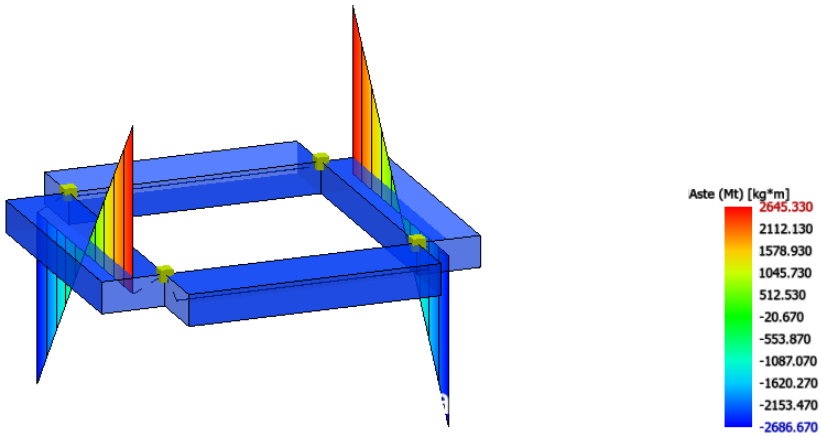
Deformata

Tipo diagramma: Sollecitazioni
Combinazione corrente : Scenario Set_NT_SLV_SLD_A2_STR/GEO - C 1-I
Posizione masse N° 1
Sollecitazione aste: Momento fl.Y - pilastri/pali: Momento fl.Y
Sollecitazione Muri: Sxx



Momenti flettenti

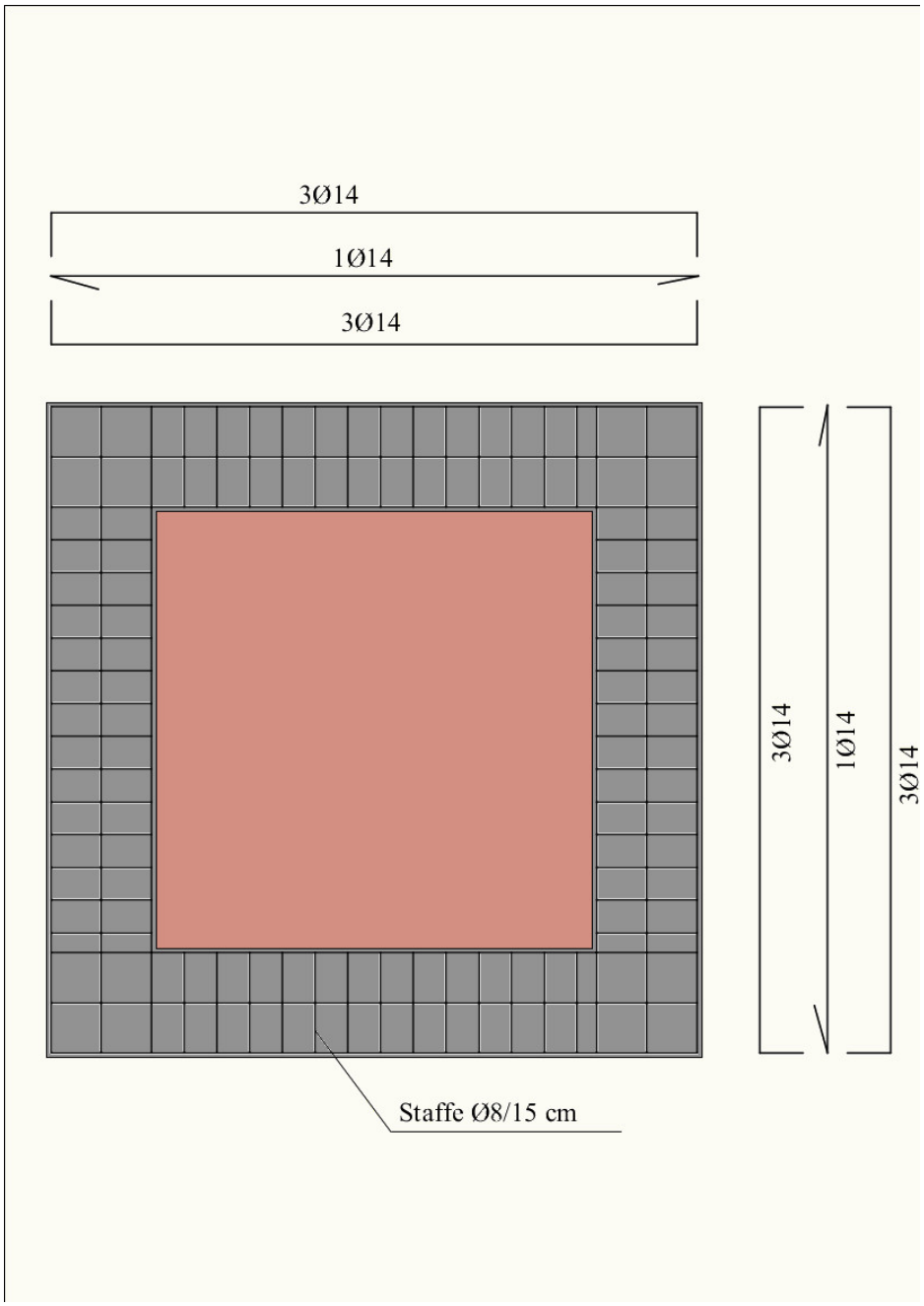
Tipo diagramma: Sollecitazioni
Combinazione corrente : Scenario Set_NT_SLV_SLD_A2_STR/GEO - C 1-I
Posizione masse N° 1
Sollecitazione aste: Momento torcente - pilastri/pali: Momento fl.Y
Sollecitazione Muri: Sxx



Torsione

Le travi di cordolo sono armate con 3 ferri del diametro di 14 mm e staffe diametro 8 mm ogni 20 cm ; si dispone anche un ferro di parete

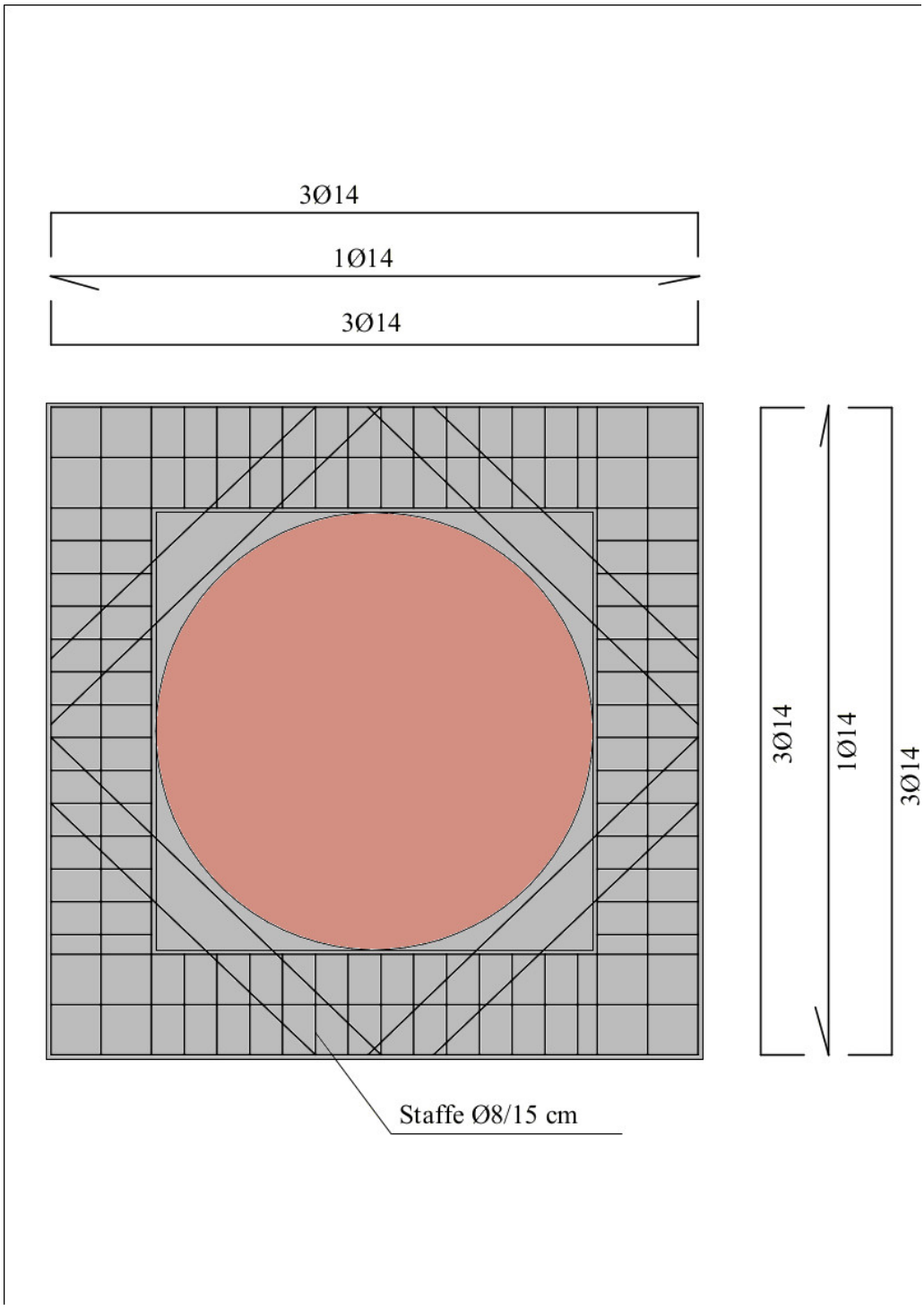
Una corretta modellazione negli spigoli della maglia di telaio deve prevedere un appoggio cedevole la cui costante elastica va definita in base alla deformata del solaio continuo. Riportiamo di seguito l'armatura del foro.



le dimensioni interne del foro a filo trave 2,00mx2,00m

3- Il foro circolare

La maniera migliore per realizzare un foro circolare è quella di considerarlo come quadrato di lato pari al diametro ed in esso iscrivere il cerchio corrispondente avendo cura di armare anche gli angoli così come in figura.



Se desideriamo calcolare la trave ad anello circolare sollecitata dai momenti flettenti e dalle azioni taglianti trasmesse dai travetti , questa trave la dobbiamo considerare vincolata al solaio che va realizzato gettato in opera quando sono previsti dei fori nel solaio con le armature dei travetti risvoltate nella maglia di telaio.

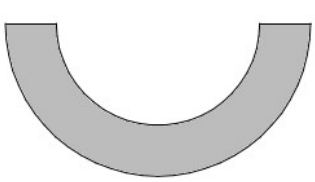
Consideriamo una maglia di telaio quadrata di lato 5x5 m nella quale è inserito un solaio a semplice orditura con un foro centrale in questa prima fase, trave ad anello caricata simmetricamente dal taglio e dal momento flettente trasmesso dai travetti del solaio . Possiamo spezzare la trave lungo l'asse di simmetria e considerare una trave ad arco di semicirconferenza nel piano incastrata agli estremi;la struttura presenta una iperstaticità dove per ragioni di emisimmetria nel punto centrale il taglio è nullo per cui l'unica incognita è il momento flettente in mezzeria. Si scrive una equazione di congruenza

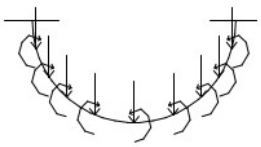
$[\int(M/EI)ds]s = -[\int(M/EI)ds]d$
la rotazione nel punto centrale è nulla per ragioni di simmetria

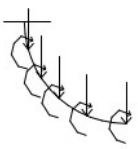
$[\int(M/EI)ds] = 0$

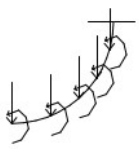
$M = M_O + X*M'$

M_O *momento dovuto ai carichi esterni*
M' momento dovuto ad una coppia X unitaria
nota l'incognita X le sollecitazioni all'incastro
$Mt = \int q*xds + X + \int m_X ds$
$Mf = \int q*yds + \int m_Y ds$
$V = \int qds$
i coseni direttori sono quelli degli assi x ed y rispetto alla normale all'asse dell'anello rche ci consentono di determinare la funzione momento in ogni punto della trave. Il calcolo della trave ad anello riportata in figura lo eseguiamo tramite un software FEM che modella l'anello come una spezzata quindi dei tratti entro i quali è valida l'espressione della curvatura M/EI ricavata dalla teoria del de Saint Venant.



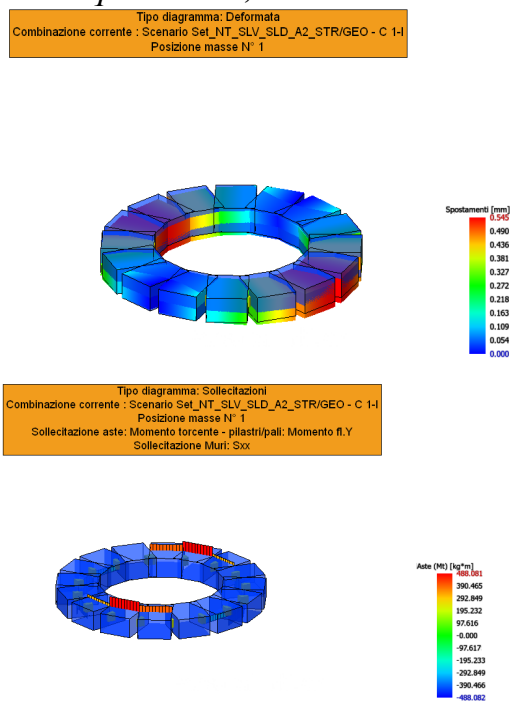


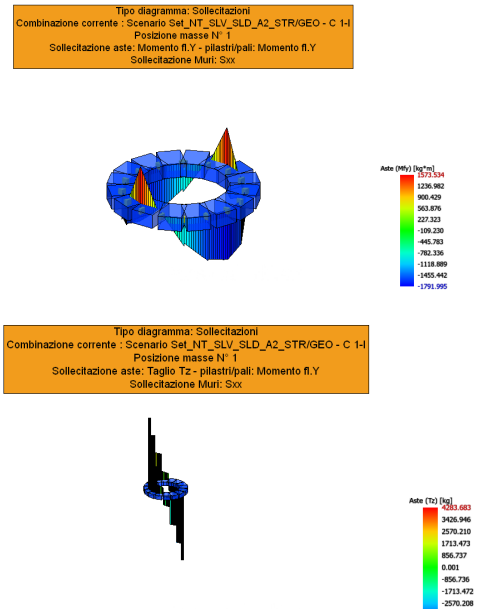


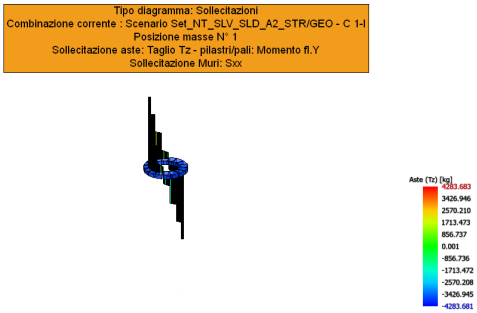


Le verifiche da eseguire nella sezione di incastro sono a flessione torsione e taglio.

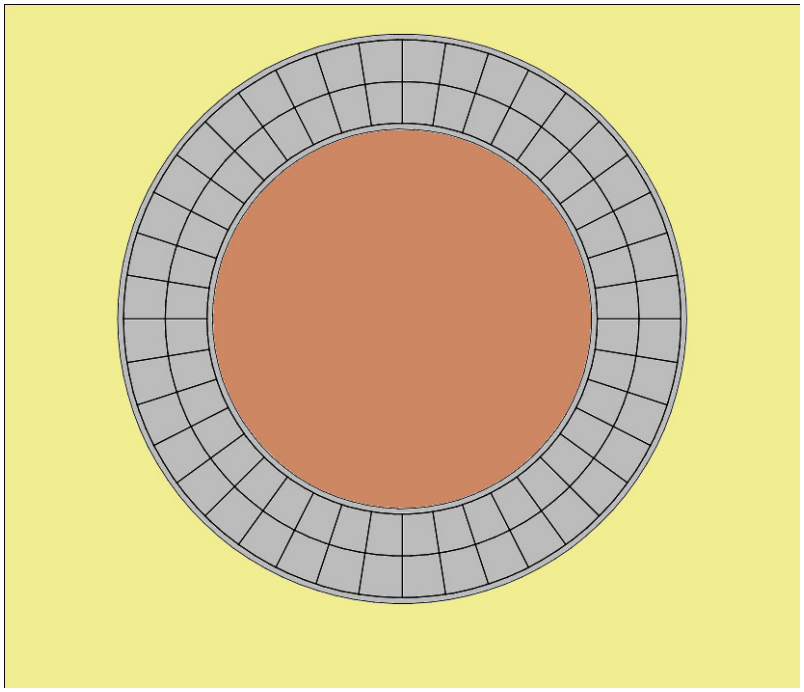
I carichi sulla trave ad anello
$m(z) = q*L/2*z - q*z^2/2$ $v(z) = q*l/2 - q*z$
*per un carico q = 700*1,5 = 1050 daN*m*







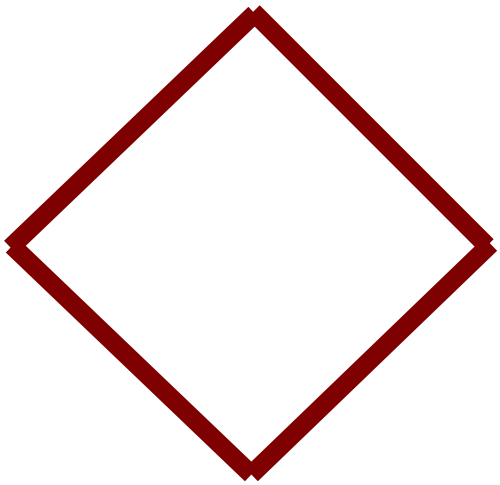
Nella trave ad anelli disponiamo 3 ferri del diametro di 14 mm come armatura superiore ed inferiore e staffe diametro 8 mm ogni 15 cm .



Se la posizione del foro non è centrale nel solaio quindi si hanno delle dissimetrie lo schema statico di calcolo è sempre valido tenendo presente che la trave ad anello fa parte di un solaio orizzontale che anche se a semplice orditura nella soletta di calcestruzzo e nei laterizi ha un comportamento a piastra.

4- Il foro romboidale

Il calcolo di un foro romboidale è analogo a quello di un foro rettangolare essendo le travi sollecitate a flessione taglio e torsione; Il carico agente su di esse è verticale distribuito corrispondente al taglio nel solaio e coppie torcenti e flettenti per le travi.



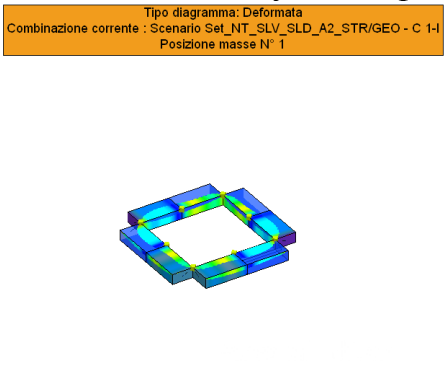
Se consideriamo un foro quadrato romboidale il vettore momento flettente ***m*** *ha due componenti, una torcente ed un altra flettente*

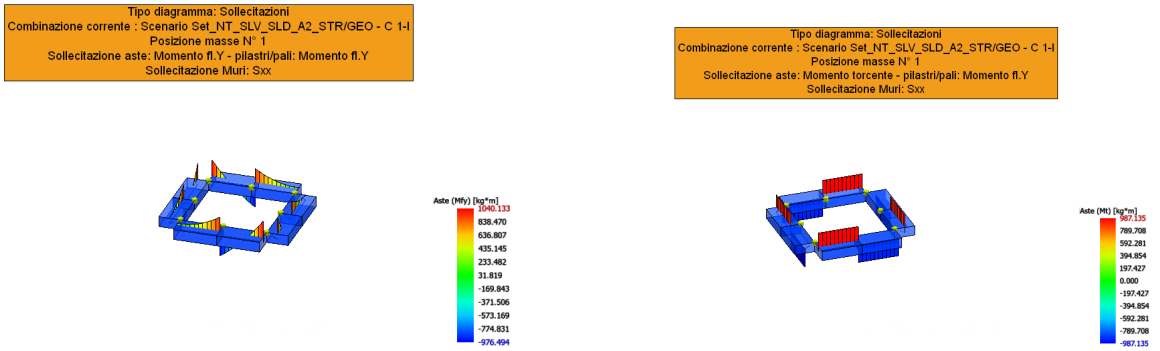
$m_T = m/\sqrt{2}$; $m_F = m/\sqrt{2}$;

I valori del momento massimo sulle travi

$M_T = \pm m/\sqrt{2} * L/2$; $M_F = Q*L^2/8 + m/\sqrt{2}*L$

Eseguiamo la modellazione FEM del foro considerato appoggiato in corrispondenza dei 4 vertici;per semplicità di modellazione ed inserimento dei dati le azioni flettenti trasmesse dai travetti sono state inserite come coppie concentrate nella mezzeria delle travi e non come distribuite interessando una striscia di solaio di circa 140 cm , per cui i diagrammi delle sollecitazioni torcenti non sono lineari ma costanti , mentre il diagramma dei momenti flettenti presenta un salto nella mezzeria.



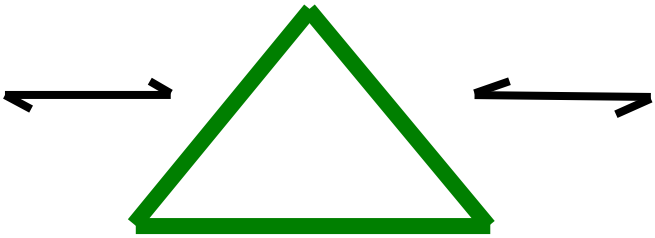


le armature sono uguali a quelle dei fori visti in precedenza.

5- Il foro triangolare

Il foro triangolare come quello romboidale sono utilizzati nei solai di copertura in cemento armato per la realizzazione di abbaini lucernai che possono assumere le forme più svariate

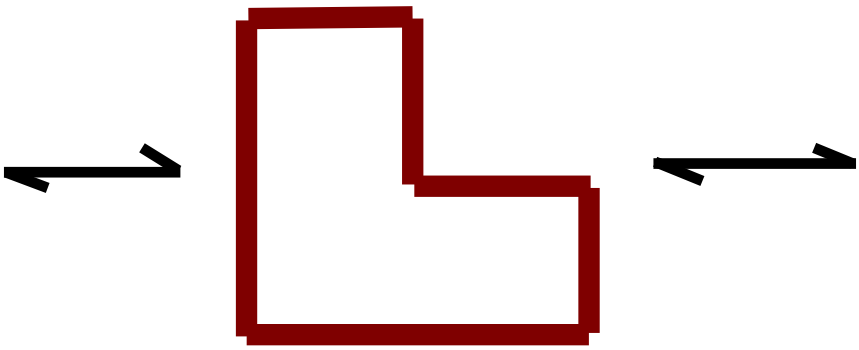
l'abbaino con foro triangolare è realizzato su solaio in cemento armato con struttura in legno, può essere anche piramidale con foro romboidale.



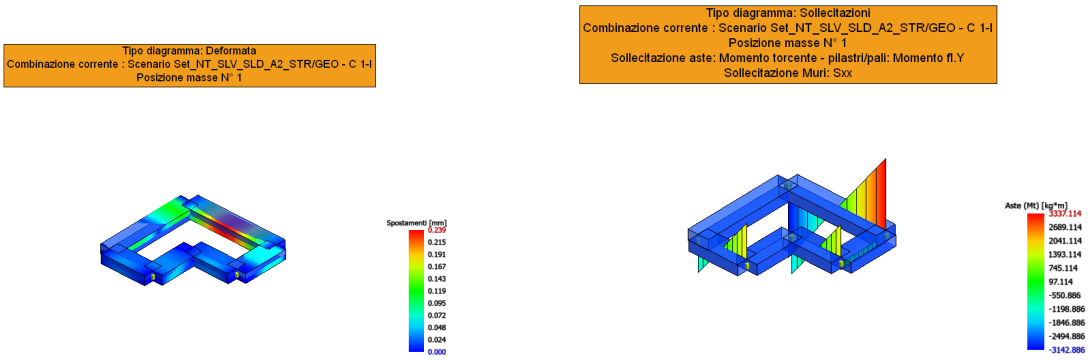
Il solaio è ordito parallelamente alla base del foro triangolare , è un triangolo equilatero , sulla base il carico è verticale ed è pari al peso di una striscia di solaio , mentre i lati sono caricati dal momento flettente trasmesso dai travetti e dal taglio;nella modellazione FEM ipotizziamo che i vertici del triangolo siano appoggiati al solaio di copertura inoltre per semplicità di inserimento dati supponiamo che i momenti flettenti dei travetti siano delle azioni concentrate e non distribuite.

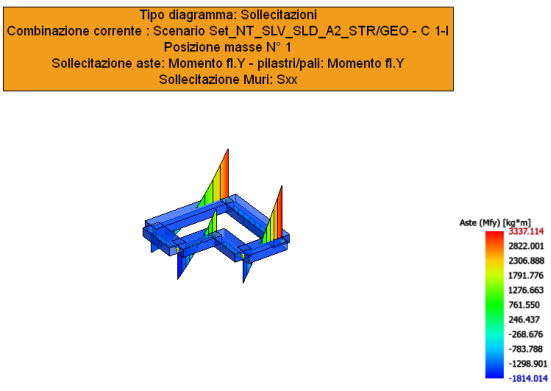
Le verifiche da eseguire al solito sono a flessione taglio e torsione per i lati del triangolo ed al flessione e taglio per la base.

6- Il foro ad L



Per una scala interna in legno o acciaio di un alloggio duplex al fine di avere l'altezza minima di 2 metri sulla rampa e quindi consentire il passaggio delle persone deve essere previsto un foro ad L . Di solito per sostenere il solaio si predispone un pilastrino nel vertice interno, noi però ci riproponiamo di calcolare il ,foro di solaio avente la forma ad L e dimensioni 120cmx240cmx240cm ; il calcolo lo eseguiamo tramite un software applicando carichi verticali e momenti flettenti.





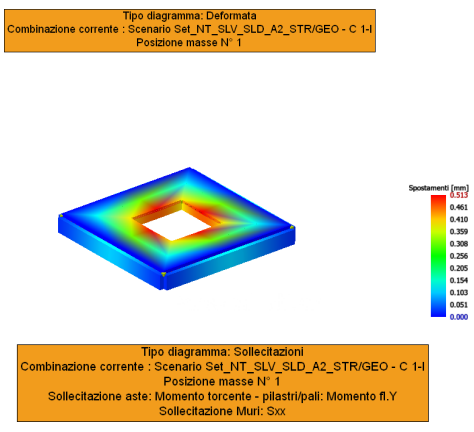
La armatura delle travi del foro aventi dimensione 24x50 cm è la solita 3 ferri del

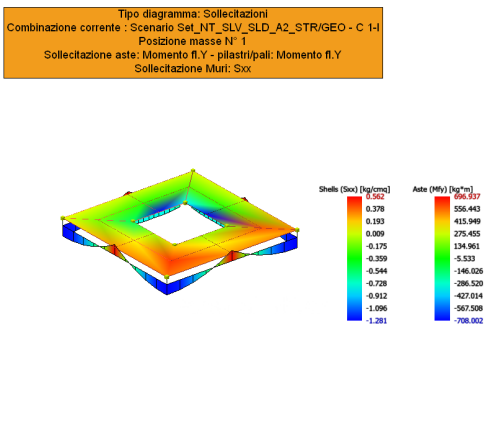
diametro di 14 mm inferiori e superiori un ferro di parete e staffe del diametro di 8 m ogni 15 cm.

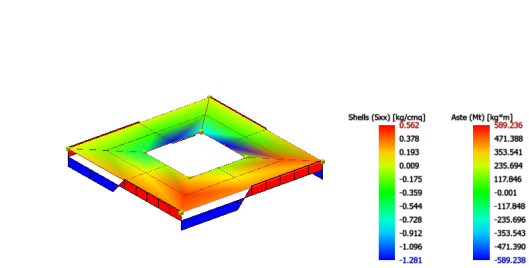
7- Modellazione a piastra del solaio

La critica che si può fare a queste modellazioni FEM delle travi del foro del nostro solaio è l'aver ipotizzato i vertici appoggiati come già detto il vincolo deve essere cedevole e deve tener conto della deformabilità flessionale dell'impalcato; in alternativa si può modellare a piastra equivalente il solaio ed inserire il foro come per i solai a doppia orditura per i quali questa modellazione corrisponde all'effettivo comportamento del solaio. Per solai a semplice orditura il comportamento della piastra sarebbe ortotropo e deve tener conto della presenza dei laterizi che vanno opportunamente omogeneizzati e va determinata l'altezza del solaio equivalente. Di seguito riportiamo modellazioni FEM di piastre di solaio 5x5 m aventi altezza di 20 cm con fori di solaio le cui travi di bordo hanno dimensioni 50x25 cm appoggiate lungo i bordi a delle travi 30x50 realizzando la condizione di semiincastro vincolate agli estremi.
Il carico sul solaio è di 700 daN/mq .
La parte di solaio su cui realizzare il foro deve essere realizzata gettata in opera per cui al fine di accelerare i lavori in cantiere senza predisporre i laterizi e le armature dei travetti si può pensare di realizzare nella maglia di carpenteria una soletta gettata in opera armata nelle due direzioni anche di altezza inferiore a quella del solaio di 25cm e predisporre al suo interno il relativo foro; il pavimento sarà regolarizzato attraverso uno spessore maggiore del massetto.

Foro quadrato 2x2



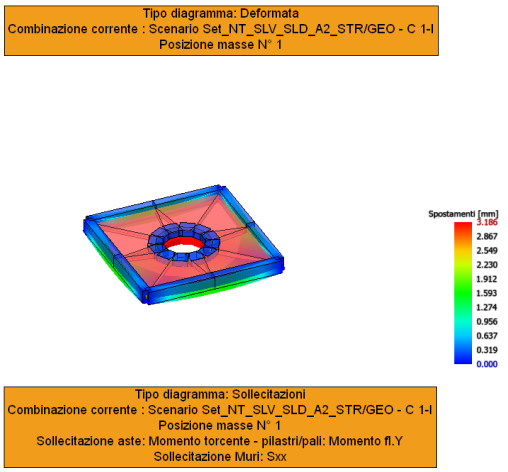


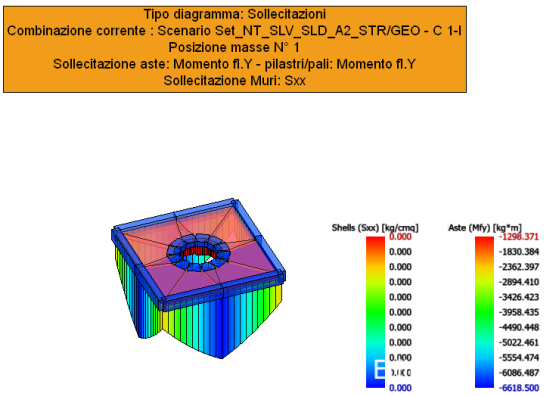


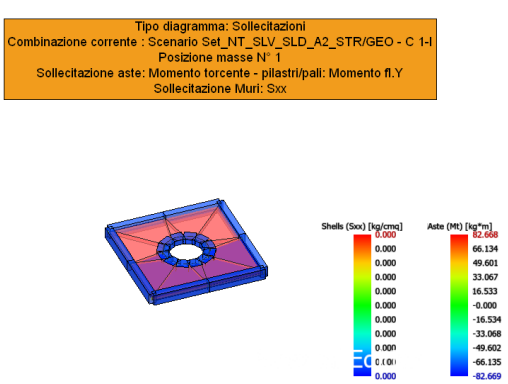
Per la piastra di solaio disponiamo 1 ferro del diametro di 14 mm ogni 25 cm nelle due direzioni , le travi del foro sono armate con la solita armatura. Si vede che gli abbassamenti sono insignificanti dell'ordine di qualche decimo di mm.

Conviene quindi nella progettazione del nostro edificio inserire direttamente il foro modellando il solaio come una piastra equivalente e non calcolarlo separatamente.

Foro Circolare diametro 2 m

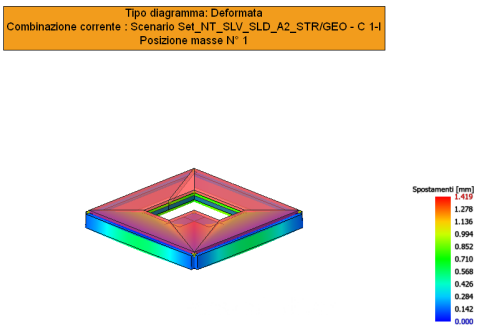


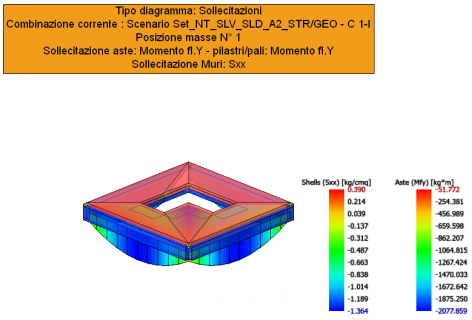


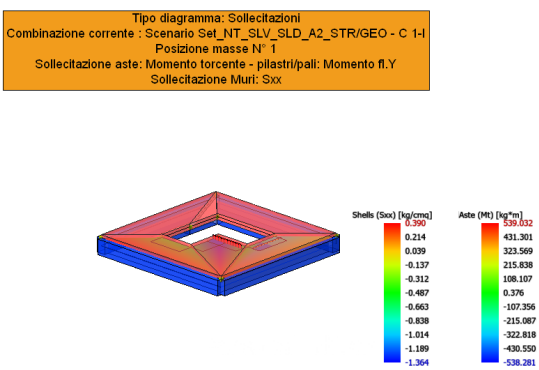


Le sollecitazioni nelle travi dipendono dal grado di discretizzazione dei pannelli , sono stati considerati degli pannelli con un unico elemento.

Foro ad L







8- Conclusioni

I fori nei solai in cemento armato nei piani intermedi vanno realizzati per consentire i collegamenti verticali tramite ascensori o negli alloggi duplex con scale in acciaio legno e cemento armato a chiocciola per fori circolari o laterali per fori rettangolari e ad L; in copertura vengono realizzati dei fori triangolari o romboidali in generale poligonali per consentire la realizzazione di abbaini in legno o in acciaio. La maglia di solaio dove va inserito il foro deve essere necessariamente gettata in opera non si possono utilizzare travetti precompressi per cui al fine di sveltire le operazioni di cantiere evitando di predisporre i laterizi con le armature dei travetti , ma predisponendo direttamente un tavolato con le armature metalliche si realizza una unica soletta di cemento armato che ha un peso di 500 daN/mq contro i 280 di un solaio gettato in opera con laterizi. Anche se il solaio è più pesante si hanno dei vantaggi nella modellazione strutturale , viene tutelata la rigidezza dell'impalcato poiché nella parte adiacente il foro si ha una soletta piena , inoltre in cantiere la posa in opera è più veloce. In questa maniera è possibile realizzare fori di solaio di forma qualsiasi sia poligonale che ovale ellissoidica circolare ect non essendoci problemi per quanto concerne la modellazione strutturale che caricherà di più le travi quanto minore è il grado di discretizzazione degli elementi di solaio. La problematica dei fori per le strutture in cemento armato sembra risolta potendo inserire la piastra di solaio forata nella modellazione del nostro edificio e quindi tenerne conto durante la fase di calcolo e progettazione.

Le scale in c.a. negli edifici in zona sismica

1- Introduzione

2- Analisi dei carichi

3- La scala Giliberti

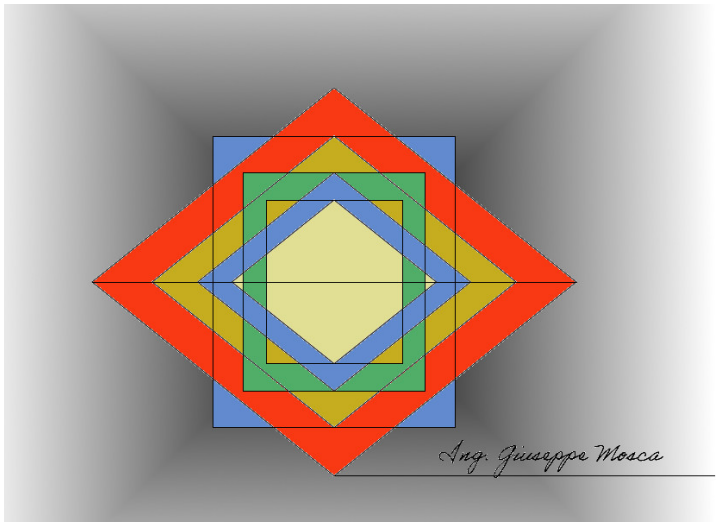
4- La rampa elicoidale

5- La scala a chiocciola

6- La scala con gradini a sbalzo e setto centrale verticale

7- La scala con gradini a sbalzo telaio centrale e trave a ginocchio

8- Conclusioni



Ing. Giuseppe Mosca

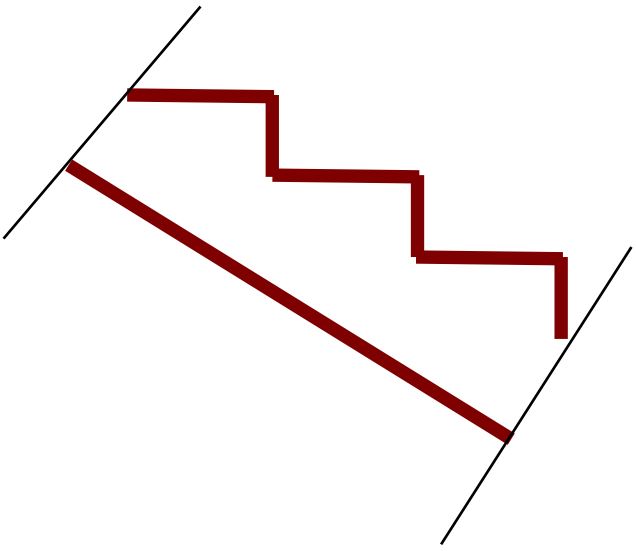
N.B.Mi scuso a priori di eventuali imprecisioni o errori che se segnalati contribuiscono al miglioramento degli appunti

1- Introduzione

*Le scale negli edifici in zona sismica vengono realizzate solitamente con la soluzione a travi a ginocchio e gradini a sbalzo oppure a soletta rampante inserite in una maglia di telaio rettangolare con dimensioni nette del vano scala pari a 2,50 m*5,10 m: si vogliono trovare delle soluzioni alternative che ci consentano di avere scale più funzionali strutturalmente negli edifici in zona sismica che meglio si adattano alla architettura del nostro edificio. Nel calcolo strutturale è sempre opportuno inserire la scala modellando la soletta tramite degli elementi plate-shell inclinati che individuano le rampe che hanno una rigidezza elevata da considerare poiché modifica il comportamento strutturale ovvero la risposta dinamica del nostro edificio introducendo effetti torsionali . La struttura della scala ha quindi una sua funzione di irrigidimento della nostra struttura limita gli spostamenti di interpiano cautelandoci nei confronti dello stato limite di danno; se poi si pensa alla trave a ginocchio inserita nel telaio l'incremento di rigidezza è ancora più consistente. Oggi nella progettazione degli edifici in cemento armato in zone ad alta sismicità si utilizza un nucleo ascensore o un nucleo scala molto rigido al quale viene demandata l'assorbimento della intera azione sismica orizzontale per cui i pilastri possono avere anche delle dimensioni ridotte sollecitati prevalentemente da carichi verticali richiamando il comportamento strutturale degli edifici alti in acciaio con nucleo irrigidente in calcestruzzo. Da ricordare il significato psicoanalitico della scala ovvero il salire e scendere le scale rappresenta l'atto sessuale tra un uomo ed una donna*

2- Analisi dei carichi

La luce di una scala a soletta rampante è solitamente pari a 5,40 m per cui è opportuno utilizzare una soletta avente uno spessore di circa 20 cm.



La pedata e l'alzata seguono la regola 2a+ p = 63 cm per p = 30 cm a = 16,5 cm che per 19 gradini sono circa ≈ 310 cm ;
L'analisi dei carichi è riferita ad una striscia verticale di 100 cm corrispondente a 3 pedate + 10 cm ; l'inclinazione della rampa α= 29°,85

Analisi dei carichi soletta rampante

*soletta 0,20*1,15*1,20*2500 =690 daN/ml*
*gradino 0,3*1,20*0,165*2500/2=75 daN/ml*
3 gradini 250 daN/ml
Intonaco 41,4 daN/ml
Massetto 125 daN/ml
Pavimento 70 daN/ml

Modellando la scala a trave unidimensionale il carico agente sulla rampa

Peso proprio G = 940 daN/ml
Carichi permanenti Gk=240 daN/ml
Carico accidentale Qv= 550 daN/ml

Se la scala la modelliamo come un elemento plate shell il carico da considerare (il peso proprio è già compreso nella modellazione)

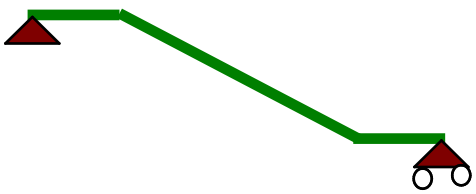
Q = 750 daN/mq

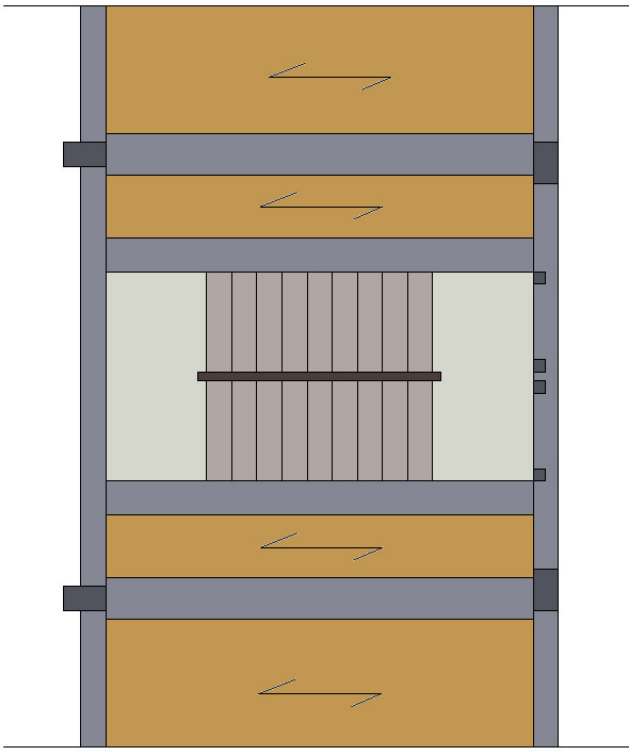
***Per la trave a ginocchio** la differenza è nello spessore della soletta che ha la funzione esclusiva di conferire ai gradini a sbalzo la medesima deformata il cui spessore è 10 cm*

Peso proprio G = 600 daN/ml
Carichi permanenti Gk=240 daN/ml
Carico accidentale Qv= 550 daN/ml

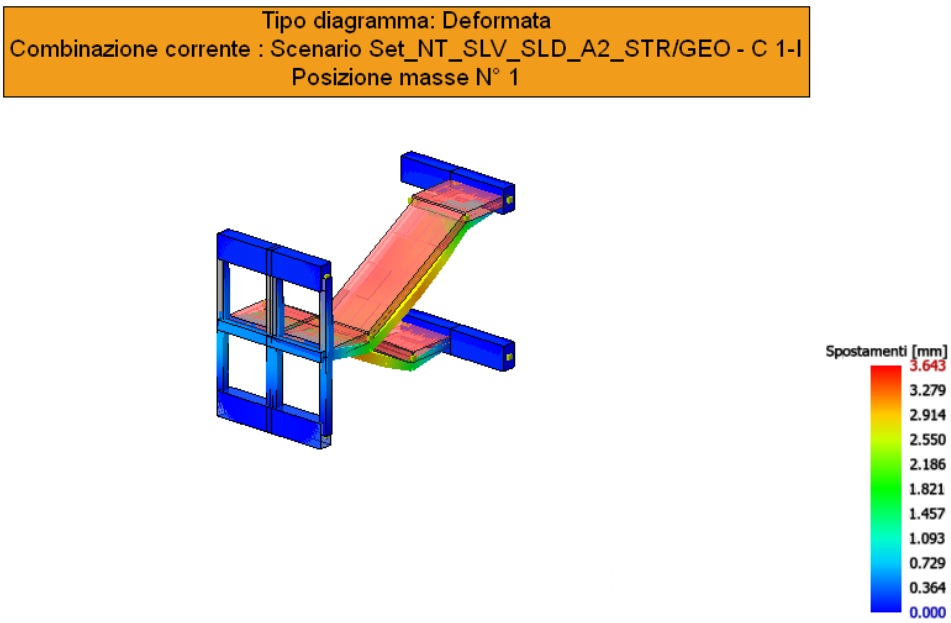
3- La scala Giliberti

*La scala Giliberti è stata una invenzione del professore **Aurelio Giliberti** docente di complementi di tecnica delle costruzioni della Università degli studi di Napoli Federico II scomparso da circa 25 anni, con la quale si realizzava una soluzione strutturale che non imponeva limitazioni alla impostazione della carpenteria strutturale potendo inserire la scala nella maglia rettangolare senza che la stessa interferisse con la rigidezza dell'edificio soluzione adatta oggi ad edifici con isolamento sismico alla base. La scala è a soletta rampante appoggiata su pendini , puntoni e tiranti nel pianerottolo di riposo sulla trave di bordo ovvero pilastrini di dimensioni ridotte 15x15 cm ; 10x10 cm e agganciata alla trave di interpiano come riportato in figura. Lo schema statico della rampa*





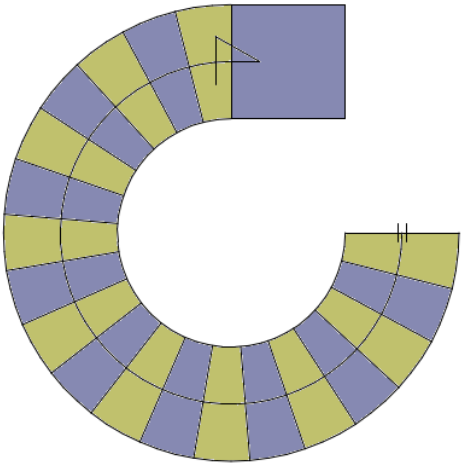
La presenza del carrello e quindi del funzionamento dei pilastrini a pendolino fa in modo che la rampa non interferisce con la deformabilità del telaio senza neanche alterare la maglia strutturale . Si riporta di seguito la modellazione FEM della scala Giliberti con le deformazioni.

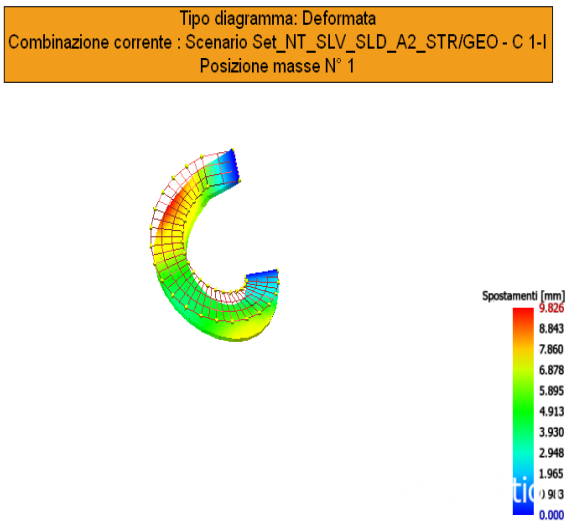


Le sollecitazioni flettenti e taglianti nei pilastrini derivanti dal sisma sono ridotte l'armatura di ogni pendine è pari a 4 ferri del diametro di Φ12 e staffe Φ8 ogni 10÷15 cm. La soletta ovvero la rampa è armata con 6 ferri Φ14 mm inferiori e superiori.

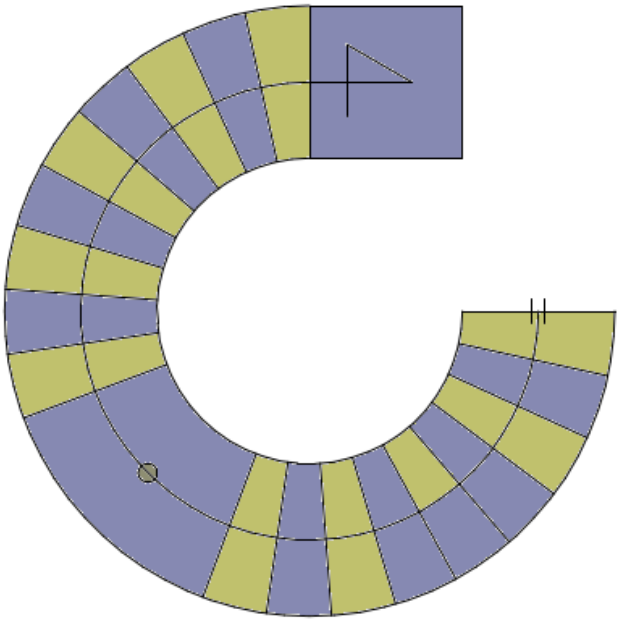
4- La rampa elicoidale

La rampa elicoidale realizzata all'esterno del nostro edificio per salire al primo piano o ancora in un grande salone in vista per accedere al primo livello di larghezza di circa 150 cm rappresenta un elemento architettonico di pregio ed emblematico per il nostro edificio. Il calcolo va eseguito a soletta rampante attraverso la modellazione plate shell oppure con una schematizzazione unidimensionale individuando l'asse della soletta sollecitato da carichi verticali. Può essere inserito un pianerottolo di riposo e se la lunghezza della rampa è eccessiva al di sotto viene realizzato un pilastro di sostegno. Lo spessore della rampa deve essere tale da evitare fastidiose oscillazioni ovvero va effettuata una verifica allo stato limite di vibrazione attraverso la valutazione della freccia ovvero delle deformazioni verticali; solitamente nelle strutture in cemento armato non si hanno problemi di vibrazione ma è opportuno controllare sempre gli abbassamenti. La forma arcuata della rampa elicoidale rende necessaria una verifica per azioni sismiche verticali anche se non prevista dalle normative .Riportiamo di seguito la modellazione FEM ed il calcolo delle armature.

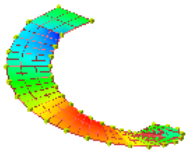


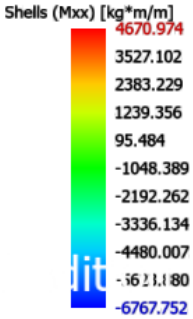


Le deformazioni sono consistenti, la normativa nella sua circolare esplicativa impone una deformazione limite pari a 1/500 L=1,92 cm per la integrità della ringhiera e 1/250L=0,96 cm per la salvaguardia dell'aspetto e funzionalità dell'opera; la luce della scala è circa 9,60 m con 20 pedate di larghezza centrale 42 cm al bordo interno 28 cm ed un pianerottolo da 120 cm;

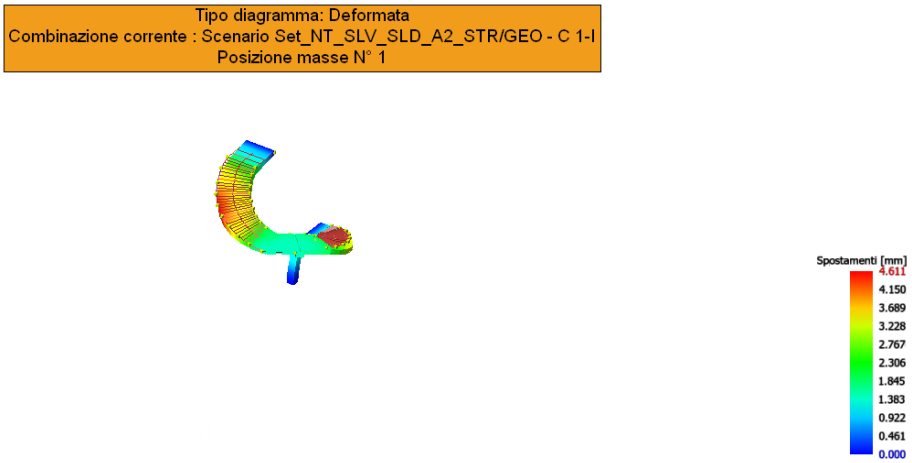


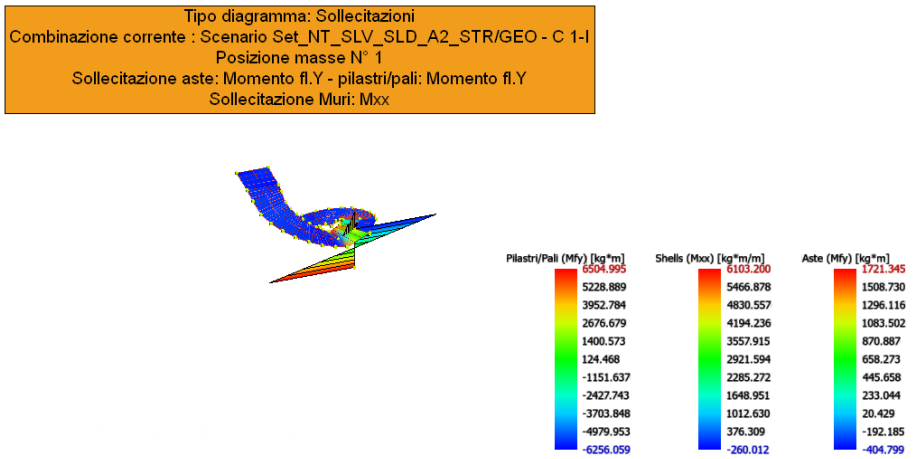
Tipo diagramma: Sollecitazioni
Combinazione corrente : Scenario Set_NT_SLV_SLD_A2_STR/GEO - C 1-I
Posizione masse N° 1
Sollecitazione aste: Momento fl.Y - pilastri/pali: Momento fl.Y
Sollecitazione Muri: Mxx





Si dispongono 5 ferri inferiori e superiori del diametro di 14 mm secondo l'esse curvilineo della scala, ed armatura radiale di 1 Φ14 /30 cm
Introduciamo anche un pianerottolo di riposo dopo 10 pedate con un pilastro di appoggio centrale





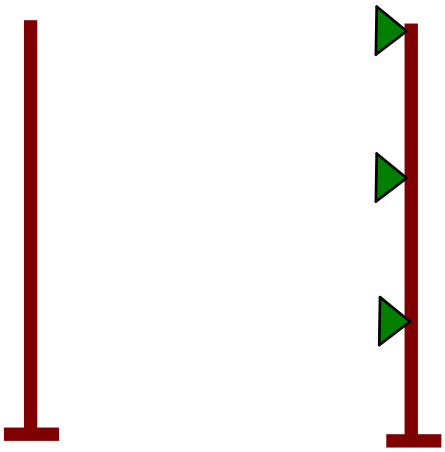
Gli spostamenti verticali si dimezzano, il pilastro è sollecitato dalle azioni sismiche orizzontali derivanti dalla massa della scala; la armatura è identica si ha soltanto una struttura meno deformabile senza problematiche di vibrazione. E' consigliabile realizzare la scala elicoidale con pilastro nel pianerottolo di riposo cautelandoci nei confronti di un eventuale meccanismo dovuto alla formazione di cerniere plastiche alla base ed alla sommità per cui lo schema variato è quello di scala elicoidale visto in precedenza

5- La scala a chiocciola

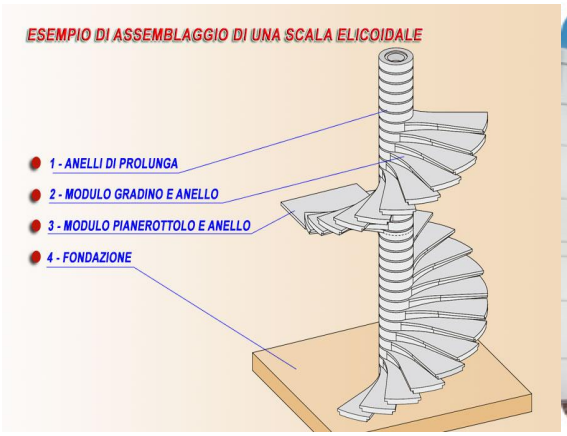
Studiamo una scala a chiocciola esterna che serve tre piani quindi altezza complessiva di 9,30 m per la quale prospettiamo due soluzioni strutturali ;

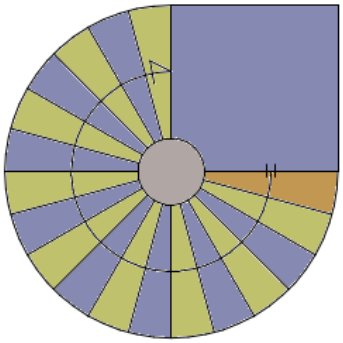
- scala giuntata dalla struttura
- scala vincolata all'edificio in corrispondenza dei pianerottoli .

La prima soluzione consente il calcolo come struttura indipendente, mentre per la seconda soluzione il calcolo va eseguito assieme alla struttura portante del nostro edificio per tener conto degli spostamenti orizzontali garantendo la congruità delle deformate ; il vantaggio del collegamento orizzontale è la verifica di instabilità per il pilastro centrale la cui lunghezza libera di inflessione è pari all'interpiano 3,10 m mentre per la scala indipendente il cui schema statico è quello di mensola la lunghezza libera è 18,60 m. Altri vantaggi riguardano il comportamento sotto azioni sismiche e quindi la formazione della cerniera plastica alla base che provoca il ribaltamento dello schema a mensola. Le due soluzioni hanno schemi statici differenti

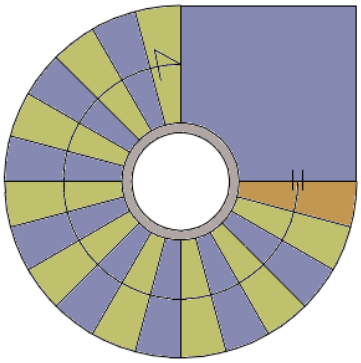


per la scala vincolata alla struttura si hanno deformazioni ridotte quindi assenza totale di vibrazioni e sollecitazioni flettenti nel pilastro di modesta entità. E' buona norma realizzare la scala a chiocciola anche se con gradini prefabbricati con una soletta di cls dello spessore di circa 10 cm che impone ai gradini la stessa deformata ed annulla la vibrazione del gradino fastidiosa per chi percorre la scala.



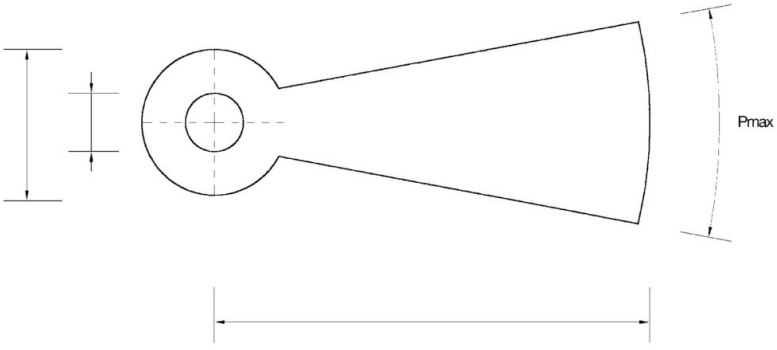


Scala vincolata al solaio



Scala giuntata con pilastro centrale cavo.

L'interpiano ha un altezza di 310 cm con 19 alzate da 16,31 cm, la rampa ha una larghezza di 120 cm con pilastro centrale del diametro di 60 cm ,mentre diametro esterno 120 cm con sezione a corona circolare per scala giuntata. Il gradino è prefabbricato a sezione variabile rettangolare come indicato in figura :



La verifica del gradino è immediata , è una mensola per la quale si calcolano le sollecitazioni taglianti e flettenti

$V=\int q(z)dz;\ M=\int q(z)*zdz;$

la freccia

$f=\int(\int M/EI*dz)dz=\sum(\sum M/EI*\Delta z)\Delta z$

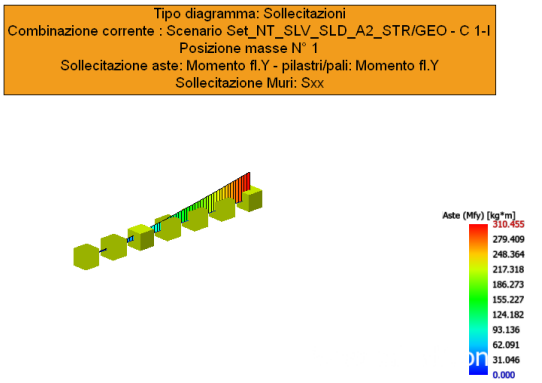
Il calcolo della freccia può essere eseguito anche per composizione cinematica o tramite il PLV suddividendo la mensola in conci aventi rigidezza costante eseguendo un analisi non lineare che tenga conto della fessurazione del cls e del tension-stiffning, calcolando per ogni concio la sezione reagente e quindi la posizione dell'asse neutro e la inerzia della sezione omogeneizzata.
Più complicata è l'analisi dinamica verticale per la determinazione del periodi fondamentale di vibrazione per cui si preferisce far riferimento ad una rigidezza parzializzata $\alpha*EI$ con $\alpha\leq 1$ e modellare FEM il gradino.
Per la modellazione FEM del gradino ,lo consideriamo a sezione variabile per il quale calcoliamo anche la frequenza fondamentale di vibrazione per sisma verticale , suddividendo la trave in 6 tronchi

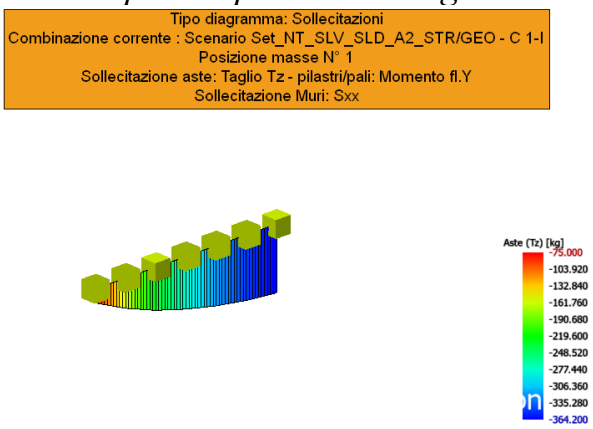
$B_1 = 8$ cm; $B_2 = 13$ cm; $B_3 = 18.3$; $B_4 = 23,5$; $B_5 = 31,41$; $B_6 = 39,26$;

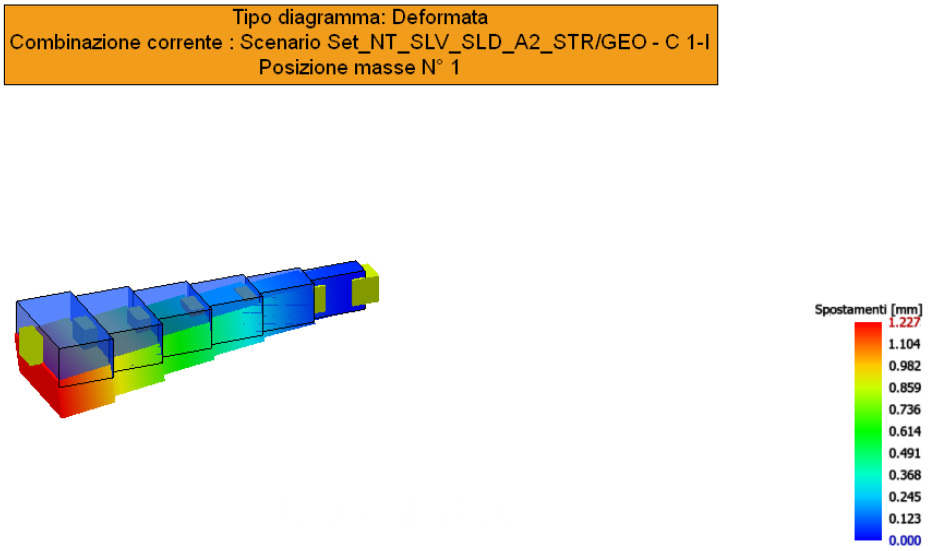
Altezza del gradino 15 cm
Il gradino è prefabbricato di calcestruzzo avente buona finitura per cui il carico è solo quello accidentale

$Q_1 = 32daN/m; Q_2 = 52daN/m; Q_3 = 74daN/m; Q_4 = 94daN/m; Q_5 = 125daN/m; Q_6 = 158daN/m;$

Alla estremità vi è una forza concentrata di 50 daN pari al peso della ringhiera







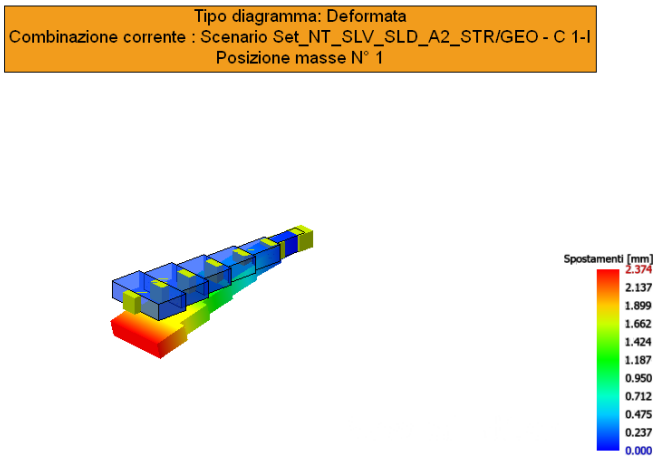
*Momento 310 daN*m ; Taglio V =384 daN f = 1,327 mm*

La verifica della sezione di aggancio 8 x 15 cm; Le armature sono due molle del diametro 10 mm e staffe del diametro 8 mm ogni 10 cm. Lo spessore del gradino è eccessivo per problematiche di deformabilità ovvero per limitarne l'inflessione pari ad 1,2 mm ed evitare delle fastidiose vibrazioni.
Il periodo fondamentale di vibrazione per sisma verticale :

T = 0.0291sec F = 34 Hz

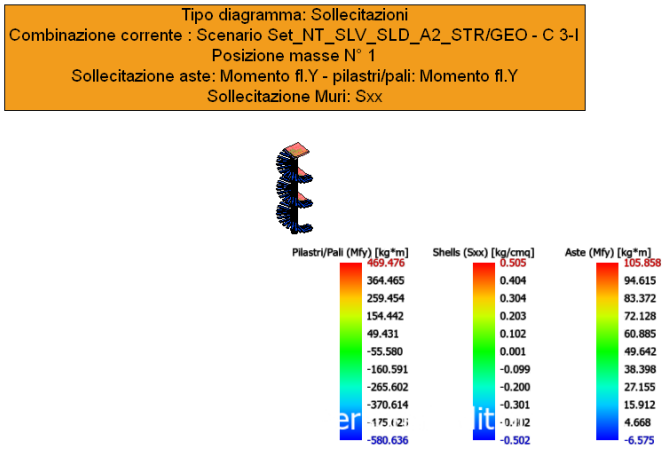
la normativa italiana per le strutture in legno afferma che affinché non si abbiano delle vibrazioni la frequenza fondamentale F>8Hz; per le strutture in c.a. non vi sono delle indicazioni specifiche , possiamo affermare che i nostri gradini quando percorriamo la scala non vibrano se ancorati efficacemente al pilastro.
Il gradino è abbastanza pesante circa 110 kg è poco maneggevole e si hanno delle difficoltà nel montaggio sul pilastro; le scale elicoidali a chiocciola sono realizzate con gradini leggeri e di spessore ridotto che oscillano volutamente al passaggio delle persone tenendo presente che la scala a chiocciola simboleggia il DNA e quindi la vibrazione nella inseminazione artificiale con manipolazione genetica ci sta bene.
Se utilizziamo un gradino di altezza 10 cm , la freccia è circa
*2,3 mm < 1/250*L =4,8 mm f = 2,3 mm < 1/500 L*
le armatura da utilizzare sono per la flessione 4 Φ12 e per il taglio staffe Φ8/5 cm in corrispondenza del pilastro per circa 40 cm poi può essere portato a 10 cm. Per quanto concerne le vibrazioni la frequenza fondamentale è pari a

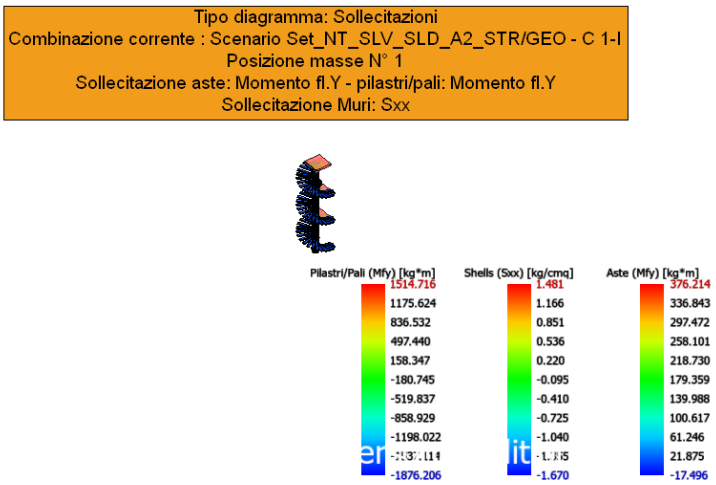
T = 0.0435 ; F =23 Hz



Riportiamo di seguito la modellazione FEM per le due soluzioni strutturali con le relative deformazioni e sollecitazioni con una ulteriore condizione di carico accidentale distribuito solo su una parte della scala.

Scala vincolata all'edificio



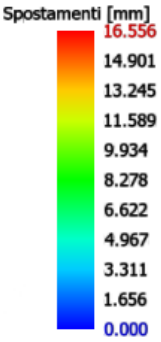


Le sollecitazioni flettenti nel pilastro sono di modesta entità è prevalentemente caricato da sforno normale di compressione.

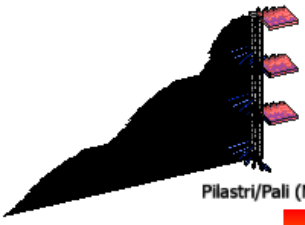
Scala giuntata dall'edificio

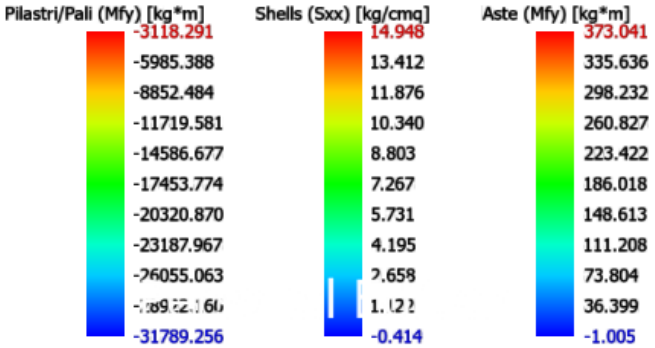
Si è utilizzato inizialmente una sezione del pilastro centrale circolare diametro 80 cm si hanno i seguenti valori delle deformazioni e delle sollecitazioni :

Tipo diagramma: Deformata
Combinazione corrente : Scenario Set_NT_SLV_SLD_A2_STR/GEO - C 3-I
Posizione masse N° 1



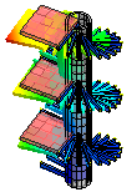
Tipo diagramma: Sollecitazioni
Combinazione corrente : Scenario Set_NT_SLV_SLD_A2_STR/GEO - C 4-I
Posizione masse N° 1
Sollecitazione aste: Momento fl.Y - pilastri/pali: Momento fl.Y
Sollecitazione Muri: Sxx





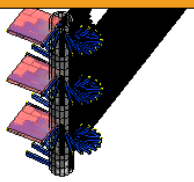
Per la instabilità globale è stata eseguita un analisi di buckling il moltiplicatore critico è maggiore di 10: La sezione del pilastro è verificata. Realizziamo un pilastro centrale con sezione a corona circolare diametro interno 90 cm e diametro esterno 110 cm utilizzando una minore quantità di cls pari alla metà

Tipo diagramma: Deformata
Combinazione corrente : Scenario Set_NT_SLV_SLD_A2_STR/GEO - C 3-I
Posizione masse N° 1



Spostamenti [mm]
9.447
8.502
7.557
6.613
5.668
4.723
3.779
2.834
1.889
0.945
0.000

Tipo diagramma: Sollecitazioni
Combinazione corrente : Scenario Set_NT_SLV_SLD_A2_STR/GEO - C 4-I
Posizione masse N° 1
Sollecitazione aste: Momento fl.Y - pilastri/pali: Momento fl.Y
Sollecitazione Muri: Sxx

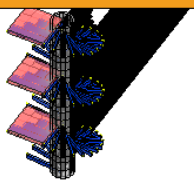


Pilastri/Pali (Mfy) [kg*m]
-3091.678
-5556.287
-8020.896
-10485.505
-12950.114
-15414.723
-17879.332
-20343.941
-22808.550
-25273.159
-27737.768

Shells (Sxx) [kg/cmq]
16.227
14.500
12.772
11.045
9.317
7.589
5.862
4.134
2.407
0.679
-1.048

Aste (Mfy) [kg*m]
374.595
337.039
299.482
261.926
224.370
186.813
149.257
111.700
74.144
36.588
-0.969

Tipo diagramma: Sollecitazioni
Combinazione corrente : Scenario Set_NT_SLV_SLD_A2_STR/GEO - C 4-I
Posizione masse N° 1
Sollecitazione aste: Momento fl.Y - pilastri/pali: Momento fl.Y
Sollecitazione Muri: Sxx



Pilastri/Pali (Mfy) [kg*m]
-3091.678
-5556.287
-8020.896
-10485.505
-12950.114
-15414.723
-17879.332
-20343.941
-22808.550
-25273.159
-27737.768

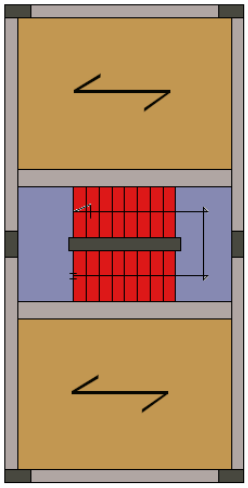
Shells (Sxx) [kg/cmq]
16.227
14.500
12.772
11.045
9.317
7.589
5.862
4.134
2.407
0.679
-1.048

Aste (Mfy) [kg*m]
374.595
337.039
299.482
261.926
224.370
186.813
149.257
111.700
74.144
36.588
-0.969

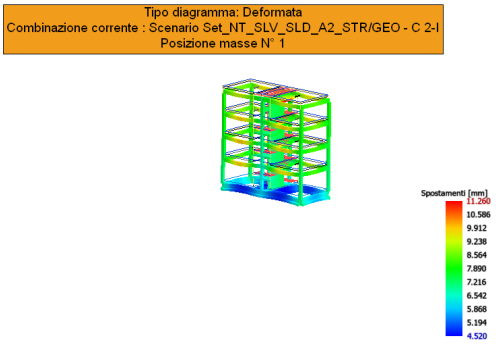
Gli spostamenti della struttura si dimezzano e diminuiscono anche le sollecitazioni

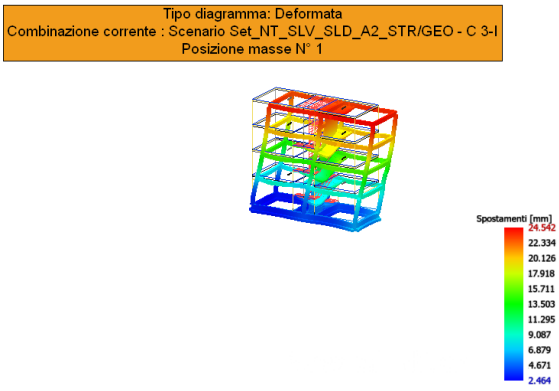
6- La scala con gradini a sbalzo e setto centrale verticale

Studiamo la scala della ***Unitè d'Habitation di Le Corbusier*** *inserita nella carpenteria del nostro edificio con setto centrale avente la funzione di assorbire le azioni sismiche orizzontali.*

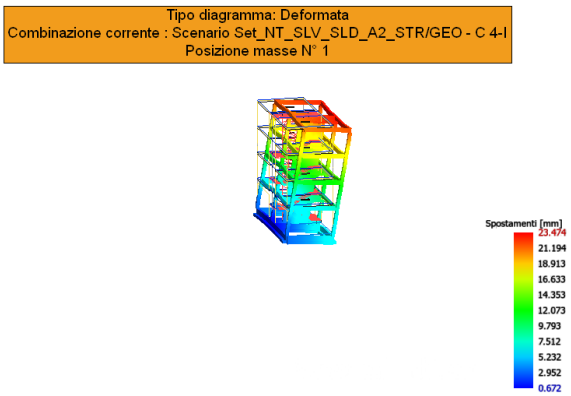


I gradini sono a sbalzo come per una normale trave a ginocchio ancorati alla parete ; si può utilizzare anche la soluzione a soletta rampante con travi a sbalzo che fuoriescono dalla parete in corrispondenza dei pianerottoli di arrivo e di riposo. Si studia il comportamento strutturale dell'edificio la presenza di singolarità di picchi di tensione che in qualche maniera possono alterare la risposta sismica del nostro edificio. L'edificio consta di 4 impalcati per semplicità i pilastri sono stati considerati di sezione 40x40cm travi 30x50 cm e setto centrale avente spessore 30cm; la struttura non desta problemi la soluzione strutturale è efficace anche per quanto concerne il controventamento dell'edificio.





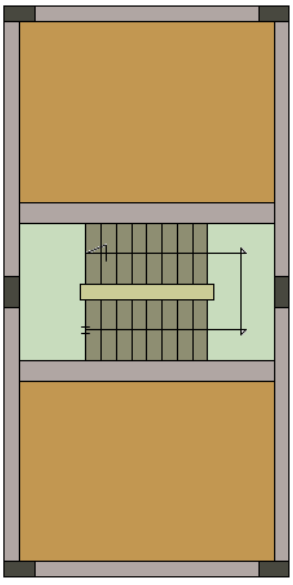
Gli elementi strutturali sono tutti verificati , è evidente che si hanno problemi di rigidezza di impalcato per la presenza del vano scala essendo la sezione resistente soltanto quella del pianerottolo. I gradini possono essere realizzati a sbalzo aventi sezione rettangolare senza soletta 30x10 cm che fuoriescono dal setto centrale in modo che la scala abbia un gradevole aspetto estetico

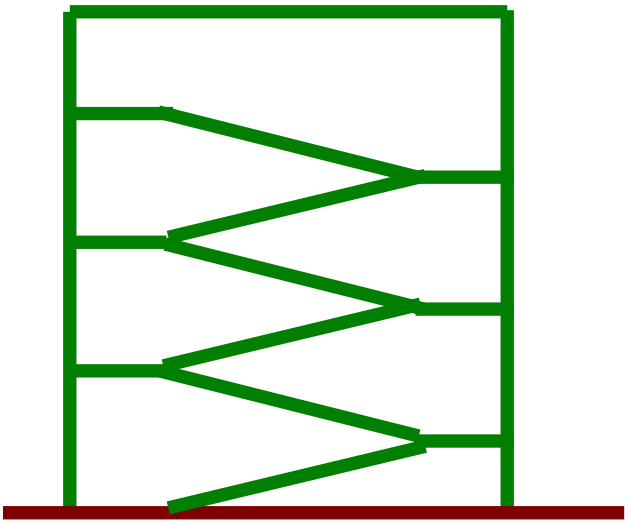


Nella struttura intelaiata spaziale manca la trave di collegamento per cui è importante la modellazione della soletta che ha la funzione di solidarizzare i pilastri e garantire il collegamento nel telaio.

7- La scala con gradini a sbalzo telaio centrale e trave a ginocchio

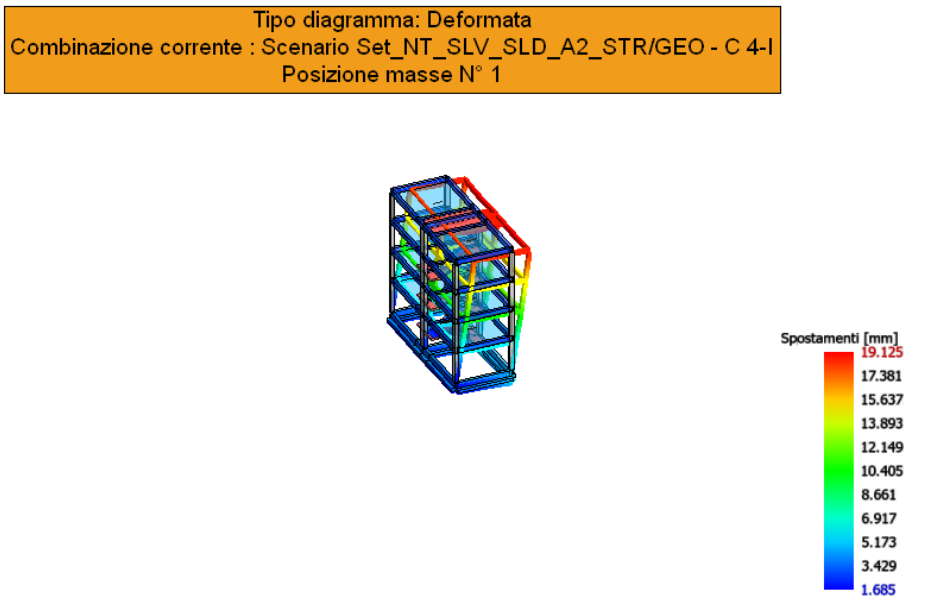
Questa tipologia di scala viene realizzata sostituendo il setto centrale con delle travi a ginocchio che per la simmetria dei carichi verticali permanenti ed in parte accidentali fanno in modo che il momento torcente sulle travi sia perfettamente bilanciato , l'eventuale scompenso viene trasmesso al pianerottolo ed al pilastro di appoggio che deve avere adeguata rigidezza flessionale.

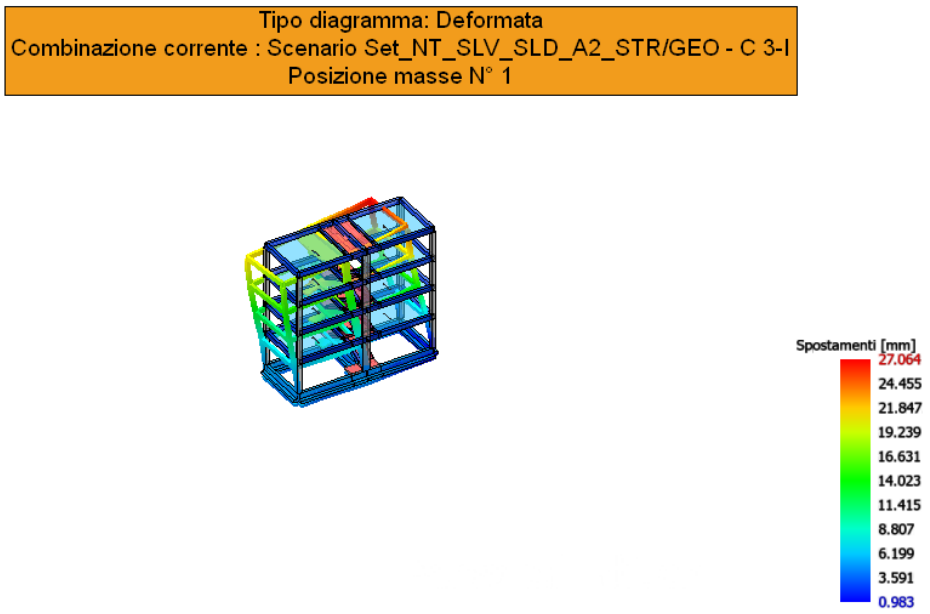




Riportiamo la modellazione FEM di questa tipologia di scala con la rampa modellata come uno sbalzo vista la presenza dei collegamenti tra i pilastri mediante travi inclinate che irrigidiscono con la rigidezza assiale notevolmente il nostro edificio.

La trave a ginocchio ha una sezione 30x60 i pilastri dimensioni 40x40 mentree quelli che fungono da vincolo torsionale hanno una sezione 30x70cm.





8- Conclusioni

Le soluzioni strutturali per le scale negli edifici in cemento armato sono la soletta rampante e la trave a ginocchio inserite in una maglia strutturale della carpenteria in modo che venga assicurata a livello dell'impalcato la continuità strutturale. Le scale viste in questi appunti sono delle soluzioni alternative funzionano bene se giuntate dalla struttura ovvero se non interferiscono con la sua deformabilità attraverso un foro ricavato nella carpenteria .Se inserite nella struttura del nostro edificio manca il collegamento a livello di impalcato assicurato dalla soletta della rampa modellata come elemento plate shell

Le lesioni negli edifici

1-Introduzione

2-Le lesioni negli edifici in cemento armato

3-Le lesioni negli edifici in muratura

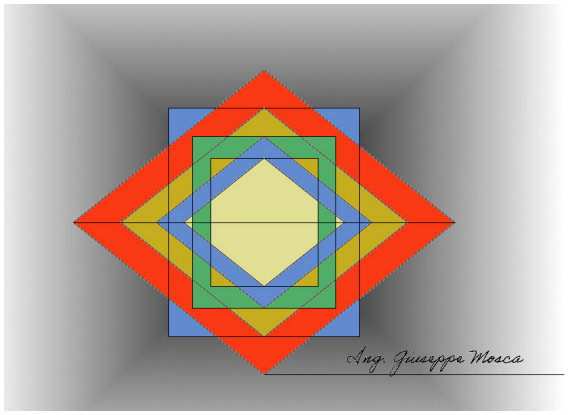
4-I cedimenti di fondazione

5-I danni negli edifici in c.a. per azioni sismiche

6-Le lesioni negli edifici in muratura provocate dai terremoti

7- Il monitoraggio degli edifici lesionati

8-Conclusioni

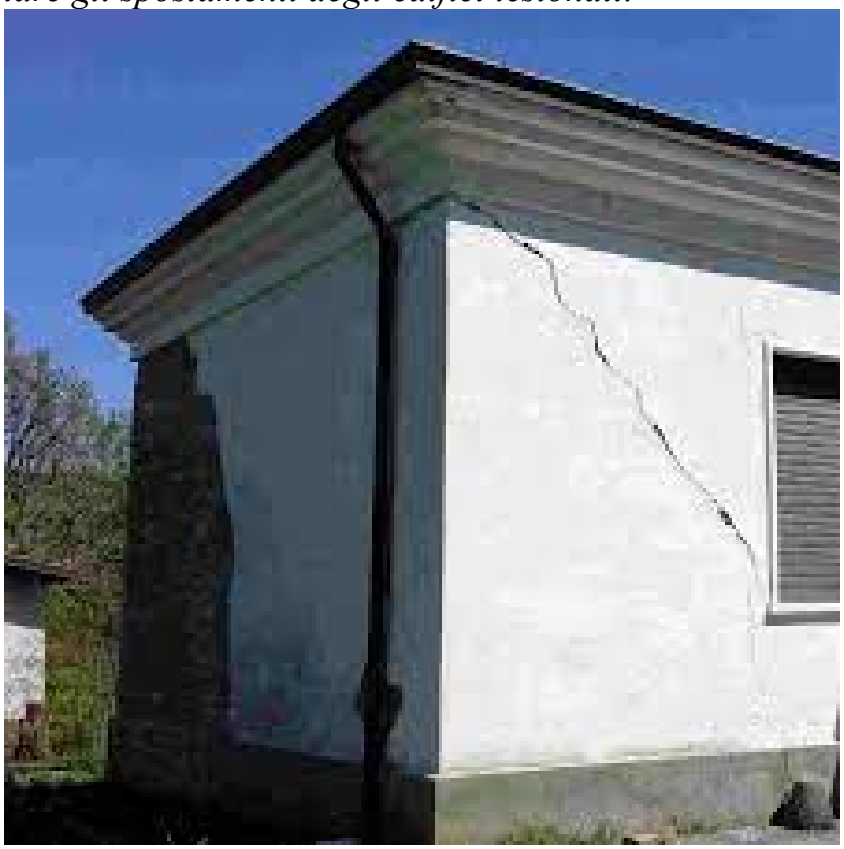


Ing. Giuseppe Mosca

N.B. Mi scuso a priori di eventuali imprecisioni o errori che se segnalati contribuiscono al miglioramento degli appunti

1- Introduzione

Le lesioni negli elementi strutturali si verificano quando viene superata la resistenza a trazione o a compressione del materiale costituente che può essere cemento armato o muratura , per cui si hanno lesioni da schiacciamento , lesioni per trazione , pressoflessione e lesione da taglio. La lesione è un distacco che si verifica nel materiale che può portare al crollo parziale dell'elemento strutturale e se associata ad una quadro fessurativo globale al crollo dell'intero edificio. Solitamente gli edifici lesionati vengono dichiarati inagibili dai vigili del fuoco ovvero non possono essere utilizzati se prima non si eseguono interventi di consolidamento volti a risanare l'edificio e a restituirgli la capacità statica necessaria. Le lesioni vanno controllate ovvero è opportuno misurarne l'ampiezza e valutare le relative deformazioni ovvero controllare gli spostamenti degli edifici lesionati.



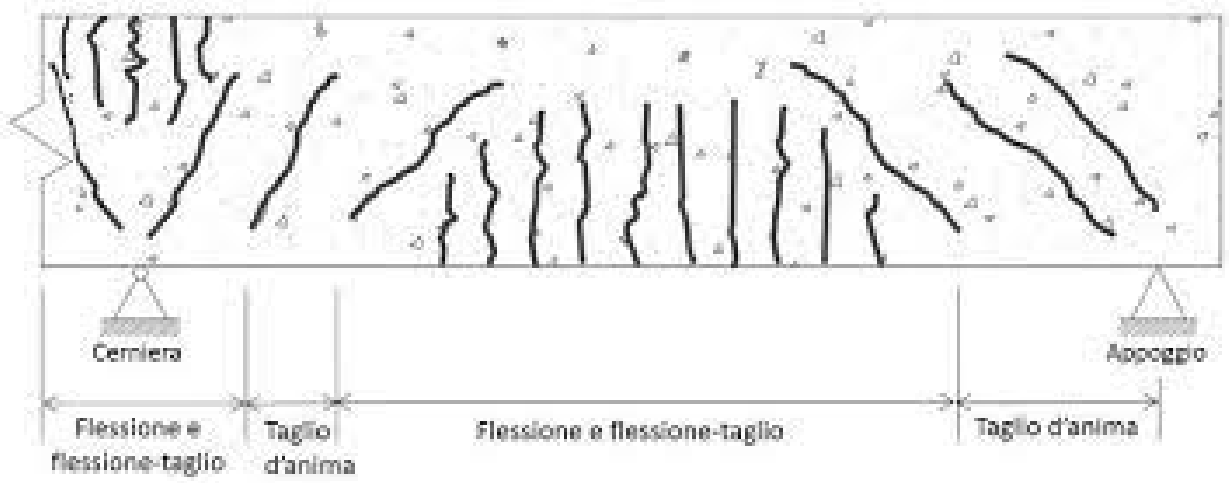
E' possibile risalire dall'andamento della lesione allo stato tensionale attraverso i cerchi di Mohr e quindi individuare le cause ovvero le forze che hanno determinato quel particolare danno ed eseguire degli interventi di consolidamento ; ad esempio per lesioni da schiacciamento in un pilastro si opterà per una cerchiatura che abbia come obiettivo attraverso il confinamento di contrastare la deformazione laterale e di incrementare la resistenza a compressione . Le lesioni vanno risarcite esistono delle tecniche strutturali che hanno come obiettivo la ricucitura del distacco in modo da ripristinare la continuità nell'elemento strutturale; la sola risarcitura non basta vanno eliminate le cause ovvero eliminate le azioni che hanno determinato la lesione o va incrementata la resistenza in modo che l'elemento strutturale possa far fronte a tali forze senza rompersi.

2-Le lesioni negli edifici in cemento armato

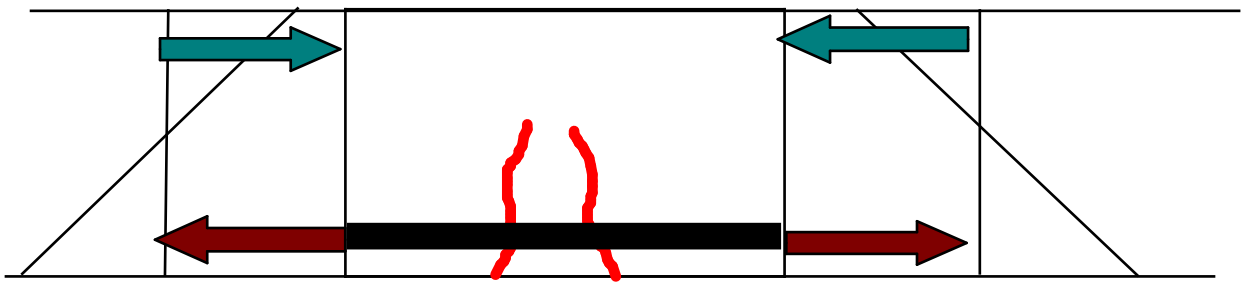
Le lesioni negli edifici in cemento armato riguardano i singoli elementi strutturali quali travi solai e pilastri;

- Lesioni nelle travi

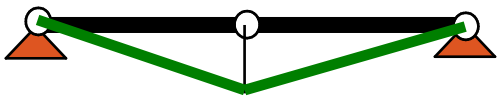
Le travi sono elementi strutturali prevalentemente sollecitati a flessione e taglio(più rare sono le lesioni da torsione) di conseguenza il distacco ovvero la lesione avviene per superamento della resistenza a trazione conseguente ad una carenza di armatura metallica.



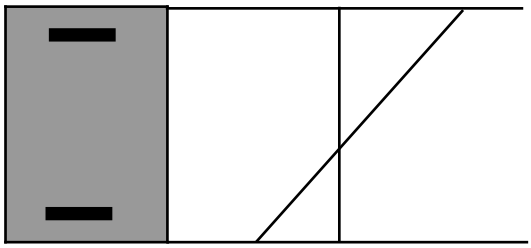
Le lesioni da flessione *si verificano in campata ed agli appoggi della trave in c.a., sono facilmente riconoscibili perché verticali e derivano dal superamento della resistenza a trazione.*



le lesioni sono di fessurazione nel calcestruzzo e derivano dal superamento della resistenza a trazione ; se la trave è carente di armatura metallica si può avere il crollo dell'elemento strutturale con formazione di cerniera plastica conseguente rotazione e cinematismo



Si può determinare il momento di prima fessurazione corrispondente alla formazione della prima lesione , l'ampiezza delle fessure e l'eventuale rotazione della cerniera plastica ; nella ipotesi di comportamento elastico lineare è immediato determinare per una trave inflessa a doppia armatura il momento di fessurazione corrispondente all'apertura della prima fessura ,



La tensione al lembo teso è pari a σ_t , la posizione dell'asse neutro si ottiene annullando il momento statico

$$-n'*B*(H-X)^2/2 + B*X^2/2 + n*A's*(X-c) - n*As*(h-X) = 0 \quad (1)$$

$$n = E_S/E_C \; ; \; n' = E_{CT}/E_C \; ;$$

H altezza trave h = H-c altezza utile
B base trave
c copriferro
X profondità asse neutro
As area metallica tesa
A's area metallica compressa
n coefficìente omogeneizzazione acciaio
n' coefficiente omogeneizzazione calcestruzzo teso

E_S modulo elastico acciaio 206000 N/mmq
E_C modulo elastico cls compresso $E_C = 22000*[f_{cm}/10]^{0,3}$ in N/mmq
E_{CT} modulo elasticità a trazione cls $E_{CT} = 18000*\sqrt{Rck}$ daN/cmq

il valore di $f_{tck} = 1,3*0,3*(fck)^{2/3}$ per $C \leq 50/60$ frattile 95%

$f_{tck} = 0,7*0,3*(fck)^{2/3}$ per $C \leq 50/60$ frattile 5%

la (1) è una equazione di secondo grado nella incognita X , la soluzione è la radice reale positiva < h
il momento di inerzia della sezione omogenea interamente reagente

$$I=n'*B*(H-X)^3/3 + B*X^3/3 + n*A's*(X-c)^2 + n*As*(h-X)^2$$

il momento di fessurazione

$$M_F = n'*f_{tckd}*I/(H-X)$$

Il momento di fessurazione si calcola per strutture in c.a, situate in ambienti aggressivi dove si possono avere fenomeni di corrosione delle armature; la problematica è molto più complessa bisogna stabilire quando una fessura per trazione, normale in un elemento strutturale in c.a, può rivelarsi pericolosa a tal uopo viene determinata l'ampiezza delle fessure come stabilito nelle NTC 2018 ovvero stabilire se le armature della nostra trave sono sufficienti a far fronte alla trazione in caso contrario procedere con un rinforzo strutturale .

La circolare esplicativa alle NTC 2018 fa dipendere la larghezza della fessura dalla deformazione nella barra di acciaio tesa e quindi dalla relativa tensione evitando di calcolare l'ampiezza della fessura

Tabella C4.1.II *Diametri massimi delle barre per il controllo di fessurazione*

Tensione nell'acciaio	Diametro massimo ϕ delle barre (mm)		
σ_s [MPa]	$w_3 = 0{,}4$ mm	$w_2 = 0{,}3$ mm	$w_1 = 0{,}2$ mm
160	40	32	25
200	32	25	16
240	20	16	12
280	16	12	8
320	12	10	6
360	10	8	-

Tabella C4.1.III *Spaziatura massima delle barre per il controllo di fessurazione*

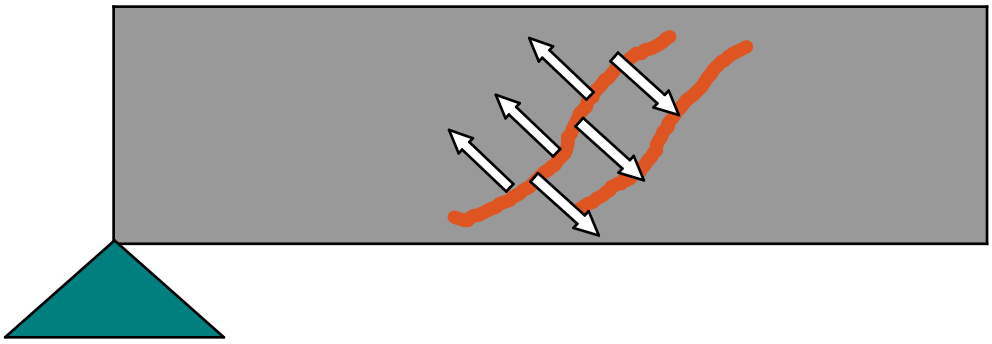
Tensione nell'acciaio	Spaziatura massima s delle barre (mm)		
σ_s [MPa]	$w_3 = 0{,}4$ mm	$w_2 = 0{,}3$ mm	$w_1 = 0{,}2$ mm
160	300	300	200
200	300	250	150
240	250	200	100
280	200	150	50
320	150	100	-
360	100	50	-

dove lo stato limite di apertura delle fessure, nel quale il valore limite di apertura della fessura calcolato al livello considerato è pari ad uno dei seguenti valori nominali:

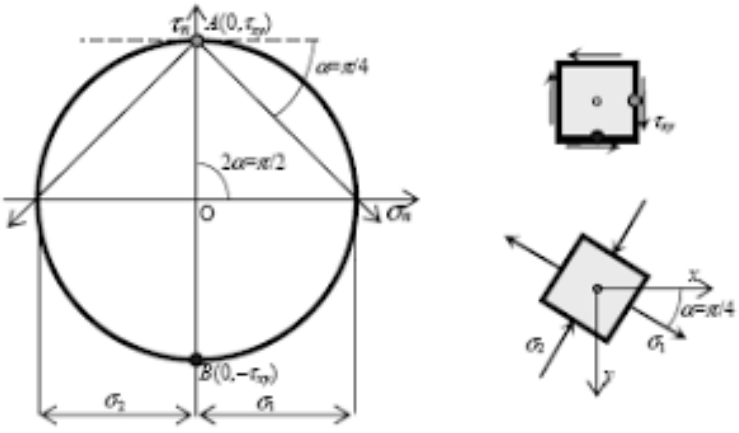
$w_1 = 0{,}2$ *mm* $\qquad w_2 = 0{,}3$ *mm* $\qquad w_3 = 0{,}4$ *mm*

é evidente che la forza di trazione dipende dal diametro del tondino e dalla relativa tensione per cui le fessure saranno tanto più grandi quanto maggiore è la tensione; se la armatura è insufficiente avremo delle fessure molto ampie.
In un sopralluogo quando ci troviamo di fronte ad una lesione per flessione in una trave dobbiamo stimare ad occhio anche mediante un calibro la larghezza della fessura ed eseguire delle verifiche a flessione della sezione di cemento armato.

Le lesioni da taglio *si verificano in prossimità degli appoggi della trave in c.a., sono facilmente riconoscibili perché inclinate a 45° e derivano dal superamento della resistenza a trazione.*

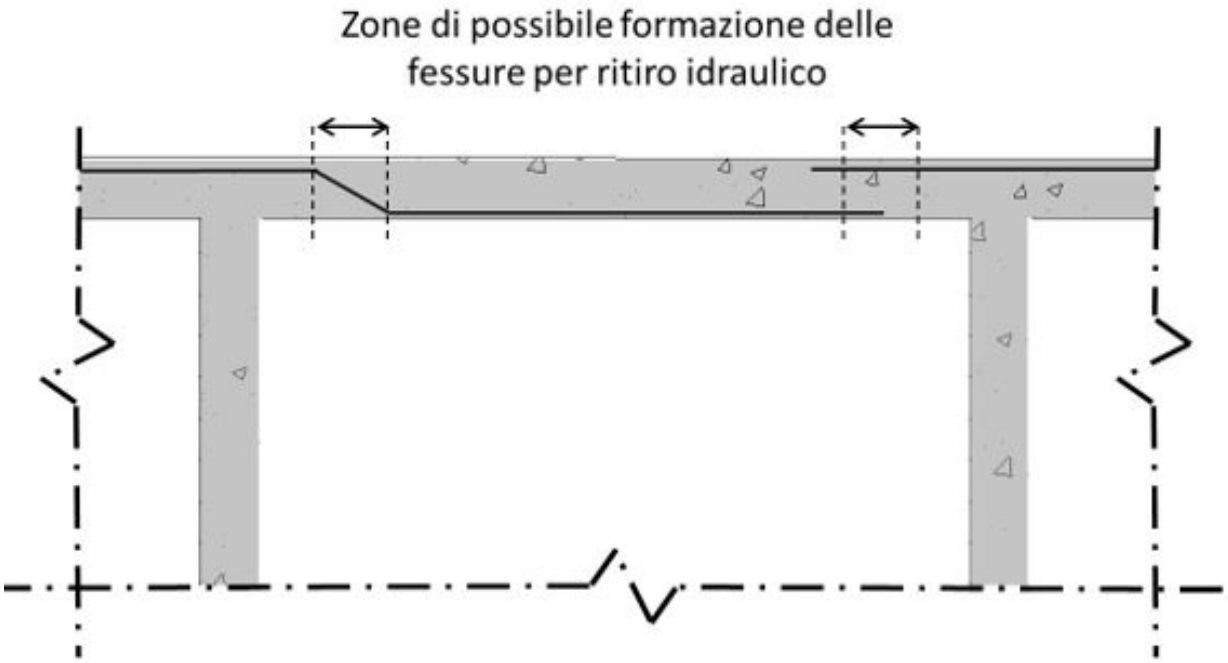


Il cerchio di Mohr in regime di taglio puro ovvero in assenza di sforzo normale come accade per le travi , fornisce una inclinazione delle lesioni come risultato da prove sperimentali inclinate a 45° ; il distacco avviene poiché lungo la superficie inclinata viene superata la resistenza a trazione , lo stato tensionale è piano

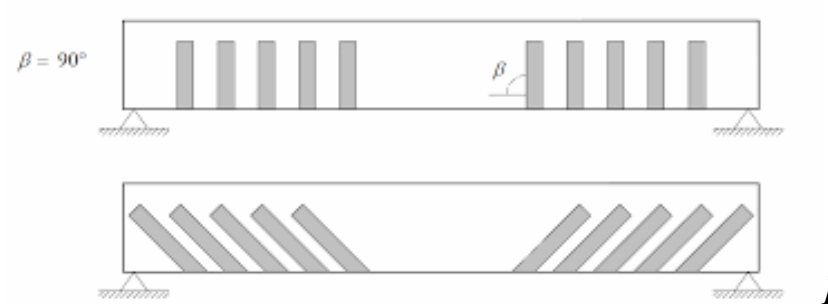


La fessurazione nel cls è normale , la trazione viene fatta assorbire dalle staffe e dai ferri di parete o dai sagomati , con la tecnica costruttiva moderna esclusivamente da staffe e ferri di parete che hanno anche la funzione di contrastare le lesioni verticali

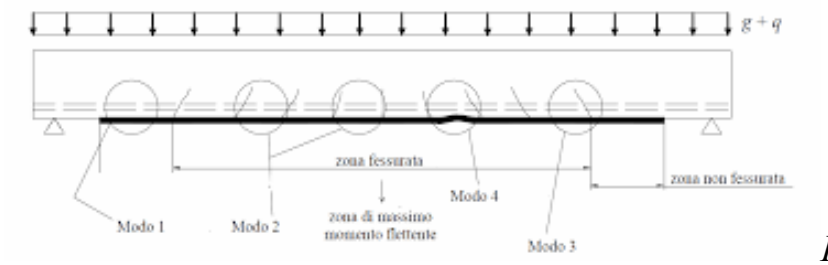
da ritiro che interessano tutta la trave; ovviamente la pericolosità della lesione dipende dalla sua ampiezza e conviene sempre eseguire una verifica a taglio della trave di cemento armato.



Gli interventi di rinforzo hanno come obiettivo il miglioramento della resistenza a taglio e a flessione della nostra trave



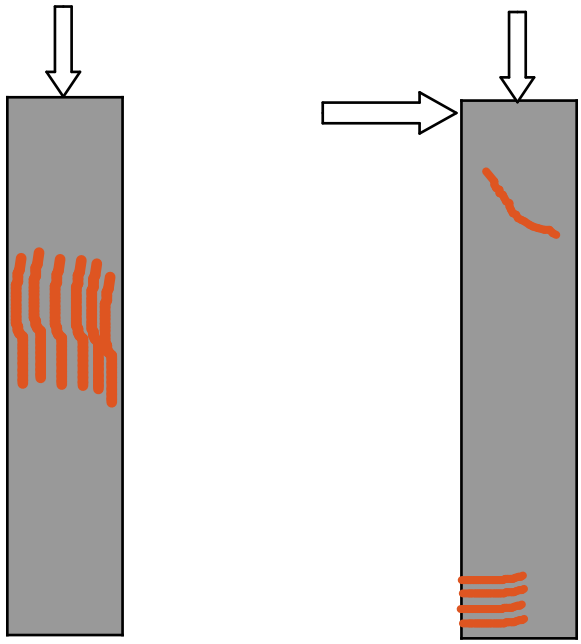
Rinforzo a taglio



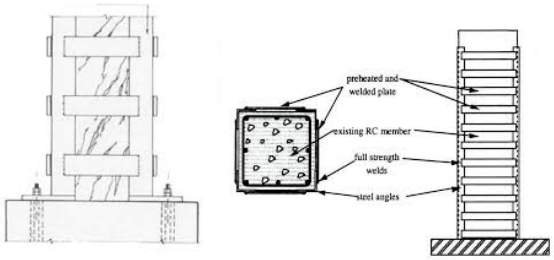
Rinforzo a flessione

Rinforzo a flessione e taglio

- Lesioni nei pilastri



I pilastri negli edifici in cemento armato in assenza di azioni simiche sono prevalentemente sollecitati a compressione per cui se l'area di calcestruzzo e di ferro sono insufficienti si possono avere lesioni verticali da schiacciamento; se il pilastro è sollecitato a pressoflessione e taglio si hanno le lesioni indicate indicate in figura . I rinforzi hanno come obiettivo il confinamento del pilastro in modo da aumentare la resistenza a compressione , inoltre la cerchiatura incentiva anche la resistenza a taglio .

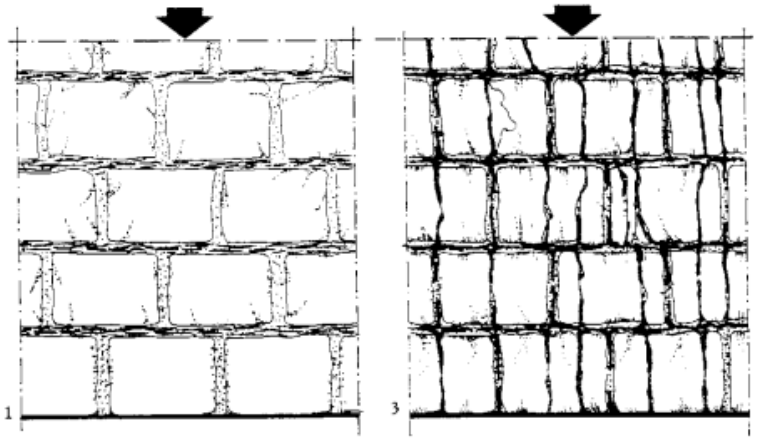


In edificio gli unici elementi strutturali sollecitati a torsione sono le travi a ginocchio e le travi perimetrali dove sono ancorati degli sbalzi raramente si verificano lesioni da torsione che sono analoghe alle lesioni da taglio poiché derivano da una tensione tangenziale.

3-Le lesioni negli edifici in muratura

Nei pannelli di muratura si possono avere lesioni da schiacciamento , pressoflessione e taglio .

- Lesioni da schiacciamento



-Le fessurazioni si presentano in linea di massima con andamento pressoché parallelo;

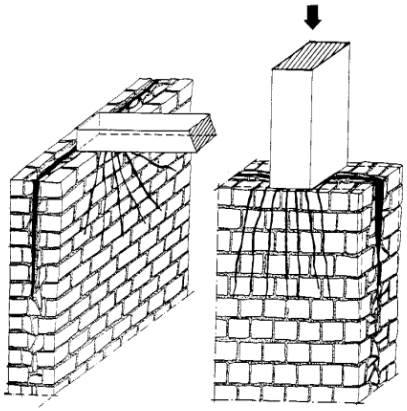
-Negli stadi più avanzati si hanno fenomeni di rigonfiamento dei paramenti;

-In stadi avanzati (che preludono al collasso) si possono avere anche lesioni orizzontali.

-Si disgregano prima le malte, poi si ha la rottura delle pietre ed infine il vero e proprio schiacciamento.

-Nel caso di malte di ottima qualità ovvero di murature a sacco, si può avere la rottura delle pietre senza avere prioritariamente la rottura della malta.

***Lo schiacciamento** può avvenire per la presenza di **un carico concentrato** come l'appoggio di una trave*

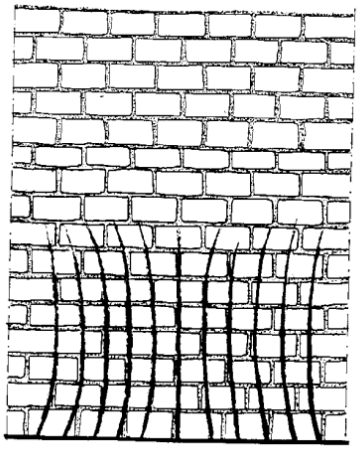


-Le fessurazioni sono verticali o inclinate a 45° nella zona immediatamente sottostante il carico;

-La frattura si determina nel piano medio sempre immediatamente sotto il carico;

-In generale, la stabilità dell'edificio non può essere compromessa da un singolo episodio di eccessivo carico localizzato

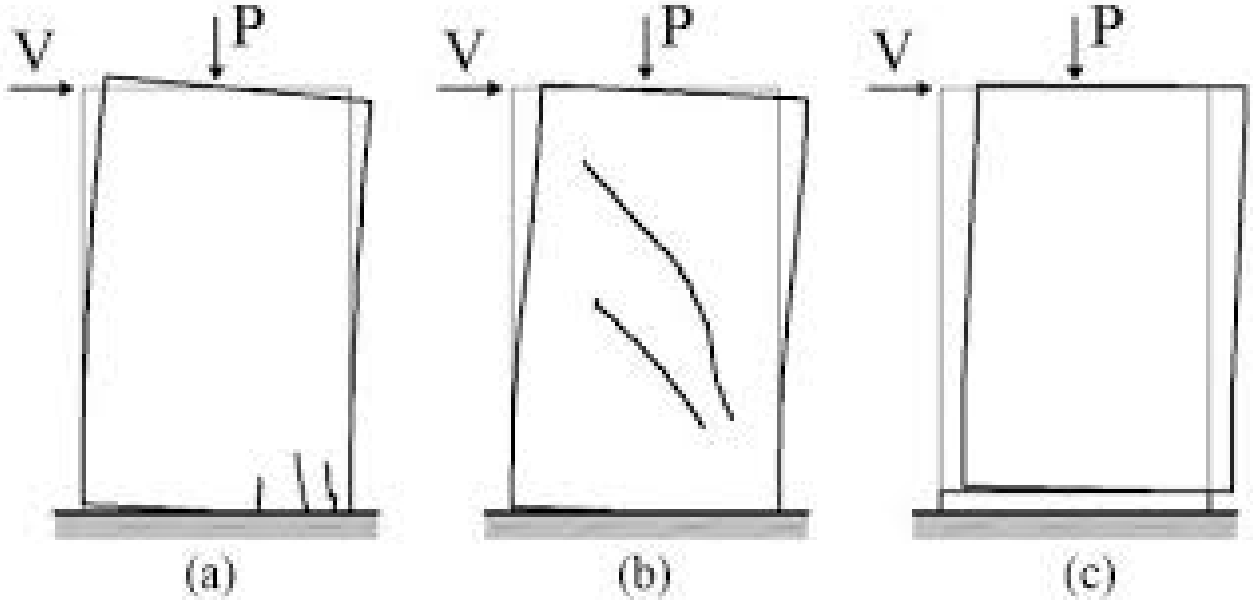
Lo schiacciamento per peso proprio



-Le fessurazioni sono pressoché parallele e dirette come il carico.

-Naturalmente, si manifestano nella regione più bassa del muro.

Le lesioni nei pannelli murari



a) pressoflesione
b) trazione diagonale
c) scorrimento

- Lesioni per pressoflessione e carico di punta fuori del piano

Le lesioni causate dalla pressoflessione possono ricondursi a tre casi tipici:
–il primo riguarda il caso del paramento esterno con materiale più resistente;

–il secondo il caso di entrambi i paramenti più resistenti rispetto al nucleo centrale riempito con muratura informe e meno resistente;

–il terzo riguarda gli angoli dei fabbricati o le spalle delle aperture eseguite con blocchi squadrati e collegati alla restante muratura più o meno caotica.

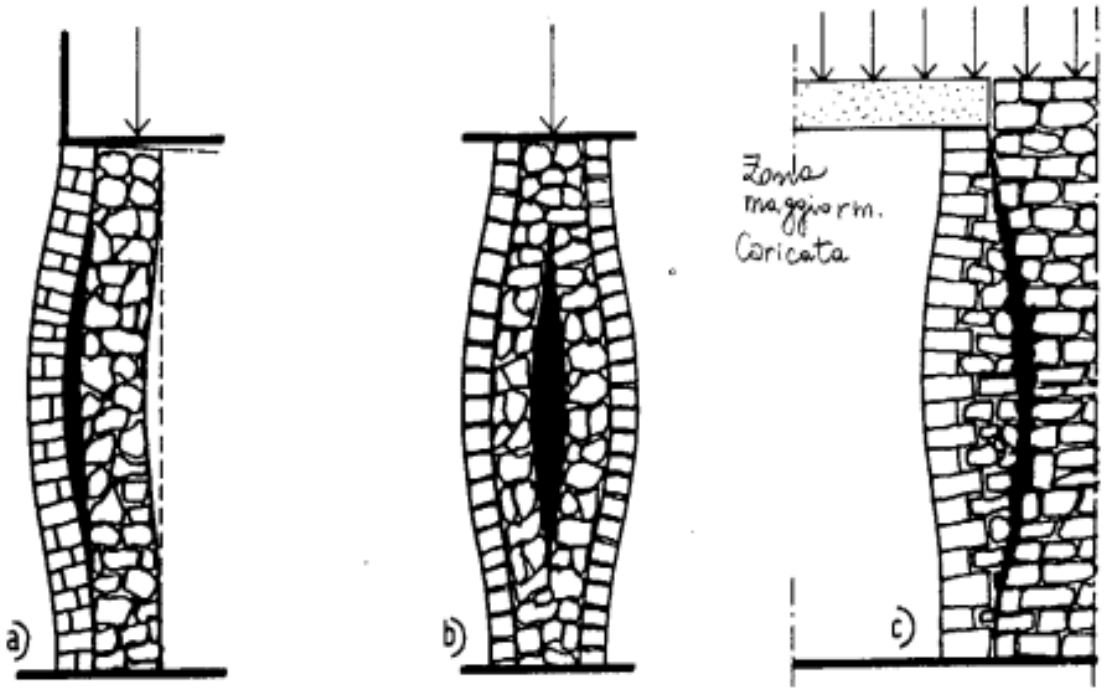


FIG 26

-E' una sollecitazione molto pericolosa per le strutture murarie;

-Il solido murario sollecitato a carico di punta può rompersi per effetto della pressoflessione prima di raggiungere la condizione di schiacciamento;

-Il difetto costruttivo della muratura dovuto ad un cattivo collegamento trasversale può portare a pericolosi dissesti causati da pressoflessione (a parità di altezza del muro, si può dimezzare lo spessore a causa della cattiva tessitura della struttura muraria);

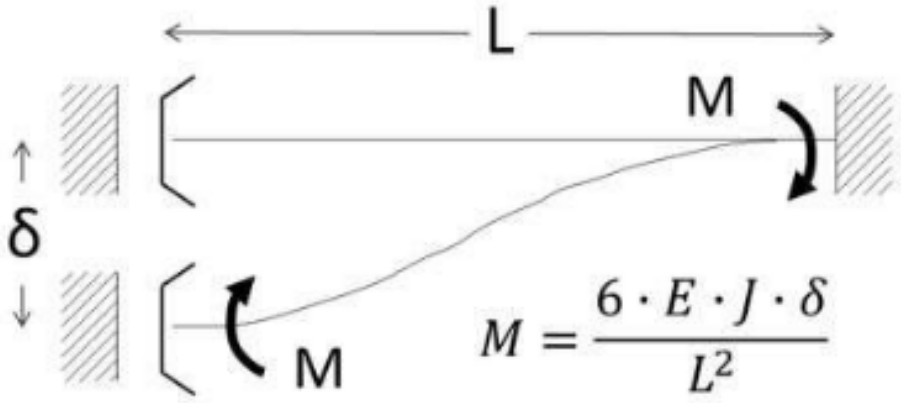
-Anche il difetto di omogeneità della sezione muraria può predisporre il muro ad un dissesto da pressoflessione;

-Il dissesto si manifesta con il rigonfiamento dei paramenti;

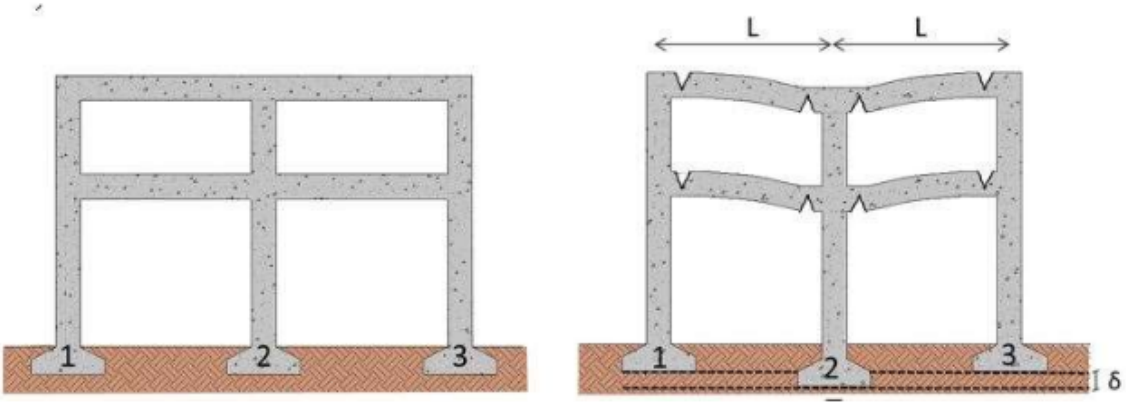
-La lesione è caratterizzata dalla smembratura della struttura in più tronchi verticali.

4-I cedimenti di fondazione

I cedimenti di fondazione in telai in cemento armato *provocano sollecitazioni flettenti nelle travi molto elevate* $M = 6*EI*\delta/L^2$



Il telaio in cemento armato subisce lesioni nelle travi e nelle tamponatura come riportato in figura :



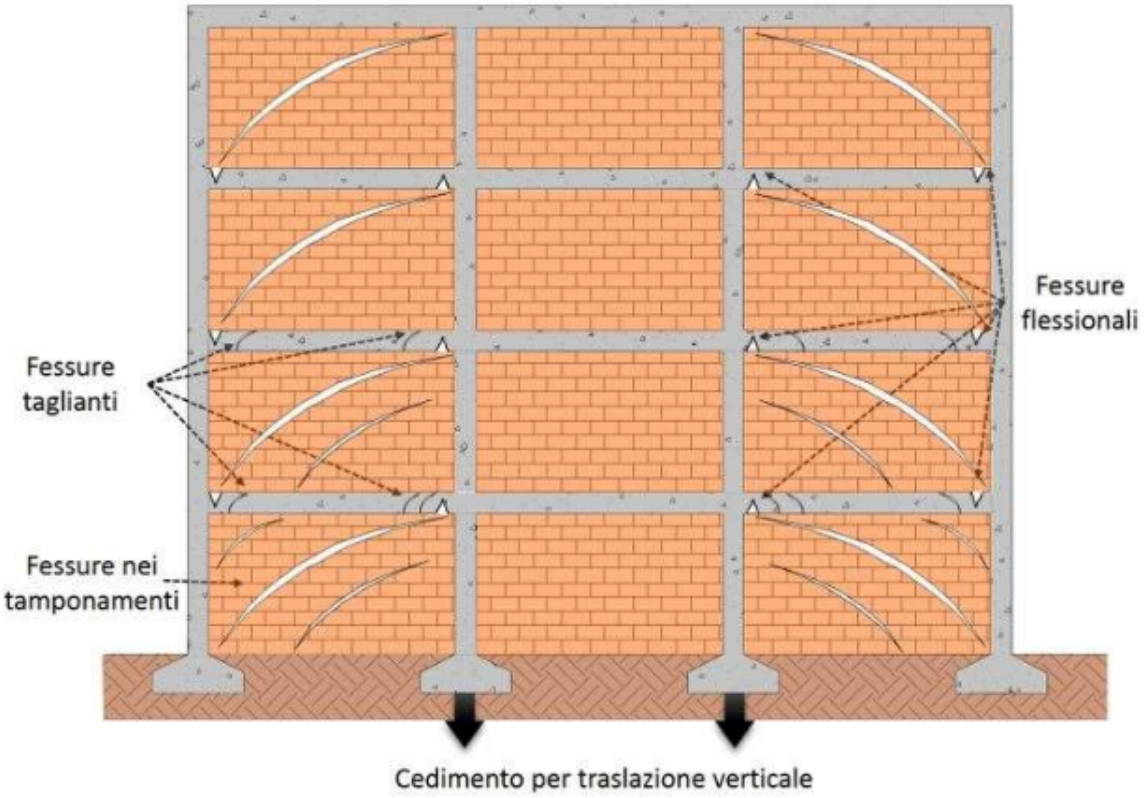
I momenti flettenti aggiuntivi sono molto elevati basti pensare che per una trave 30x50 di luce 450 cm con un cedimento $\delta = 1mm$ *si ha un momento flettente*

$M = 6*315000*(30*50^3/12)/450^2 = 29166\ daN*m$

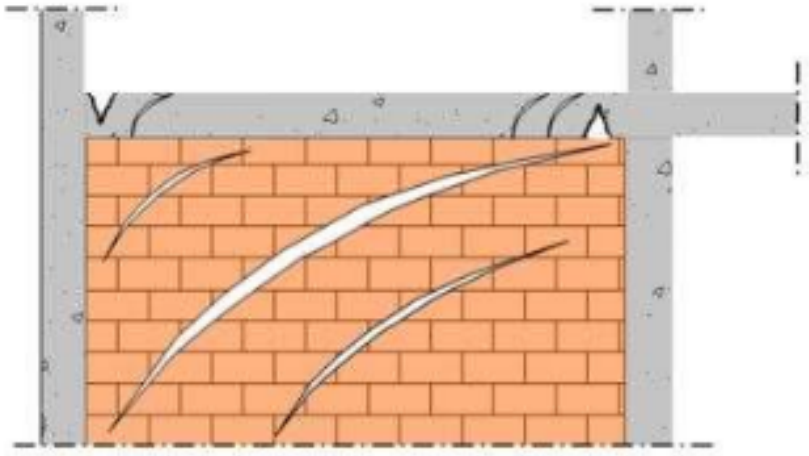
il momento va dimezzato per tener conto della fessurazione del cls
$M \approx 15000\ daN*m$

in una fondazione viste le caratteristiche del terreno non perfettamente compattato una volta che la struttura viene caricata un cedimento differenziale di 1mm anche tendendo conto della differenza tra gli sforzi normali nei pilastri è normale .

Per un telaio tamponato

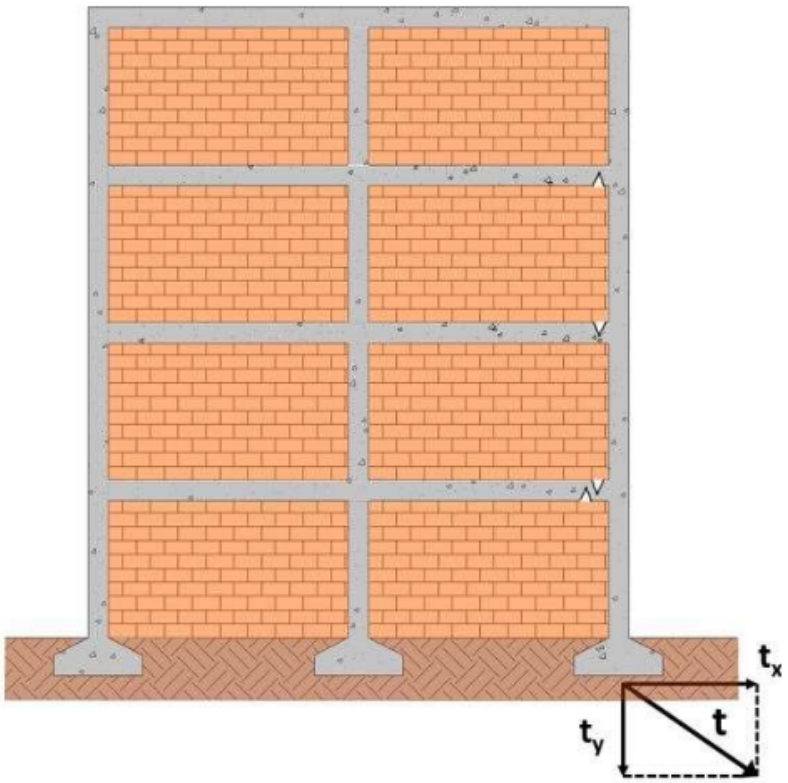


Le lesioni nel singolo pannello di tamponatura

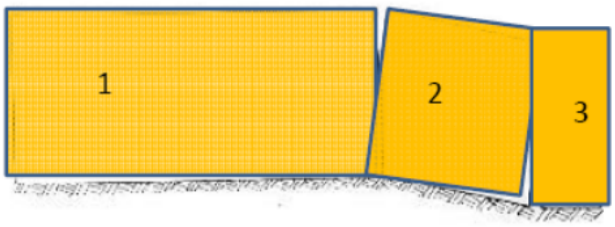


I cedimenti differenziali possono essere evitati facendo ricorso a fondazioni continue quali platee , solai rovesci, reticoli di travi di fondazione molto rigidi dove la ripartizione dei carichi sul piano di fondazione è uniforme; per fondazioni isolate quali plinti i cedimenti differenziali possono essere importanti ma molto spesso non vi è rispondenza tra la teoria della scienza delle costruzioni e le sollecitazioni e lesioni nel telaio.

Il cedimento di un pilastro d'angolo



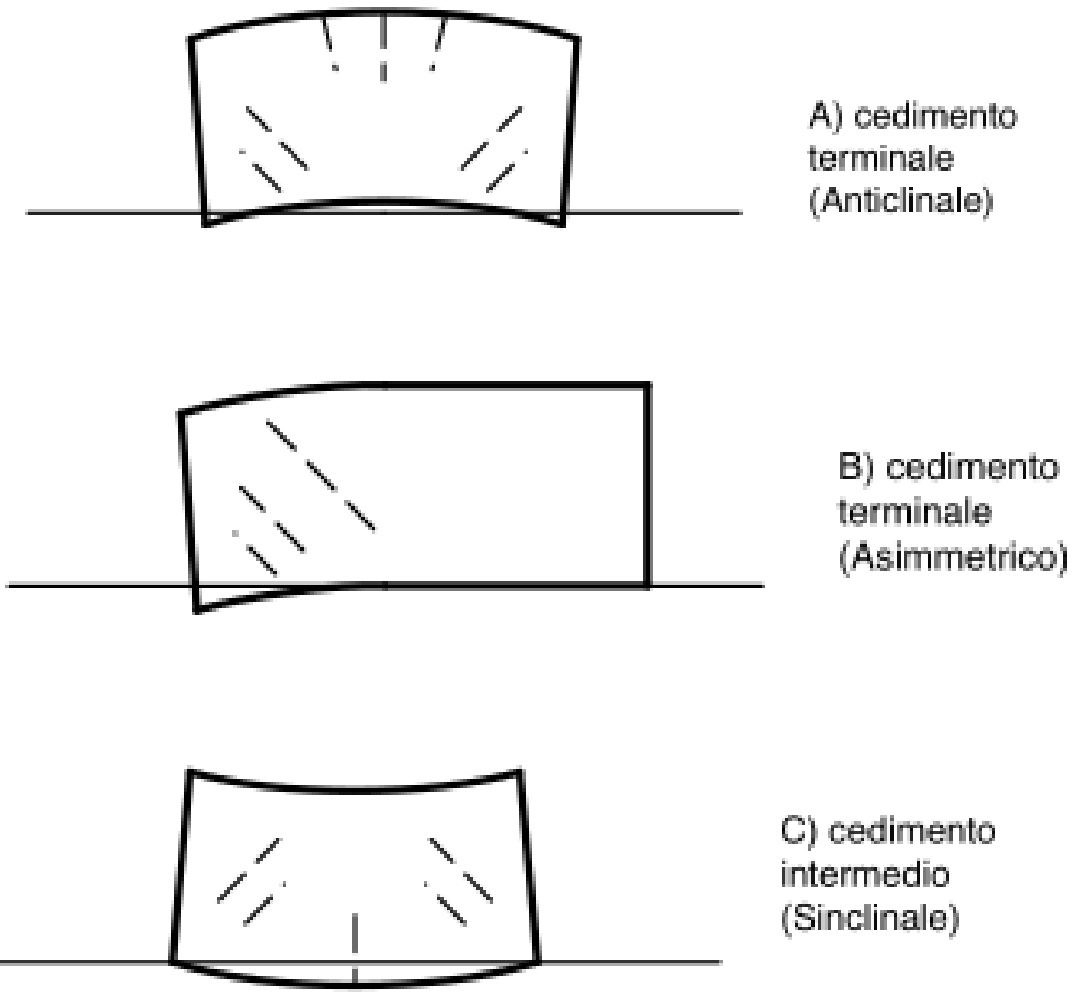
I cedimenti di fondazione negli edifici in muratura



i tipici dissesti legati ai cedimenti sono ben leggibili e riconoscibili nei quadri fessurativi in facciata e possono essere raggruppati in 2 principali categorie:

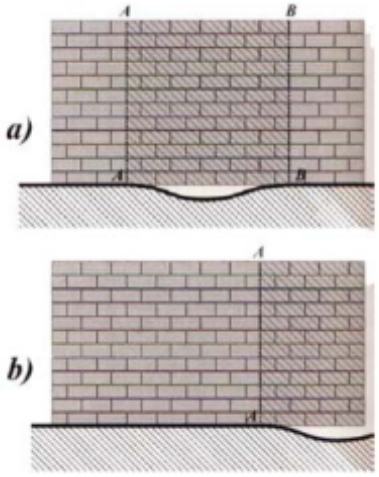
1) ***lesioni "ad arco"*** *all'interno della muratura che si innescano in maniera preferenziale in corrispondenza delle aperture per raggiungimento della resistenza a trazione massima della muratura. Tale comportamento è riconducibile a quello di una trave in semplice appoggio con freccia massima in mezzeria. Questo tipo di cedimento differenziale è sicuramente il più pericoloso per provoca una distorsione angolare β, data dal rapporto δ/L tra il cedimento differenziale tra due punti e la loro distanza. Per edifici in muratura tale valore deve essere inferiore a 1/600.*

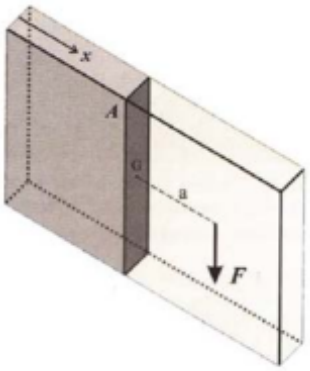
2) ***lesione a taglio*** *delle pareti derivante dal cedimento differenziale che interessa in maniera differente le fondazioni su cui sono realizzati sia i muri di facciata esterni che interni.*

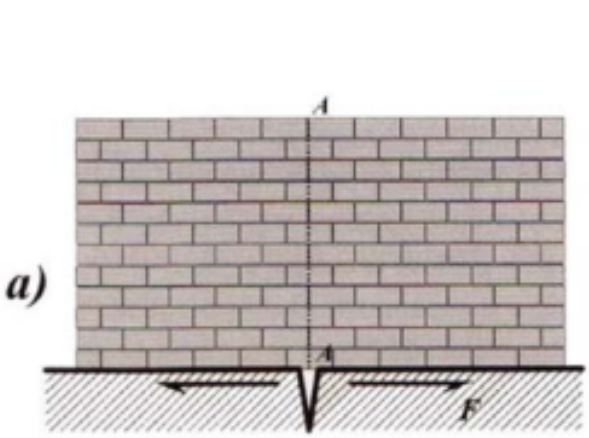


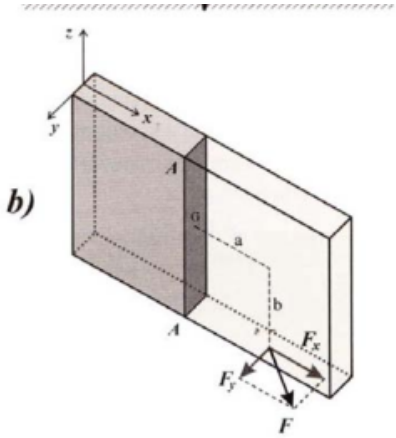
In base alla direzione i cedimenti possono essere classificati in

***Cedimenti orizzontali**. In questo caso il moto del terreno si trasmette per attrito alla struttura di fondazione imponendo una forza F che può avere componenti trasversali, complanari o oblique rispetto al piano della muratura, provocando cinematismi più o meno dannosi in termini di lesioni e dissesti . La componente Fx esercita uno sforzo normale di trazione pari a N=Fx e un momento My=Fx*b. La componente Fy impone invece uno sforzo di taglio pari a Ty=Fy, un momento flettente Mx= Fy*a ed un momento torcente pari a Mx= Fy*b. La tipologia fessurativa associata a sforzi tensoflessionali di questo tipo, si sviluppa dal basso verso l'alto provocando la formazione di due paramenti distinti in movimento reciproco ma comunque complanari; qualora invece siano prevalenti le componenti di torsione e taglio, la lesione sarà inclinata con uno spostamento reciproco su piani diversi.*

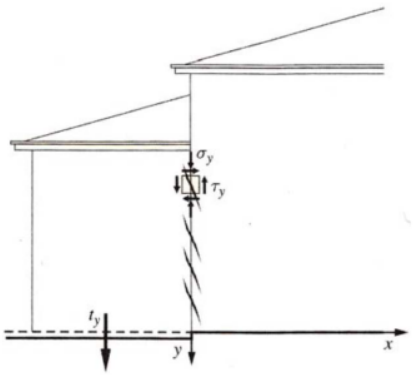








• ***Cedimenti verticali***. *I cedimenti verticali possono invece riguardare porzioni diverse del paramento murario; se interessano una zona intermedia, la parte afflitta da cedimento resta sospesa rispetto allo spostamento del terreno, presentando un vincolo di incastro fisso agli estremi della porzione interessata; se interessa invece una zona marginale si origina un comportamento a mensola. La parte isolata tende a cedere sviluppando lesioni paraboliche ad arco mentre, nel secondo caso, fessurazioni di dimensioni limitate oblique. Nel caso di cedimento verticale terminale , il peso del cuneo isolato F, provoca un taglio Tz=F e un momento flettente My=F*a. La rottura del paramento può manifestarsi alternativamente con una lesione inclinata a taglio o una verticale provocata dallo sforzo di flessione a momento.*



5-I danni negli edifici in c.a. per azioni sismiche

Tra i danni che subiscono gli edifici in cemento armato per effetto del terremoto distinguiamo :

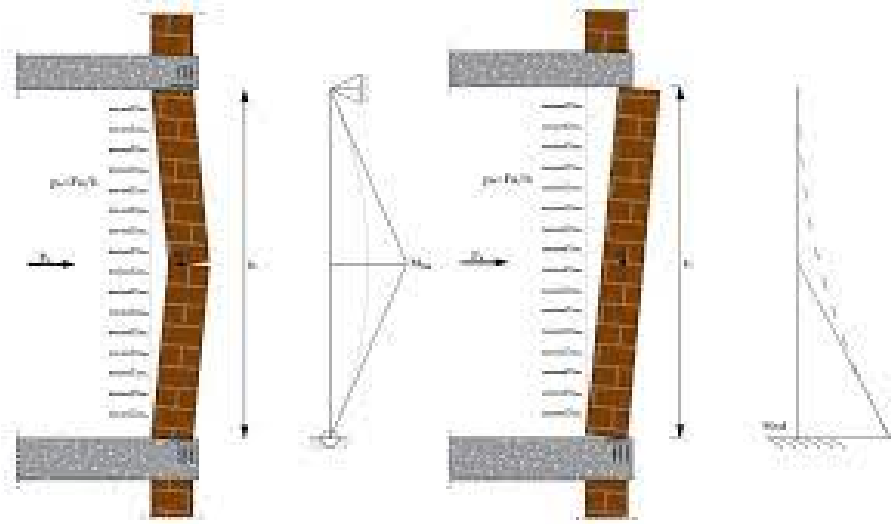
-danni alle tamponature
-dissesti della fondazione
-danni ai nodi
-lesioni nel telaio di cemento armato

- Danni alle tamponature

Le tamponature in un edificio in cemento armato sono degli elementi strutturali secondari che in occasione di un evento sismico subiscono maggiori danni, caratteristica è la lesione diagonale per trazione 45° a croce di Sant Andrea che troviamo in un pannello di tamponatura la quale segue l'andamento dei giunti di malta ovvero la rottura del pannello avviene per superamento della resistenza a trazione della malta conseguente alla deformata del pannello per sollecitazioni cicliche.

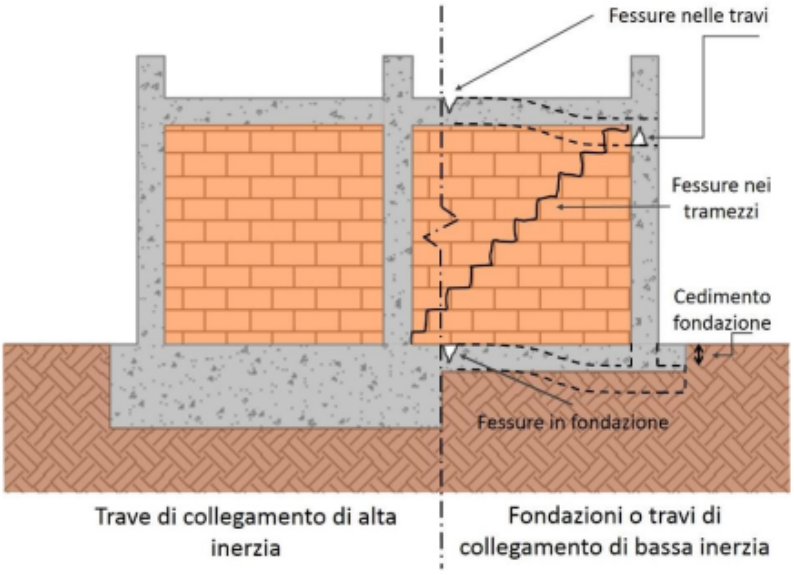
Sebbene il meccanismo di rottura prevalente dei tamponamenti sia quello caratterizzato da lesioni incrociate, il dissesto di questi elementi di partizione verticale può avvenire per:
- scorrimento orizzontale dei giunti di malta per effetto delle tensioni tangenziali agenti nella zona centrale del pannello;
- schiacciamento locale degli spigoli causato dal cosiddetto modello del "puntone equivalente" basato sulla formazione di bielle accoppiate (secondo le due diagonali) che sono alternativamente efficaci in funzione della direzione dell'azione sismica, essendo attive solo quelle compresse. Il puntone compresso può assumere un'inclinazione diversa ed esercitare una pressione sulle travi o sui pilastri. Una conseguenza del comportamento a puntone equivalente è rappresentata dal collasso del pilastro per taglio

Un ulteriore meccanismo di danno che si verifica nei pannelli di tamponatura è il ribaltamento fuori del piano ovvero la espulsione del pannello per azioni sismiche orizzontali



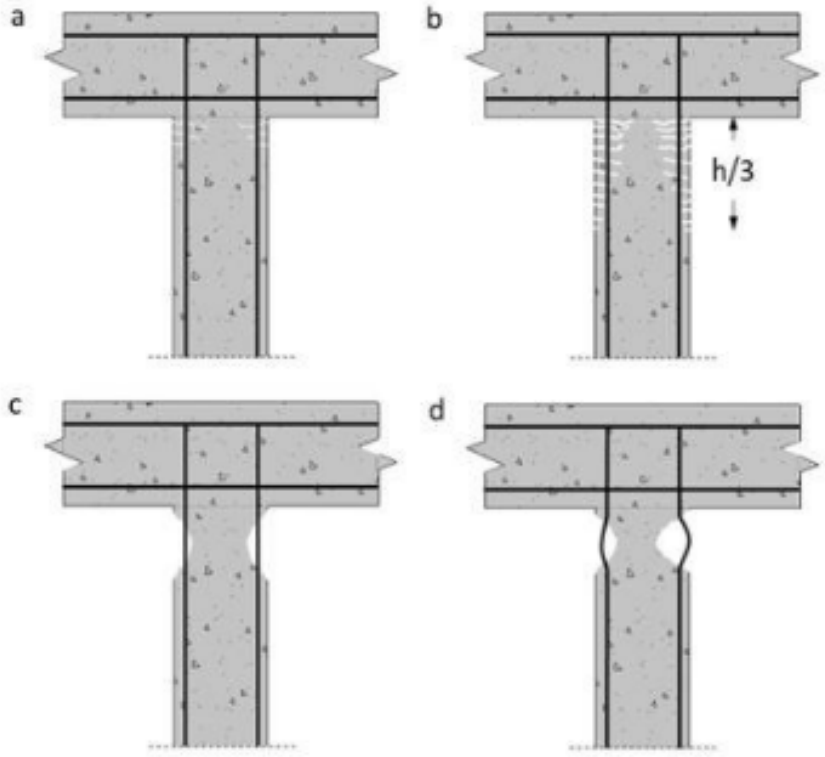
-Dissesti della fondazione

Nel caso dei dissesti di fondazione prodotti dal terremoto, la tipologia dei danni non si differenzia sostanzialmente da quelli generati dai normali cedimenti del terreno (in precedenza descritti) in assenza di un evento sismico. È da segnalare, inoltre, come in presenza di travi/cordolo di collegamento di bassa rigidezza, per effetto di cedimenti differenziali vengono a manifestarsi fessurazioni in corrispondenza delle 3 travi fuori terra, che interessano anche i tamponamenti i quali evidenziano lesioni perpendicolari alla diagonale sottoposta al maggior allungamento . La presenza di queste soluzioni di continuità nelle travi e negli elementi di partizione verticale impone che si proceda ad ispezionare anche le strutture di fondazione che con buona probabilità presenteranno lesioni similari.



-Danni nei nodi

Nelle telai in cemento armato solitamente si verificano danni nei nodi non confinati quali i nodi perimetrali dovuti ad una carenza di staffe nel nodo; era pratica costruttiva corrente negli anni 90 eseguire il getto di calcestruzzo in un impalcato senza infittire le staffe nei nodi poiché ostacolavano la colata di cls e si creavano all'interno nel groviglio dei ferri dei vuoti dannosi per la struttura. La assenza di staffe provoca la espulsione del cls attraverso la instabilizzazione dell'armatura metallica.



E' possibile individuare quattro livelli di danneggiamento che possono precedere quello più pericoloso rappresentato dalla rottura del nodo trave-pilastro:

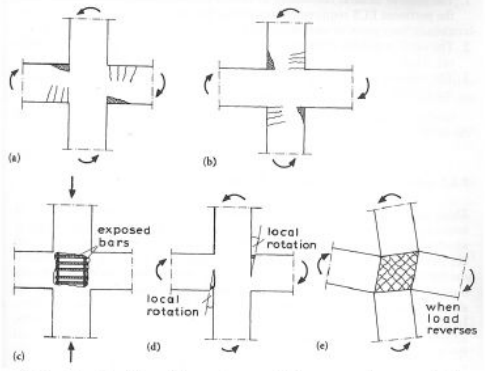
- LIVELLO DI DANNO 1*: questo livello si manifesta in edifici che in linea di massima si possono ritenere ben progettati e realizzati, sottoposti a un'azione sismica di modesta intensità. Le lesioni, se presenti, hanno andamento orizzontale e sono localizzate in testa o al piede del pilastro. Le soluzioni di continuità quindi sono tipicamente di tipo flessionale con ampiezze non superiori ad un millimetro .*

- LIVELLO DI DANNO 2*: questo livello si manifesta in edifici che in linea di massima debbono ritenersi ancora ben progettati e realizzati, sottoposti ad evento sismico di intensità bassa. Le fessure sono tipicamente flessionali, presentano andamento orizzontale e sono localizzate in testa o al piede del pilastro. Rispetto al Livello di danno 1, le fessure possono interessare il pilastro per circa 1/3 della sua altezza a partire dall'incastro con il primo orizzontamento oppure con le fondazioni. Le fessure hanno, tuttavia, estensione lineare decrescente a partire dalle zone prossime a quelle di incastro con il solaio o con la fondazione .*

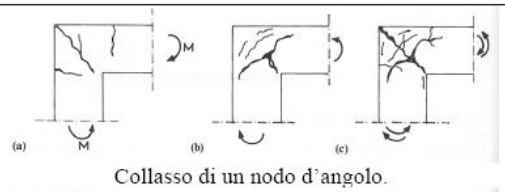
- LIVELLO DI DANNO 3*: si manifesta in edifici che iniziano a presentare carenze in termini di risposta a sismi di media intensità. Le soluzioni di continuità presentano sia i caratteri tipici delle fessure flessionali che quelli della sollecitazione tagliante con andamento suborizzontale di 45°. Le lesioni possono incrociarsi e provocare l'espulsione del copriferro a livello locale. Non si verificano fenomeni di svergolamento dei tondini di armatura né deformazioni permanenti sia negli elementi verticali (pilastri e setti) che nelle travi e nei solai.*

- LIVELLO DI DANNO 4*: questo livello si manifesta in edifici che presentano carenze sia progettuali che esecutive in termini di risposta a sismi di media-alta intensità. Le soluzioni di continuità presentano sia i caratteri delle sollecitazioni flessionali che taglianti e sono accompagnate da fenomeni di schiacciamento del calcestruzzo e di svergolamento delle barre d'armatura. Si rilevano, inoltre, deformazioni flessionali e fessurazioni nelle travi.*
La modellazione strutturale ipotizza un nodo monolitico ovvero che tra le aste confluenti non vi siano rotazioni relative per cui si possono avere i seguenti meccanismi di collasso

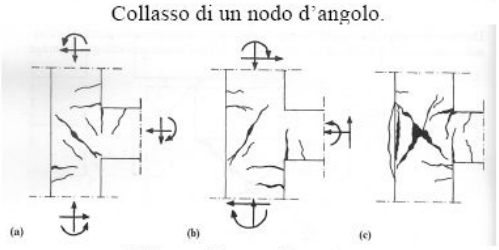
Nodi trave-pilastro



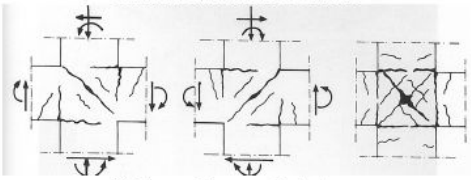
Tipologie di collasso in nodi trave-colonna: (a) raggiungimento della capacità portante nella trave; (b) raggiungimento della capacità portante nella colonna; (c) espulsione del copriferro nel nodo; (d) collasso per ancoraggio delle armature della trave; (e) collasso a taglio del pannello di nodo.



Collasso di un nodo d'angolo.



Collasso di un nodo esterno

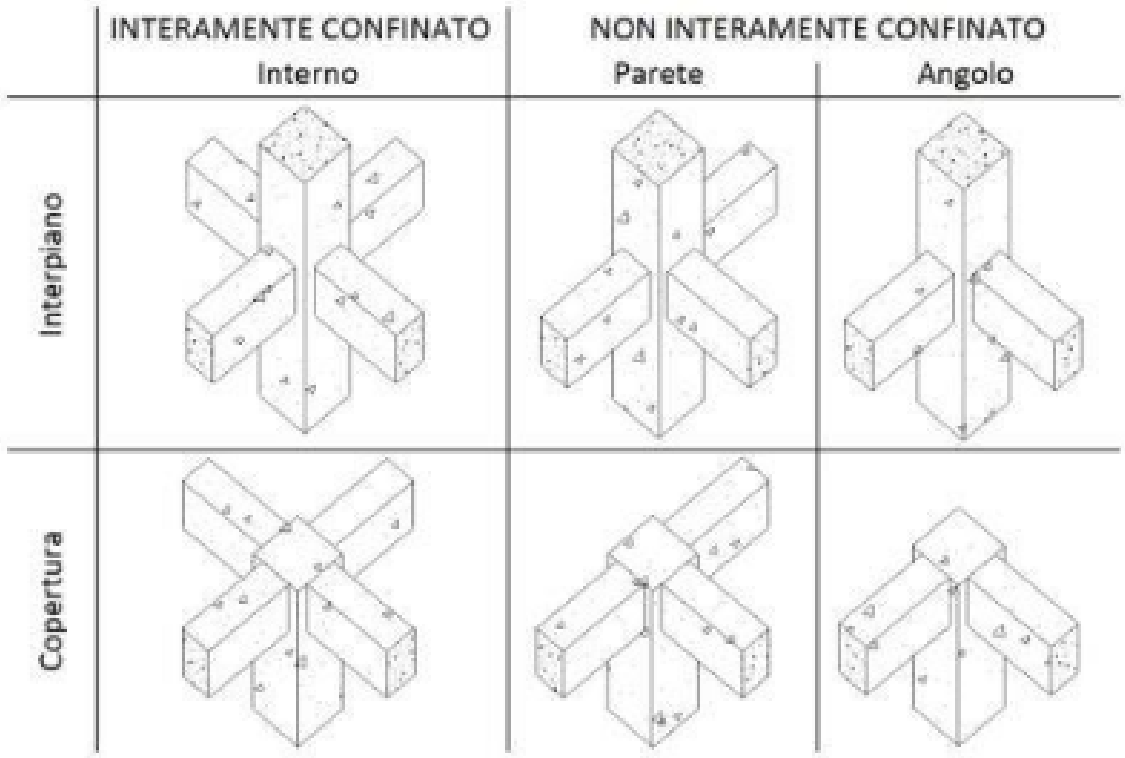


Collasso di un nodo interno

Calcolo taglio nei nodi Vjbd → verifica solo per CDA

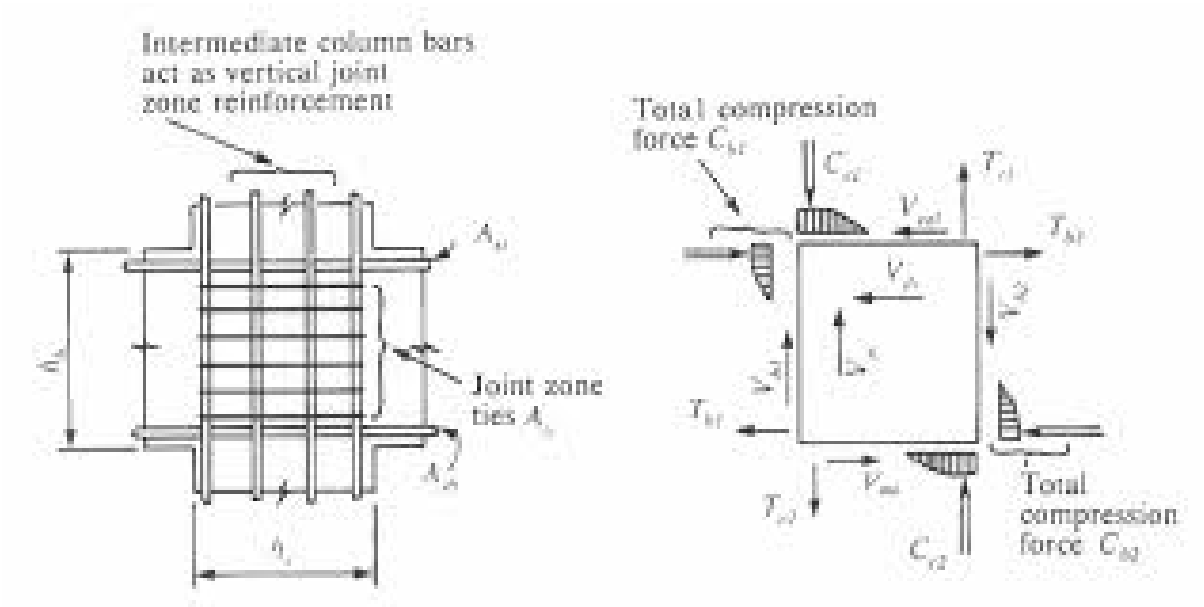
In particolare si distinguono due tipi di nodi:
- nodi interamente confinati, così definiti quando in ognuna delle quattro facce verticali si innesta una trave. Il confinamento si considera realizzato quando su ogni faccia la sezione della trave si sovrappone per almeno i 3/4 della larghezza del pilastro, e su entrambe le coppie di facce opposte del nodo le sezioni delle travi si ricoprono per almeno i 3/4 dell'altezza;

- nodi non interamente confinati: tutti i nodi non appartenenti alla categoria precedente.
I nodi e i pilastri d'angolo sono maggiormente soggetti all'azione di spinta delle tamponature per il fatto che la spinta del puntone equivalente non è compensata dalla presenza della tamponatura sul lato opposto; inoltre, come già precedentemente menzionato, gli elementi situati sulla facciata dell'edificio sono soggetti a maggior deformazione a causa di eventuali effetti torsionali della struttura.



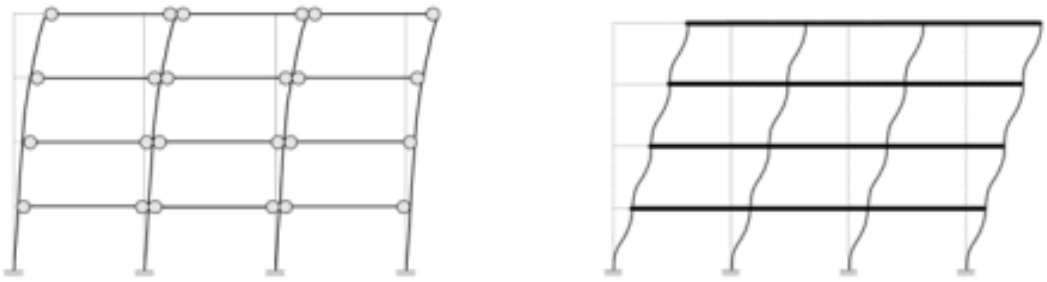
Riportiamo alcune immagini con i relativi danni strutturali subirti dai nodi trave pilastro

Le NTC 2018 prevedono la verifica strutturale dei nodi non confinati attraverso il calcolo delle staffe di armatura da inserire nel nodo e la verifica della biella compressa di cls

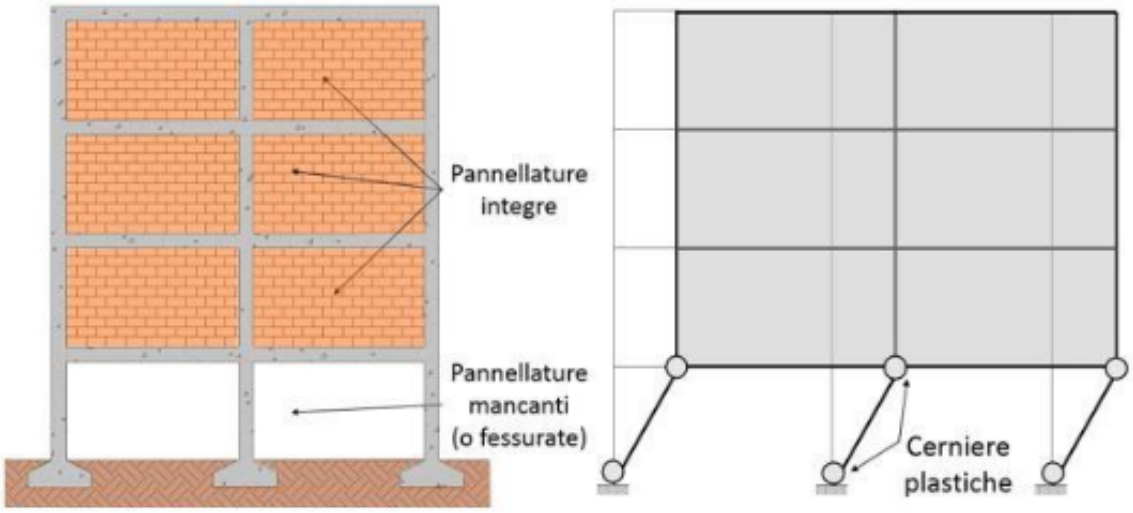


-Lesioni nel telaio di cemento armato

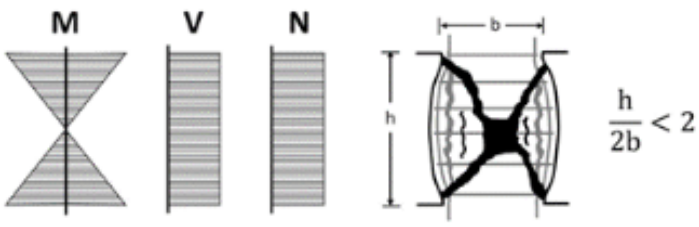
Nei telai a più campate si registrano generalmente lesioni solo sui pilastri, mentre le travi si presentano sostanzialmente integre. Questo dipende dal fatto che il momento flettente sarà uguale sui pilastri e sulle travi solo per le campate di estremità; nelle campate intermedie, invece, il momento sui pilastri si ripartisce sulle due travi che concorrono al nodo. Pertanto, il momento flettente agente sul pilastro è maggiore di quello agente sui correnti. Conseguentemente, la fessurazione del pilastro risulta evento più probabile rispetto a quella attesa per i correnti. Per quanto riguarda i pilastri di un edificio multipiano, è importante osservare che la massima caratteristica flettente si ha sui pilastri del piano terra. Questa situazione si verifica indipendentemente dal contributo della rigidezza delle travi. Analizzando, infatti, le due situazioni limite in cui è possibile schematizzare un edificio multipiano, quella che presenta travi con piccola inerzia (schema a pendolo) e quella con travi infinitamente rigide si deduce che il momento massimo sollecitante si realizza in entrambi i casi alla base dei pilastri del piano terra. Pertanto, nelle situazioni reali di telai multipiano che presentano travi con una rigidezza intermedia tra quella nulla (schematizzazione a pendolo) e quella infinita, il momento flettente massimo interesserà comunque la base del pilastro al piano terra.



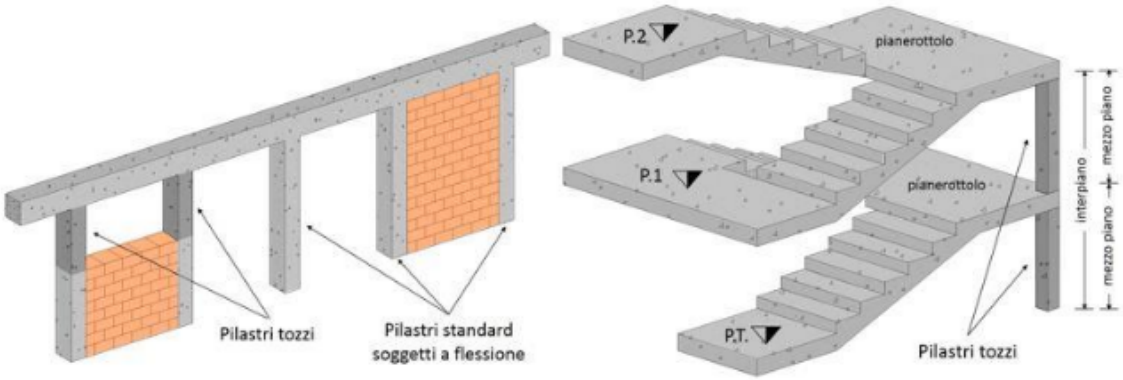
Questo significa che durante il sopralluogo di un fabbricato interessato da una scossa sismica, occorre iniziare l'indagine proprio dai pilastri del piano terra ove ci si attende di trovare i maggiori danneggiamenti. Inoltre, analizzando la distribuzione in pianta dei pilastri, quelli disposti lungo il perimetro dell'edificio sono più sollecitati a causa degli effetti torsionali indotti dall'eccentricità tra il centro di massa e il centro di rigidezza dell'edificio. Per questo motivo i danni più significativi si verificano negli elementi strutturali più lontani dal centro delle rigidezze, con conseguente formazione di fessure e deformazioni permanenti con schiacciamento del calcestruzzo.
Nel caso in cui gli edifici non presentino una distribuzione lungo l'altezza di massa e rigidezza costante, si può avere la formazione del cosiddetto piano deformabile (soft floor), che determina la nascita di cerniere plastiche in testa e al piede del pilastro, con la conseguente traslazione orizzontale del piano. Questo fenomeno si verifica solitamente nei pilastri del piano terra, soprattutto per quegli edifici che presentano un porticato (piano pilotis) e laddove, quindi, non vi è alcun contributo alla risposta sismica dei tamponamenti in laterizio. La formazione del soft floor, tuttavia, interessa anche i normali fabbricati in quanto al piano terra, minore è il numero delle pannellature a causa della presenza di porte d'ingresso, avvolgibili (garages), vetrine, ecc..
In queste situazioni, la risposta sismica dell'edificio è demandata esclusivamente ai pilastri del piano terra che si trovano ad essere "sormontati" dal blocco rigido costituito dai piani superiori che presentano tamponamenti sostanzialmente integri



I dissesti dovuti all'azione sismica possono risultare particolarmente pericolosi nel caso in cui la struttura presenti dei pilastri tozzi, caratterizzati da una modesta altezza rispetto alla sezione e da notevole inerzia flessionale .

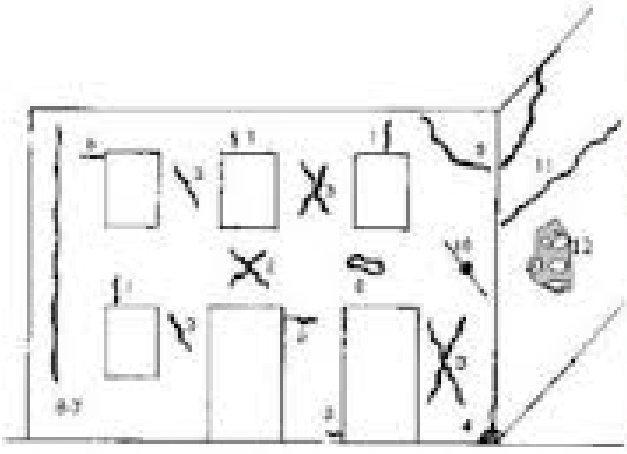


È frequente trovare pilastri tozzi quando:
- vengono inseriti per esigenze architettoniche (ad esempio con piani sfalsati);
- dipendono dalla disposizione degli elementi non strutturali (ad esempio in presenza di finestre a nastro
- dove il tamponamento non interessa tutta l'altezza del pilastro;
- costituiscono elementi portanti dei vani scale .



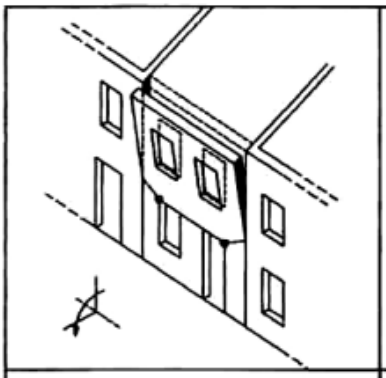
6-Le lesioni negli edifici in muratura provocate dai terremoti .

Un edificio in muratura danneggiato da un evento sismico presenta un quadro fessurativo dovuto alle azioni orizzontali, e crolli parziali e lesioni dovuti a meccanismi di danno locali.

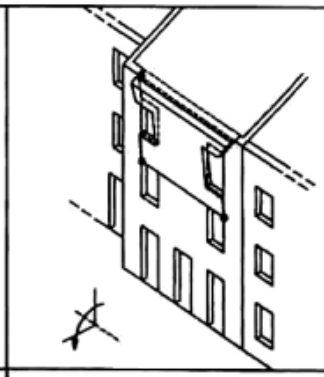


Le lesioni sono dovute alle sollecitazioni di trazione nei singoli maschi murari provocate dal taglio e dalla pressoflessione analoghe alle lesioni che si hanno nelle tamponature . I cinematismi fondamentali che si verificano in un edificio in muratura:

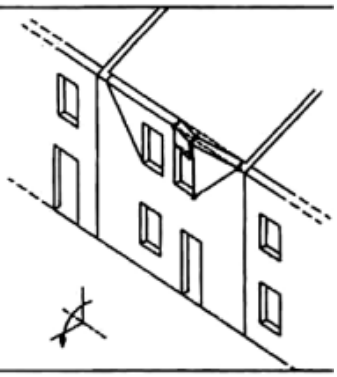
PARETE ESTERNA



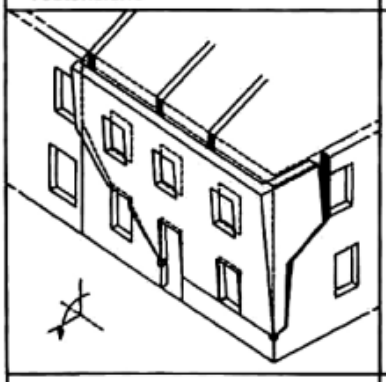
MECCANISMO: 1.1
Ribaltamento fuori piano verso l'esterno - rotazione per tutta l'estensione



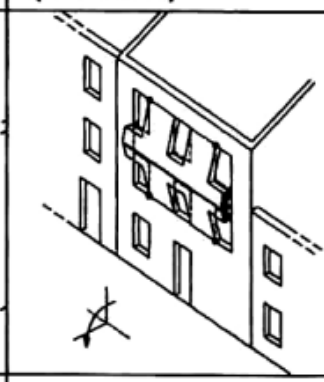
MECCANISMO: 1.2
Ribaltamento fuori piano verso l'esterno - rotazione parziale (zona centrale)



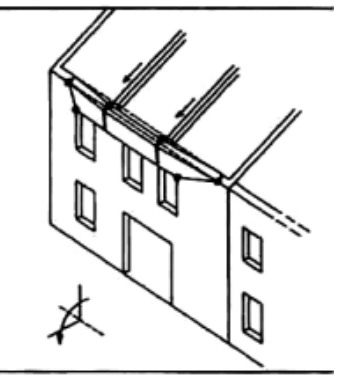
MECCANISMO: 1.3
Ribaltamento fuori piano verso l'esterno - rotazione parziale (zona alta)



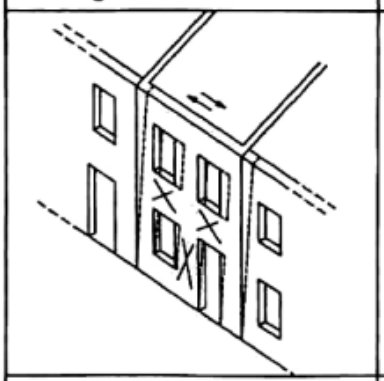
MECCANISMO: 1.4
Ribaltamento fuori piano verso l'esterno con interessamento dell'angolata



MECCANISMO: 1.5
Ribaltamento fuori piano verso l'esterno in presenza di vincolo alla sommità

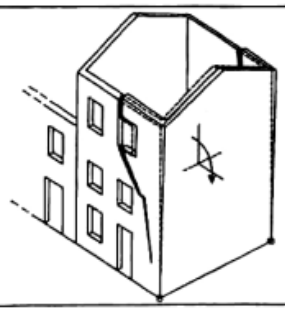
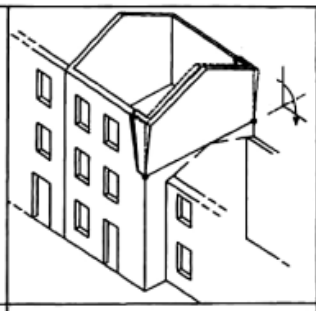
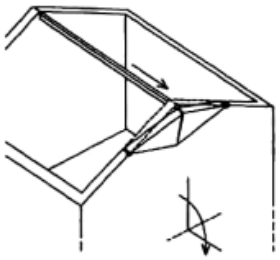
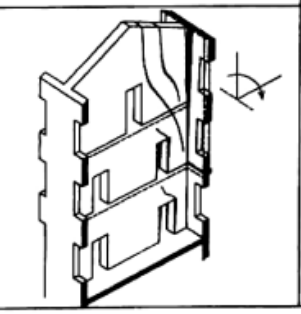
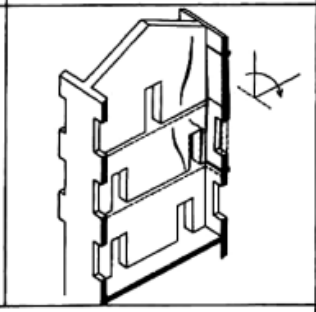
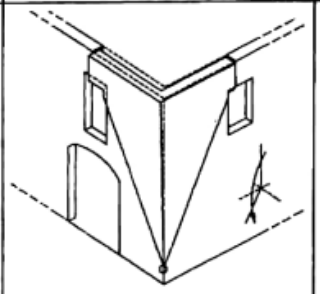
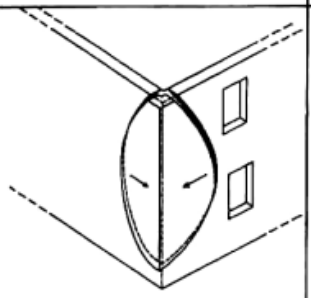
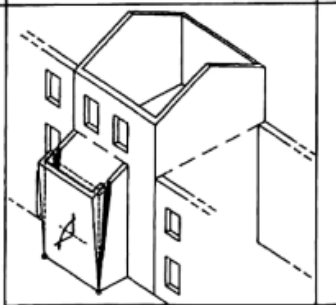
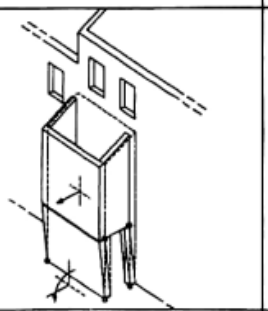


MECCANISMO: 1.6
Ribaltamento fuori piano dovuto alle spinte localizzate della copertura (martellamento)



MECCANISMO: 1.7
Deformazione angolare nel piano (lesionamento a taglio)

MECCANISMO: 1.8
Lesioni nel piano per discontinuità altimetrica (martellamento)

PARETE DI TESTATA			
	MECCANISMO: 2.1 Rotazione globale fuori piano verso l'esterno	**MECCANISMO: 2.2** Rotazione parziale fuori piano verso l'esterno	**MECCANISMO: 2.3** Sfondamento del timpano
PARETE DI SPINA			
	MECCANISMO: 3.1 Lesioni nel piano della parete		
ANGOLATA LIBERA			
	MECCANISMO: 4.1 Rotazione verso l'esterno	**MECCANISMO: 4.2** Espulsione con formazione di "effetto arco"	
CORPI SECONDARI ADDOSSATI			
	MECCANISMO: 5.1 Rotazione fuori piano verso l'esterno della parete di fondo	**MECCANISMO: 5.2** Traslazione orizzontale globale	

7- Il monitoraggio degli edifici lesionati

Le fessure giocano un ruolo importante per la valutazione della sicurezza strutturale e pertanto in presenza di quadri fessurativi, prima di prevedere un invasivo e costoso intervento, sarebbe buona pratica studiarle a fondo. Una soluzione in grado di fornire informazioni essenziali per la corretta interpretazione del funzionamento strutturale e quindi del fenomeno causa di dissesto, come detto in premessa, è il ***monitoraggio strutturale****. A seconda delle necessità si possono avere* ***monitoraggi statici****,* ***dinamici*** *o* ***ambientali****.*

-I ***monitoraggi statici*** *prevedono la misura di una grandezza variabile lentamente. Essi vengono utilizzati per la misurazione di aperture di lembi di lesioni, rotazioni di pareti, cedimenti verticali e deformazioni in tempo reale.*
-I ***monitoraggi dinamici*** *consentono di individuare le caratteristiche vibrazionali di una struttura e quindi verificare, mediante dei sensori, solitamente accelerometri, che le vibrazioni stesse non superino i valori di soglia indicate dalle normative vigenti.*
-I ***monitoraggi ambientali*** *molto importanti, ad esempio, in edifici storici, musei e luoghi d'arte nei quali il controllo di parametri ambientali come temperatura e umidità si rivela necessario per prevenire situazioni di degrado.*

La definizione di un piano di monitoraggio si articola nelle seguenti fasi:

a) ***Definizione dei parametri di comportamento strutturale che occorre ricercare****. Questa fase può essere definita in un'unica occasione o ripetuta più volte nel corso dell'attività di progetto.*

b) ***Individuazione delle tecniche di monitoraggio più idonee allo scopo****. Ciascuna tecnica deve essere qualificata con le potenzialità/limitazioni/invasività del risultato ottenibile. Anche in questo caso si può arrivare a valutazioni di tipo diverso in relazione al caso specifico: ad esempio, alcune prove di misura dello stato tensionale richiedono esecuzioni di tagli di dimensioni relativamente grandi che possono essere effettuati senza rilevanti problemi in strutture massicce di muratura ma da adottare con grande cautela in quelle sottili o in calcestruzzo fortemente armato ove è grande il rischio di tagliare le barre d'armatura. Nel caratterizzare le varie tecniche non vanno trascurati i costi, la velocità d'esecuzione, la pratica operativa.*

c) ***Scelta delle tecniche di indagine****. Il Progettista, sulla scorta dei punti precedenti, definisce il piano di Monitoraggio stabilendone precisamente il tipo, il numero, l'ubicazione e le fasi temporali in cui eseguire le misure. In aggiunta, andrà anche scelta la frequenza con cui programmare le rilevazioni dei dati.*

Il monitoraggio può essere studiato attraverso sensori lineari quali ***inclinometri*** *per valutare le rotazioni e la* ***stadia digitale*** *per misurare eventuali cedimenti verticali*
I parametri strutturali di cui può essere necessaria la conoscenza sono molteplici: i

più ricorrenti sono gli spostamenti, le deformazioni, lo stato tensionale etc.

Stazioni di misura

-Stazioni lineari *sono costituite da trasduttori elettronici potenziometrici o capacitivi che vengono istallati a cavallo di una lesione o di un giunto;dalla misura dell'allargamento confrontato con la dimensione iniziale della lesione è possibile affermare se il fenomeno è stabile o in evoluzione.*

-Stazioni inclinometriche *sono costituite da trasduttori di rotazione che vengono istallati lungo la sezione di cui si vogliono conoscere le rotazioni; dal confronto con la rilevazione iniziale se ne deduce l'entità della rotazione per ogni sezione.*

-Stazioni accelerometriche *sono costituite da geofoni che vengono istallate in zone caratteristiche della struttura ; dall'elaborazione dei segnali acquisiti si ricavano i modi di vibrare e la presenza di vibrazione e causa di disturbo.*

8-Conclusioni

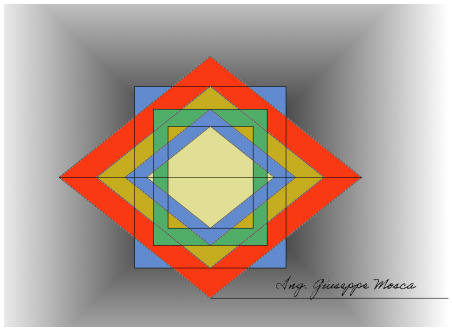
Dopo un evento sismico l'esecuzione di un sopralluogo in un edificio si rende necessario per valutarne l'agibilità strutturale ovvero stabilire se gli occupanti possono rimanere ovvero ne può essere consentito l'uso o se bisogna sgomberare l'edificio poiché vi sono pericoli di crollo e di stabilità della intera struttura. Avere un bagaglio formativo conoscere a fondo i quadri fessurativi l'origine delle lesioni che ci consentono di valutare con certezza la agibilità strutturale è fondamentale soprattutto per trasmettere alle persone che vi abitano la sicurezza psicologica necessaria per continuare a vivere nella propria abitazione. Questi appunti rappresentano un collage ovvero sono degli estratti da varie pubblicazioni che riporto in bibliografia arricchita da qualche mia considerazione e rappresentano una occasione di approfondimento per me stesso che sono l'autore di questi modesti appunti.

Bibliografia reperibile on line,

-IL MONITORAGGIO DELLE CREPE NEGLI EDIFICI ESISTENTI
La definizione di un piano di monitoraggio che sappia dare risposta agli eventuali fenomeni causa della formazione di crepe presenti in una struttura.
-I dissesti strutturali sulle opere portanti in c.a. ed elementi secondari dovuti a sisma di Luigi Coppola e Alessandra Buoso
-Cedimenti differenziali del terreno di fondazione e danni agli edifici Autore: Massimo Chiarelli, Ingegnere geotecnico progettista

Edifici in cemento armato in zona sismica

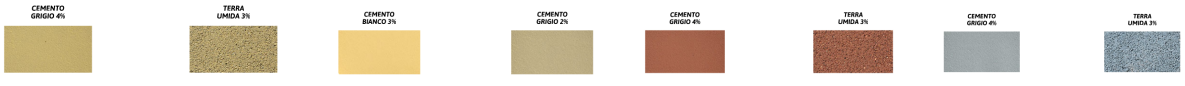
1-Introduzione
2-Impostazione della carpenteria
3-Il calcolo del solaio
4-Lo sbalzo laterale
5-Lo sbalzo d'angolo
6-Il foro
7-La scala
8-Il setto verticale o parete da taglio
9-Il nucleo irrigidente
10-La copertura in legno
11-La fondazione
12-Lo spettro di risposta e gli stati limite
13-Analisi strutturale
14- NTC 2018, prescrizioni per gli elementi strutturali
15-Edificio 2 impalcati con copertura in legno (Iperspace Bim PE)
16-Edificio 4 impalcati con copertura in legno (Iperspace Bim PE)
17-Edificio 6 impalcati con copertura piana (Iperspace Bim PE)
18-Edificio 10 impalcati effetto P-Δ, Buckling (Iperspace Bim PE)
19-Le armature nei nodi
20-Gli elementi non strutturali: tamponature, tramezzi e impianti.
21-Verifica dell'impalcato
22-Piano garage, interrato
23-La messa in opera delle strutture in calcestruzzo armato
24-Design e architettura green edificio
25-Conclusioni



Mi scuso a priori di eventuali imprecisioni o errori che se segnalati contribuiscono al miglioramento degli appunti

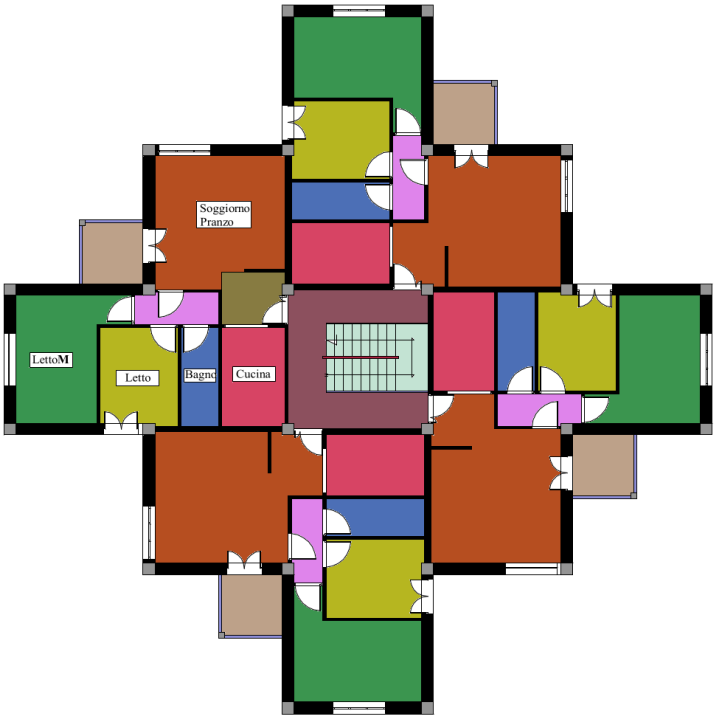
1- Introduzione

*Gli edifici con **struttura in cemento armato intelaiata** rappresentano nella mia zona e regione la pratica costruttiva corrente , ovvero quando si costruisce un nuovo edificio viene utilizzato questo sistema costruttivo che con gli eventi sismici verificatesi negli ultimi 15 anni ha evidenziato le sue carenze e debolezze soprattutto per quanto concerne le tamponature in laterizio e i nodi strutturali. Per tali ragioni sono preferibili altri sistemi costruttivi quali pareti estese debolmente armate che fungono da tamponatura collaborante per strutture intelaiate facendo ricorso al blocco cassero in legno cemento , o polistirolo ancora il sistema Nydion , poiché essendo la tamponatura in cemento armato non si rompe e non si hanno problematiche nei nodi trave pilastro. La struttura **PEDA** è un elemento monolitico con elevata rigidezza strutturale spostamenti ridotti per le quali si utilizzano coefficienti di struttura q = 1,5 a differenza di una struttura intelaiata in c.a,. alla quale corrisponde un coefficiente di struttura q= 4 per cui ha una elevata duttilità con riduzione delle accelerazioni dello spettro elastico. L'obiezione che si fa a questa tipologia di edifici è il danno ambientale associato al cemento (ideologia comune in Italia, in nord Europa il cemento un materiale ecologico) per cui si può far ricorso alla bioedilizia fondendo due materiali strutturali quali legno e calcestruzzo realizzando per edifici a due piani solai a struttura mista legno-cls, per edifici con un numero di impalcati superiore > 3 si utilizzano solai in cemento armato poiché il tagliante di piano e la forza sismica orizzontale da ripartire tra gli elementi strutturali diventa considerevole limitandoci esclusivamente ad una copertura in legno lamellare. Ovviamente gioca un ruolo determinante sia l'architettura che per questioni di regolarità strutturale è fondamentalmente razionalista o minimalista, i rivestimenti i materiali utilizzati ed il design delle facciate con il ricorso a frangisole, serre bioclimatiche e ringhiere anche in vetro . La realizzazione di un cappotto termico esterno che ci tuteli dai ponti termici di travi e pilastri o di facciate ventilate utilizzando tecniche di cappotto termico a secco con pannelli dei quali possiamo definire la finitura anche in materiale ecologico conferiscono ad una struttura in c.a. quella gradevolezza architettonica necessaria in grado di apportare un miglioramento sia all'ambiente naturale che urbano. Il ricorso a fonti di energia rinnovabile la direttiva **Case-Green** che impone la autosufficienza energetica e la eliminazione delle emissioni di carbonio fanno di queste strutture in c.a. NZEB edifici di alto valore e pregio ambientale , resta nell'inconscio collettivo il ricordo del cantiere delle relative fasi costruttive, ma nel rispetto delle norme sulla sicurezza dei cantieri temporanei e mobili, gli estranei non devono entrare nel cantiere e lo stesso può essere schermato con facciate da utilizzare per cartelloni pubblicitari . Il cemento nel corso degli anni si è evoluto in modo significativo ha subito un radicale mutamento per cui calcestruzzi in vista colorati con l'aggiunta di pigmenti o ecologici sono caratteristici migliorano sia il cantiere che il contesto urbano nel quale si costruisce l'edificio.*



2-Impostazione della carpenteria

La progettazione architettonica deve procedere di pari passo con quella strutturale , ovvero in fase di definizione della pianta del nostro edificio è necessario l'inserimento della struttura ovvero la posizione e le dimensioni dei pilastri in cemento armato.
La soluzione migliore è la progettazione su una maglia strutturale quadrata di lato 480 cm che tiene conto della progettazione modulare con modulo base 60 cm da moltiplicare per le aperture, 120, 180, 240, ect in modo da aver telai ortogonali nelle due direzioni come richiesto per la zona sismica. Riportiamo la pianta architettonica del nostro edificio che si compone di 4 appartamenti per piano da utilizzare per le 4 tipologie strutturali di edifici che calcoleremo.



Il nucleo o foro dell'ascensore lo ricaviamo in uno degli appartamenti modificando la distribuzione interna , nella cucina dove creiamo un ripostiglio e il vano ascensore e nella sala pranzo definiamo un angolo cottura.
La struttura è intelaiata con travi e pilastri in cemento armato , la scala è a soletta rampante , per una corretta ripartizione dei carichi sulle travi i solai vengono disposti a scacchiera e calcolati secondo o schema di trave appoggiata. La prima cosa da fare nella definizione di una carpenteria è la determinazione dello spessore dell'impalcato ovvero del solaio H = 25 cm Solaio 20+5 le formule ormai superate

h = L/30 = 16 cm per solai con travetti precompressi
h = L/25 = 19,2 cm per solai gettati in opera

danno valori dell'altezza del solaio insufficienti per una corretta ripartizione delle azioni orizzontali , per le altezze delle travi a spessore e evitare picchi di tensione ovvero eccessive concentrazioni di sollecitazioni in alcuni punti dell' impalcato.

Le NTC 2018 forniscono delle indicazioni per la progettazione di edifici antisismici in c.a. definendo due comportamenti strutturali:

a) ***comportamento strutturale non dissipativo****,*

b) ***comportamento strutturale dissipativo.***

Per ***comportamento strutturale non dissipativo****, nella valutazione della domanda tutte le membrature e i collegamenti rimangono in campo elastico o sostanzialmente elastico; la domanda derivante dall'azione sismica e dalle altre azioni è calcolata, in funzione dello stato limite cui ci si riferisce, ma indipendentemente dalla tipologia strutturale e senza tener conto delle non linearità di materiale, attraverso un modello elastico*

Per ***comportamento strutturale dissipativo****, nella valutazione della domanda un numero elevato di membrature e/o collegamenti evolvono in campo plastico, mentre la restante parte della struttura rimane in campo elastico o sostanzialmente elastico; la domanda derivante dall'azione sismica e dalle altre azioni è calcolata, in funzione dello stato limite cui ci si riferisce e della tipologia strutturale, tenendo conto della capacità dissipativa legata alle non linearità di materiale. Se la capacità dissipativa è presa in conto implicitamente attraverso il fattore di comportamento q , si adotta un modello elastico; se la capacità dissipativa è presa in conto esplicitamente, si adotta un'adeguata legge costitutiva .*

Una costruzione a comportamento strutturale dissipativo deve essere progettata per conseguire una delle due Classi di Duttilità (CD):

- Classe di Duttilità Alta (CDA), a elevata capacità dissipativa;
- Classe di Duttilità Media (CDB), a media capacità dissipativa.

La differenza tra le due classi risiede nell'entità delle plasticizzazioni previste, in fase di progettazione, sia a livello locale sia a livello globale.

I nostri edifici li progetteremo a bassa duttilità CDB con la possibilità di realizzare travi a spessore di solaio contenute nell'altezza dell'impalcato.

Le NTC definiscono dei criteri di regolarità strutturale, affermando che deve esservi regolarità in pianta e in altezza. La regolarità implica la coincidenza del baricentro delle rigidezze con quelle delle masse al fine di minimizzare gli effetti torsionali in pianta e in altezza.

Una costruzione è ***regolare in pianta*** *se tutte le seguenti condizioni sono rispettate:*

a) la distribuzione di masse e rigidezze è approssimativamente simmetrica rispetto a due direzioni ortogonali e la forma in pianta è compatta, ossia il contorno di ogni

orizzontamento è convesso; il requisito può ritenersi soddisfatto, anche in presenza di rientranze in pianta, quando esse non influenzano significativamente la rigidezza nel piano dell'orizzontamento e, per ogni rientranza, l'area compresa tra il perimetro dell'orizzontamento e la linea convessa circoscritta all'orizzontamento non supera il 5% dell'area dell'orizzontamento;

b) il rapporto tra i lati del rettangolo circoscritto alla pianta di ogni orizzontamento è inferiore a 4;

c) ciascun orizzontamento ha una rigidezza nel proprio piano tanto maggiore della corrispondente rigidezza degli elementi strutturali verticali da potersi assumere che la sua deformazione in pianta influenzi in modo trascurabile la distribuzione delle azioni sismiche tra questi ultimi e ha resistenza sufficiente a garantire l'efficacia di tale distribuzione.

Sempre riferendosi agli edifici, una costruzione è ***regolare in altezza*** *se tutte le seguenti condizioni sono rispettate:*

d) tutti i sistemi resistenti alle azioni orizzontali si estendono per tutta l'altezza della costruzione o, se sono presenti parti aventi differenti altezze, fino alla sommità della rispettiva parte dell'edificio;

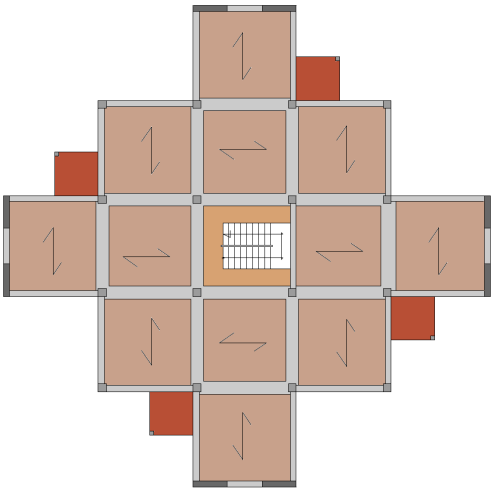
e) massa e rigidezza rimangono costanti o variano gradualmente, senza bruschi cambiamenti, dalla base alla sommità della costruzione (le variazioni di massa da un orizzontamento all'altro non superano il 25%, la rigidezza non si riduce da un orizzontamento a quello sovrastante più del 30% e non aumenta più del 10%); ai fini della rigidezza si possono considerare regolari in altezza strutture dotate di pareti o nuclei in c.a. o di pareti e nuclei in muratura di sezione costante sull'altezza o di telai controventati in acciaio, ai quali sia affidato almeno il 50% dell'azione sismica alla base;

f) il rapporto tra la capacità e la domanda allo SLV non è significativamente diverso, in termini di resistenza, per orizzontamenti successivi (tale rapporto, calcolato per un generico orizzontamento, non deve differire più del 30% dall'analogo rapporto calcolato per l'orizzontamento adiacente); può fare eccezione l'ultimo orizzontamento di strutture intelaiate di almeno tre orizzontamenti;

g) eventuali restringimenti della sezione orizzontale della costruzione avvengano con continuità da un orizzontamento al successivo; oppure avvengano in modo che il rientro di un orizzontamento non superi il 10% della dimensione corrispondente all'orizzontamento immediatamente sottostante, né il 30% della dimensione corrispondente al primo orizzontamento. Fa eccezione l'ultimo orizzontamento

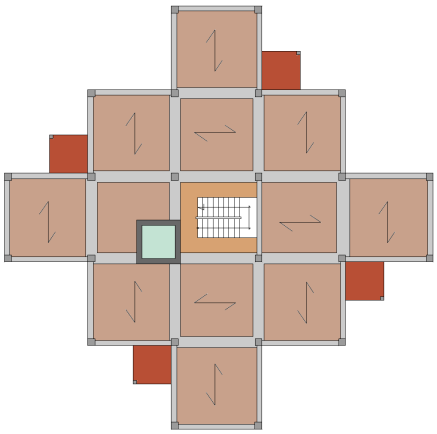
Possiamo ritenere il nostro edificio ***regolare in pianta ed in altezza****, baricentro masse e rigidezze coincidono in pianta e in altezza.*

La progettazione strutturale prevede l'assorbimento delle azioni sismiche attraverso nuclei irrigidenti o pareti , distribuire la azione sismiche su tutti i pilastri con la modifica degli spettri di risposta introdotta con l'ordinanza 3724 del 2003 circa venti anni fa non è conveniente le dimensioni degli elementi strutturali sono considerevoli , per cui è conveniente conservare il pilastro usuale 30x50 o 40x40 ed inserire pareti e nuclei. Si possono avere dei problemi negli impalcati dovute a concentrazione di tensioni in corrispondenza dell'elemento strutturale di elevata rigidezza , ovviamente vengono presi dei provvedimenti locali che consistono nell'irrigidimento dell'impalcato in modo da far fronte a picchi di tensione ed evitare la rottura dell'impalcato.
Possiamo agire in due modi o combinarli insieme
-Setti e pareti:



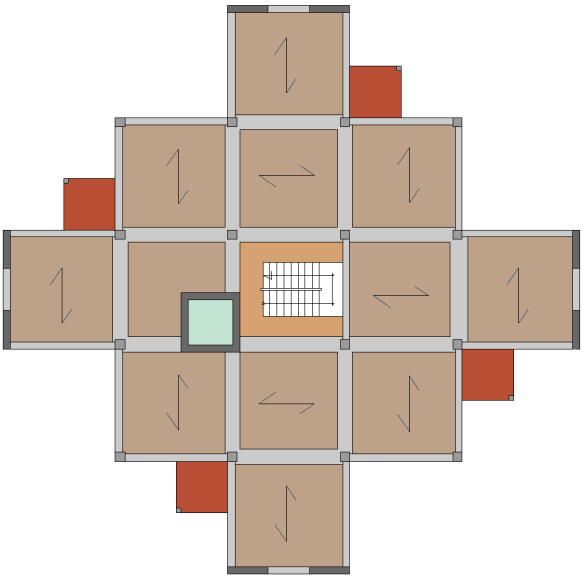
Si dispongono pilastri parete che si estendono lungo la intera altezza dell'edificio in modo simmetrico senza modificare la posizione del baricentro delle rigidezze , posizionate ai lati più esterni

-Nucleo Ascensore



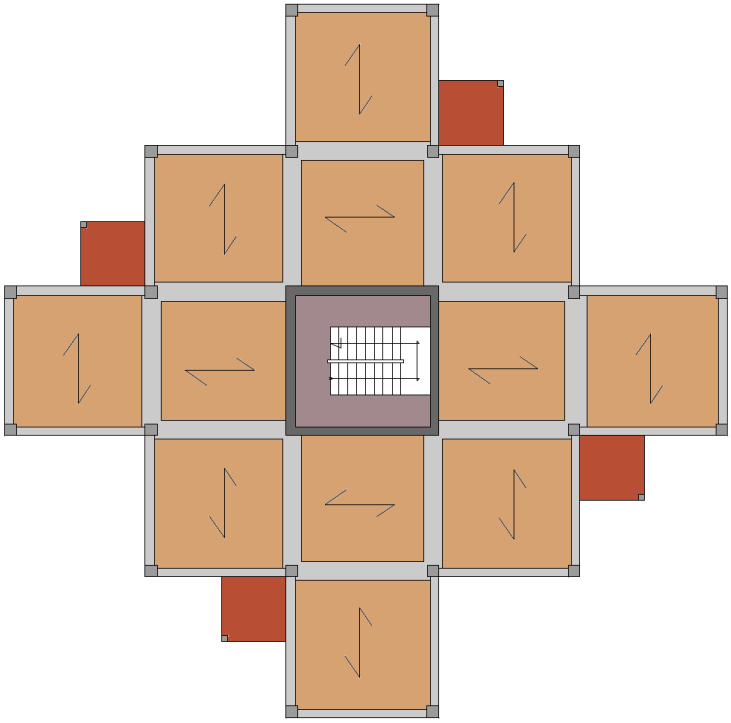
Si predispone un nucleo ascensore in cemento armato al quale viene demandata in virtù della sua rigidezza torsionale anche l'assorbimento del momento torcente derivante dalla dissimmetria strutturale, oltre che le azioni sismiche orizzontali.

-Nucleo ascensore + pareti



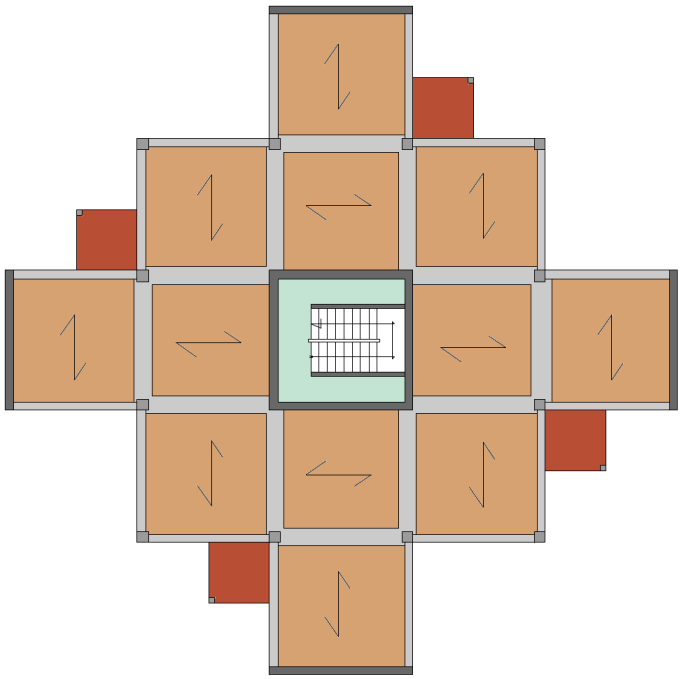
Si combinano i due sistemi resistenti pareti e nucleo adatto per edifici aventi un numero di impalcati >8

-Nucleo irrigidente scala



Il sistema strutturale con nucleo scala rigido può essere utilizzato per il calcolo dell'edificio a 10 piani

-Nucleo scala con pareti di taglio



Si adatta a tipologie di edifici a torre con un numero di piani elevato > 30 anche se la altezza dell'edificio aumenta il periodo di oscillazione riducendo le azioni sismiche , diventano importanti le azioni dovute al vento. Negli edifici alti (Tall Building) vi è una problematica di sforzo normale nei pilastri, se eseguiamo una ripartizione dei carichi verticali in base alle aree di influenza per 30-40 impalcati lo sforzo normale ai primi piani assume valori elevati il pilastro ha dimensioni eccessive :
*P = 5*5**1100*35 = 962500 daN*
al quale per una tensione di lavoro a compressione di 100 daN/cmq corrisponde un pilastro 1x1 m al piano terra.
La ripartizione degli sforzi normali viene eseguita nella ipotesi di solaio rigido flessionalmente (in fase di calcolo si modella il solaio come un elemento piastra Plate -shell è consigliabile avere uno spessore > 30 cm) considerando la deformabilità assiale del nucleo irrigidente e delle pareti da taglio :
K= EA/L ; in parole semplici in base alla area della sezione del pilastro
$P_I = P*A_I/\Sigma A_i$, A_S = 15000 cmq area Setto da taglio; A_N = 60000 cmq Area nucleo

L'area del singolo Pilastro 40 x 40cm A_p = 1600 cmq con una ripartizione approssimata lo sforzo normale in un pilastro al piano terra in fase di dimensionamento:
$P_I = P*A_I/\Sigma A_i$ =144827 daN

35 impalcati peso medio al mq 1200 daN/mq
*P = 12*25*1200*35 = 12.600.000 daN ΣA_i =139200 cmq*
$P_I = P*A_I/\Sigma A_i$ =144827 daN La tensione di compressione:

*σ_C = 144827/1600= 90 daN/cmq < f_{cd} = 0,83*0,85*rck /1,5*

Per quanto concerne le limitazioni geometriche imposte dalle NTC concernenti i singoli elementi strutturali travi e pilastri

-Travi

La larghezza b della trave deve essere ≥ 20 cm e, per le travi "a spessore di solaio", deve essere non maggiore della larghezza del pilastro, aumentata da ogni lato di metà dell'altezza della sezione trasversale della trave stessa, risultando comunque non maggiore di due volte b_c, essendo b_c la larghezza del pilastro misurata ortogonalmente all'asse della trave. Il rapporto b/h tra larghezza e altezza della trave deve essere ≥ 0,25. Non deve esserci eccentricità tra l'asse delle travi che sostengono pilastri in falso e l'asse dei pilastri che le sostengono. Le travi devono avere almeno due supporti, costituiti da pilastri o pareti. misurata da entrambe le facce del pilastro. Le pareti non possono appoggiarsi in falso su travi o solette.

-Pilastri

La dimensione minima della sezione trasversale non deve essere inferiore a 25 cm.
Se θ > 0,1, la dimensione della sezione trasversale nella direzione parallela al piano d'inflessione non deve essere inferiore ad un ventesimo della maggiore tra le distanze tra il punto in cui si annulla il momento flettente e le estremità del pilastro. Quest'ultima limitazione geometrica non si applica quando gli effetti del secondo ordine siano presi in conto incrementando gli effetti dell'azione sismica di un fattore pari a 1/(1-θ) quando θ è compreso tra 0,1 e 0,2 o computati attraverso un'analisi non lineare quando θ è compreso tra 0,2 e 0,3.In assenza di analisi più accurate, si può assumere che la lunghezza della zona dissipativa sia la maggiore tra: l'altezza della sezione, 1/6 dell'altezza libera del pilastro, 45 cm, l'altezza libera del pilastro se questa è inferiore a 3 volte l'altezza della sezione.

-Nodi trave-pilastro

Sono da evitare, per quanto possibile, eccentricità tra l'asse della trave e l'asse del pilastro concorrenti in un nodo. Qualora tale eccentricità superi 1/4 della larghezza del pilastro, la trasmissione degli sforzi deve essere assicurata da armature adeguatamente dimensionate allo scopo.

-Pareti

Le pareti non possono appoggiarsi in falso su travi o solette. Lo spessore delle pareti, anche se estese debolmente armate, deve essere non inferiore al massimo tra 15 cm (20 cm nel caso in cui nelle travi di collegamento siano da prevedersi armature inclinate) e 1/20 dell'altezza libera d'interpiano. Possono derogare a tale limite, su motivata indicazione del progettista, le strutture a funzionamento scatolare a un solo piano non destinate ad uso abitativo.
Devono essere evitate aperture distribuite irregolarmente, salvo che la loro presenza non sia specificamente considerata nell'analisi, nel dimensionamento e nella disposizione delle armature.

Per edifici comuni usuali fino a 4 impalcati le dimensioni degli elementi strutturali:
Travi a spessore interne 60 x25; Pilastri interni 40 x 40 ; Pilastri parete sui lati estremi aventi max dimensione 120x30 ; scala a soletta rampante.

3-Il calcolo del solaio

Si utilizza un solaio unidirezionale a semplice orditura con travetti precompressi, più semplice da porre in opera e meno costoso rispetto ad un solaio a doppia orditura Ortosap rientra nella pratica progettuale e costruttiva corrente. Sempre in questa ottica vengono omesse le pignatte nello sbalzo si preferisce realizzare una soletta piena di spessore 20 cm.

Analisi dei carichi Solaio :
peso proprio G_K 320 daN/mq
*Travetti 2*0,10*0,20*1,00=2500 = 100 daN/mq*
*Soletta 0,05*1,00*1,00*2500 =125 daN/mq*
*Laterizio 2*0,40*0,20*1,00*600 = 96 daN/mq*

Carico permanente G_{SK} 285 daN/mq
*massetto 0,05*1,00*1,0*1800 = 90 daN/mq*
*intonaco 0,015*1,00*1,00*1900 = 30 daN/mq*
*pavimento 0,02*1,00*1,00*2200= 45 daN/mq*
incidenza tramezzi 120 daN/mq

Carico accidentale Q_{SK} = 200 daN/mq *(edifici residenziali)*

Lo schema statico include uno sbalzo di luce 240 cm che ha un funzionamento a piastra per il solaio è di continuità mentre in direzione ortogonale è uno sbalzo d'angolo per cui possiamo dimezzare il carico

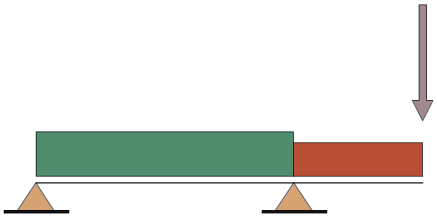
Analisi dei carichi Sbalzo H = 20 cm :
peso proprio G_K 500 daN/mq
*Soletta 0,2*1,00*1,00*2500 =500 daN/mq*

Carico permanente G_{SK} 75 daN/mq
*intonaco 0,015*1,00*1,00*1900 = 30 daN/mq*
*pavimento 0,02*1,00*1,00*2200= 45 daN/mq*
Parapetto F = 100 daN

Carico accidentale Q_{SK} = 400 daN/mq *(edifici residenziali)*

Carico sul solaio SLU Q =1145 daN/ml
$Q = 1,3*G_K + 1,5*(G_{SK}+Q_{SK}) = 1143$ daN/ml
Carico sullo sbalzo SLU Q =680 daN/ml F = 150 daN
$Q =[1,3*G_K +1,5*(G_{SK}+Q_{SK})]/2=681$ daN/ml
Carico sullo sbalzo SLE Q =490 daN/ml F = 100 daN
$Q =[G_K +(G_{SK}+Q_{SK})]/2=487$ daN/ml

Schema statico:



La tabella con le sollecitazioni :

Sezione	*Momento*	*As mmq*		*Verifica cls*	*Taglio*	*τ b = 50 cm*
A	*1650*	*203*	*2ϕ 12*	*d= 17,17 cm< 23*	*2268*	*τ= 2,19 < 3,7*
AB	*3297*			*d= 11,19 cm<23*	*0*	
B_s	*2318*	*286*	*4ϕ12*	*d= 20,99 cm<23*	*3228*	*τ= 3,\11 < 3,7*
B_d	*2318*	*365*	*4ϕ12*	*d= 9,38 cm<18*	*1782*	*τ= 1,1 <3,7*

Si dovrebbe considerare un altro schema che massimizza il momento in campata, senza carico accidentale sullo sbalzo si preferisce per la mezzeria della campata si considera un momento $M = Q*L^2/8$,per tener conto di solai interni senza sbalzo;per gli appoggi il semiincastro $M = Q*L^2/16$.

Le formule utilizzate :
*A_S= M/(0,9*d*fyd) armatura ; $h = r*\sqrt{M/b}$ cls per flessione ;*
$\tau = V/(0,9*b*d)$ taglio $r = 1/(0,6425*\alpha*f_{cd}*0,259*0,9)^{1/2} = 0,195$

f_{yd}= 4500/1,15 = 3910 daN/cmq FE450C
*rck 370 daN/cmq f_{cd} = 083*370*0,85/1,5= 175 daN/cmq*

EC2 valori ammissibili τ_{RD}

	fck	*12*	*16*	*20*	*25*	*30*	*35*	*40*	*45*	*50*
γ_C = 1,5	*τ_{RD}*	*0,18*	*0,22*	*0,26*	*0,30*	*0,34*	*0,37*	*0,41*	*0,44*	*0,48*
γ_C = 1,6	*τ_{RD}*	*0,17*	*0,21*	*0,24*	*0,28*	*0,32*	*0,35*	*0,38*	*0,42*	*0,48*

*Il travetto precompresso da utilizzare T5 M = 3979 daN*m SLU*

CARATTERISTICHE TECNICHE DEI TRAVETTI PRECOMPRESSI 8.5X12

8.5 x 12	T2		O		O		O			da 0,80 a 3,80
	T3		X		X		X			da 4,00 a 4,80
	T4	X		X		X		X		da 5,00 a 5,80
	T5	X	X		X	X			X	da 6,00 a 6,40
	T6	X	X		X	X	X		X	da 6,60 a 6,80
	T7	X	X	X	X	X	X		X	da7,00 a 7,60
	T8	X	X	X	X	X	X	X	X	da 7,80 a 8,20
POSIZIONE		1	2	3	4	5	6	7	8	Peso = 17,5 kg ml

O : TRECCIA 2x2,25 = 8 mmq / **X** : TRECCIA 2x2,25= 12 mmq

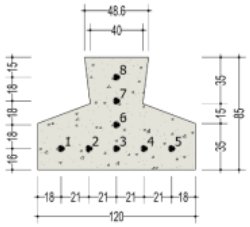


Diagramma del taglio

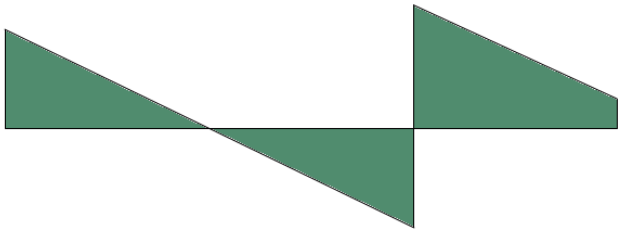
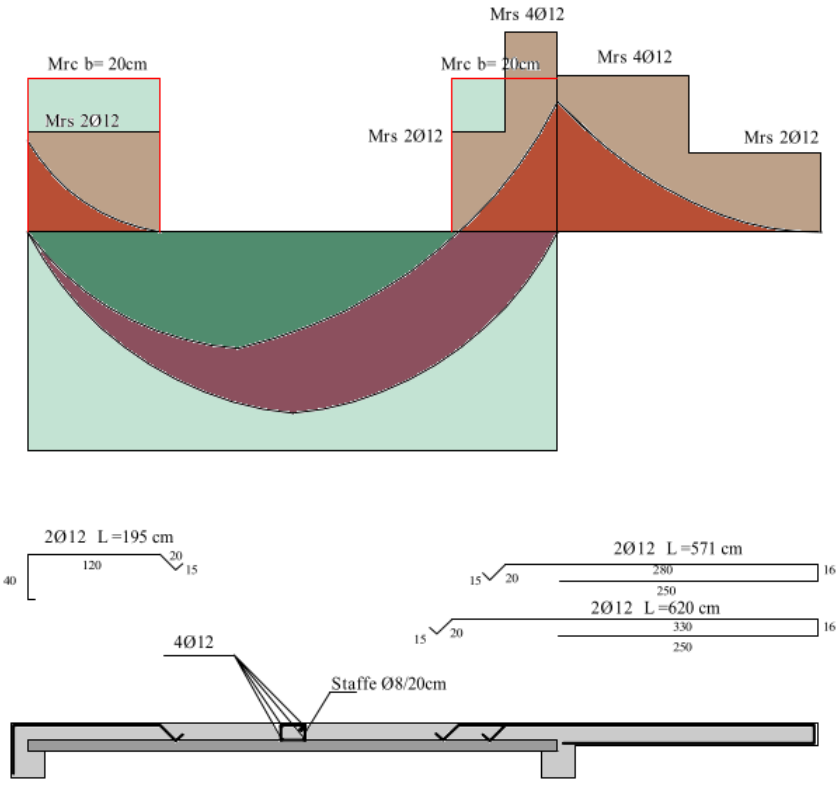


Diagramma momenti resistenti:
armatura travetto:appoggio 1ϕ12 ;sbalzo 2 molle ϕ12;ammarraggio 1ϕ10 rompitratta 25x25cm , rete elettrosaldata ϕ810x10 cm



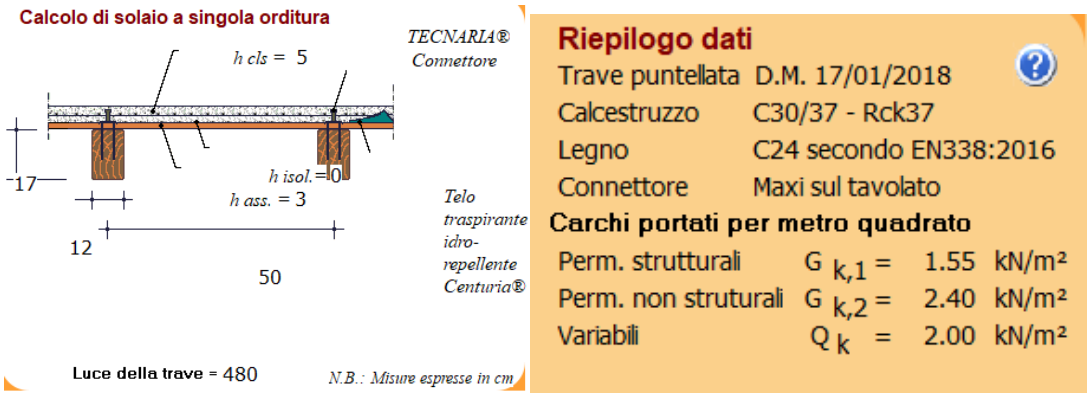
La verifica della freccia dello sbalzo allo SLE con rigidezza dimezzata

$f = 2*[Q*L^4/(8*E*I) + F*L^3/(3EI)] = 0,23\ cm = 23\ mm < L/500 = 48\ mm$

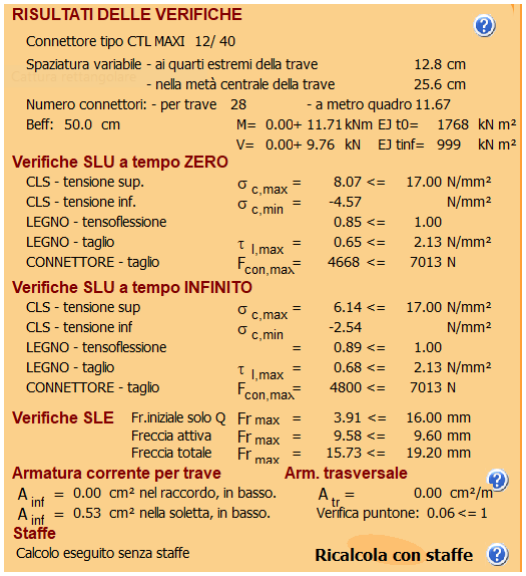
E = 320000 daN/cmq L = 240 cm F = 100 daN Q = 4,90 daN/cm

$I = 66666\ cm^4$

Se facciamo ricorso alla bioedilizia possiamo utilizzare un solaio misto legno calcestruzzo sempre di altezza 25cm ;
Travicelli in legno 12x 17
Pannello in legno 3 cm
Soletta cls 5 cm



Riportiamo in modo sintetico il calcolo eseguito con il software della Tecnaria



Tra i due solai vi è una sostanziale differenza nel peso proprio il solaio in legno pesa circa la metà di un solaio in cemento armato con conseguente riduzione delle masse strutturali e delle azioni sismiche inerziali , tanto maggiore quanto più elevato è il numero di impalcati. Il pannello in legno, con i connettori , la soletta di cls e l'ancoraggio alle travi di bordo conferiscono all'impalcato una buona rigidezza assiale essendo lo spessore complessivo della soletta mista per la ripartizione delle azioni orizzontali 8 cm; nel solaio in laterocemento lo spessore globale è 25 cm si considera anche il contributo delle pignatte in laterizio che sono più fragili ed hanno un modulo elastico più basso per la presenza dei fori . Utilizzeremo il solaio misto legno cls per l'edificio a 2 piani e copertura in lamellare per edifici aventi un numero di impalcati superiore la validazione del modello di calcolo ed il comportamento sismico dell'edificio è assicurato dalla ipotesi di impalcato rigido, sarebbe più corretto usare un solaio Ortosap con stessa rigidezza assiale nelle due direzioni , si utilizzano solai unidirezionali confidando anche nel contributo del laterizio.

4-Lo sbalzo laterale

Lo sbalzo laterale è ordito in direzione ortogonale al solaio adiacente e vi sono due modi di realizzarlo :

- Ancorato alla trave di bordo
- Ancorato al solaio adiacente

Nella pratica costruttiva corrente lo sbalzo per accelerare i lavori viene eseguito con soletta piena di calcestruzzo, predisponendo un cassero al di sotto costituito da pannelli in legno sorretti da puntelli verticali; il suo spessore è di solito inferiore allo spessore del solaio , se H = 25 cm si realizza una soletta per il balcone di spessore 20 cm. Circa la luce dello sbalzo di solito in zona sismica non supera 120 cm , alla estremità è realizzato un parapetto solitamente metallico , se ispirato alla moderna architettura in vetro o con paretine di cls spessore 5 cm o muretto da 10 cm . Per lo sbalzo va eseguita una analisi dinamica per carichi verticali , le vecchie normative amplificavano il carico agente del 40% ;
Si utilizza un coefficiente di struttura q = 1,5

Analisi dei carichi Sbalzo H = 20 cm :

peso proprio G_K 500 daN/mq
*Soletta 0,2*1,00*1,00*2500 =500 daN/mq*

Carico permanente G_{SK} 75 daN/mq
*intonaco 0,015*1,00*1,00*1900 = 30 daN/mq*
*pavimento 0,02*1,00*1,00*2200= 45 daN/mq*
Parapetto F = 100 daN

Carico accidentale Q_{SK} = 400 daN/mq *(edifici residenziali)*

Allo SLU Q = 1362 daN/ml ; SLE Q = 975 daN/ml ;

Carico sismico $Q=(1\pm0,5)*(G_K +G_{SK} +0,3* Q_{SK})$ maggioriamo 50%

Forze sul parapetto F_V = 400 daN ; F_O = 200 daN ; NTC 2018

Il periodo fondamentale di oscillazione di una mensola $T = 2*\pi/\omega$

$\omega= 3,5160*1/l^2*\sqrt{(EI/m)}$; m massa distribuita per unità di lunghezza

*E= 3200000 daN /cmq modulo elastico cls ; I = 100*20^3/12= 66666 cm^4*

Lo spettro di risposta per azioni sismiche verticali nel comune di Castel di Sangro

Parametri di pericolosità sismica

	ag (g/10)	F0 (adim)	TC*(sec)
SLO	0.76281872	2.36183821	0.28000000
SLD	1.00236806	2.33241531	0.28303510
SLV	2.63146244	2.31480297	0.35000000
SLC	3.36711969	2.35631747	0.37000000

Parametri spettri verticali

Ss	TB	TC	TD
1.000	0.050	0.150	1.000

dalle NTC 2018 lo spettro elastico verticale $F_V = 1{,}35 * F_0 * \sqrt{(Ag/g)}$

$$0 \le T < T_B \qquad S_{ve}(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_v \cdot \left[\frac{T}{T_B} + \frac{1}{\eta \cdot F_o} \left(1 - \frac{T}{T_B} \right) \right]$$

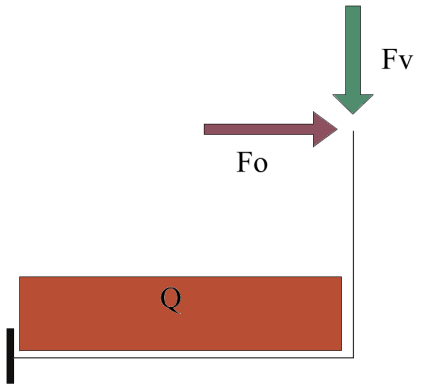
$$T_B \le T < T_C \qquad S_{ve}(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_v$$

$$T_C \le T < T_D \qquad S_{ve}(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_v \cdot \left(\frac{T_C}{T} \right)$$

$$T_D \le T \qquad S_{ve}(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_v \cdot \left(\frac{T_C \cdot T_D}{T^2} \right)$$

Il calcolo per azioni sismiche solitamente non viene eseguito, poiché le sollecitazioni flessionali e taglianti allo SLU sono più grandi.

Schema statico sbalzo : *Luce 150 cm , parapetto altezza 100 cm*
Q = 1362 daN/ml $F_O = 300$ *daN ;* $F_V = 600$ *daN ;*



il momento e taglio nell'incastro

$M = Q*L^2/2 + F_V*L + F_H*H + P_V*L = 2920$ *daN*m*

$V = Q*L + F_V + P_V = 2830$ *daN*

N = 300 daN Trazione

La verifica la eseguiamo a flessione la trazione è trascurabile $\sigma_T = 0{,}15$ *daN/cmq*

La armatura $A_S = 292000/(0{,}9*18*3910) = 4{,}60$ *cmq* 5 ϕ12 *molle/20 cm*

verifica cls flessione $h = r*\sqrt{M/b} = 10{,}53$ *cm* < 18 *cm ;*

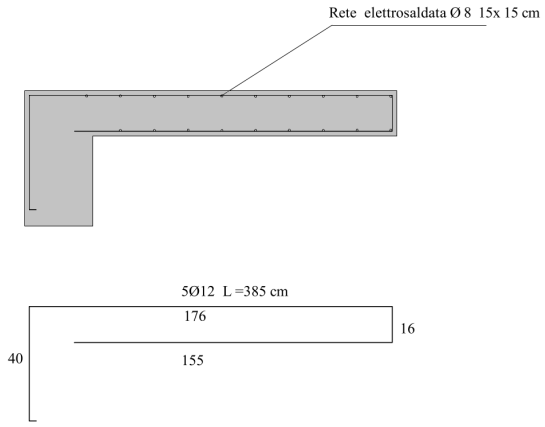
taglio $\tau = V/(0{,}9*b*d) = 1{,}74$ *daN/cmq* $< 3{,}7$ *daN/cmq*

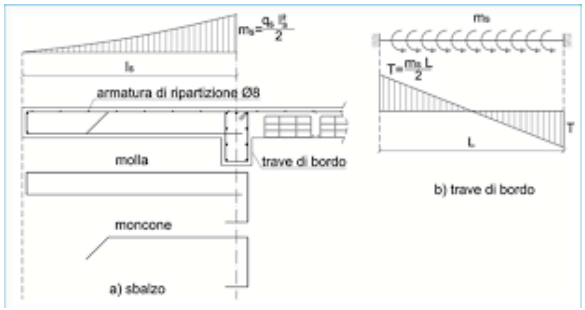
freccia rigidezza dimezzata SLE

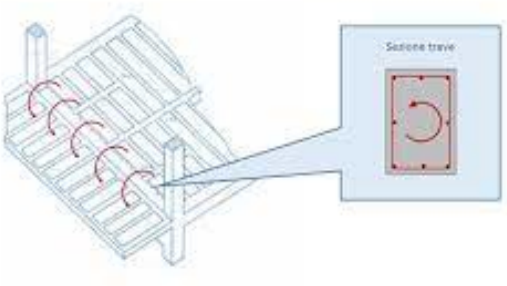
$f = 2*[Q*L^4/(8EI) + (F_V + Q_v)*L^3/(EI)] = 0{,}11$ *cm* $= 1{,}1$ *mm* $< L/500 = 3$ *mm*

Le armature per i due ancoraggi sono riportati in figura con le carpenterie :

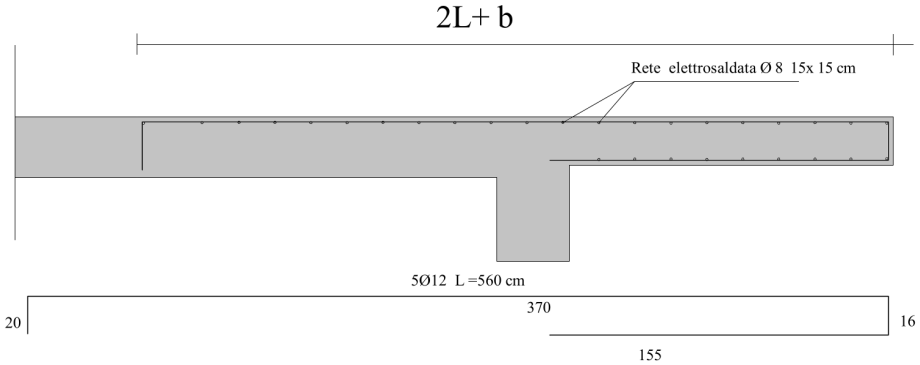
Ancoraggio trave di bordo momento torcente $M_T = 2920$ *daN*m*

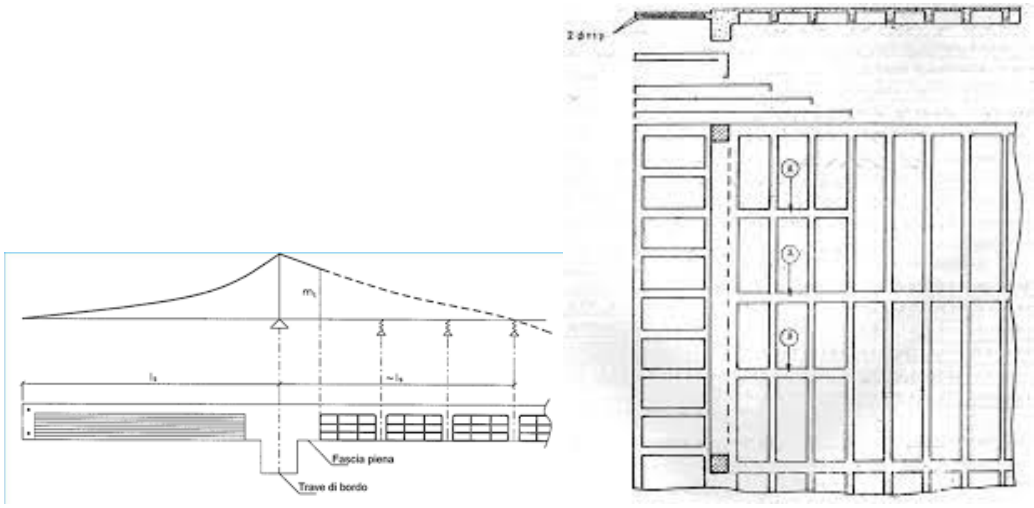






Ancoraggio solaio adiacente

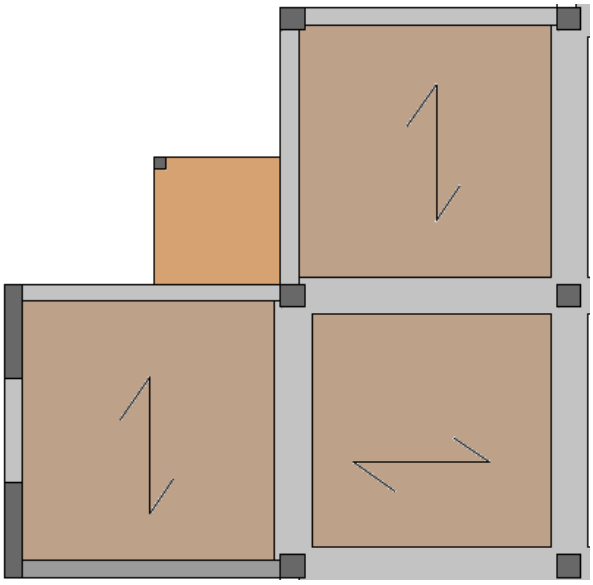




Sulla trave non si considera alcun momento torcente aggiuntivo, esclusivamente il carico verticale; Nel solaio adiacente vanno presi dei provvedimenti locali quali la realizzazione di travetti di cucitura armati con gabbia composta da ferri longitudinali e staffe , l'armatura dello sbalzo va ancorata nella parte retrostante. Per le normali pratiche di cantiere e la speditezza dei lavori conviene realizzare a tergo dello sbalzo una soletta piena di cls avente peso equivalente a quello dello sbalzo;

$L_{SB} = 150$ cm ; $L_S = L_{SB} * H_{SB}/H_S = 150*20/25 = 120$ cm

Per lo sbalzo presente nel nostro edificio , si ha un comportamento a piastra definito da due mensole , una in continuità del solaio è l'altra a sbalzo laterale.



La ripartizione dei carichi è immediata $Q_i = Q/2$

$Q_1 * L^4/(8EI) = Q_2 * L^4/(8EI)$; $Q = Q_1 + Q_2$

Il pilastro nell'angolo 20x20 cm armato con 4 $\phi 10$ *ha la precisa funzione di imporre la congruenza delle deformate e delle oscillazioni con i balconi degli impalcati adiacenti .*

$L = 240\ cm \quad ; \quad Q_1 = Q_2 = 680\ daN/ml\ SLU$

$M_1 = Q_1 * L^2/2 + F_V * L + F_H * H + P_V * L = 4178\ daN*m$

$V_1 = Q_1 * L + F_V + P_V = 2432\ daN$

$N_1 = 300\ daN \quad Trazione$

$M_2 = Q_2 * L^2/2 + F_V * L + F_H * H + P_V * L = 4178\ daN*m$

$V_2 = Q_2 * L + F_V + P_V = 2432\ daN$

$N_2 = 300\ daN \quad Trazione$

La armatura $A_S = 417800 /(0,9*18*3910) = 6,60\ cmq \quad 6\ \phi 12 \quad molle / 15\ cm$

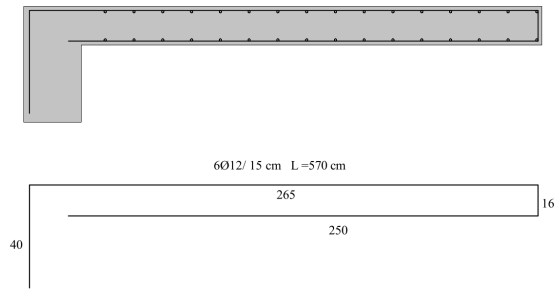
verifica cls flessione $h = r*\sqrt{M/b} = 12,60\ cm < 18\ cm$;

taglio $\tau = V/(0,9*b*d) = 2,57\ daN/cmq < 3,7\ daN/cmq$

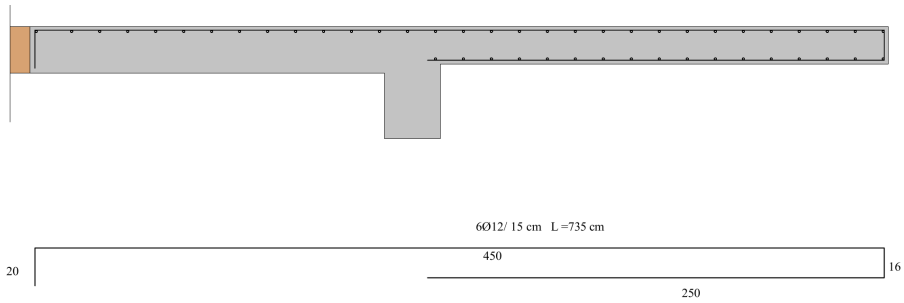
freccia rigidezza dimezzata SLE

$f = 2*[Q*L^4/(8EI) + (F_V + Q_v)*L^3/(EI)] = 0,44\ cm = 4,1\ mm < L/500 = 4,8\ mm$

Le armature sono analoghe nelle due direzioni ortogonali omettiamo la rete elettro-saldata ; molle $\phi 12/15\ cm$ *nelle 2 direzioni*
Ancoraggio nelle due travi di bordo ;



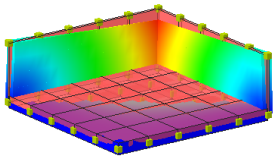
Ancoraggio in continuità con il solaio e lo sbalzo laterale

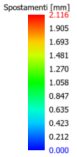


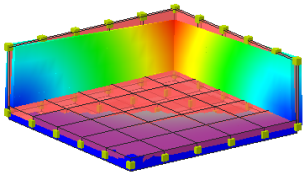
Il calcolo lo eseguiamo attraverso una modellazione FEM dello sbalzo con elementi plate-shell incastrati ai bordi, piastra vincolata su due lati.

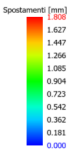
Deformata :

SLU *SLE*

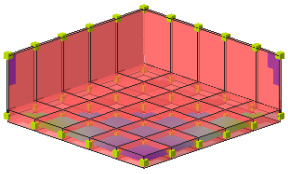


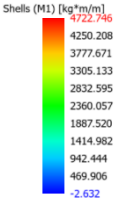


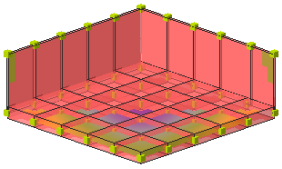


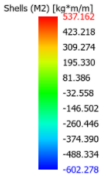


Sollecitazioni:







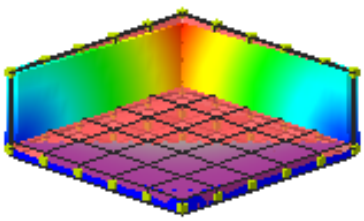


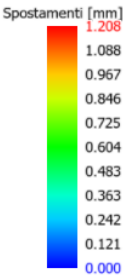
Eseguiamo per lo sbalzo una analisi dinamica verticale :
Periodi di vibrazione : f = 1/0,0482 = 20,74 Hz > 3 Hz il balcone non oscilla

Sisma Verticale
Numero di Frequenze calcolate =50, filtrate=20

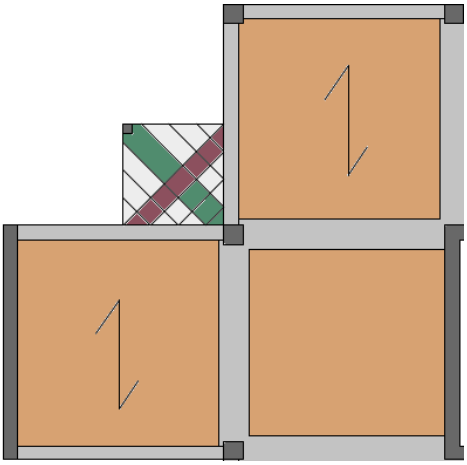
N	T	Coeff. Partecipazione	Masse Modali	Percentuali
	s		kgm*g	
		SVert.	SVert.	SVert.
1(1)	0.0482	17.523	3011	44.99
2(3)	0.0319	3.091	94	1.40
3(5)	0.0195	2.077	42	0.63
4(7)	0.0117	-3.903	149	2.23
5(8)	0.0110	11.571	1313	19.61
6(13)	0.0058	1.852	34	0.50
7(14)	0.0054	-3.234	103	1.53
8(17)	0.0051	-0.963	9	0.14
9(18)	0.0049	1.901	35	0.53
10(20)	0.0045	-7.566	561	8.39
11(22)	0.0042	1.724	29	0.44
12(25)	0.0036	-2.304	52	0.78
13(27)	0.0034	-1.319	17	0.25
14(28)	0.0034	1.944	37	0.55
15(29)	0.0033	1.592	25	0.37
16(32)	0.0028	4.178	171	2.56
17(34)	0.0028	2.191	47	0.70
18(41)	0.0022	3.296	107	1.59
19(44)	0.0020	-1.621	26	0.39
20(47)	0.0020	-0.886	8	0.12
Somma delle Masse Modali [kgm*g]			5870	
Masse strutturali libere [kgm*g]			6694	
Percentuale			87.69	87.69

Deformata per azioni sismiche verticali :





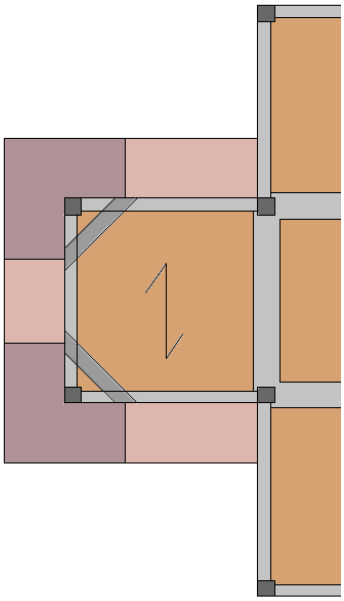
La modellazione a piastra evidenzia un altro comportamento che è quelli di trave obliqua con asse inclinato a 45° che poggia sulle due travi di bordo come indicato in figura , inserendo anche barre a 45 ° , una trave spessore con staffe ricavata nel balcone, eliminando la torsione e trattandolo come un sbalzo d'angolo capovolto senza problematiche di momenti torcenti nelle travi di bordo cosa che vedremo nel prossimo paragrafo.

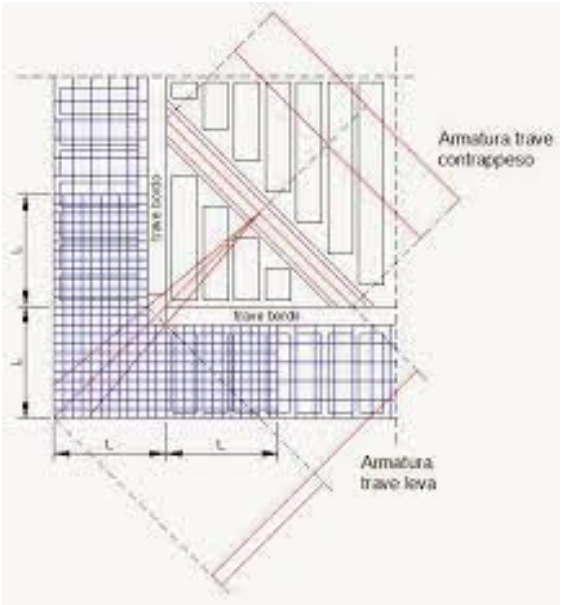


Lo sbalzo va inserito nella modellazione strutturale del nostro edificio anche come elemento piastra e automaticamente si calcolano le armature metalliche.

5-Lo sbalzo d'angolo

Lo sbalzo d'angolo per me è una reminescenza dell'istituto tecnico per geometri, ovviamente argomento di studio nella università , caratterizzato dalla disposizione dei ferri a raggiera e dalla trave contrappeso.





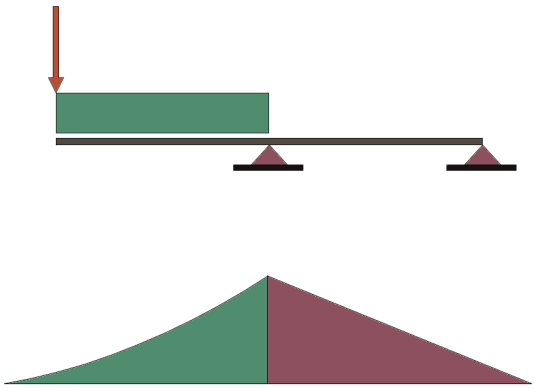
Lo sbalzo d'angolo è definito dalla sua larghezza ovvero si di individuano due aree laterali di lunghezza pari alla luce dello sbalzo. La trave contrappeso realizzata nel

solaio adiacente deve bilanciare equilibrare il peso dello sbalzo , per cui la sua luce è pari alla diagonale dello sbalzo d'angolo.

L_{SB} = 1,5*√2 ; *luce schema statico sbalzo . Luce sbalzo =150 cm = 1,5 m*

L_{TC} = 2*L_{SB} =3*√2

Lo schema statico, la luce 2,15 m per la campata e lo sbalzo



Analisi dei carichi Sbalzo H = 20 cm :

peso proprio G_K 500 daN/mq
*Soletta 0,2*1,00*1,00*2500 =500 daN/mq*

Carico permanente G_{SK} 75 daN/mq
*intonaco 0,015*1,00*1,00*1900 = 30 daN/mq*
*pavimento 0,02*1,00*1,00*2200= 45 daN/mq*
Parapetto F = 100 daN

Carico accidentale Q_{SK} = 400 daN/mq *(edifici residenziali)*

F = 400 daN Peso complessivo 9195 daN ; F = 3600 daN

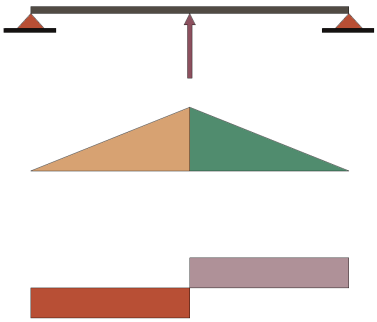
SLU Q = 4276 daN/ml F = 3600 daN SLE Q = 3061 daN/ml F = 2400

riportiamo la tabella con le sollecitazioni e le verifiche

Sezione	*Momento*	*As cmq*	*molle*	*cls b = 215 cm*	*Taglio*	*τ*
A	*0*	*0*			*1200*	*τ= 0,52 < 3,7*
B_s	*17241*	*27,21*	*17ϕ14*	*d= 17,46 <18*	*12793*	*τ= 3,67< 3,7*
B_d	*17241*	*27,21*	*17ϕ14*	*d= 17,46 < 18*	*8019*	
C	*0*	*0*			*-8019*	

Le verifiche a taglio all'estremo A considera una base b = 141 cm poiché la forza verticale è distribuita su 1 m , il taglio V= 1200 daN

La trave contrappeso è caricata da una forza concentrata nella mezzeria diretta verso l'alto F = 8019 daN ; L = 3√2= 4,24 m*



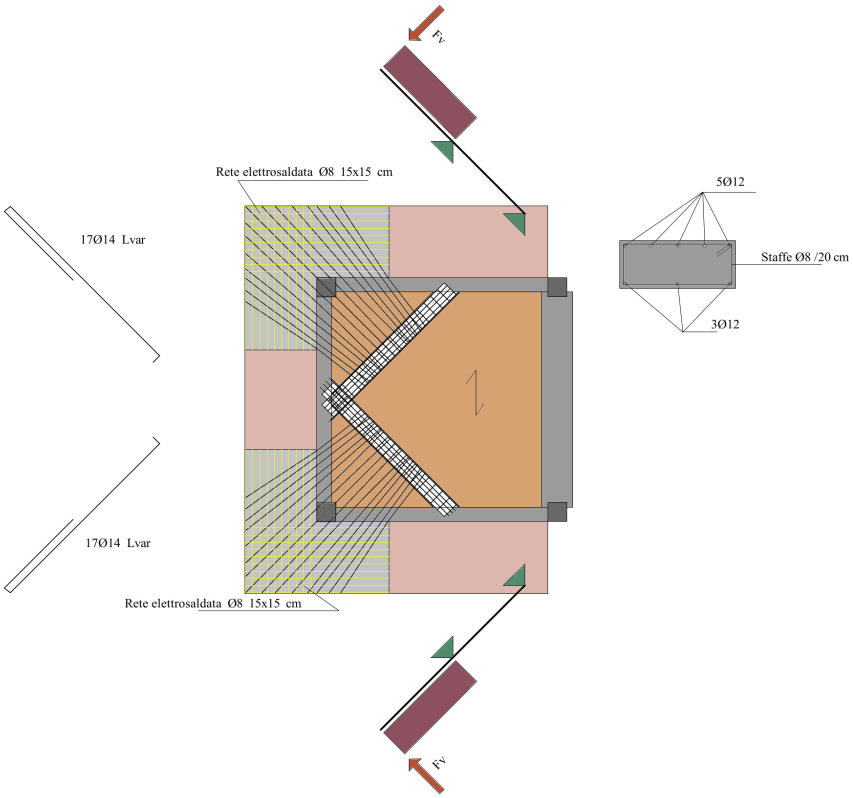
*M = F*L/4 = 8504 daN*m V = 4010 daN L = 4,25 m*

As = 10,50 cmq 5 ϕ 12 superiori; e 3 ϕ 12 inferiori

Verifica a taglio h = 25 cm ; b = 60 cm

*τ = 4010/(0,9*23*60) = 3,22 daN/cmq < 3,7 daN/cmq*
non occorre armare a taglio; si dispongono staffe ϕ8/20 cm

Carpenteria sbalzo con armatura

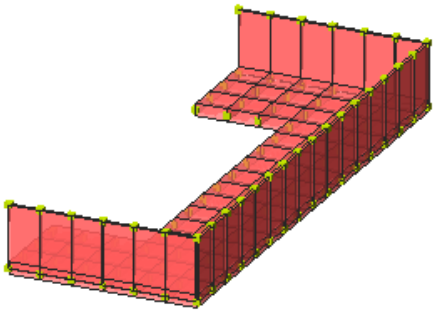


La freccia f per lo sbalzo allo SLU

$f = 2*[Q*L^4/(8EI) + (F_V*L^3/(EI) + M*L^2/3EI] = 0,78\ cm < L/250 = 0,86\ cm$

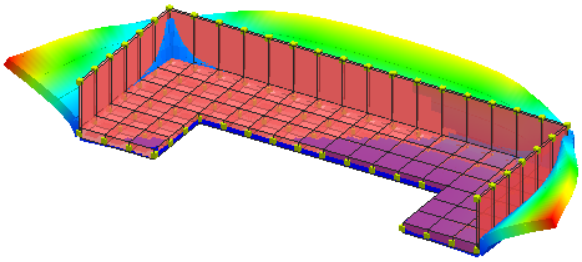
$I = 215*25\text{^}3/12 = 279947\ cm^4$

Per lo sbalzo d'angolo eseguiamo una modellazione FEM tramite elementi plate shell vincolati con incastro sul bordo con parapetto ; H = 20 cm

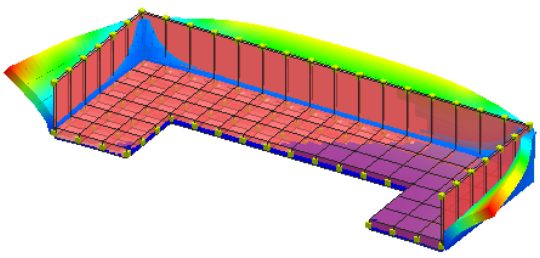


Deformate max spostamento SLE 1 cm

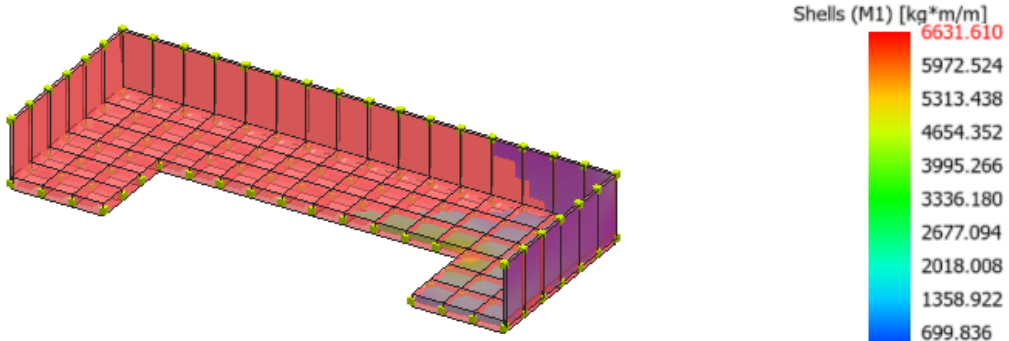
SLU

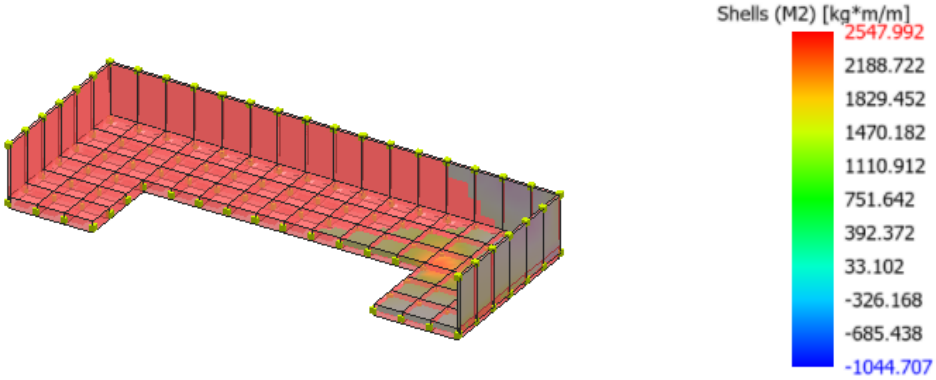


SLE



Sollecitazioni





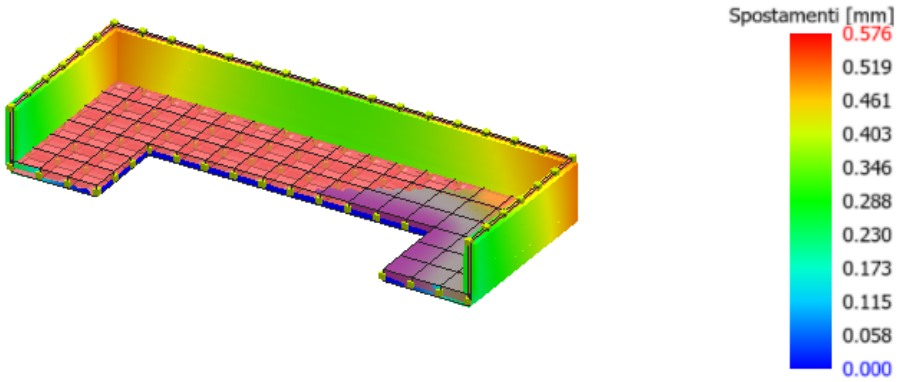
Analisi dinamica verticale periodi di vibrazione

Sisma Verticale
Numero di Frequenze calcolate =100, filtrate=20

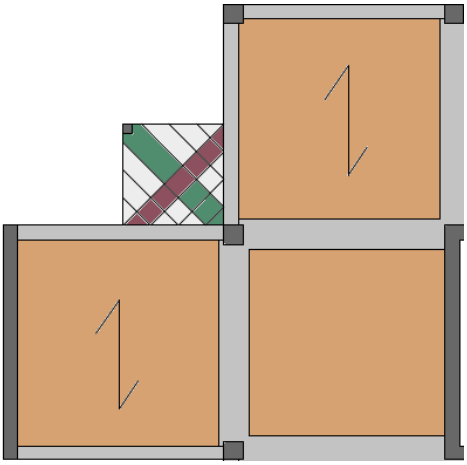
N	T	Coeff. Partecipazione	Masse Modali	Percentuali
	s		kgm*g	
		SVert.	SVert.	SVert.
1(2)	0.0374	19.342	3669	28.34
2(3)	0.0342	-8.537	715	5.52
3(5)	0.0307	-18.471	3346	25.85
4(7)	0.0246	-6.339	394	3.04
5(8)	0.0235	5.231	268	2.07
6(11)	0.0203	2.989	88	0.68
7(13)	0.0168	-8.652	734	5.67
8(14)	0.0158	-4.679	215	1.66
9(25)	0.0063	2.276	51	0.39
10(27)	0.0059	-5.069	252	1.95
11(29)	0.0058	2.161	46	0.35
12(33)	0.0055	-3.887	148	1.14
13(35)	0.0052	2.687	71	0.55
14(40)	0.0049	-4.160	170	1.31
15(44)	0.0044	-6.284	387	2.99
16(46)	0.0043	7.301	523	4.04
17(48)	0.0042	-3.011	89	0.69
18(52)	0.0041	5.349	281	2.17
19(71)	0.0028	-1.169	13	0.10
20(99)	0.0020	1.809	32	0.25
Somma delle Masse Modali [kgm*g]			11490	
Masse strutturali libere [kgm*g]			12945	
Percentuale			88.77	88.77

f = 1/0,0374 =26 Hz > 3 Hz il balcone non oscilla

Deformata per azioni sismiche verticali



Un altra tipologia di sbalzo d'angolo è quello visto nel paragrafo precedente :



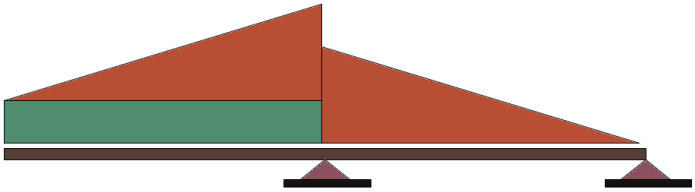
Possiamo calcolare il balcone come lo sbalzo d'angolo senza trasmissione di torsione sulle travi di bordo individuando una trave secondo la diagonale che definisce lo sbalzo , ed una trave di appoggio. L'analisi dei carichi sullo sbalzo
Analisi dei carichi Sbalzo H = 20 cm :

peso proprio G_K 500 daN/mq
*Soletta 0,2*1,00*1,00*2500 =500 daN/mq*
Carico permanente G_{SK} 75 daN/mq
*intonaco 0,015*1,00*1,00*1900 = 30 daN/mq*
*pavimento 0,02*1,00*1,00*2200= 45 daN/mq*
Parapetto F = 100 daN
Carico accidentale Q_{SK} = 400 daN/mq *(edifici residenziali)*

Peso complessivo 9195 daN ;

SLU Q = 4276 daN/ml F = 3600 daN SLE Q = 3061 daN/ml

Lo schema statico dello sbalzo :



Il carico triangolare in rosso ha un area pari a

*A = q*2*L/2 = q*L , q ordinata nel punto centrale q* L = P ; q = P/L dove*

P = 9195 daN , L = 1,5√2/2= 1,075 m q = 8553 daN*

*la funzione Q(z) = ± q /L * (L-z) ,*

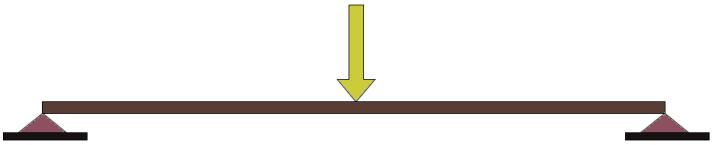
l'origine del sistema di riferimento è nel punto centrale

Il carico costante in verde è il peso del parapetto a metro lineare

$Q(z) = F_V + q /L * (L-z)$ sulla parte a sbalzo della trave

$Q(z) = -q /L * (z-L)$ in campata

Lo schema statico della trave di appoggio L = 2,15 m



Caricata dalla reazione verticale dell'appoggio centrale;

*Il max momento $M = F_V*L^2/2 + 1/3* q*L^2 = 3888$ daN*m*

$V_S = 8690$ daN ; $V_D = 9746$ daN ; La reazione dell' appoggio R = 18436 daN

Le armature $A_S = 6,13$ cmq = 7 ϕ12 per un area di 7,84 cmq

La verifica del cls la eseguiamo nela sezione di mento max dove maggiore è la b

h= r √M/b = 8,29 cm < 18 cm*

per il taglio $\tau = 2,79$ daN/cmq < 3,7 daN/cmq = τ_{RD}

Per la trave di appoggio

*M = 9909 daN*m ; V = 9218 daN*

A_S = 15,64 cmq = 8 ϕ16 = 16 cmq Area inferiore 4 ϕ16 = 8 cmq

per il taglio ipotizziamo b = 70 cm con una trave 70x 20

bisogna determinare l'armatura quali le staffe ed eseguire una verifica del cls

L'armatura metallica Asw staffe ϕ8 /10 cm a due braccia
$V_{SD} = 0,9*d*A_{sw}/s*f_{yd}*(ctgα+cotgβ)*sinα= 0,9*d*A_{sw}/s*f_{yd} = 10008 >9218$ daN

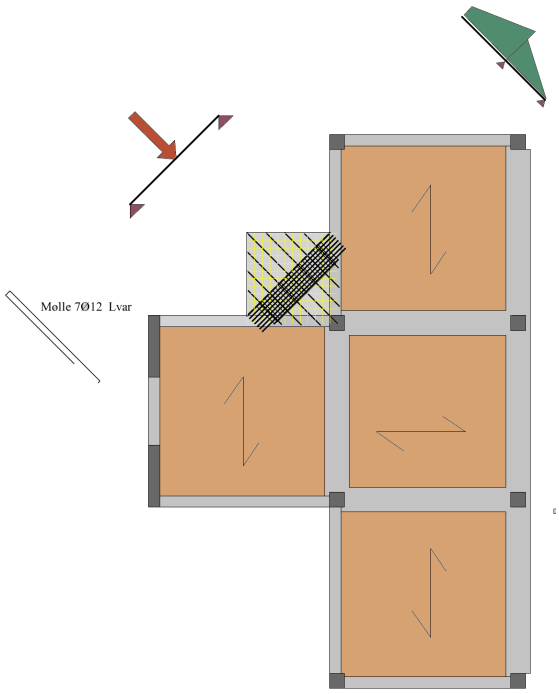
A_{sw} area staffe
α°= 90° per staffe verticali
β inclinazione fessure 45°
s passo staffe

*Per la biella compressa di cls fcd= 370*0,83*0,85/1,5= 174 daN/cmq*

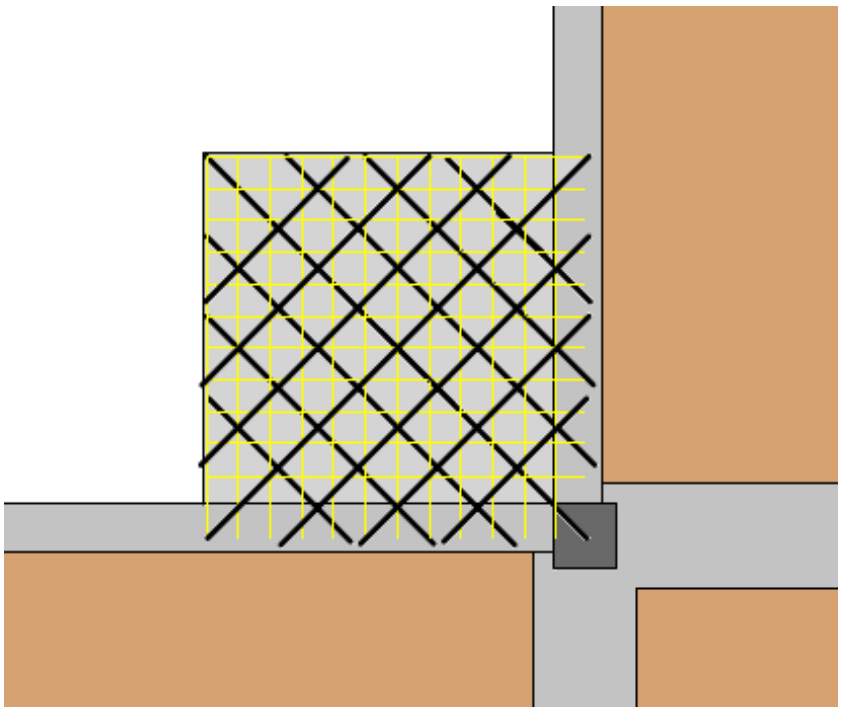
$V_{RCD}=0,9*d*b_w*f_{cd}*v*\alpha_c*((ctg\alpha+cotg\beta)/(1+cotg\beta^2) = 0,9*d*b_w*fc_d*v*\alpha_c/2$

d = 18 cm ; b = 70 cm ; α= 90° inclinazione staffe β= 45° lesioni αc=1

V_{RCD}= 49329 daN



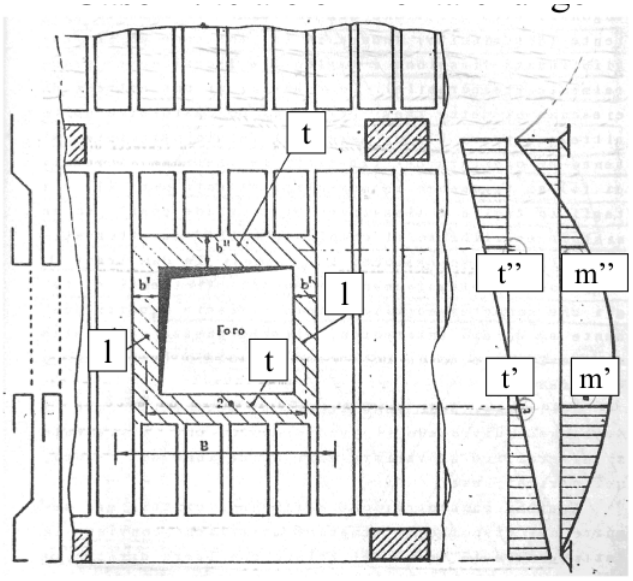
Per questa tipologia di sbalzo la migliore soluzione per la armatura senza la necessità di staffe è quella di disporre le armature inclinate a 45 ° e simmetriche evidenziando un comportamento a piastra diagonale con rete elettrosaldata superiore



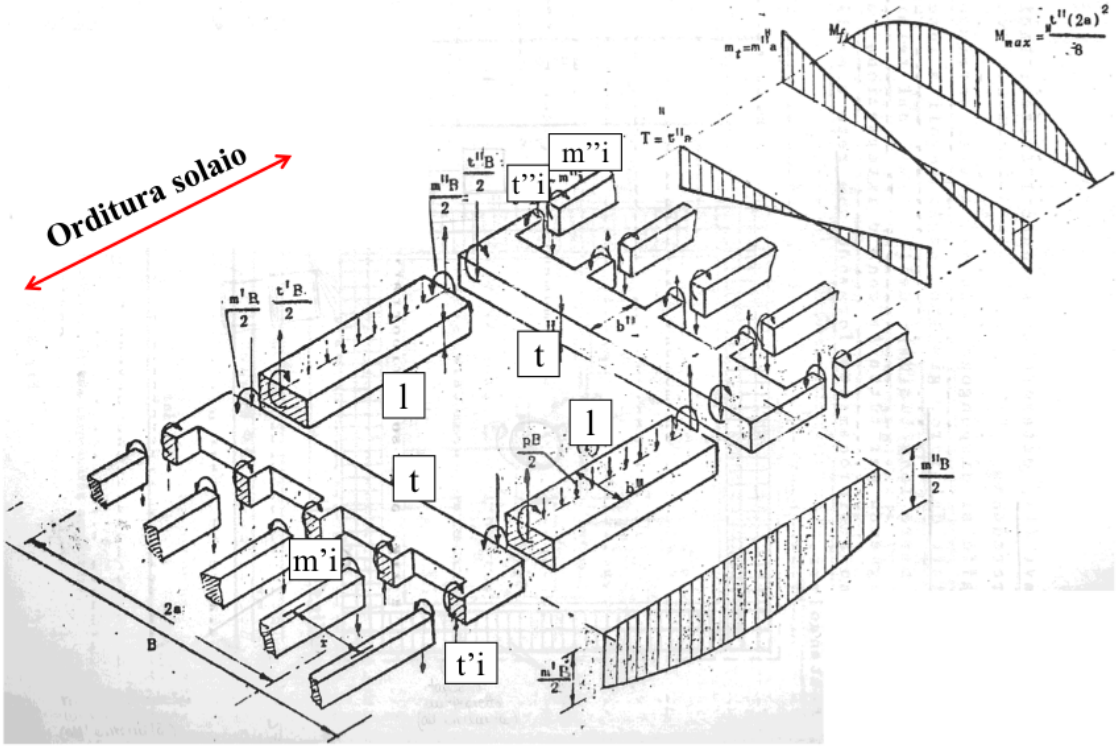
Si possono individuare due travi ortogonali diagonali , la prima appoggiata sulle travi di bordo, la seconda una mensola incastrata nel pilastro; dalla congruenza degli spostamenti verticali nel baricentro dello sbalzo coincidente con il punto di intersezione degli assi delle due travi si vede che alla mensola spetta il 10% del carico Q mentre alla trave il 90% , per questi motivi si è preferito schematizzare il balcone mediante una trave di appoggio affidando il carico intero allo schema su due appoggi e sbalzo avendo cura di disporre in modo diffuso la medesima armatura anche nella direzione ortogonale , poiché come risultava dai calcoli eseguiti , per la trave di appoggio occorrono 8 ϕ16 inferiori. In una modellazione FEM che tenga conto della teoria di Grashof si può definire un graticcio di travi ortogonali diagonali ad esempio di base b= 30 cm e calcolare le armature con i carichi su di esse agenti in modo da poter definire la armatura diagonale incrociata a 45°

6- Il foro

I fori nei solai rappresentano delle discontinuità nell'impalcato ne rappresentano dei punti di debolezza, il foro ascensore e foro della scala vanno progettati e posizionati con le dovute cautele al fine di evitare la rottura dell'impalcato e di garantirne la rigidezza assiale necessaria alla ripartizione delle azioni sismiche orizzontali sugli elementi di controventamento. In presenza di un nucleo ascensore la problematica del foro nel solaio non si pone ovviamente vanno calcolate le travi di perimetro quando il foro è isolato nel solaio come in figura :



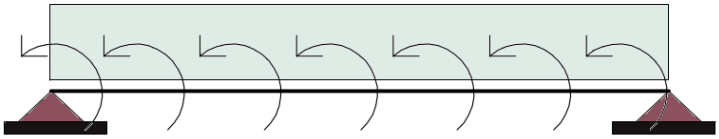
- **Caso B**: telaio orizzontale lungo il bordo del foro



La trave T è sollecitata dalle azioni flettenti costanti trasmesse dai travetti di solaio e dal taglio ; per essa si eseguono 3 verifiche
-Taglio
-Flessione
-Torsione
La trave L è sollecitata dalle azioni trasmesse dalle travi T si eseguono 2 verifiche

-Flessione
-Taglio
Va eseguita anche una verifica della rigidezza del solaio eguagliando la rigidezza della maglia di telaio con la porzione di solaio eliminata.

Verifica delle Travi T



La trave T poggia sulle due travi di bordo L che fanno parte del solaio, con alle estremità 2 appoggi torsionali; Indicato con ***m e v*** *il momento e taglio trasmesso dai travetti le sollecitazioni*
$Mt= m*L/2$; $M= v*L^2/8$; $V = v*L/2$
L larghezza del foro
Le verifiche:

Flessione
$d= r*\sqrt{M/b}$; $A_{sf}= M/(0,9*d*f_{yd})$
d altezza utile del solaio
b larghezza trave T
Asf armatura inferiore a flessione

Taglio
Se $V_{RD} \geq V_{ED}$ *non occorre armare a taglio*
V_{RD} *pari al valore massimo derivante dalle due espressioni*
$[0,18*k*(100*\rho_1*f_{ck})^{1/3} /\gamma c+0,15*\sigma_{CP}]*b_w*d$
$(v_{min}+0,15*\sigma_{CP}]*b_w*d$

f_{ck} *espresso in Mpa = 1000000N/mq*
$k=1+(200/d)^{1/2} \leq 2$
$v_{min}= 0,035*K^{3/2}*fck^{1/2}$
d altezza utile sezione
$\rho_1= A_{sl}/(bw*d)$
$\sigma_{CP}=N_{ED}/Ac$; B_w *larghezza utile sezione*

Se bisogna armare a taglio ovvero $V_{RD} \leq V_{ED}$

L'armatura metallica A_{sw}
$V_{SD} = 0,9*d*A_{sw}/s*fyd*(ctg\alpha+cotg\beta)*sin\alpha= 0,9*d*A_{sw}/s*f_{yd}$
A_{sw} *area staffe*
α*= 90° per staffe verticali*
β *inclinazione fessure 45°*
s passo staffe

La resistenza della biella compressa

$V_{RCD}=0,9*d*b_w*f_{cd}*\nu*\alpha_c*((ctg\alpha+cotg\beta)/(1+cotg\beta^2)$

La verifica è soddisfatta se $Min\ [V_{RCD};V_{SD}] \geq V_{ED}$

Torsione
La verifica di resistenza a torsione la si esegue considerando una sezione alla BREDT avente spessore pari a 2 volte il copriferro e area racchiusa dalla linea media $A= (b-2*c)*(H-2*c)$
deve essere $T_{RD} > T_{ED}$

T_{RD} *è il valore minimo della resistenza a torsione fornita dalle staffe* T_{RSD} *dai ferri di parete* T_{RLD} *e dal calcestruzzo* T_{RCD}

$T_{RCD} =2*A*t*f'_{cd}*cotg\beta/(1+cotg\beta^2)$

$T_{RSD}= 2*A*A_s/s*f_{yd}*cotg\beta$

$T_{RLD}=2*A*\sum Al/u*f_{yd}/cotg\beta$

con $t = 2*c$
β*= 45°*
Al area longitudinale
As area staffe
s passo staffe
u perimetro medio $2*[(b-2*c)+(H-2*c)]$

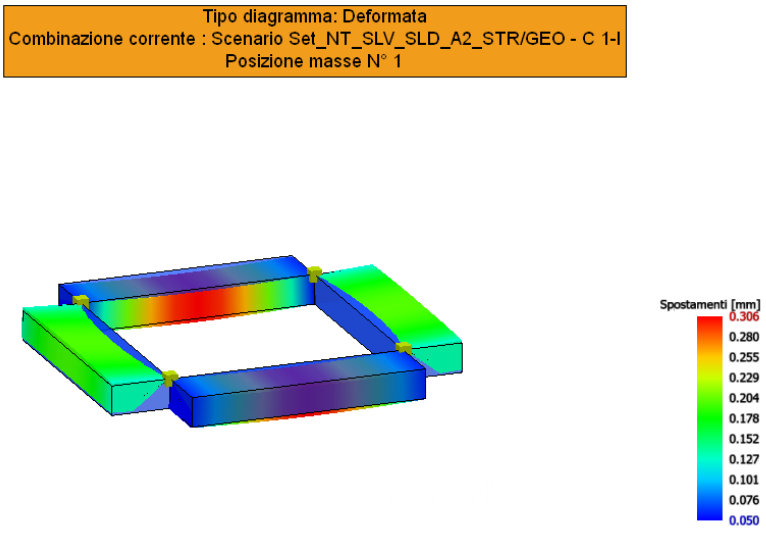
Per le travi L

$M = M_T + Q*L^2/8$; $V = Q*L/2$

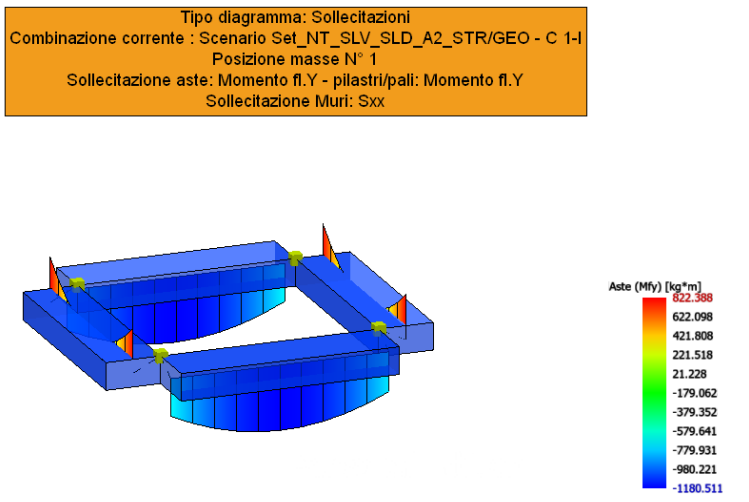
Q carico di una striscia di solaio adiacente.
*Per quanto concerne la rigidezza e quindi il dimensionamento delle travi T ed L si considera una larghezza B = n*b*
dove n è il numero dei travetti che intersecano la trave t
b larghezza del travetto.
Per un foro di dimensioni 2,00 x2,00m si considerano delle travi a spessore aventi una base B di 50 cm

Eseguiamo il calcolo del telaio tramite un software FEM per un foro inserito centralmente in una maglia di solaio 5x5 m avente dimensioni 2,00x2,,00 m

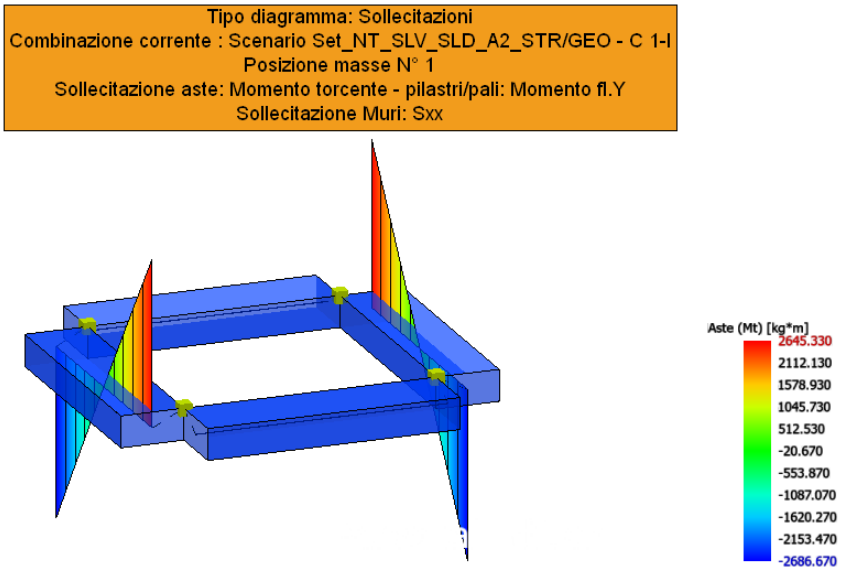
$m(z) = q*L/2*z-q*z^2/2$ $v(z)=q*l/2- q*z$
*per un carico q = 700*1,5 = 1050 daN*m*
*m(1,5)=2756 daN*m/ml v(1,5)=1050daN/ml*
Carico corrispondente ad una striscia di 50 cm Q = 550 daN/ml



Deformata

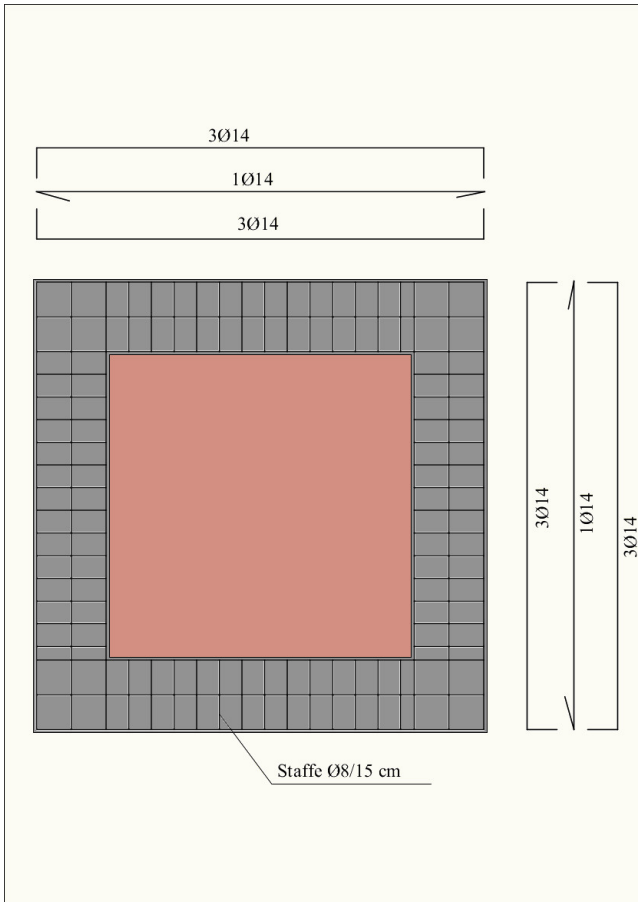


Momenti flettenti



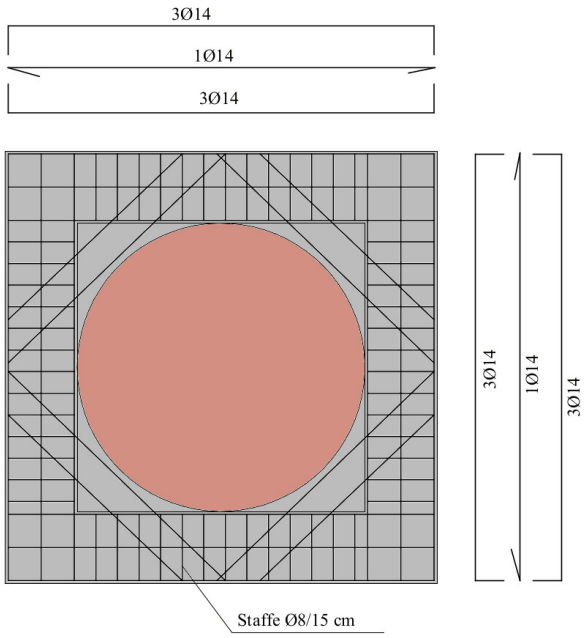
Torsione

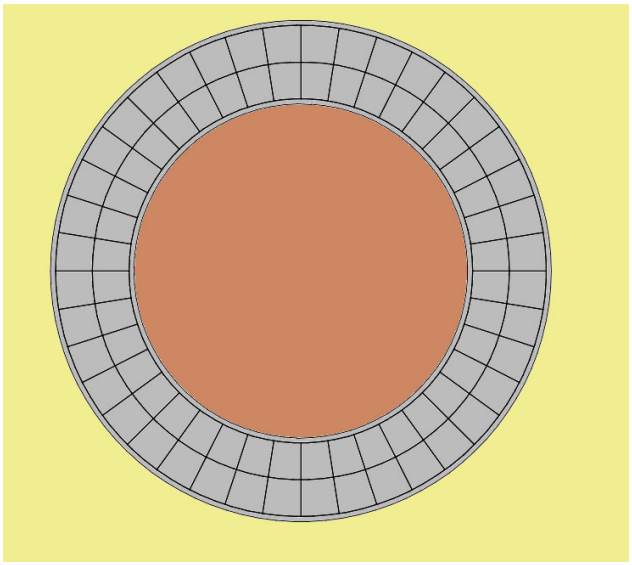
Le travi di cordolo sono armate con 3 ferri del diametro di 14 mm e staffe diametro 8 mm ogni 20 cm ; si dispone anche un ferro di parete
Una corretta modellazione negli spigoli della maglia di telaio deve prevedere un appoggio cedevole la cui costante elastica va definita in base alla deformata del solaio continuo. Riportiamo di seguito l'armatura del foro.



le dimensioni interne del foro a filo trave 2,00mx2,00m

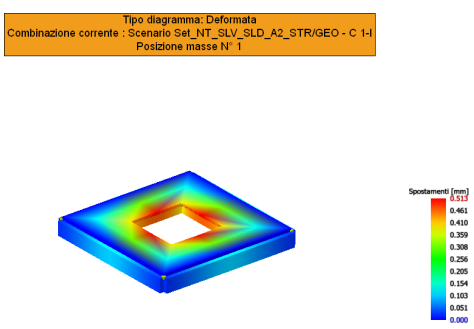
La maniera migliore per realizzare un foro circolare è quella di considerarlo come quadrato di lato pari al diametro ed in esso iscrivere il cerchio corrispondente avendo cura di armare anche gli angoli così come in figura.

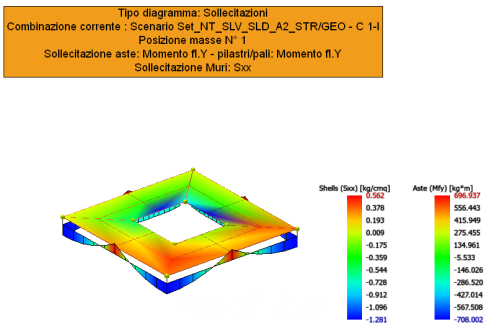


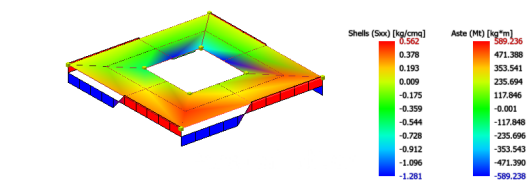


La parte di solaio su cui realizzare il foro deve essere realizzata gettata in opera per cui al fine di accelerare i lavori in cantiere senza predisporre i laterizi e le armature dei travetti si può pensare di realizzare nella maglia di carpenteria una soletta gettata in opera armata nelle due direzioni anche di altezza inferiore a quella del solaio di 25cm e predisporre al suo interno il relativo foro; il pavimento sarà regolarizzato attraverso uno spessore maggiore del massetto.

Foro quadrato 2x2



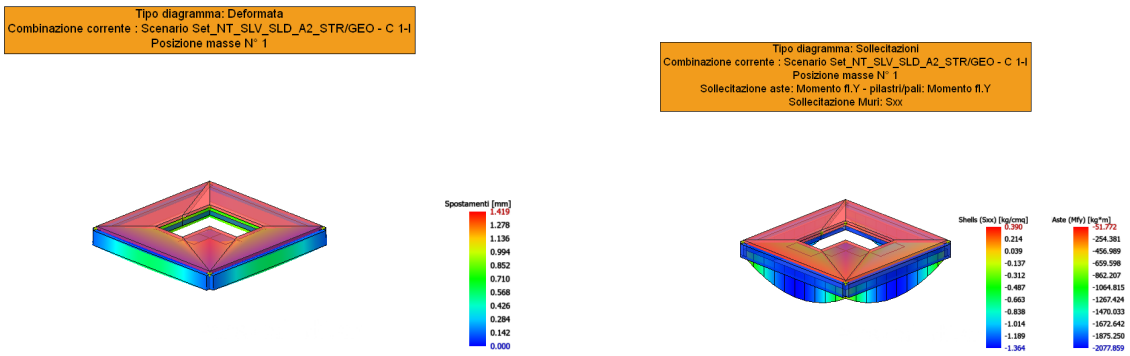




Per la piastra di solaio disponiamo 1 ferro del diametro di 14 mm ogni 25 cm nelle

due direzioni , le travi del foro sono armate con la solita armatura. Si vede che gli abbassamenti sono insignificanti dell'ordine di qualche decimo di mm.
Conviene quindi nella progettazione del nostro edificio inserire direttamente il foro modellando il solaio come una piastra equivalente e non calcolarlo separatamente.

Foro ad L



Nella pratica costruttiva corrente il solaio non viene gettato in opera si conservano comunque i travetti precompressi che si appoggiano sulle due travi di bordo e fungono da armatura inferiore del solaio il cui foro non ne altera né le sollecitazioni né la continuità . Il travetto precompresso viene tagliato le armature in esso presenti erano in grado di far fronte al momento in campata , sul perimetro del foro viene realizzato il cordolo calcolato come descritto in precedenza omettendo in fase di costruzione il tavolato per la parte di solaio gettata in opera che è oneroso .

7-La scala

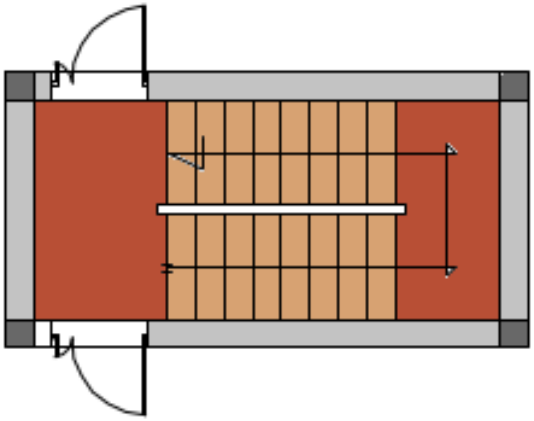
Per edifici in cemento armato in zona sismica le tipologia di scale che solitamente si usano all'interno della carpenteria sono :

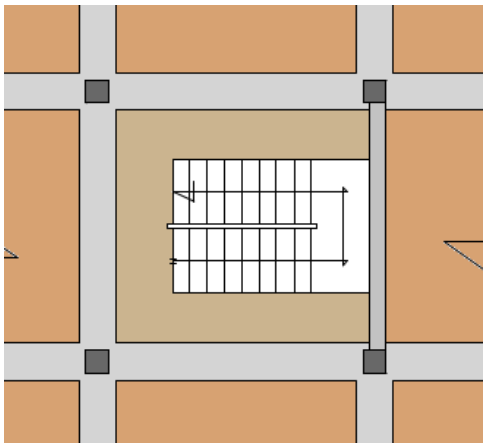
-Soletta rampante
-Trave a ginocchio gradini a sbalzo
-Gradini a sbalzo da nucleo scala o ascensore .

Le scale nella soletta e pianerottolo irrigidiscono il nostro edificio modificandone il comportamento dinamico sotto azioni sismiche introducendo per eventuali dissimmetrie di rigidezza sollecitazioni sismiche torcenti , riducono il periodo fondamentale di vibrazione , per cui nella modellazione strutturale FEM vanno inserite come elementi plate -shell, dei quali si deve tener conto.

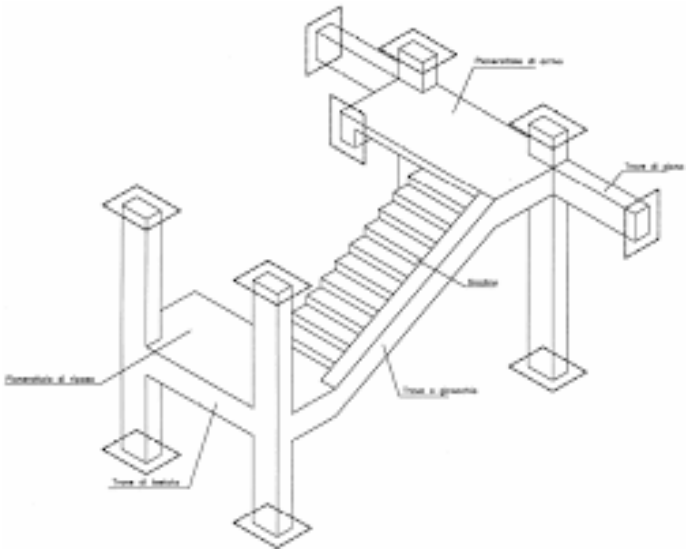
-La scala a soletta rampante

La soluzione a soletta rampante prevede l'inserimento della scala in una maglia di telaio , con i pilastri agli angoli del corpo scala o più distanti come riportato in figura:





Il telaio in corrispondenza del pianerottolo di riposo deve avere una trave intermedia a quota 160 - 170 cm in funzione dell'altezza di interpiano 320- 340 cm , di solito si omette la trave a quota dell'impalcato poiché il telaio è più rigido , è preferibile inserirla per garantire adeguata rigidezza assiale al solaio ed evitare deformazioni e rotture dell'impalcato stesso.
La seconda scala è inserita in una maglia di telaio , si utilizzava la soluzione proposta dal prof. Aurelio Giliberti con pilastrini aventi funzione di tirante e puntone , si possono inserire pilastri 25x25 definendo un vero e proprio telaio della scala nella maglia strutturale tridimensionale per edifici 2-3 piani; per edifici 5 - 10 impalcati e più si può inserire un setto una parete da taglio che si estende a tutta l'altezza del nostro edificio.



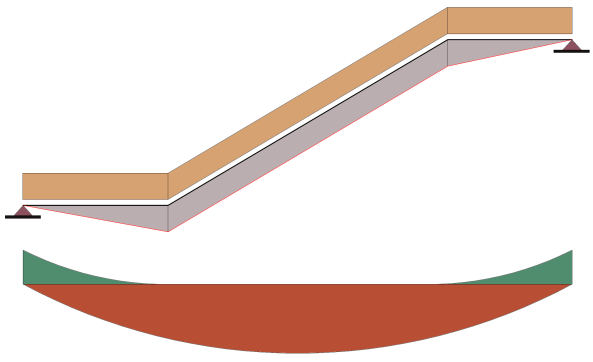
Soletta spessore 20 cm , gradino alzata 16,5 cm , pedata 30 cm
*2*a+p = 63 cm , larghezza rampa 120 cm ,*
pianerottolo di arrivo 140 cm ,pianerottolo di riposo 120 cm ,spessore 20

Eseguiamo l'analisi dei carichi

Peso proprio G_K 750 daN/ml
*Soletta 0,20*1,20* 1,00 * 2500 = 600 da/ml*
Gradini 3,33 0,165*0,30/2*1,20 *2500 = 250 daN/ml*

Carico permanente G_{KS} 220 daN/ml
*Intonaco 0,015*1,20* 1,00 * 1800 =35aN/ml*
Rivest. o pavimento 3,33 (0,165+0,30)*0,02*1,20 *2000 = 75 dN/l*
Ringhiera 100 daN/ml
Sovraccarico Q_K= 400 daN/mq

Carico sulla scala SLU Q= 1900 daN/ml SLE Q = 1370 daN/ml
Sui pianerottoli consideriamo lo stesso carico, lo schema statico e le sollecitazioni , anche qui consideriamo la condizione di semi incastro agli appoggi come per i solai :



Il momento Max in campata $M_{AB} = 6671$ *daN*m ;*

Momento agli appoggi $M_A = M_B = 3335$ *daN*m ;*

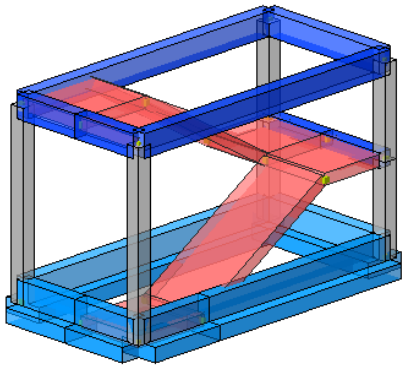
Taglio $V = 5035$ *daN*

Le verifiche sono immediate :

$h = r*\sqrt{M/b} = 14{,}53$ *cm* < 18 *cm* $= d$
$As = M/(0{,}9*d*f_{yd}) = 10{,}53$ *cmq* *5 ϕ 12 inferiori*
$As = M/(0{,}9*d*f_{yd}) = 5{,}27$ *cmq* *3 ϕ 12 superiori*
$\tau = V/(0{,}9*b*d) = 2{,}59$ *daN/cmq* $< \tau_{RD} = 3{,}7$ *daN/cmq*
La freccia si compone di una deformata rigida ed una elastica

$f_e = 5/384*Q*L^4/(EI) = 0{,}76$ *cm*
$f_R = Q*L^3/(48\ EI)\ *(L_{PA}+L_{PS})/2 = 0{,}3$ *cm*

$I = 80000$ *cm*^{4} $f = 2*0{,}76+ 0{,}3 = 1{,}82$ *cm* $< L/250 = 2{,}12$ *cm*
Riportiamo una modellazione ***Plate-Shell*** *della scala con il telaio tridimensionale*

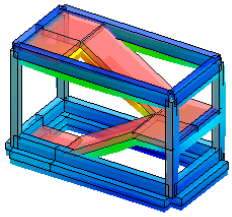


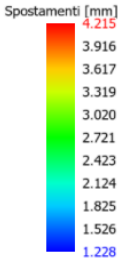
I primi 10 periodi di vibrazione :

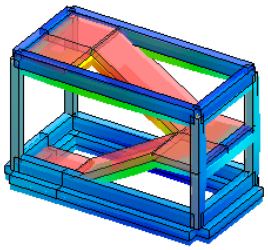
Posizione masse 1
Numero di Frequenze calcolate =25, filtrate=24

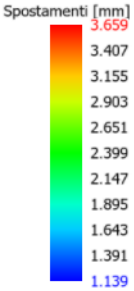
N	T	Coeff. Partecipazione		Masse Modali		Percentuali	
	s			kgm*g			
		Dir=0°	Dir=90°	Dir=0°	Dir=90°	Dir=0°	Dir=90°
1(1)	0.1629	-2.116	33.011	44	10687	0.28	67.85
2(2)	0.1092	29.150	0.111	8333	0	52.90	0.00
3(3)	0.0957	-2.876	-9.379	81	863	0.52	5.48
4(4)	0.0759	1.277	-1.145	16	13	0.10	0.08
5(5)	0.0468	11.640	-2.596	1329	66	8.44	0.42
6(6)	0.0418	-5.336	-1.583	279	25	1.77	0.16
7(7)	0.0417	-11.439	-1.966	1283	38	8.15	0.24
8(8)	0.0354	5.993	-11.913	352	1392	2.24	8.84
9(9)	0.0334	-4.807	-5.797	227	330	1.44	2.09
10(10)	0.0281	2.161	6.315	46	391	0.29	2.48

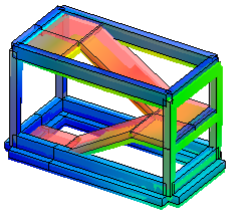
Le deformate SLU SLE e per azioni sismiche

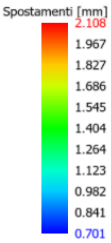


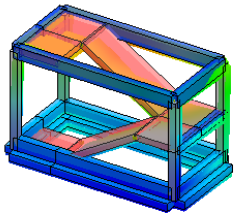


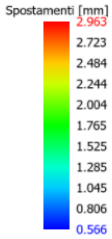




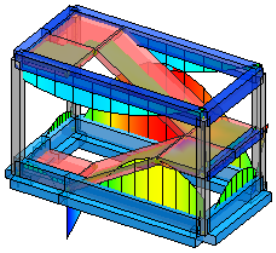


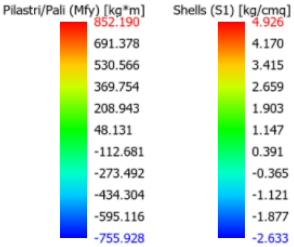


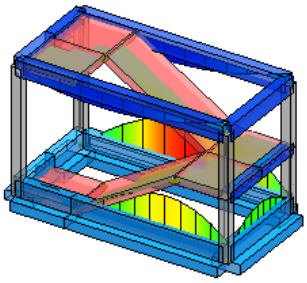


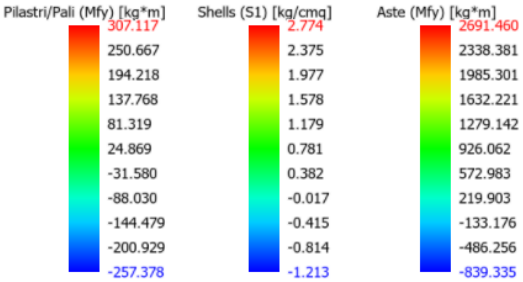


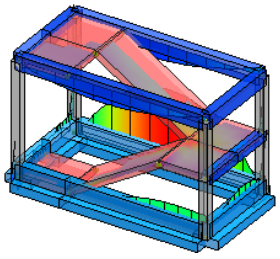
Le sollecitazioni flessionali SLU , Sisma X e Sisma Y

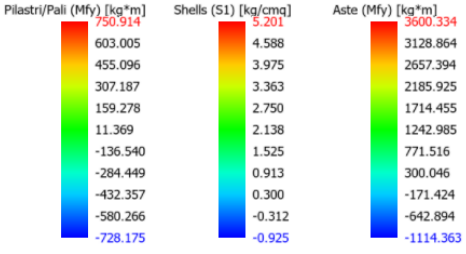








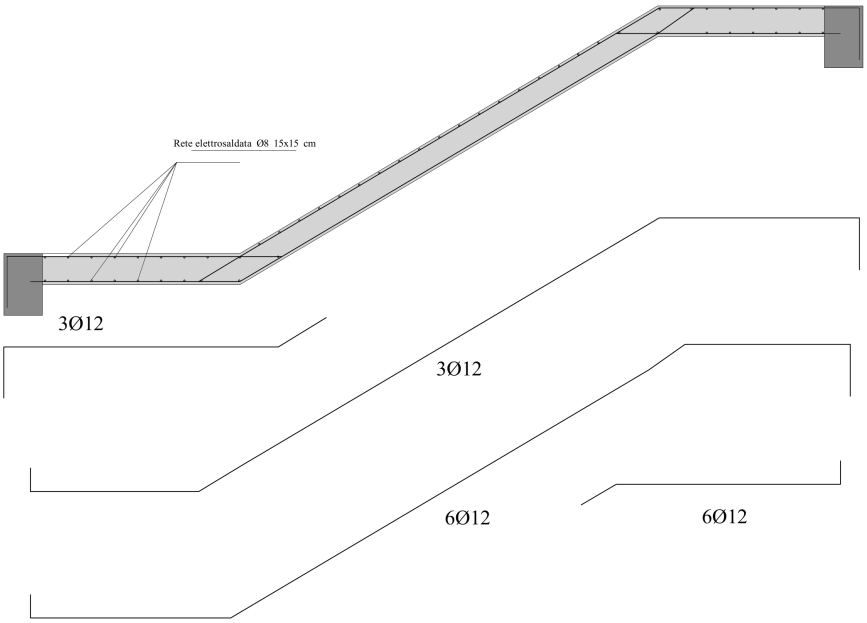




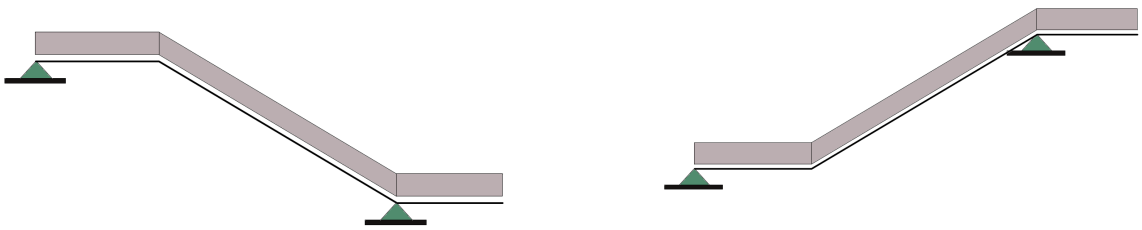
Gli spostamenti allo stato limite di danno :

Interp.	Comb.	ηXv	ηXh	ηYv	ηYh	Nodo1	Nodo2	η	ηAmm	Cs
		mm	mm	mm	mm			mm	mm	
0-2	(10+11)-IV-4	0.05	0.16	0.26	2.10	3	203	2.37	16.00	6.8
0-1	(10+11)-VI-3	0.21	0.18	0.17	0.72	4	104	0.89	8.00	9.0
0-2	(10+11)-IV-4	0.07	0.34	0.26	2.10	5	205	2.37	16.00	6.8
0-1	(10+11)-VI-3	0.24	0.06	0.17	0.72	6	106	0.89	8.00	9.0
0-2	(10+11)-IV-4	0.05	0.16	0.25	1.83	7	207	2.08	16.00	7.7
0-2	(10+11)-IV-4	0.06	0.09	0.26	2.11	9	209	2.37	16.00	6.8
0-2	(10+11)-IV-4	0.06	0.08	0.25	1.83	10	210	2.08	16.00	7.7
1-2	(10+11)-VI-3	0.16	0.21	0.09	0.74	104	204	0.83	8.00	9.7
1-2	(10+11)-VI-3	0.17	0.02	0.08	0.75	106	206	0.83	8.00	9.7
Minimo										
0-2	(10+11)-IV-4	0.06	0.09	0.26	2.11	9	209	2.37	16.00	6.8

Le armature della soletta rampante.
6ϕ12 inferiori ; 3ϕ12 superiori; Spessore soletta 20 cm ; Luce 530 cm



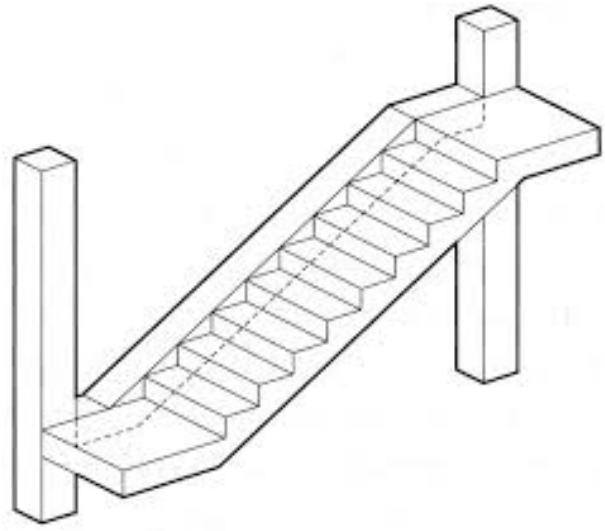
La rampa può essere vincolata in modo differente generando un effetto arco con spinte orizzontali sul telaio dovute al carico verticale.



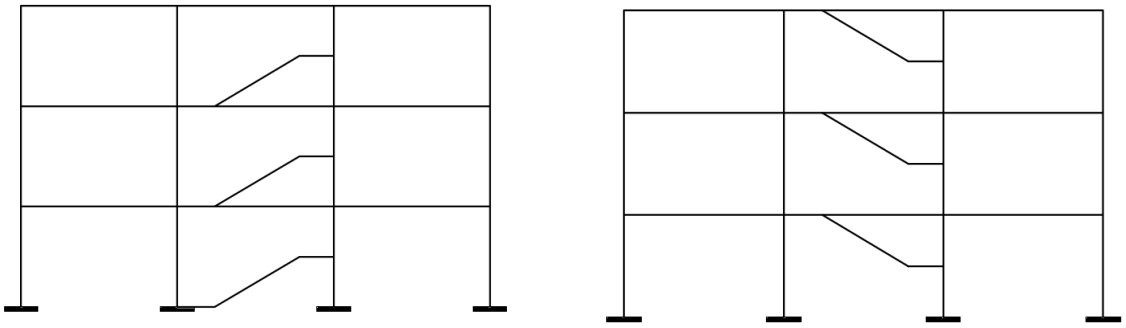
Se risolviamo gli schemi statici , vi sono incognite iperstatiche quali le componenti orizzontali delle reazioni degli appoggi per cui bisogna tener conto anche della deformabilità assiale flessionale e tagliante della rampa . Lo schema visto in precedenza è isostatico come si poteva intuire dalla deformata e quindi di semplice risoluzione.

-Scala con trave a ginocchio

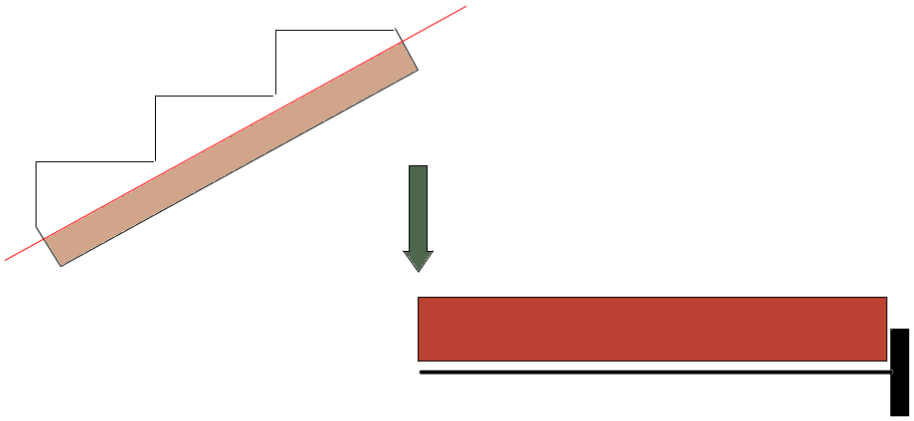
La scala con trave a ginocchio viene realizzata con dei gradini a sbalzo incastrati in una trave ad asse inclinato inserita tra le maglie del telaio; questa trave è sollecitata a torsione dovuta al momento flettente di incastro trasmesso dal gradino deve essere provvista alla estremità di vincoli torsionali, dalle travi di testata. I gradini sono collegati da una soletta di cls in genere dello spessore di 10-15 cm al fine di avere una deformata uniforme garantire la congruenza degli spostamenti ed avere le medesime oscillazioni.



La presenza della trave a ginocchio incrementa la rigidezza del telaio se il vano scala è disposto in modo dissimmetrico si generano effetti torsionali; il telaio con travi a ginocchio può essere sostituito con setti verticali realizzando un vero e proprio nucleo scala avente una funzione irrigidente al quale è demandato l'assorbimento delle azioni sismiche orizzontali.



Il gradino a sbalzo sollecitato da un carico verticale uniforme e da una forza concentrata all'estremo per la sua forma non simmetrica l'asse di flessione non è ortogonale all'asse neutro siamo di fronte ad una problematica di flessione deviata. Se osserviamo il comportamento strutturale della intera rampa incastrata alla trave a ginocchio con la soletta ci accorgiamo che l'asse neutro è parallelo alla soletta inferiore individuando una sezione reagente compressa



La verifica della sezione o meglio del gradino può essere eseguita considerando come altezza utile $d = h_S + p*\sin\alpha - c$ *dove*

c copriferro , p pedata , h_S *spessore soletta ,* α *angolo inclinazione rampa*
La analisi dei carichi sul singolo gradino:

Peso proprio G_K ***=162 daN/ml*** α*= arctg 160/270=30°*

*Gradino 0,165*0,30*1,00/2*2500 = 62 daN/ml*
*Soletta 0,12*1,00*0,30/cosα* 2500 =100 daN/ml*

Carico permanente G_{KS} ***=35 daN/ml***

*Intonaco 0,015*0,33* 1,00 * 1800 =10 aN/ml*
*Rivest. o pavimento (0,165+0,30)*0,02*1,20 *2000 = 25 dN/l*
Ringhiera 100 daN/ml

Sovraccarico Q = 400 daN/mq *sul gradino* Q_K *= 133 daN/ml*

Carico sul gradino SLU Q = 465 daN/ml F = 150 daN SLE Q = 330 daN/ml

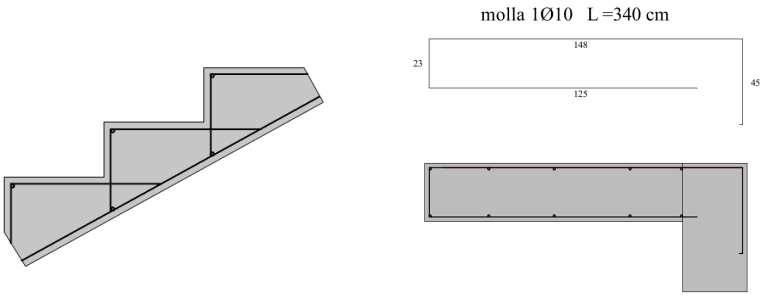
$M = 468$ *daN*m ;* $V = 708$ *daN*

La verifica a flessione $d = 25$ *cm ,* $b = 30 /\cos\alpha = 34,6$ *cm*

$h = r*\sqrt{M/b} = 7,17$ *cm* < 25 *cm ;* $A_S = M/(0,9*d*f_{yd}) = 0,53$*cmq molla* 1ϕ *10*

$\tau = V/(0,9*b*d) = 0,90$ *daN/cmq* $< 3,7$ *daN /cmq*

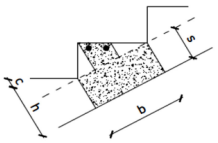
Riportiamo la armatura del gradino:



Nel gradino può essere importante la deformazione e la eventuale vibrazione tipiche sono le scale prefabbricate elicoidali con gradini a sbalzo;al fine di eliminare queste vibrazioni è opportuno solidarizzare i gradini tramite una soletta di cls.

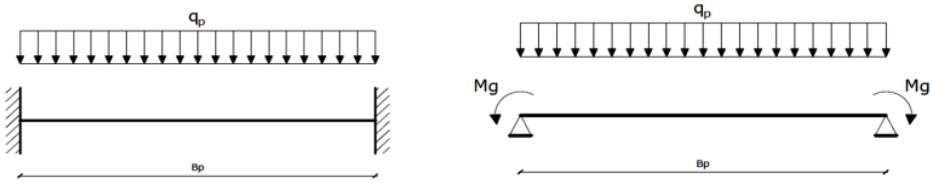
$f = 2*[F*L^3/(3EI) + Q*L^4/(8*EI)] = 0,6 \text{ mm} < L/500 = 2,4 \text{ mm}$

La inerzia è quella della sezione del gradino $I = 16650 \text{ cm}^4$



Il pianerottolo di arrivo e riposo li consideramo come appoggiati sul tratto orizzontale della trave a ginocchio su ambo i lati per i quali consideriamo anche la condizione di semiincastro .Il pianerottolo funge anche da vincolo torsionale per la trave a ginocchio per cui si considerano due schemi limite di calcolo:
Luce 250 cm

Pianerottolo rigido ***Pianerottolo flessibile***



Peso proprio G_K ***=500 daN/ml***
*Soletta 0,2*1,00*1,00* 2500 =500 daN/ml*

Carico permanente G_{KS} ***=75 daN/ml***
*Intonaco 0,015*1,00* 1,00 * 1800 =35 daN/ml*
*Rivest. o pavimento 0,02*1,00*1,00 *2000 = 40 daN/l*

Sovraccarico Q = 400 daN/mq

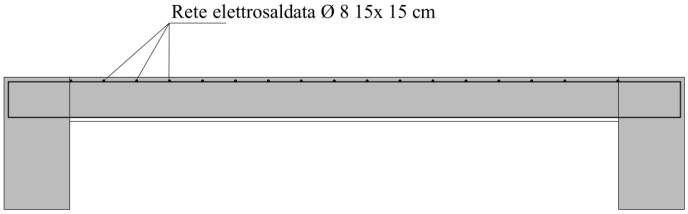
Carico sul pianerottolo SLU Q = 1362 daN/ml SLE Q = 975 daN/ml

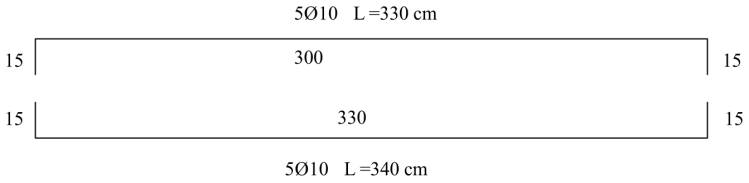
Momento trasmesso dalle rampe $M_G = 468*3/2= 700 \text{ daN*m}$

Le sollecitazioni nel pianerottolo per i due schemi limite :

Sezione	*M*	*M*	*V*	*V*	A_S	*h = 18 cm*	τ= 3,7
A	*710*	*700*	*1700*	*1700*	*1,12*	*5,15*	*1,05*
AB	*355*	*1065*	*0*	*0*	*1,68*	*6,36*	*0*
B	*710*	*700*	*1700*	*1700*	*1,12*	*5,15*	*1,05*

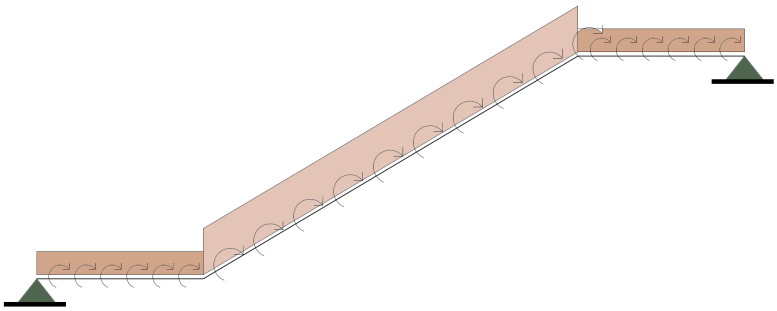
Disponiamo nel pianerottolo una armatura simmetrica inferiore e superiore di 5ϕ10 , una barra ogni 30 cm , con rete elettrosaldata di ripartizione ϕ8, 15x15cm





Calcolo della trave a ginocchio.

La trave a ginocchio è caricata dal taglio e dal momento trasmesso dal gradino a sbalzo che è un carico torsionale e dal carico trasmesso dal pianerottolo ; lo schema più gravoso è quello che prevede vincoli torsionali di estremità realizzati tramite delle travi di testata quale la trave emergente a livello di impalcato e la trave al pianerottolo di riposo. Lo schema statico prevede appoggi flessionali e torsionali agli estremi della trave



Il carico sulla trave trasmesso dai gradini $Q = 2360$ daN/ml ; $M_T = 1560$ daN

Il carico sulla trave trasmesso dal pianerottolo $Q = 1700$ daN/ml ; $M_T = 700$ daN

*Peso proprio trave 0,3*0,6*1,00*2500* $Q = 450*1,3 = 585$ daN/ml ;

$Q = 2945$ daN/ml ; $M_T = 1560$ daN $Q = 2285$ daN/ml ; $M_T = 700$ daN

Le sollecitazioni

Sezione	*Momento*	*Taglio*	*M. Torcente*
A	*8484*	*6717*	*2946*
AB	*9769*	*0*	*0*
B	*8484*	*6717*	*2946*

Per il momento torcente dovuto a coppie distribuite si ipotizza un andamento lineare con punto di nullo in mezzeria.

Progetto armatura *Copriferro c = 3 cm*
*Il momento resistente di 1ϕ16 ; M_{RS} = 0,9*57*3910*2,01= 3087 daN*m*

*$M = M_O + \Delta M$ M_O = 7000 daN*m ; ΔM = 3000 daN*m*

A_S = 3,48 cmq A'_S = 1,34 , disponiamo 2ϕ14 superiori e 3 ϕ14 inferiori

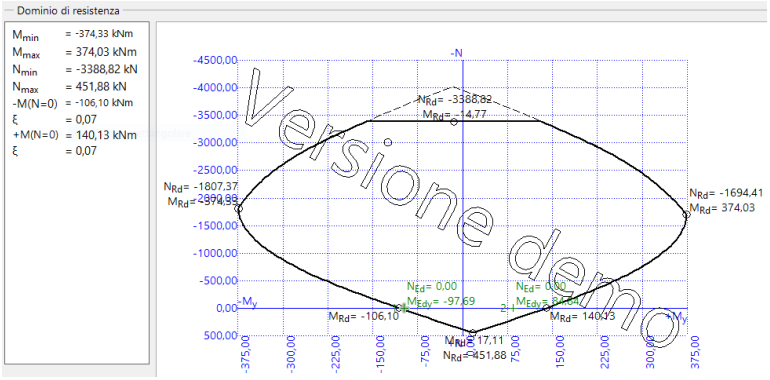
2ϕ14 ferri di parete , staffe ϕ8/12 cm

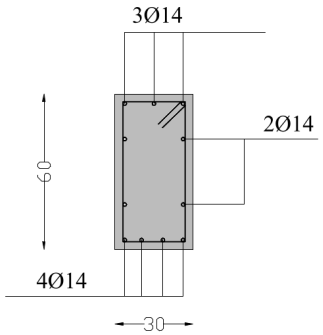
La verifica della sezione la eseguiamo attraverso un software free

n.	Nome	N_{Ed} [kN]	N_{Rd} [kN]	M_{Edy} [kNm]	M_{Rdy} [kNm]	V_{Edz} [kN]	V_{Rdz} [kN]	Utilizzo [%]	Analisi
1	Carico 1	0,00	0,00	-97,69	-106,10	67,17	867,82	92,1	Verificato
2	Carico 2	0,00	0,00	84,84	140,13	67,17	861,35	60,5	Verificato

Versione demo

Riportiamo il dominio di rottura della sezione

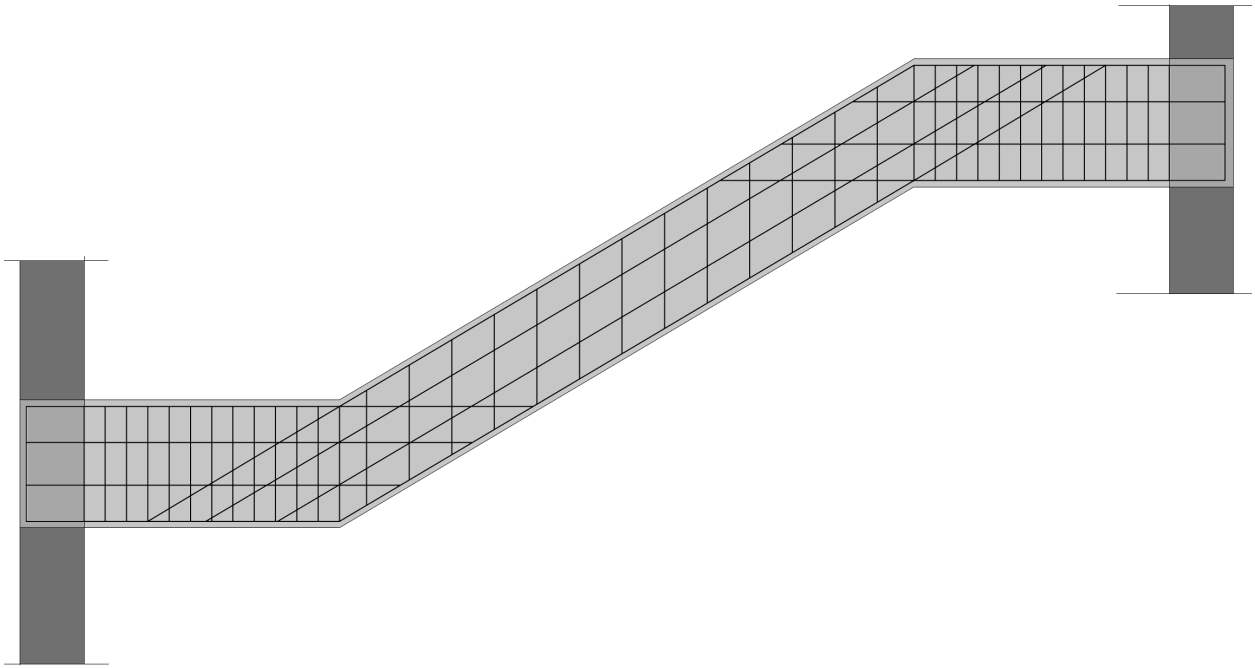




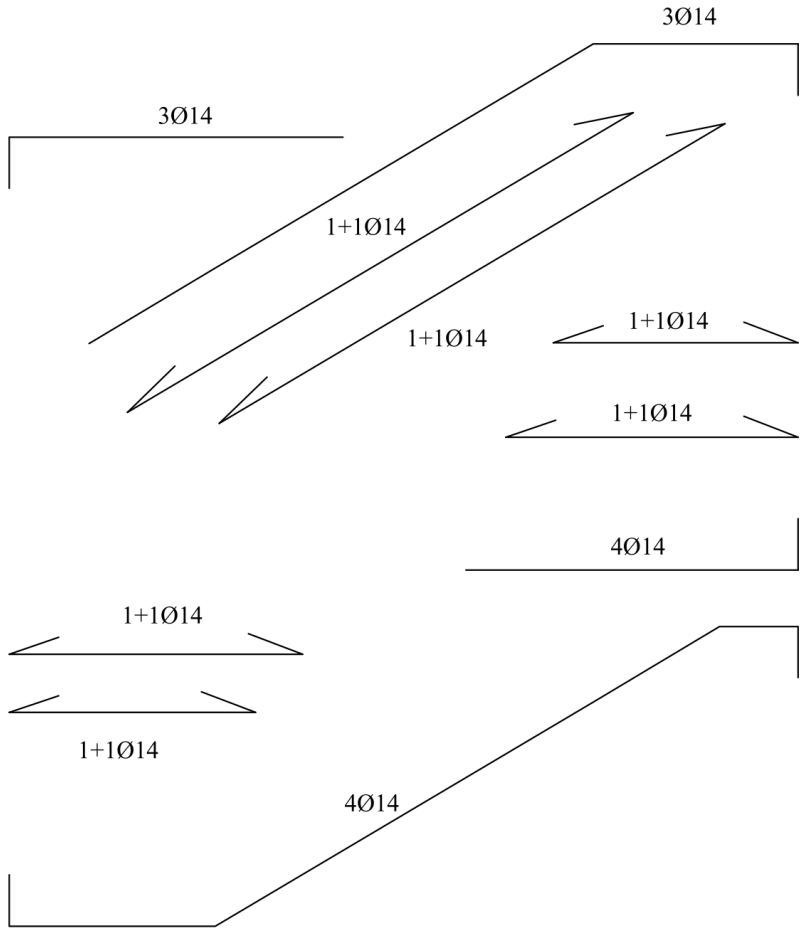
La verifica a torsione:

```
Verifica a Torsione

Sezione Rettangolare   b = 30 cm    h = 60 cm

Momento torcente di calcolo:
 T =  29,5 kN

Torsione limite:
 Teta =   31,97°
 TRd1 =   66,0 kNm
 TRd2 =   35,9 kNm

Sezione verificata
```

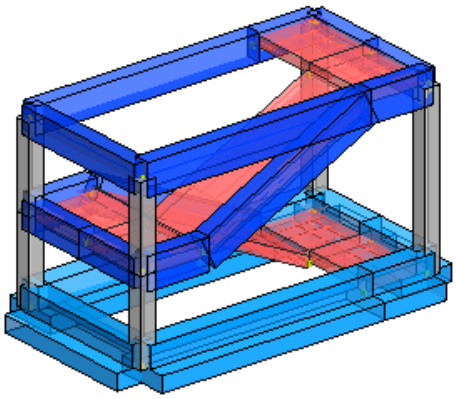
La armatura della trave a ginocchio



La distinta delle armature con le dimensioni delle barre FE450C



Modellazione FEM con Iperspace BIM PE di un vano scala con trave a ginocchio



I periodi di oscillazione

Posizione masse 1

Numero di Frequenze calcolate =20, filtrate=19

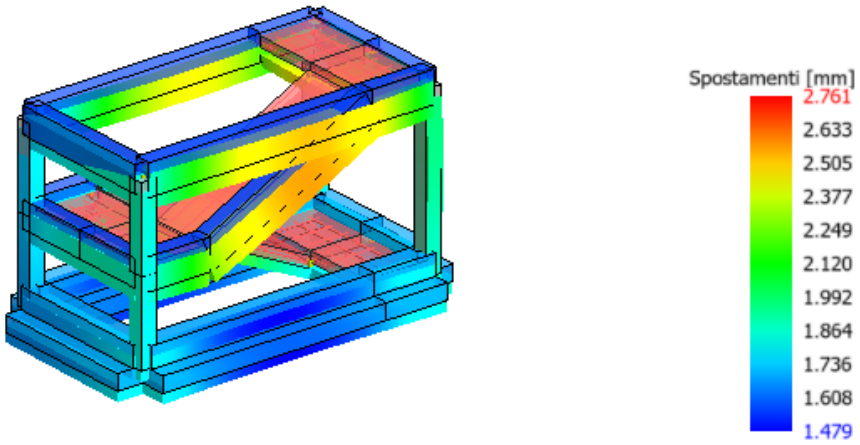
N	T	Coeff. Partecipazione		Masse Modali		Percentuali	
	s			kgm*g			
		Dir=0°	Dir=90°	Dir=0°	Dir=90°	Dir=0°	Dir=90°
1(1)	0.1356	43.156	0.391	18264	1	68.62	0.01
2(2)	0.0920	1.585	39.763	25	15505	0.09	58.26
3(3)	0.0679	-9.613	3.099	906	94	3.40	0.35
4(4)	0.0618	3.702	-1.765	134	31	0.50	0.11
5(5)	0.0344	5.270	6.747	272	446	1.02	1.68
6(6)	0.0290	-3.659	-17.721	131	3080	0.49	11.57
7(7)	0.0284	-18.599	6.191	3392	376	12.75	1.41
8(8)	0.0251	5.128	-2.609	258	67	0.97	0.25
9(9)	0.0230	0.416	-4.123	2	167	0.01	0.63
10(10)	0.0225	-4.666	4.794	214	225	0.80	0.85
11(11)	0.0201	2.763	0.787	75	6	0.28	0.02
12(12)	0.0155	0.266	11.641	1	1329	0.00	4.99
13(13)	0.0137	-1.309	2.833	17	79	0.06	0.30
14(14)	0.0127	0.502	-6.146	2	370	0.01	1.39
15(15)	0.0107	-3.572	-5.299	125	275	0.47	1.03
16(16)	0.0100	-0.965	4.712	9	218	0.03	0.82
17(18)	0.0084	-4.627	3.806	210	142	0.79	0.53
18(19)	0.0079	-1.589	2.946	25	85	0.09	0.32
19(20)	0.0073	1.183	-5.928	14	345	0.05	1.29
Somma delle Masse Modali [kgm*g]				24076	22841		
Masse strutturali libere [kgm*g]				26616	26616		
Percentuale				90.46	85.82	90.46	85.82

Gli spostamenti allo Stato limite di Danno

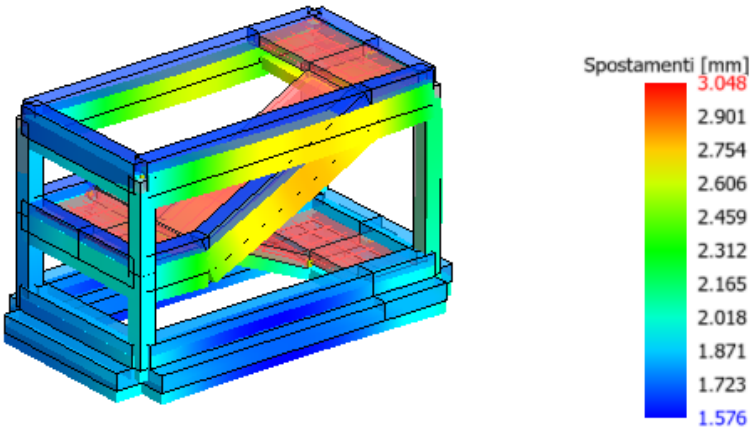
Interp.	Comb.	ηXv	ηXh	ηYv	ηYh	Nodo1	Nodo2	η	ηAmm	Cs
		mm	mm	mm	mm			mm	mm	
0-2	(10+11)-III-4	0.20	1.39	0.11	0.08	1	201	1.59	16.00	10
0-2	(10+11)-III-4	0.20	1.39	0.02	0.14	2	202	1.59	16.00	10
0-1	(10+11)-III-4	0.08	0.49	0.14	0.05	3	103	0.57	8.00	14
0-1	(10+11)-III-4	0.07	0.50	0.10	0.04	4	104	0.58	8.00	14
0-2	(10+11)-III-4	0.20	1.39	0.07	0.04	5	205	1.59	16.00	10
0-2	(10+11)-III-4	0.17	1.29	0.11	0.08	6	206	1.45	16.00	11
0-2	(10+11)-III-4	0.17	1.29	0.07	0.04	7	207	1.45	16.00	11
0-2	(10+11)-III-4	0.15	1.30	0.02	0.14	8	208	1.45	16.00	11
1-2	(10+11)-III-4	0.05	0.54	0.04	0.03	103	203	0.58	8.00	14
1-2	(10+11)-III-4	0.05	0.53	0.08	0.09	104	204	0.58	8.00	14
Minimo										
0-2	(10+11)-III-4	0.20	1.39	0.11	0.08	1	201	1.59	16.00	10

Le deformate della struttura

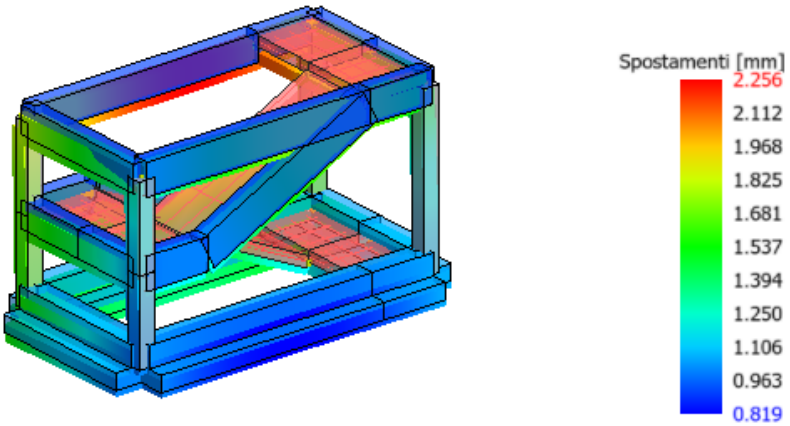
carico permanente

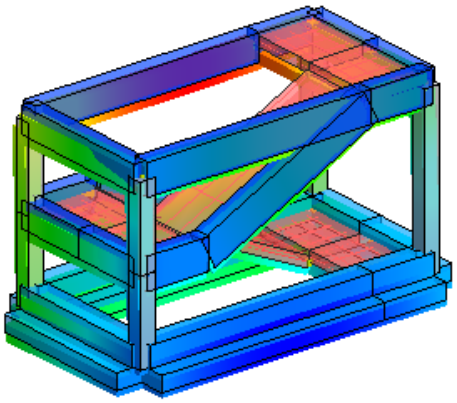


Carico Permanente + accidentale

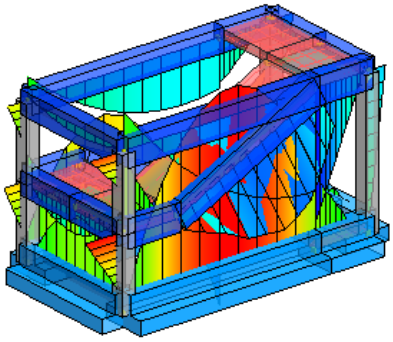


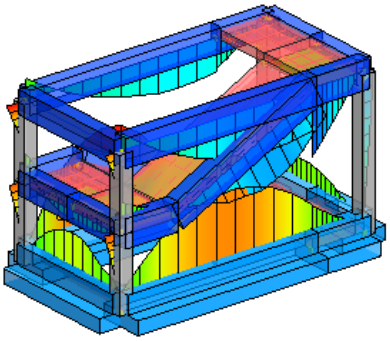
Sisma direzione X e Y

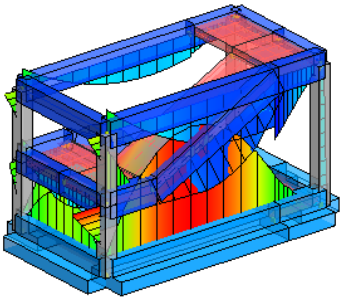




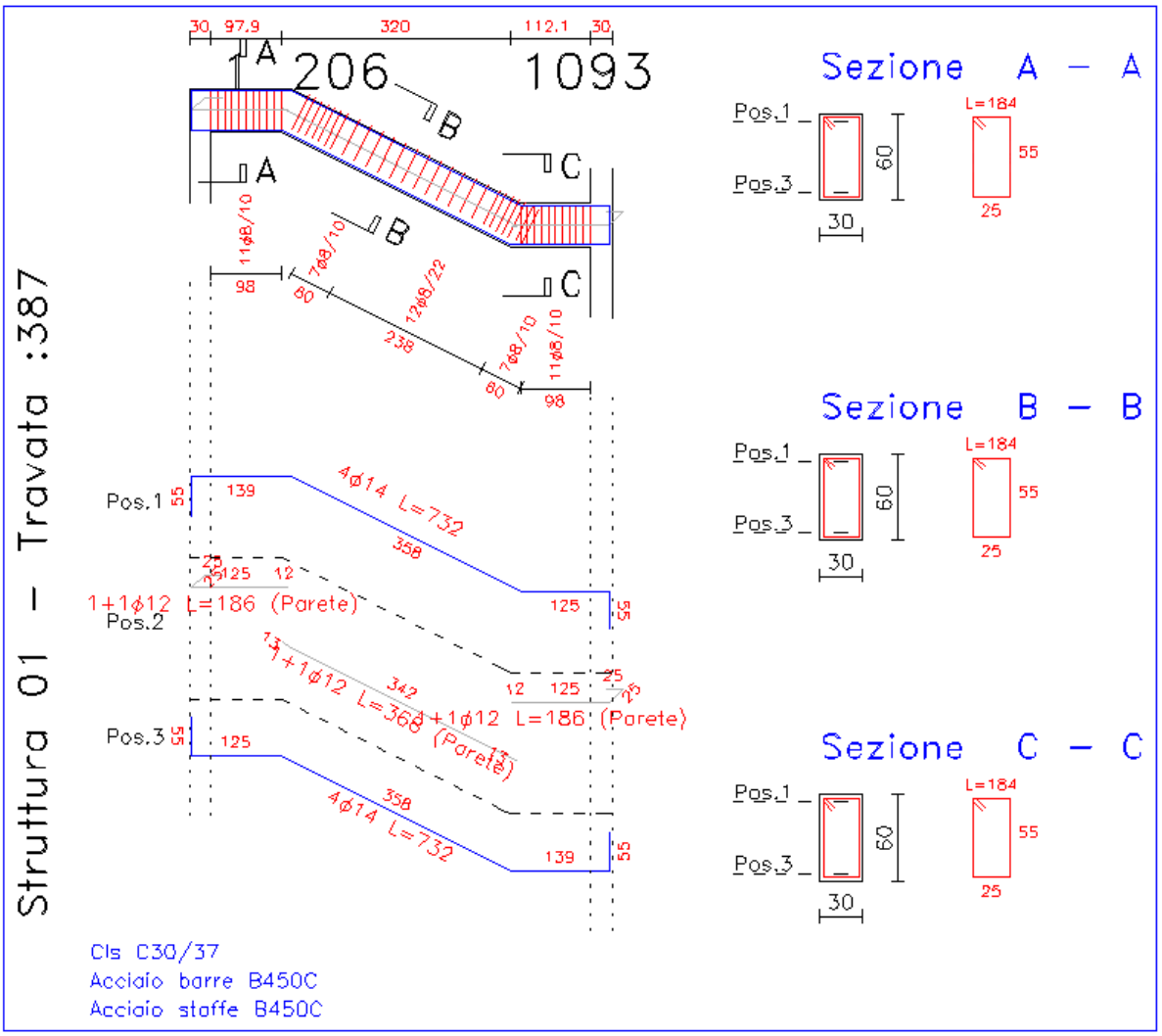
Sollecitazioni





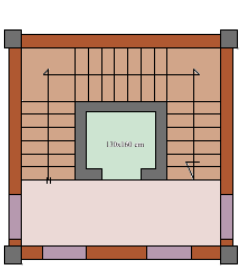


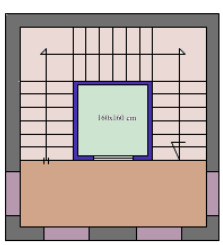
Armatura della trave a ginocchio

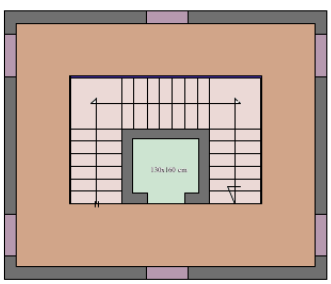


-Gradini a sbalzo da nucleo scala o ascensore .

La soluzione strutturale per la scala è simile alla trave a ginocchio con gradini a sbalzo collegati da solettina incastrati nel nucleo irrigidente; Riportiamo tre possibili soluzioni per la scala con interpiano di 320÷330 cm 19÷20 alzate e 18÷19 pedate , senza addentrarci nella modellazione e calcolo del nucleo irrigidente oggetto di un prossimo paragrafo. Dimensioni interne vano ascensore 160x160 cm ; 130x160cm







8-Il setto verticale o parete da taglio

La parete in cemento armato è un elemento strutturale sismoresistente dove una dimensione della sezione predomina rispetto all'altra con comportamento strutturale bidimensionale anziché unidimensionale come per il pilastro .

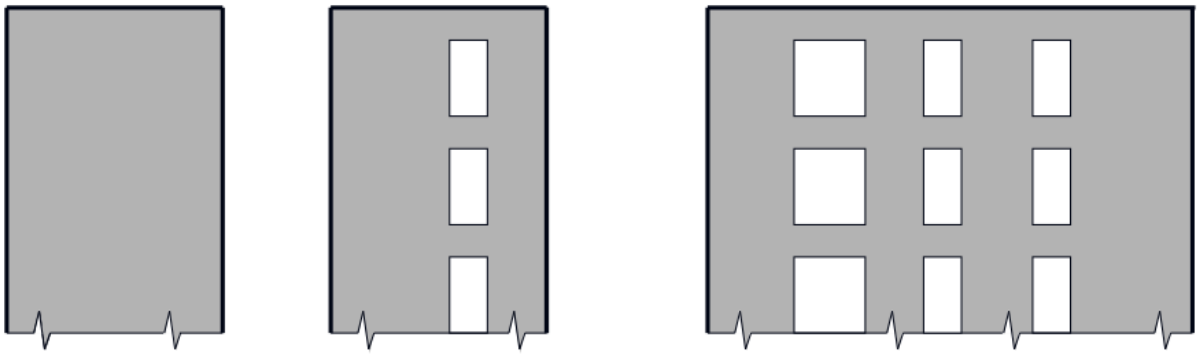
Pilastro $h \leq 4*b$. per b = 30 cm h = 120 cm

Parete $h > 4*b$ per b = 30 cm h > 120 cm

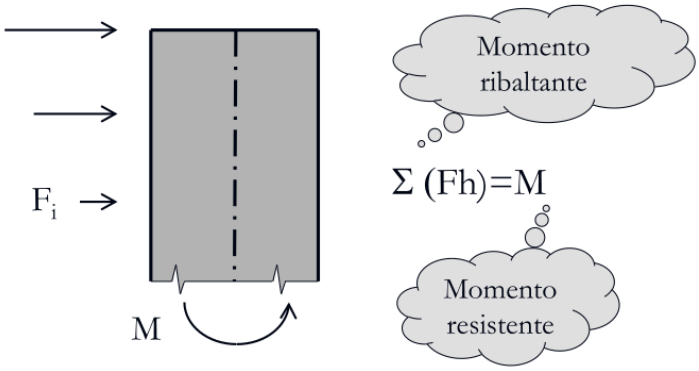
La elevata altezza del parete , ovvero la estensione a tutti i piani dell'edificio consente di assimilare il suo comportamento strutturale a quello di una mensola incastrata in fondazione avente elevata rigidezza (EI)
per una parete di dimensioni 30x180 cm il momento di inerzia I =14.580.000 cm^4
il momento di inerzia di un pilastro 30x60 cm I = 540000 cm^4 $I_{PARETE} = 27*I$

Un elemento strutturale che assorbe buona parte delle azioni sismiche orizzontali che sollecitano il nostro edificio.

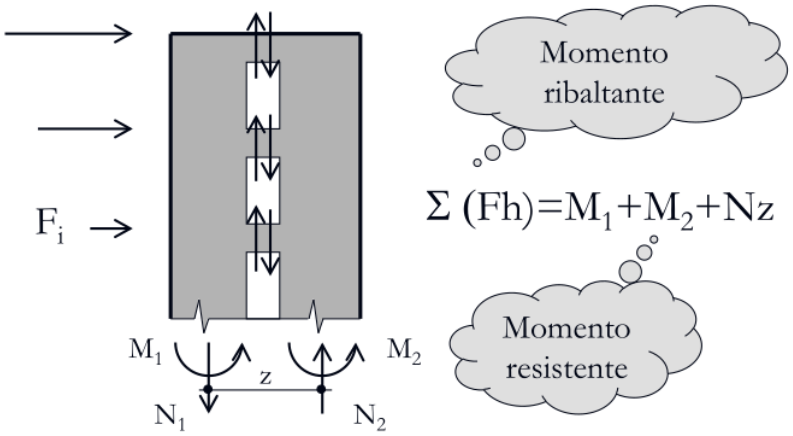
Le pareti le distinguiamo in ***pareti semplici e accoppiate:***
La parete semplice ha un comportamento statico e dinamico indipendente ,le pareti accoppiate hanno un comportamento a mensola indipendenti ,è fondamentale quindi il collegamento tra le pareti da non confondere con il comportamento a mensola composta per strutture prefabbricate o in legno a pannelli X-Lam.



La parete accoppiata presuppone un collegamento duttile ad ogni impalcato dell'edificio attraverso delle travi di collegamento;con le normative sismiche del 1986 e 1996 ed il vecchio spettro di risposta si maggioravano le azioni sismiche in presenza di pareti attraverso un coefficiente di struttura pari ad 1,4 poiché il funzionamento a mensola genera un meccanismo di collasso caratterizzato da un cinematismo alla base dovuto alla formazione di una cerniera plastica. Le forze sismiche orizzontali generano nella parete sollecitazioni taglianti e flessionali , in base alle quali si esegue la verifica del setto e si determinano le armature metalliche con una zona compressa ed una tesa.

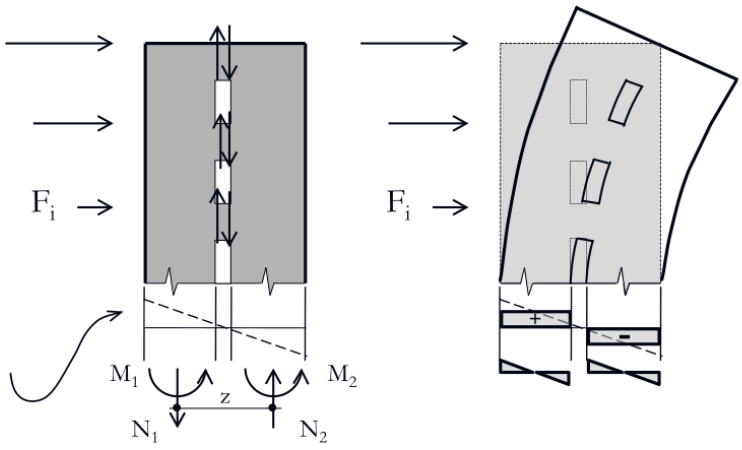


Per una parete accoppiata si ha un comportamento strutturale differente :

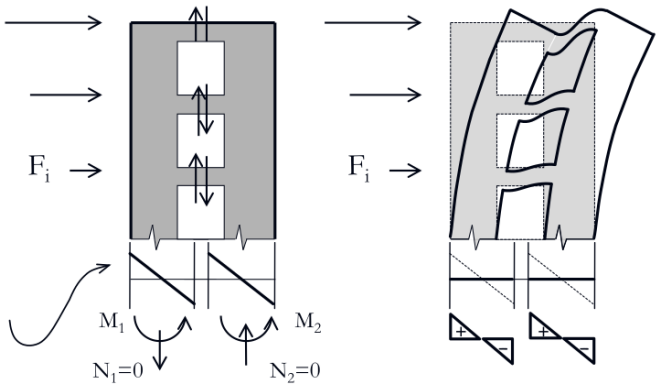


Ai fini della determinazione del coefficiente di struttura q una parete si definisce accoppiata quando è verificata la condizione che il momento totale alla base prodotto dalle azioni orizzontali è equilibrato per almeno il 20% dalla coppia prodotta dagli sforzi verticali indotti nelle pareti dalla azione sismica;
La trave di collegamento può essere deformabile o rigida a flessione e taglio, per cui il comportamento statico secondo un criterio di fascia è intermedio tra due schemi limite:
-Trave di accoppiamento infinitamente deformabili a flessione e taglio;
-Trave di accoppiamento infinitamente rigide a flessione e taglio;

Se le aperture hanno delle dimensioni ridotte siamo in presenza di travi rigide



Il comportamento della trave accoppiata può essere assimilato a quello di una mensola composta con inerzia $I = 2b*h^3/12 + b*h*(h/2+ d/2)^2$
Se le aperture hanno grandi dimensioni siamo in presenza di travi deformabili



Il comportamento della trave accoppiata può essere assimilato a quello di una mensola semplice con inerzia $I = 2*b*h^3/12$
d larghezza apertura ;b spessore parete singola ;h larghezza parete singola

Le NTC definiscono:
- strutture miste equivalenti pareti quelle in cui il 50% dell'azione sismica viene fatta assorbire dai setti verticali dove i pilastri hanno la esclusiva funzione di portare i carichi verticali;
-strutture miste equivalenti telai quelle in cui il 50% dell'azione sismica viene fatta assorbire dai telai in c.a. dove i pilastri sono sollecitati a pressoflesione e taglio.

Il fattore di struttura definito dalle NTC 2018

q_o

	CD "B"	CD "A"
strutture a telaio, a pareti accoppiate, miste	$3.0\ \alpha_u/\alpha_1$	$4,5\ \alpha_u/\alpha_1$
strutture a pareti non accoppiate	3.0	$4,0\ \alpha_u/\alpha_1$
strutture deformabili torsionalmente	2.0	3.0
strutture a pendolo inverso	1.5	2.0

α_1 è il moltiplicatore della forza sismica orizzontale per il quale il primo elemento strutturale raggiunge la sua resistenza flessionale

α_u è il moltiplicatore della forza sismica orizzontale per il quale si verifica la formazione di un numero di cerniere plastiche tali da rendere la struttura labile.

$$q = q_0' \, K_\alpha \, K_D \, K_R$$

Materiale e tipologia — Sovraresistenza e regolarità in pianta — Duttilità globale — Regolarità in elevazione

Il fattore di sovraresistenza è sempre definito dalle NTC Kα

Qualora non si proceda ad una analisi non lineare per la valutazione di α_u/α_1, possono essere adottati i seguenti valori :

Strutture a telaio o miste equivalenti a telaio	α_u/α_1
edifici a telaio di un piano	1.1
edifici a telaio a più piani, con una sola campata	1.2
edifici a telaio con più piani e più campate	1.3

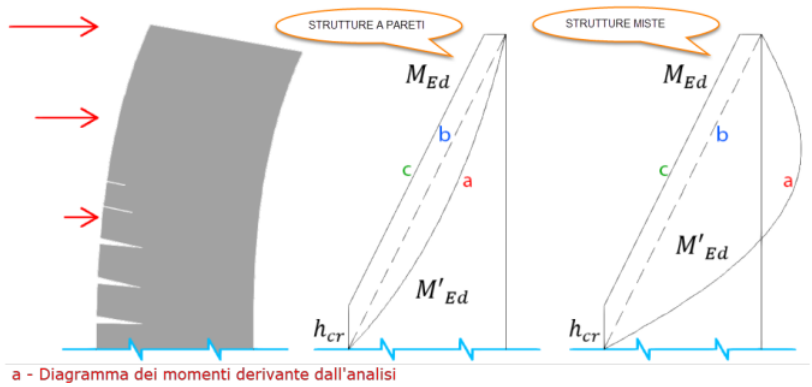
Strutture a pareti o miste equivalenti a pareti	α_u/α_1
strutture con solo due pareti non accoppiate per direzione orizzontale	1.0
altre strutture a pareti non accoppiate	1.1
strutture a pareti accoppiate o miste equivalenti a pareti	1.2

Le NTC 2018 chiariscono, innanzitutto, che solo per pareti snelle sia in "CDA" che in "CDB", la DOMANDA FLESSIONALE si ottiene per traslazione verso l'alto dell'inviluppo del diagramma dei momenti derivante dall'analisi e assunto, in via semplificata, come lineare. In analogia con quanto già indicato nelle NTC 2008, in accordo con l'inclinazione degli elementi compressi nel meccanismo resistente a taglio, la traslazione viene assunta pari ad h_{CR}, altezza della zona inelastica dissipativa di base.

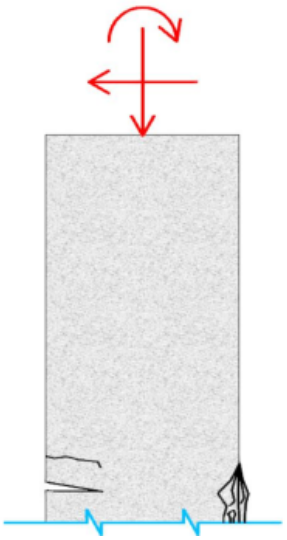
$$h_{CR} \text{ max } (L_W ; H_W/6) \text{ ; purchè } h_{CR} \leq \begin{cases} 2*L_W \\ H_S \quad \text{per } n \leq 6 \text{ piani} \\ 2*H_S \quad \text{per } n > 7 \text{ piani} \end{cases}$$

H_S altezza libera di piano
L_W max dimensione della parete
H_W altezza max della parete

Per le pareti estese debolmente armate il comportamento statico e dinamico è quello di mensola incastrata alla base quindi le sollecitazioni flettenti sono rilevanti ,e le tensioni di compressione derivanti dallo sforzo normale sono ridotte siamo effettivamente nella seconda , terza regione e IV regione



La verifica a pressoflessione viene eseguita allo SLU per sezioni in c.a.



lesioni di pressoflessione nella parete

$M = M^{I} + M^{II}$ $\quad M(z) = - EI*V^{II}(z)$

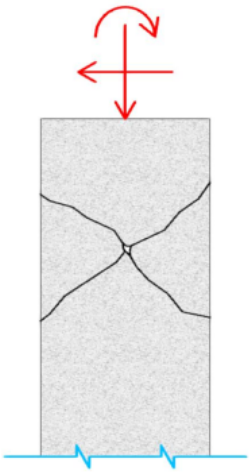
$M^{I} = q*L^{2}/8 + P*v \;\; ; \;\; M^{II} = P* V(L/2)$

- Taglio

La verifica di resistenza a taglio si effettuerà in accordo a quanto stabilito nelle Norme Tecniche vigenti considerando diverse modalità di rottura:

-Taglio-Compressione;
-Taglio-Trazione;
-Taglio-Scorrimento;

-Taglio-Compressione;



Possibile rottura taglio-compressione cls dell'anima

*La determinazione della resistenza viene condotta in accordo con la definizione della resistenza a taglio-compressione della sezione in c.a. assumendo un braccio delle forze interne pari a 0,8*L_W e un'inclinazione delle diagonali compresse pari a 45°. Nelle zone dissipative tale resistenza va ridotto del 60%.*

$V_{RD} = 0,9*d*b_W*\alpha_C *fcd*\upsilon*(cotg\alpha+cotg\theta)/(1+cotg^2\,\theta) = 0,8*L_W*t*\alpha_C *fcd*\upsilon/2$

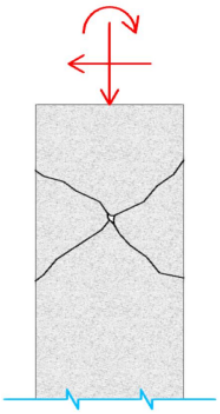
$0,9*d = 0,8*L_W$; bw= t spessore setto

$\theta = 45°$; $\alpha = 90°$

$f_{cd}*\upsilon$ resistenza di progetto a compressione ridotta del calcestruzzo d'anima $\upsilon = 0,5$

$\alpha_C =$ 1 per membrature non compresse
$\alpha_C =$ $1 + \sigma_{CP}/fcd$ $\quad 0 < \sigma_{CP} < 0,25*fcd$
$\alpha_C =$ $1,25$ $\quad 0,25fcd < \sigma_{CP} < 0,5*fcd$
$\alpha_C =$ $2,5*(1 - \sigma_{CP}/fcd)$ $\quad 0,5fcd < \sigma_{CP} < fcd$

-Taglio-Trazione;



La resistenza di progetto a taglio trazione consiste nel calcolo della area di armature verticali da disporre ovvero le staffe nella trave

per $\alpha_S \geq 2$ *dove* $\alpha_S = M_{ED}/(V_{ED}*L_W)$

$V_{RSD} = 0,8*L_W*f_{yd}*As/s *(cotg\alpha+cotg\theta)*sin\alpha = 0,8*L_W*f_{yd}*As/s$

As area della armatura trasversale
s interasse delle armature

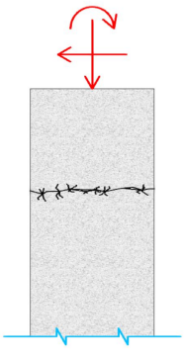
se invece risulta $\alpha_S < 2$ *come riportato nelle NTC 2018*

$V_{ED} \leq V_{RDC} + 0,75*\rho_h * f_{yd,h} * b_W * L_W * \alpha_S$

$\rho_h * f_{yd,h} * b_W * z \leq \rho_V * f_{yd,v} * b_W * z + min\ N_{ED}$

ρ_h ; ρ_V *rapporti di armatura orizzontali e verticali rispetto all'area della sezione*
$f_{yd,h}$; $f_{yd,v}$ *resistenza fyd dell'acciaio orizzontale e verticale*
N_{ED} *forza assiale di progetto*
V_{RDC} *resistenza a taglio di elementi non armati pari a zero quando lo sforzo normale è di trazione*

-Taglio-Scorrimento



Sui possibili piani di scorrimento deve risultare :

$V_{ED} \leq V_{RDS}$ *dove il taglio resistente è somma di tre aliquote*

-effetto spinotto

$V_{dd} = min\ [1,3*\sum A_{sj} * \sqrt{(f_{cd} * f_{yd})};\ 0,25 * f_{yd} * \sum A_{sj}]$

-armature inclinate (la armatura è una doppia rete metallica)
$V_{id} = f_{yd} * \sum A_{sj} * cos\varphi_i$

-resistenza per attrito
$V_{fd} = min\ [\mu_F * (f_{yd} * \sum A_{sj} + N_{ED}) * \xi + M_{ED}/z\ ;\ 0,5 * \eta * fcd * \xi * L_w * b_{W0}]$

μ_F *coefficiente di attrito calcestruzzo calcestruzzo = 0,60*

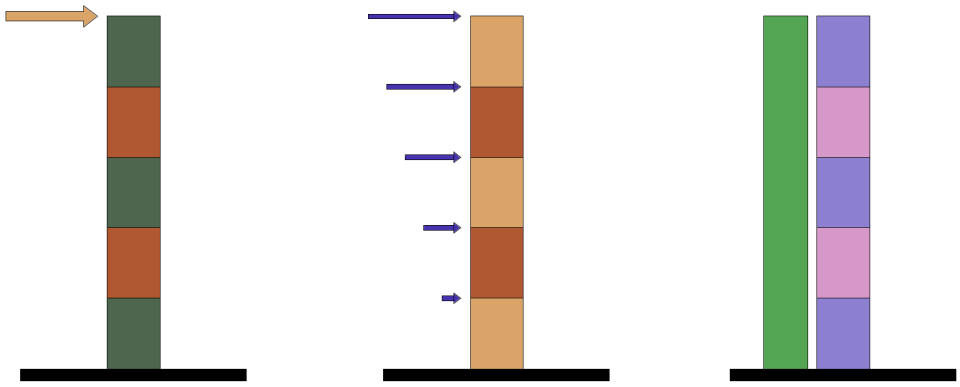
ξ *= X/d altezza normalizzata della zona compressa all'altezza della sezione*

$\eta = (1-f_{ck}/250) * \alpha_J$

$\alpha_J = 0,6$

Rigidezza della parete

Lo spostamento alla sommità della parete per forza concentrata , carico distribuito e per forze agli impalcati:



$\delta = F*(5*H)^3/(3EI)$;

$\delta = Q*(5*H)^4/(8EI)$;

$\delta = F_1*(H)^3/(3EI) + F_1*4*(H)^3/(2EI) + F_2*(H)^3/(3EI) + F_2*3*(H)^3/(3EI) +$

$+ F_3*(H)^3/(3EI) + F_3*2*(H)^3/(3EI) + F_4*(H)^3/(3EI) + F_2*(H)^3/(3EI) +$

$F_5*(H)^3/(3EI)$

in generale lo spostamento in sommità $\delta = \sum F_I*(H)^3/(3EI) + F_I*(5-i)*(H)^3/(2EI)$

$i = 1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots n$, *n numero di impalcati ,*

Se introduciamo la deformabilità a taglio

$\delta_T = \chi*F_1*H/(GA) + \chi*F_2*H/(GA) + \chi*F_3*H/(GA) + \chi*F_4*H/(GA) + \chi*F_5*H/(GA)$

$\chi = 6/5$ *fattore di taglio per sezioni rettangolari*

G modulo di elasticità tangenziale $G = E/[2*81+1/m)]$; *1/m modulo di Poisson*

A area della sezione della parete ,

Lo spostamento alla sommità della parete flessionale e tagliante :

$\delta = \sum F_I*(H)^3/(3EI) + F_I*(5-i)*(H)^3/(2EI) + \sum \chi*F_1*H/(GA)$

$i = 1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots n$, *n numero di impalcati ,*

Per la parete possiamo definire una matrice di rigidezza traslante

$K = [K_{IJ}]$ *dove il generico coefficiente* $K_{IJ} = 1/\delta_{IJ}$

δ_{IJ} *spostamento all'impalcato i per una forza unitaria applicata all'impalcato j*

per $i = 2$ $F_3 = 1$; $j = 3$;

$\delta_{23} = (2*H)^3/(3EI) + (2H)^3/(2EI) + \chi*(2*H)/(GA)$

per $i = 3$ $F_2 = 1$; $j = 2$;

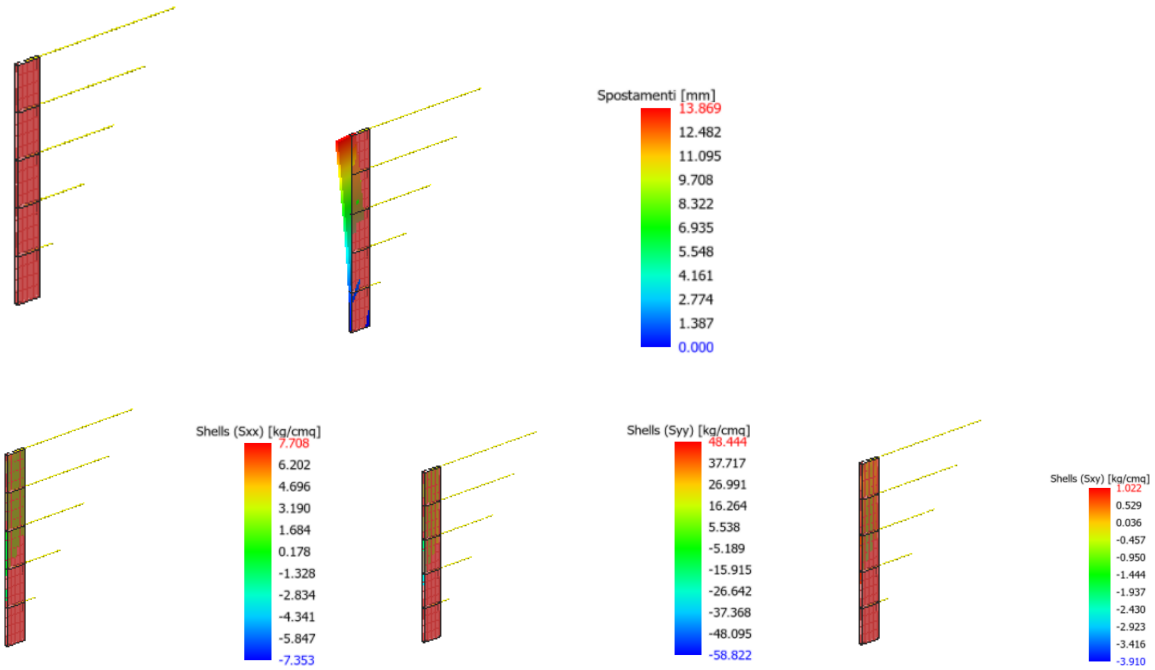
$\delta_{32} = (2*H)^3/(3EI) + (2H)^3/(2EI) + \chi*(2*H)/(GA)$

per il teorema di Betti $\delta_{23} = \delta_{32}$

Eseguiamo la modellazione FEM della nostra parete tramite Iperspace BIM PE

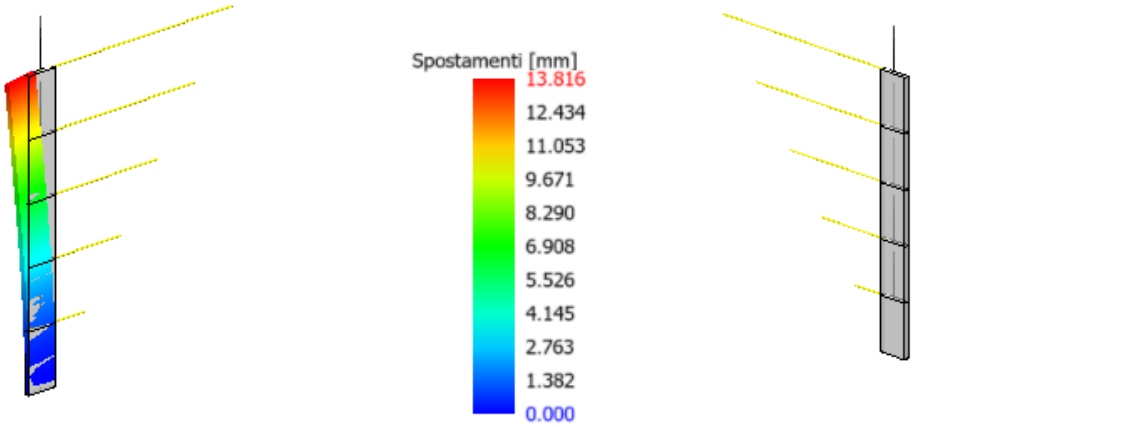
b = 30 cm ; h = 180 cm ; H = 320 cm ; numero impalcati 5

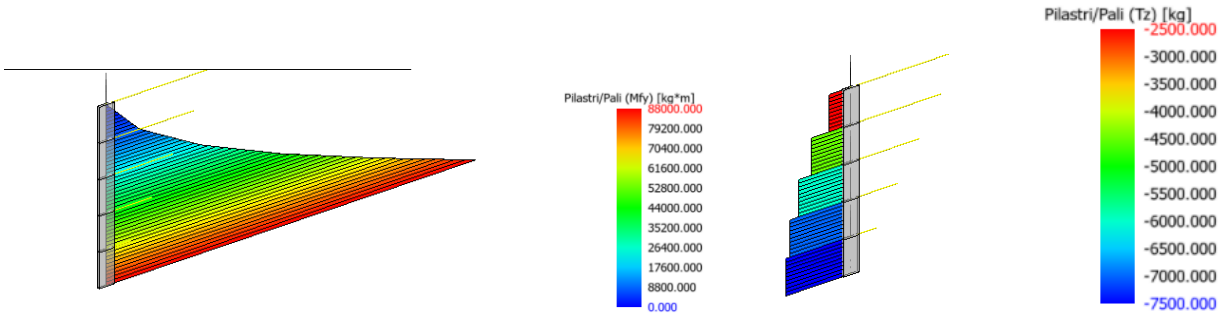
Modelliamo la parete con elementi ***Plate -Shell***



La stessa parete con la medesima distribuzione di forze orizzontali

$F_1 = 500$ *daN;* $F_2 = 1000$ *daN;* $F_3 = 1500$ *daN;* $F_4 = 2000$ *daN;* $F_5 = 2500$ *daN;*





La parete è verificata , riportiamo la verifica della mensola per il pilastro del primo impalcato :

Piede	AfSpigolo = 3.14	Afy = 4.02	Afz = 18.10
Testa	AfSpigolo = 3.14	Afy = 4.02	Afz = 18.10

Zona	C.	N	My	Mz	εcmax	εfmax
		kg	kg*m	kg*m		
Piede	1(-)	-28080	88000	562	-0.58	1.12
Testa	1(-)	-22464	69937	453	-0.46	0.89

Verifica a taglio

Dir	C.	MrSup	MrInf	T	Vrdns	Vrcd	Vrsd	Vrd	Ast/m	cot(θ)
		kg*m	kg*m	kg	kg	kg	kg	kg	cmq/m	
Y	1	--	--	0	--	105835	6877	6877	3.02	2.500
Z	1	--	--	7500	--	119797	46707	46707	3.02	2.500

La verifica a flessione immediata determinando il Momento plastico M_{PL}

$0,8*0,85*fcd*t*X + fyd*as*X - fyd *as*(h-X) = 0$ $As = As/h = 0,2$ cmq/cm

$X = fyd*as*h/(0,8*0,85*fcd*b + fyd*as) = 33$ cm $h = 175$ cm ; $b = 30$ cm

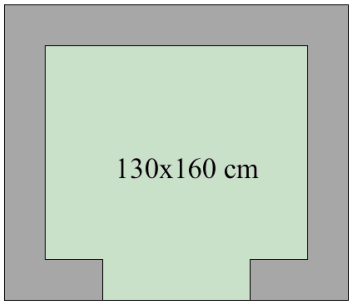
rck 300 $fcd = 300*0,83/1,5 = 166$ daN/cmq $fyd = 4500/1,15 = 3910$ daN/cmq

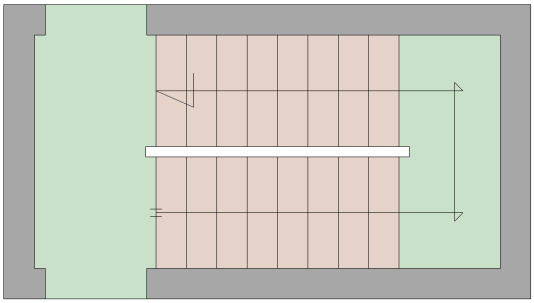
*$M_{PL}=0,8*0,85*fcd*b*X^2/2+ fyd*as*X^2/2 + fyd*as*(h-X)^2/2 = 101538$ daN*m*

*$M_{PL} > 88000$ daN*m armatura 2* 9ϕ16 su 180 cm e 4ϕ20 negli spigoli*

9-Il nucleo irrigidente

Il nucleo irrigidente è un elemento strutturale sismoresistente dotato di rigidezza flessionale , tagliante e torsionale ; se ha una elevata altezza lo possiamo trattare come una trave monodimensionale a inerzia variabile per la presenza della porta dell'ascensore o degli ingressi delle abitazioni quando è un nucleo scala .





Se indichiamo con b , h ,t le dimensioni della sezione del nucleo, p la apertura il momento di inerzia baricentrico della sezione continua ***trave unidimensionale***

$I_X = 2*b*t^3/12 + b*t *1/2*(h-t)^2 + 2*t* (h-2t)^3 /12$

$I_Y = 2*t*b^3 /12 + 2*(h-2t)*t^3 /12 + (h-2t)*t *(b-t)^2 /2$

per la sezione con apertura si modifica la posizione del baricentro geometrico

$Y_G = h/2 + t \qquad X_G = b/2$ *il momento di inerzia*

$I_X = b*t^3/12+2*(b-a)*t^3/12+2*t*(h-2t)^3/12+b*t *(h/2-t)^2+2*(b-a)*t*(h/2+t)^2$

$I_Y = 2*t*b^3 /12 - t*a^3/12+ 2*(h-2t)*t^3 /12 + (h-2t)*t *(b-t)^2/2$

Se schematizziamo il nucleo con elementi ***plate-shell****, pareti separate , il momento di inerzia è solo quello baricentrico non vi è il momento di trasporto*

$I_X = 2*b*t^3/12 + 2*t* (h-2t)^3 /12$

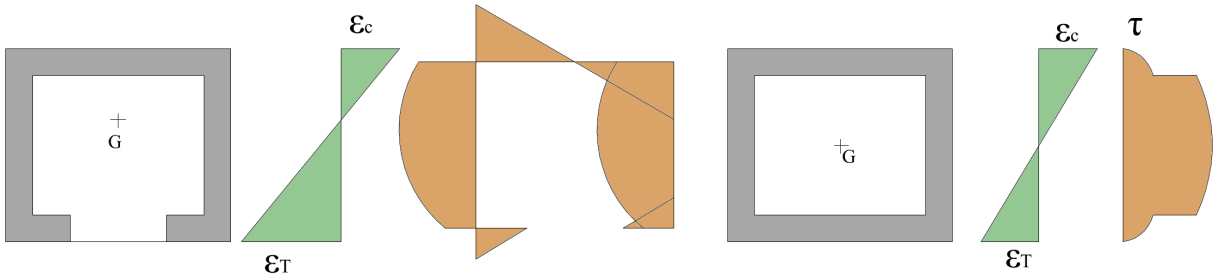
$I_Y = 2*t*b^3 /12 + 2*(h-2t)*t^3 /12$

Per sezione con apertura

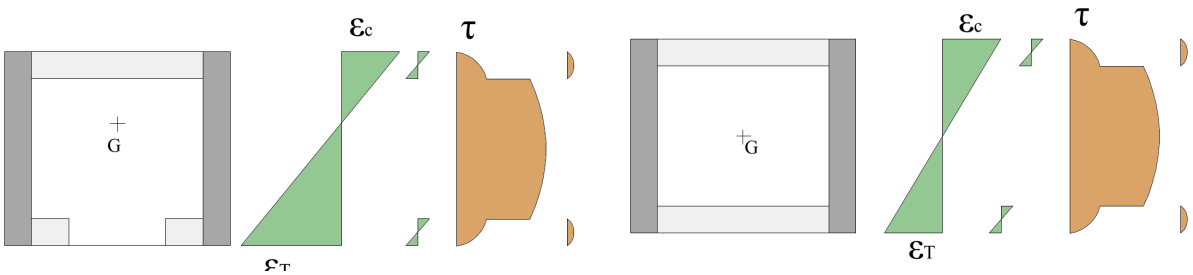
$I_X = b*t^3/12+2*(b-a)*t^3/12+2*t*(h-2t)^3/12$

$I_Y = 2*t*b^3 /12 - t*a^3/12+ 2*(h-2t)*t^3 /12$

Il comportamento flessionale e tagliante del nucleo elemento strutturale unidimensionale per sezione omogenea interamente reagente



Se modelliamo il nucleo attraverso elementi plate shell con pareti indipendenti e separate si individuano dei setti indipendenti a taglio e a flessione nelle due direzioni.



Per quanto concerne la rigidezza torsionale del nucleo , si modifica il comportamento della sezione passando da chiusa ad aperta modificandosi anche la posizione del centro di taglio quindi dell'asse di rotazione.

La rigidezza torsionale della sezione chiusa alla Bredt

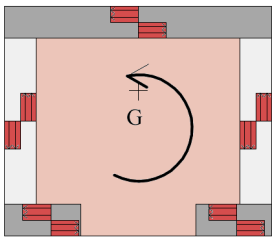
$C_T = 4*G*A^2_m / \int ds/t = 2*G*t*[(h-t)*(b-t)]^2 /[(h-t)+(b-t)]$

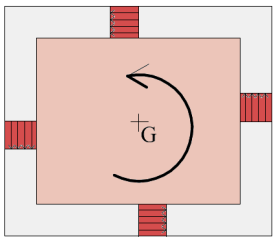
$A_m = (h-t)*(b-t)$; *area racchiusa dalla linea media*

$P_m = 2*(h-t)+2*(b-t)$

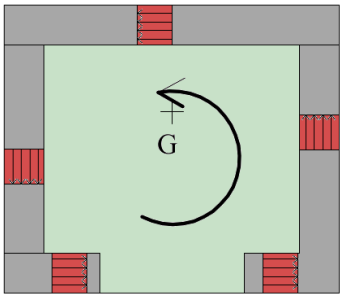
per la sezione aperta la rigidezza torsionale deriva dalla somma delle rigidezze dei singoli rettangoli

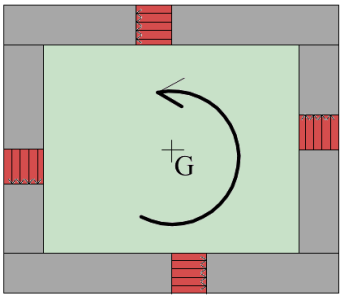
$C_T = 2/3*G*(h-2t)*t^3 + 1/3*G*b*t^3 + 2/3*G*(b-a)*t^3$





Se modelliamo il nucleo attraverso elementi ***parete*** *la sezione viene sempre considerata chiusa con coppie di forze agenti su ogni setto.*





La rispondenza della modellazione unidimensionale è bidimensionale del nucleo dipende dalla sua altezza ovvero se

b, h << H comportamento a trave unidimensionale

b, h ≈< H comportamento piastra lastra (plate shell) bidimensionale

H= n h_i altezza globale nucleo n numero impalcati h_i altezza interpiano*

b ed h dimensioni della sezione del nucleo.

E' evidente che per un nucleo scala è più veritiera la modellazione plate shell, mentre per edifici con un numero di piani >10 un nucleo ascensore ha un comportamento a trave. Lo spostamento in sommità deve tener conto della variazione di area e di inerzia , al pari della parete attraverso la composizione cinematica degli spostamenti si può risalire anche alla matrice di rigidezza ; si possono calcolare le rotazioni torsionali tenendo conto della eccentricità del taglio per la sezione aperta e della non coincidenza dell'asse di rotazione.Non ci addentriamo in calcolazioni teoriche oggetto della scienza delle costruzioni ,eseguiamo delle modellazioni FEM con software Iperspace BIM PE considerando un numero di impalcati pari a 6 e pari a 10.

Le dimensioni del nucleo

b = 210 cm ; *Forze ad ogni impalcato 4000,6000,8000,10000,12000,14000 daN*

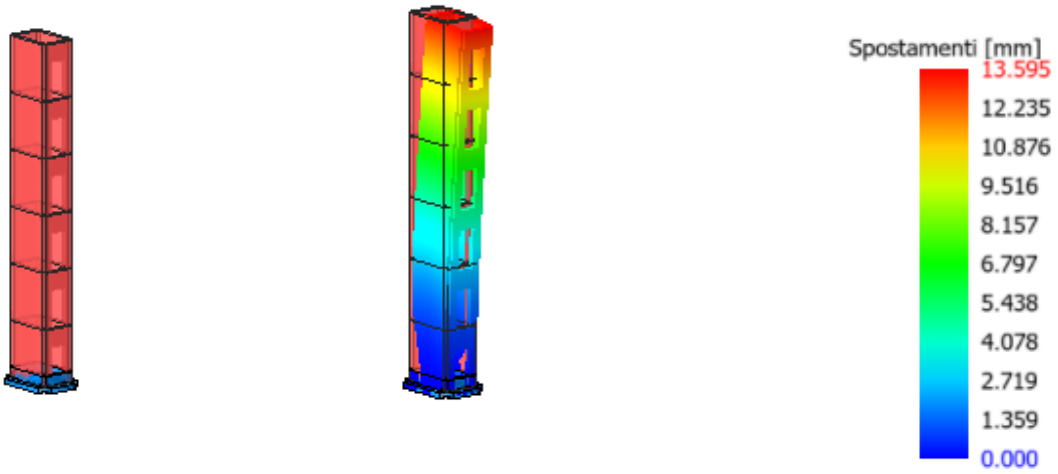
h = 180 cm *Coppia torcente di piano 1800 daN*m*

s = 30 cm spessore

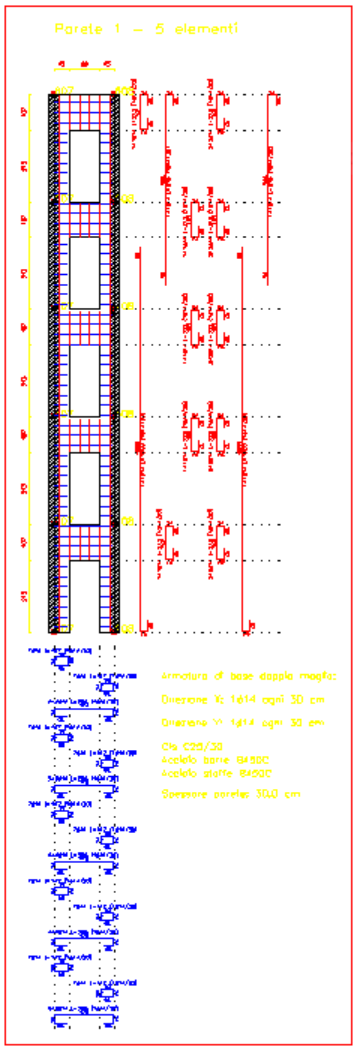
h_I = 320 cm altezza interpiano H = 16 m per 5 impalcati , 32 m per 10m impalcati

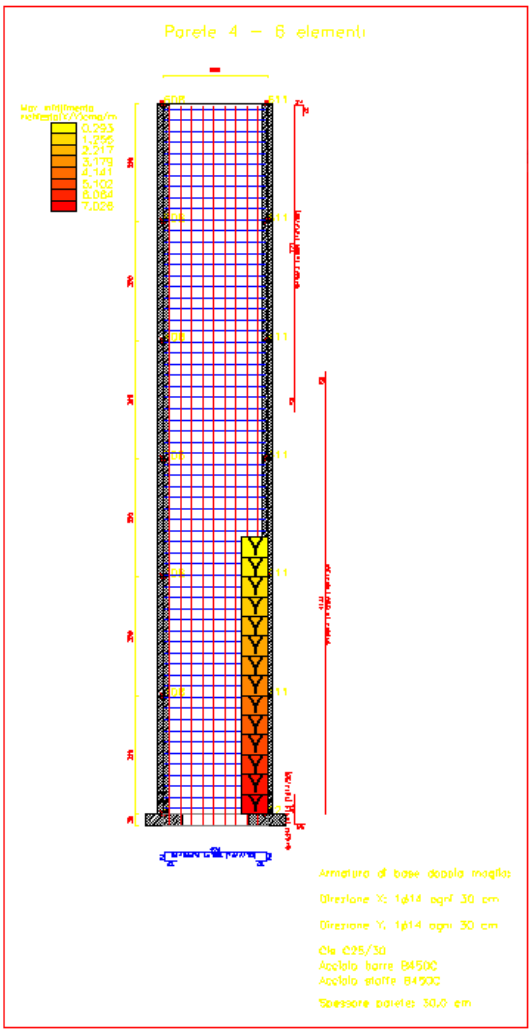
a = 90 cm larghezza apertura Altezza apertura 210 cm 4 x 6

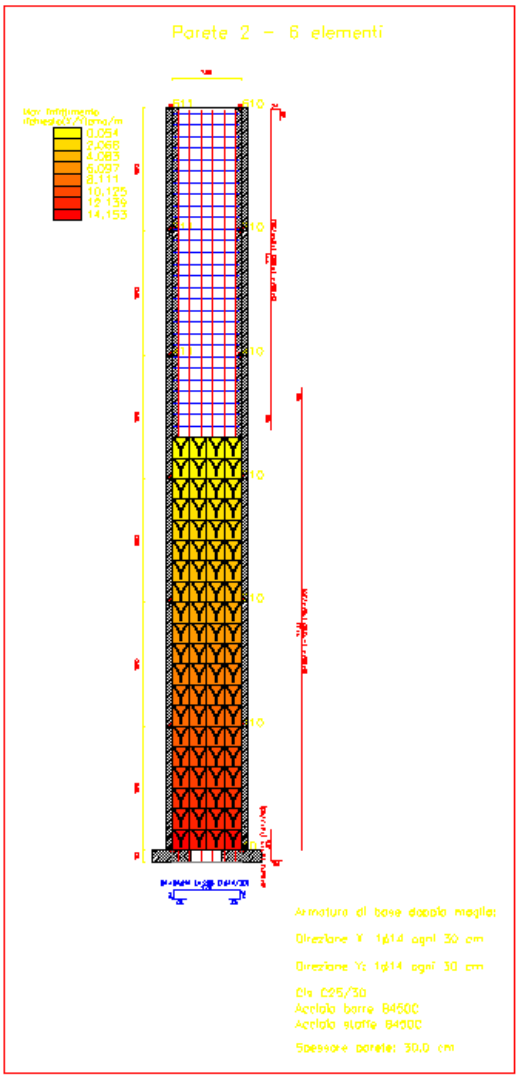
Modellazione Plate Shell

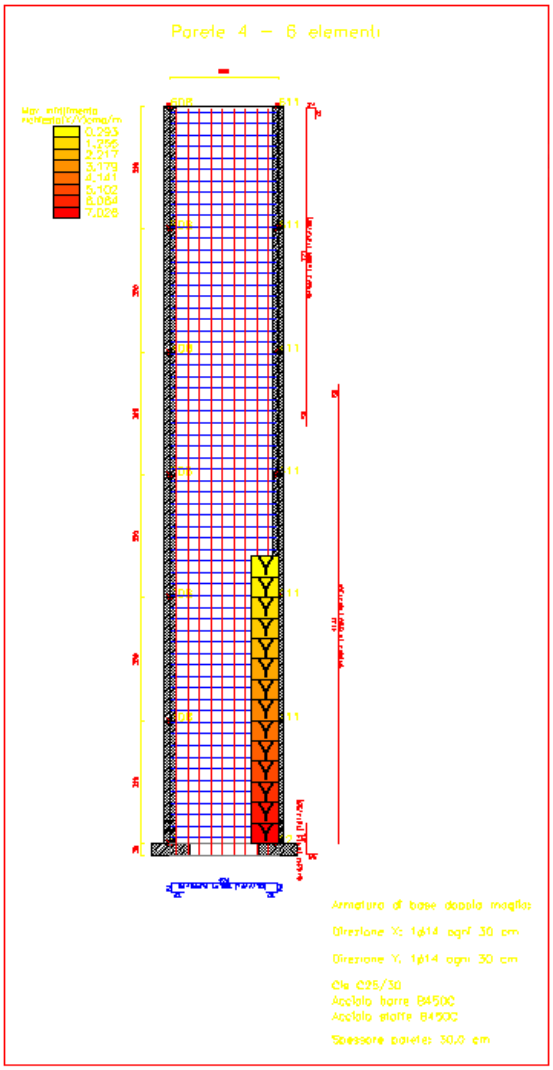


Armature delle pareti



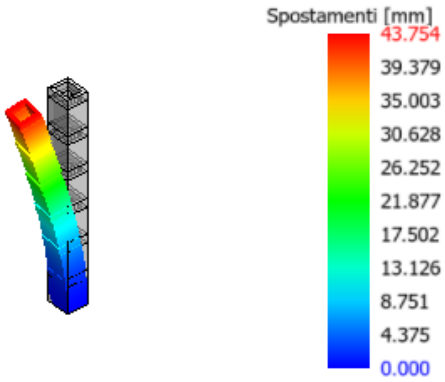






Eseguiamo la modellazione unidimensionale:

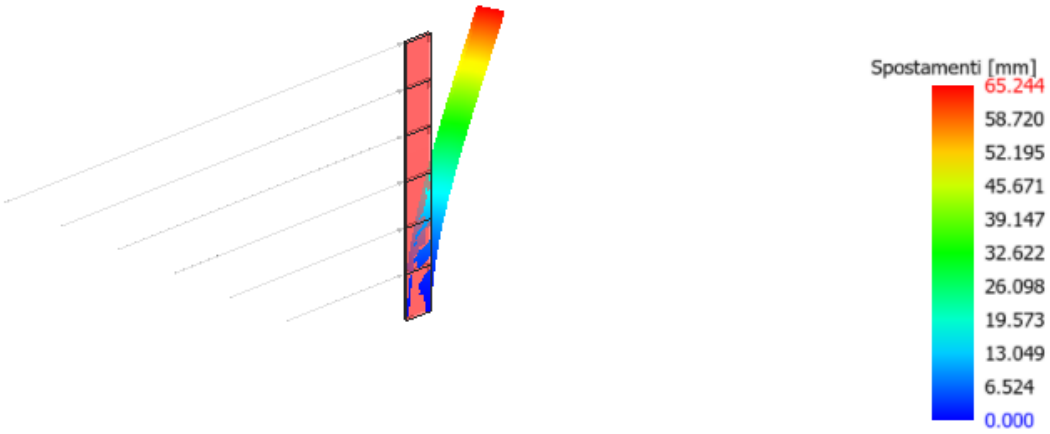
Le azioni applicate sono le stesse la modellazione e la deformata



Il nucleo unidimensionale ha una rigidezza più bassa del nucleo discretizzato con elementi piani lastra-piastra ciò è dovuto al collegamento tra i setti che sono vincolati tra di loro rispettano la congruenza per cui la deformata tiene conto di tutta la

struttura nella sua globalità. Per avere uno spostamento più grande le pareti devono essere libere tra di esse va effettuata la ripartizione della forza orizzontale, dove ciascun setto è sollecitato dalle seguenti forze

Forze ad ogni impalcato 2000, 3000, 4000, 5000, 6000, 7000 daN



Dal confronto dei tre spostamenti

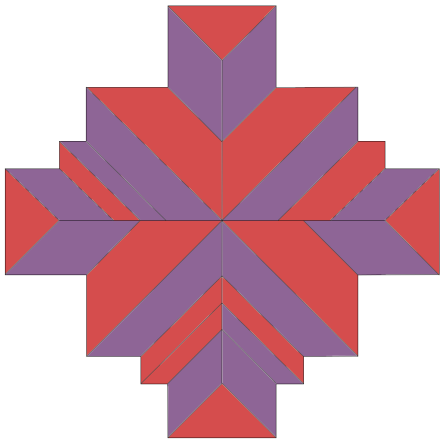
δ_{nucleo} *= 1,35 cm ;* $\delta_{pilastro}$ *= 4,37 cm ;* δ_{parete} *= 6,5 cm ;*

la modellazione alla quale corrisponde la maggiore rigidezza e quindi sismoresistenza del nucleo è quella usuale nelle modellazione FEM per il calcolo degli edifici che prevede la congruenze della deformazioni tra i singoli elementini.

10-La copertura in legno

La copertura del nostro edificio si rende necessaria nelle zone di montagna per facilitare il deflusso delle acque piovane e della neve; il tetto a terrazza è tipico di edifici di impronta razionalista a più di 5 impalcati che rappresentano buona parte del patrimonio edilizio delle città italiane. La copertura è l'impalcato che nella distribuzione delle azioni sismiche triangolare dà il valore max della forza sismica per cui è opportuno che abbia una massa ridotta e ciò lo si ottiene utilizzando il legno; la copertura in legno lamellare o in acciaio può essere appoggiata e vincolata all'ultimo impalcato oppure come accade per edifici a 2-4 piani possiamo ricavare dei locali mansarda abitabili con altezza lungo il perimetro dell'edificio minimo 180 cm caratterizzati da interni con travi in legno molto caratteristici. Un edificio a 2-3 piani progettato con solai e copertura mista legno calcestruzzo è sostenibile strutturalmente rientra nelle tecniche costruttive della bioedilizia; se la copertura la appoggiamo sull'ultimo impalcato , la massa può essere concentrata e spalmata su di esso , la copertura la montiamo a terra e la posizioniamo in opera con la gru. La pendenza

della copertura è circa il 15% per cui nel punto centrale di colmo si ha un'altezza di circa 190 cm che aggiunti all'altezza sul perimetro di 180 cm danno una quota interna di 380 cm



Per il nostro edificio utilizziamo una copertura a padiglione come indicata in figura le cui travi sono poggiate sui pilastri della quale riportiamo una semplice modellazione FEM con vincoli di cerniera sui pilastri. Le NTC 2018 prescrivono per le murature che le coperture non devono essere spingenti, i pilastri sul perimetro sono collegati da una trave di coronamento in cemento armato o anche legno lamellare che ha la funzione di eliminare queste spinte orizzontali sui pilastri e ridurre la flessione. Sul tavolato o pannelli in legno viene prevista una solettina di cls spessore 5 cm come richiesto dalle NTC.

I carichi agenti sul solaio

Peso proprio 150 daN/mq
Carico permanente 50 daN/mq

Il carico da neve da applicare sulle coperture va valutato con la seguente espressione

$$Qs = Qsk*Ce*Ct*\mu$$

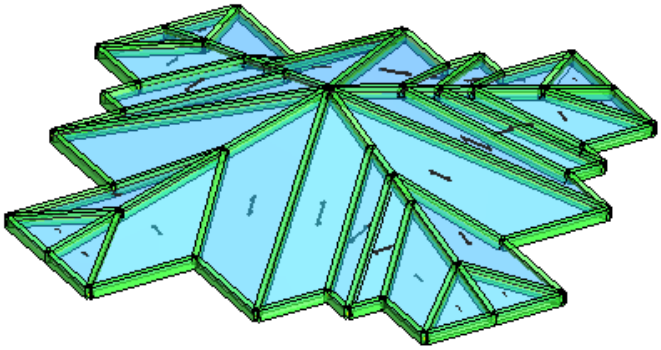
Qsk valore di riferimento della neve al suolo
Ce Coefficiente di esposizione = 1
Ct coefficiente termico = 1
μ Coefficiente di forma della copertura = 0.8

per As > 200 m $Qsk = 85*[1+(As/481)^2] = 326$ *daN/mq*

per Castel di Sangro comune nel quale risiedo As= 810 m

Qsk = 260 daN/mq

Le travi della copertura hanno dimensioni 25x50 in legno lamellare



I moltiplicatori critici della analisi di instabilità globale buckling

(Buckling)

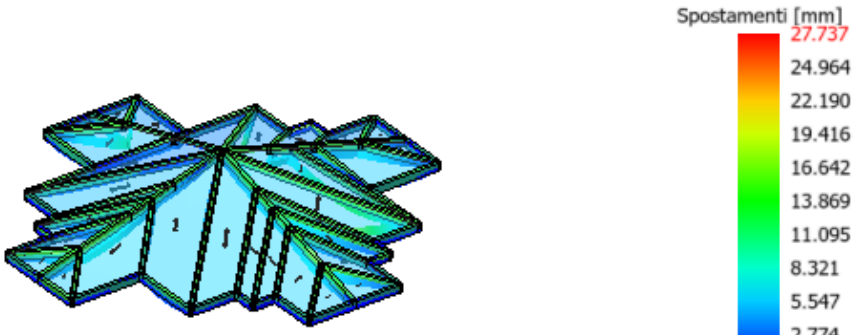
N°	fattore
1	49.279
2	73.727
3	85.625
4	96.879
5	108.312
6	121.484
7	129.410
8	135.033
9	141.101
10	154.513

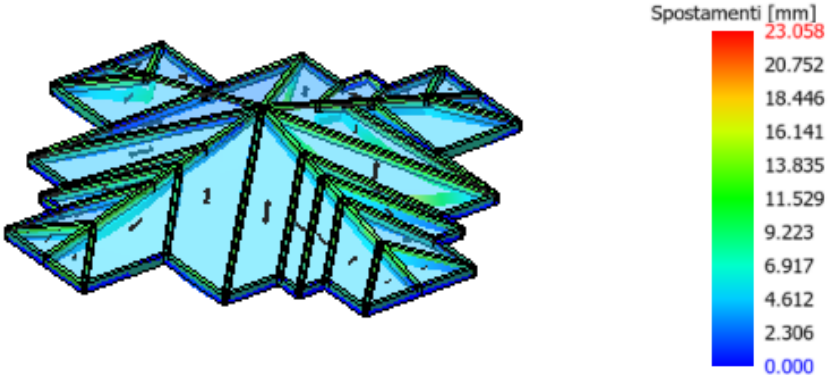
Le reazioni vincolari degli appoggi cerniera sui pilastri:

Comb. 1(Solo Permanenti)

Nodo	X	Y	Z	Fx	Fy	Fz	Mx	My	Mz
	cm	cm	cm	kg	kg	kg	kg*m	kg*m	kg*m
7	0	1272	0	2648	99	-5132	-0	-0	-0
10	961	0	1	3312	3316	501	-0	-0	-0
11	961	319	1	-9667	-9242	-14270	-0	-0	-0
15	1282	2545	1	0	44	-5928	-0	-0	-0
17	1283	0	1	-4	8766	-2302	-0	-0	-0
18	2563	1281	1	-5146	-5	-2951	-0	-0	-0
19	1603	0	1	-3298	3315	609	-0	-0	-0
22	2563	958	1	-1922	1921	-1126	-0	-0	-0
23	483	2066	1	-5734	5637	-8739	-0	-0	-0
24	963	2066	1	-10504	10393	-17008	-0	-0	-0
25	2	1586	1	1112	-1137	78	-0	-0	-0
28	2563	1586	1	-2067	-1956	39	-0	-0	-0
29	2243	1586	1	17537	16800	-16462	-0	-0	-0
30	2	958	1	667	702	-1352	-0	-0	-0
31	2080	958	1	7255	-15440	-17635	-0	-0	-0
32	1603	2546	1	31	-18	-1236	-0	-0	-0
33	963	2546	1	-20	-23	-1557	-0	-0	-0
35	481	1746	1	-2474	2606	-9000	-0	-0	-0
36	2243	1746	1	4	-39	2609	-0	-0	-0
37	323	1586	1	-2157	2140	-10316	-0	-0	-0
40	483	478	1	-2923	-2949	-7113	-0	-0	-0
41	803	478	1	-8456	-8191	-12539	-0	-0	-0
42	803	318	1	-3807	-3899	1419	-0	-0	-0
43	1603	318	1	9681	-9322	-14494	-0	-0	-0
44	1763	318	1	3819	-3886	3033	-0	-0	-0
45	1762	478	1	8271	-8067	-16946	-0	-0	-0
46	323	1746	1	-8128	7913	-321	-0	-0	-0
47	2084	1746	1	2803	2909	-11364	-0	-0	-0
48	2084	2066	1	5882	5739	-5994	-0	-0	-0
50	2083	480	1	4473	-6529	-5052	-0	-0	-0
51	483	958	1	-11599	-11865	-17168	-0	-0	-0
54	1603	2066	1	10412	10268	-18409	-0	-0	-0
Risultante									
	0	0	0	-0	0	-216125	-2733037	2773102	0

Le deformate con gli spostamenti verticali:





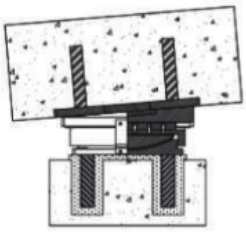
Le travi in legno per i carichi agenti non destano problemi , le dimensioni sono 25x50 cm il legno lamellare GL24H i cui valori ammissibili delle tensioni e moduli elastici riportati nelle istruzioni CNR 2018 LEGNO

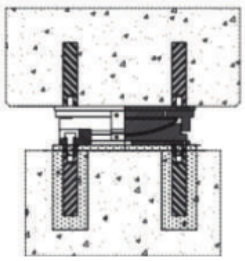
Tabella A-5 - Classi di resistenza per legno lamellare di conifera omogeneo (EN14080)

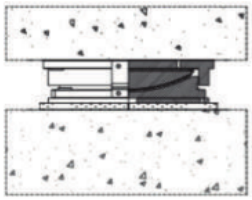
		GL20h	GL22h	GL24h	GL26h	GL28h	GL30h	GL32h
Resistenze [MPa]								
Flessione	$f_{m,k}$	20	22	24	26	28	30	32
Trazione parallela	$f_{t,0,k}$	16	17.6	19.2	20.8	22.3	24	25.6
Trazione perpendicolare	$f_{t,90,k}$				0.5			
Compressione parallela	$f_{c,0,k}$	20	22	24	26	28	30	32
Compressione perpendicolare	$f_{c,90,k}$				2.5			
Taglio	$f_{v,k}$				3.5			
Rolling shear	$f_{r,k}$				1.2			
Rigidezze [MPa]								
Modulo di elasticità parallelo medio	$E_{0,mean}$	8 400	10 500	11 500	12 100	12 600	13 600	14 200
Modulo di elasticità parallelo 5-percentile	$E_{0,05}$	7 000	8 800	9 600	10 100	10 500	11 300	11 800
Modulo di elasticità perpendicolare medio	$E_{90,mean}$				300			
Modulo di elasticità perpendicolare 5-percentile	$E_{90,05}$				250			
Modulo di taglio medio	G_{mean}				650			
Modulo di taglio 5-percentile	G_{05}				540			
Modulo di taglio rotolamento medio	$G_{r,mean}$				65			
Modulo di taglio rotolamento 5-percentile	$G_{r,05}$				54			
Massa volumica (kg/m^3)								
Massa volumica caratteristica	ρ_k	340	370	385	405	425	430	440
Massa volumica media	ρ_{mean}	370	410	420	445	460	480	490

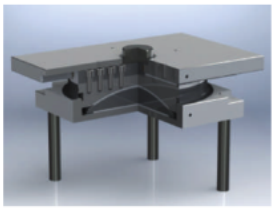
La copertura tramite collegamenti metallici è ancorata ai pilastri di bordo di altezza 180 cm ai quali non trasmettono momenti flettenti e torcenti , di conseguenza il vincolo è un appoggio cerniera realizzabile con due piastre metalliche la prima colle-

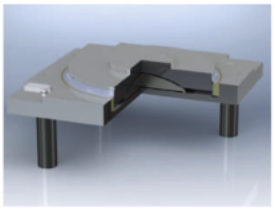
gata al calcestruzzo con ancoranti in opera, la seconda piastra metallica collegata con viti alla copertura in legno; tra di esse deve essere inserito un vincolo che limita gli spostamenti nelle tre direzioni cerniera sferica e consente le rotazioni simile a quella riportata in figura per strutture di cemento armato. Si può utilizzare un elastomero armato inserito tra due piastre metalliche, che ha una sua rigidezza consente gli spostamenti orizzontali definendo una cerniere cedevole nelle tre direzione che riduce le spinte orizzontali della copertura sul pilastro un vero e proprio isolatore sismico elastomerico.

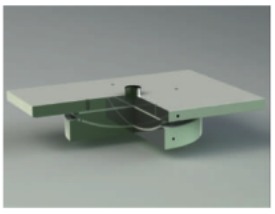


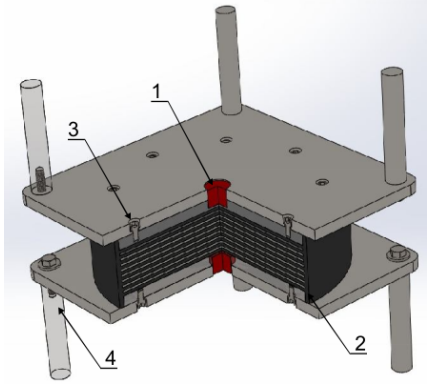












11-La fondazione

Le fondazioni di un edificio al solito le distinguiamo in:

Fondazioni superficiali
-Reticolo di travi rovesce
-Platea

Fondazioni profonde
-Plinti su pali
-Reticolo di travi rovesce su pali
-Platea su pali

La scelta o preferenza della tipologia di fondazione dipende dalle caratteristiche del terreno e dal numero di impalcati, ma per gli edifici oggetto di questi appunti vanno bene le fondazioni superficiali risparmiando sui costi ,poiché più facili da realizzare. Si utilizzano fondazioni su pali quando si fa ricorso alla energia geotermica ,ma visto il numero di piani degli edifici possiamo istallare pale eoliche purché poco rumorose sull'ultimo impalcato facendo fronte al fabbisogno energetico del nostro edificio.
Il reticolo di travi di fondazione è costituito da travi ortogonali nelle due direzioni che seguono la carpenteria e i pilastri ,sono delle travi a T rovescio che vanno dimensionate e devono avere sufficiente rigidezza; di solito la altezza di una trave di fondazione per un edificio in cemento armato viene determinata attraverso la formula seguente

$I_F \geq n*I_T$; $I_F = 4*54000 = 2.160.000\,cm^4$; $n = 4$, *numero impalcati*

Se le travi in elevazione 30x60 hanno una inerzia $I_T = 540000\,cm^4$

$I_F = B*s^3/12+b*h^3/12 +B*s*(Y_G -s/2)^2 + b*h\ *(h/2+s-Y_G)^2$

$Y_G = [(B*s)*s/2+b*h*(h/2+s)]/(B*s+b*h)$

$s = 30 \div 40$ *cm* ; $b = p + 10$ *cm* ; p *dimensione max pilastro*

$B = b + 30 \div 40$ *cm* $\qquad h = H - s$

Dimensioniamo una trave di fondazione :

$b = 40$ *cm* ; $s = 30$ *cm* ; $B = 100$ *cm* ; $h = 60$ *cm* ; $Y_G = 35$ *cm*

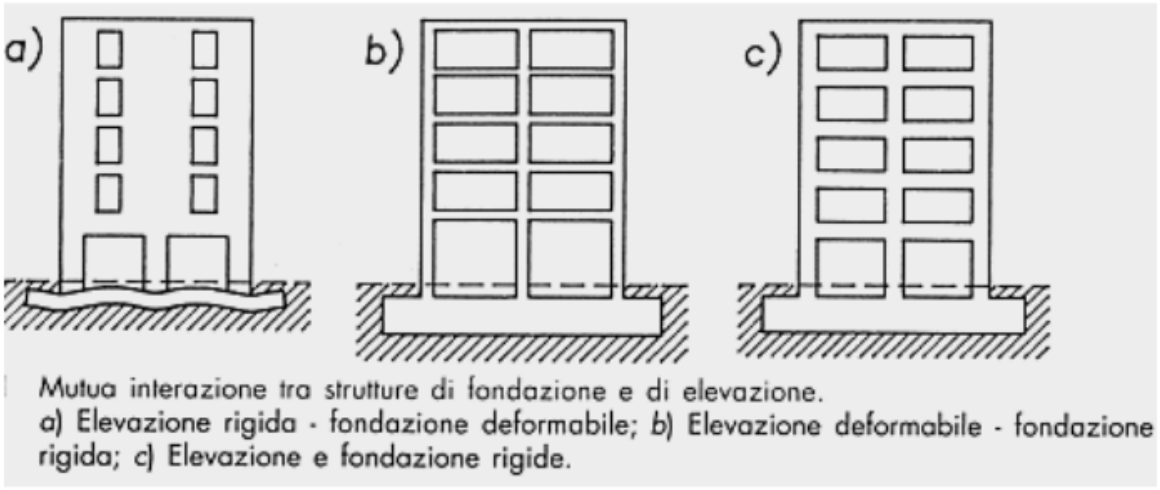
$I=100*30\text{^}3/12+40*60\text{^}3/12+100*30*21\text{^}2+40*50*25\text{^}2=3.518.000>2.160.000\,cm^4$

Il terreno per le travi di fondazione viene modellato alla ***Winkler*** *con costante elasti-*

ca di sottofondo , si è soliti definire una fascia comportamentale.

Trave rigida su suolo elastica K = 3 kg/cmc

Trave elastica su suolo rigido K = 30 Kg/cmc

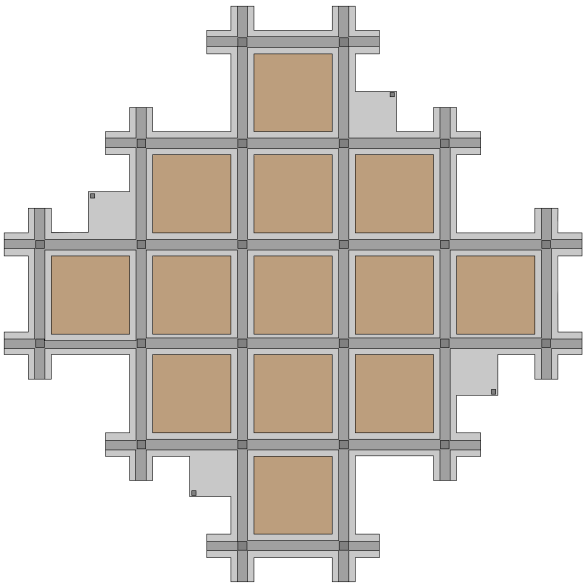


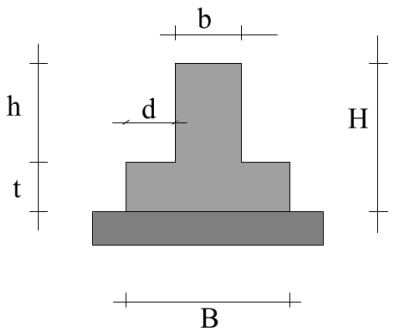
Mutua interazione tra strutture di fondazione e di elevazione.
a) Elevazione rigida - fondazione deformabile; b) Elevazione deformabile - fondazione rigida; c) Elevazione e fondazione rigide.

Il calcolo lo eseguiamo una volta sola e per un unico tipo di terreno con un valore medio della costante di sottofondo K = 10 kg/cmc

NATURA DEL TERRENO	*K (Kg/cm3)*
torba leggera	0.6 ~ 1.2
torba pesante	1.2 ~ 1.8
terra vegetale	1.0 ~ 1.5
depositi recenti	1.0 ~ 2.0
sabbia di mare, fina	1.5 ~ 2.0
sabbia poco coerente	2.0 ~ 4.0
terra molto umida	2.0 ~ 3.5
terra poco umida	3.0 ~ 6.0
terra secca	5.0 ~ 10.0
argilla con sabbia	8.0 ~ 10.0
argilla grassa	10.0 ~ 12.0
sabbia compatta	8.0 ~ 15.0
ghiaia con sabbia	10.0 ~ 25.0
ghiaia compatta	20.0 ~ 30.0

Quando è possibile il reticolo di travi di fondazione viene realizzato con degli sbalzi laterali per migliorare la stabilità e diminuire la flessione nelle travi aventi lunghezza 120-150 cm .



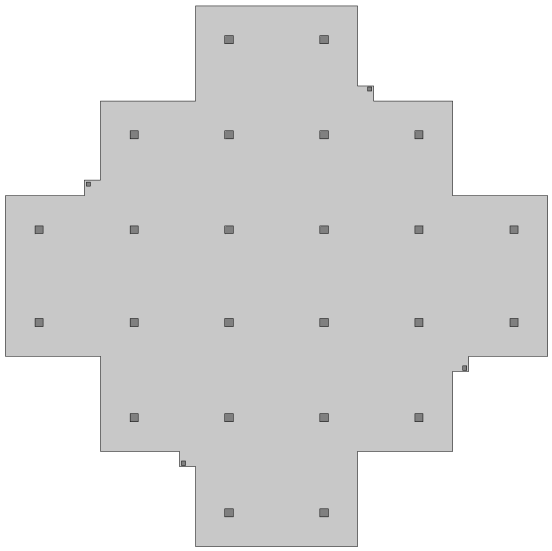


Per la platea di fondazione possiamo fare un ragionamento analogo dimensionando la sua altezza $I_P \geq 5 * n * I_T$ *; per n = 10 B = 25 m*

$I_P \geq B * t^3/12$ *; t spessore platea ; t = 150 cm*

B per platee rettangolari, lato con dimensione minima

Lo spessore della platea deve essere sufficiente ad evitare problematiche di punzonamento dei pilastri e a garantire una adeguata rigidezza .



Per entrambe le tipologie di fondazioni si utilizzano delle molle verticali di rigidezza k unidirezionali ovvero non in grado di sopportare la trazione diventa quindi importante per il nostro edificio la verifica di blocco rigido, ovvero sotto i carichi verticali

e le azioni orizzontali sismiche statiche stabilire se il terreno al di sotto è tutto compresso. Per la platea la verifica è immediata, noto il peso P dell'edificio con i carichi accidentali e le azioni sismiche si determina il momento

$M = \sum F_I * H_I$ *dove*

F_I *forza sismica impalcato i-mo* H_I *i-mo altezza impalcato dal piano di fondazione*

si determina la eccentricità $e = M/P$ *e si vede se è interna al nocciolo centrale di inerzia ; possiamo eseguire il calcolo in modo differente per platea rigida con deformata caratterizzata da tre gradi libertà* $V_0 ; \theta_X ; \theta_Y ;$

$P = A*k*V_0$; $\sigma_0 = k*V_0$; $\int k*\theta_X * x^2 \, dA = M_y$; $\int k*\theta_Y * y^2 \, dA = M_X$;

le incognite $V_0 = P/(k*A)$; $\theta_X = M_y/(k*I_Y)$; $\theta_Y = M_X/(k*I_X)$;

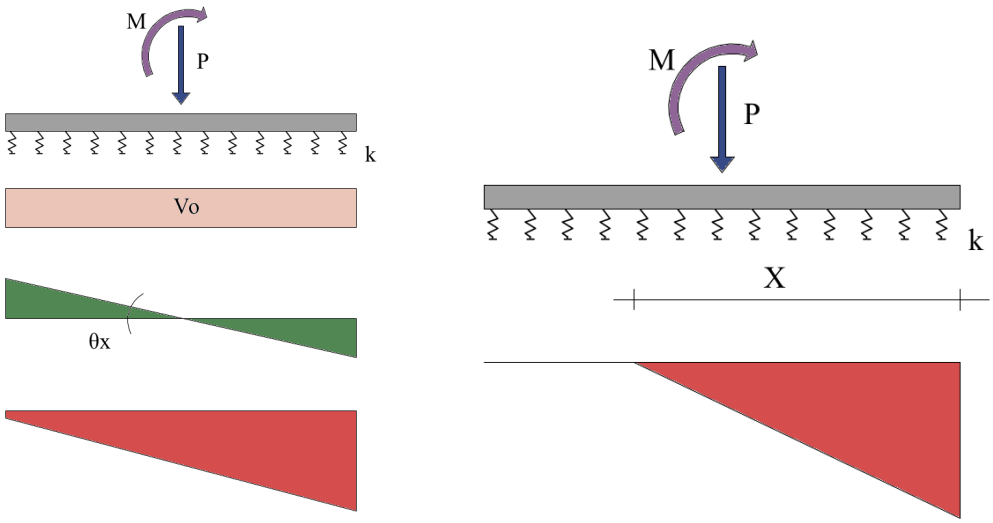
A area platea ;

I_Y *= momento di inerzia della sezione asse x*

I_X *= momento di inerzia della sezione asse y*

$M_Y = \sum F_{IY} * H_I$ *momento delle forze sismiche in direzione y*

$M_X = \sum F_{IX} * H_I$ *momento delle forze sismiche in direzione x*



senza determinare il nocciolo centrale di inerzia possiamo vedere se vi sono delle zone in trazione e determinare l'area reagente di terreno sollecitata a compressione.

$\sigma = k*V_0 \pm k*\theta_X *X \pm 0{,}30 *k*\theta_Y *Y \geq 0$ *il terreno è tutto compresso*

X max dimensione in pianta direzione x
Y max dimensione in pianta direzione y

Le azioni sismiche vanno combinate nelle due direzioni

$E = E_X + 0{,}30*E_Y$; $E= E_Y +0{,}30*E_X$;

la parte reagente di terreno può essere individuata da semplici considerazioni di equilibrio per sezioni rettangolari b= 3u con u = B/2-e ; e = M/P

indichiamo con A_R *l'area della sezione reagente*

$P = \int \sigma dA = \int k * x* \theta_X *dA_R = \theta_X *k*S_X$

S_X *momento statico della sezione reagente rispetto all'asse neutro*

equilibrio alla rotazione

$M = \int k * x^2 * \theta_X *dA_R = \theta_X *k*I_X$ I_X *momento di inerzia sezione reagente rispetto n*

le incognite del problema sono 2 , la rotazione e la profondità dell'asse neutro X le equazioni sono due . Se ipotizzavamo per il terreno un comportamento non elastico lineare ma plastico esteso a 0,8 A_R

$P = \int \sigma dA = \int k * x* \theta_X *dA_R = Vo*k*0{,}8*A_R$

L'equilibrio alla rotazione rispetto all'asse neutro

$Vo*k*0{,}8*A_R * X_{GR} = M$

le incognite sono sempre 2 Vo, profondità asse neutro X

la posizione del baricentro X_{GR} *della sezione reagente è funzione di X*

Per un reticolo di fondazione infinitamente rigido valgono le medesime considerazioni , i momenti di inerzia e statici sono riferiti al reticolo nei suoi pieni e vuoti .

La platea ed il reticolo di fondazione non sono infinitamente rigidi strutture elastiche su suolo alla Winkler che vanno calcolate con un software FEM ; per il reticolo di travi ortogonali vengono trasmesse le sollecitazioni flettenti taglianti torsionali nelle due direzioni M_X ; M_X ; M_T ; V_X ; V_Y ; N ;

L'equazione differenziale alla Winkler senza tener conto della interazione trasversale tra le strisce ovvero del modulo elastico G, per cui la costante di sottofondo

k = E/H , H altezza del banco di terreno

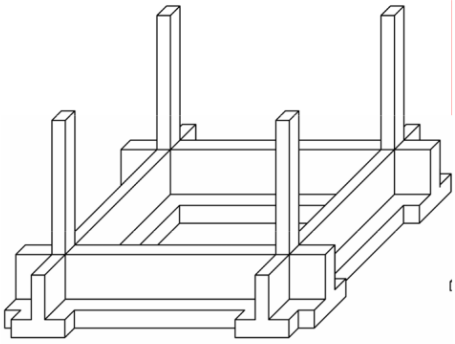
$EI*V^{IV} + k*v(z) = q(z)$ *la soluzione della equazione differenziale*

$V(z) = B_1*\sin(\alpha z)*e^{\alpha z} + B_2*\cos(\alpha z)*e^{\alpha z} + B_3*\sin(\alpha z)*e^{-\alpha z} + B_4*\cos(\alpha z)*e^{-\alpha z} +$

$+ q(z)/k$

Risolta la equazione differenziale e trovata la linea elastica possiamo determinare

Deformata V(z) ;
Rotazione $\varphi(z) = - dV(z)/dz$
Momento flettente $M(z) = - EI *d''V(z)/dz^2$
Taglio $V(z) = - EI *d'''V(z)/dz^3$



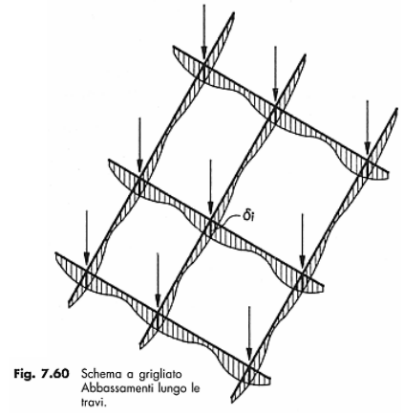
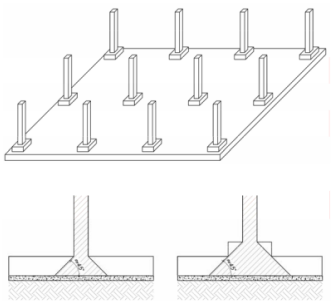


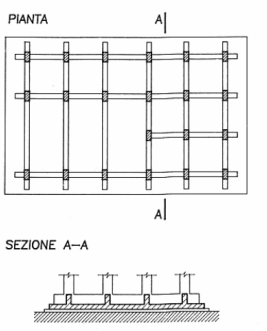
Fig. 7.60 Schema a grigliato Abbassamenti lungo le travi.

Per la platea di fondazione la modellazione è Plate-shell si hanno differenti soluzioni quali platee nervate o solai rovesci , platee a fungo , platea soletta

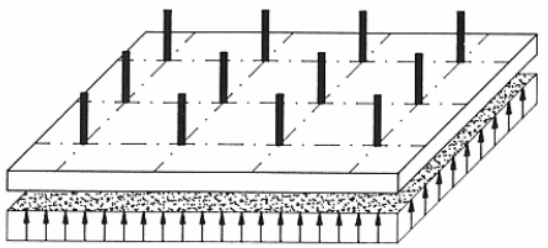
Platea a fungo

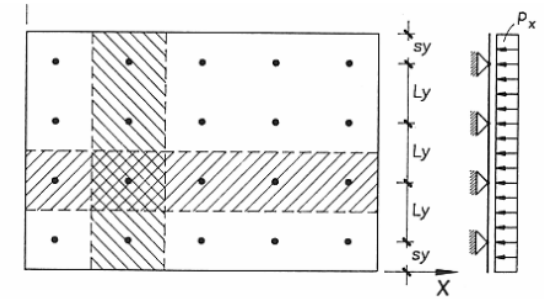


Platea nervata

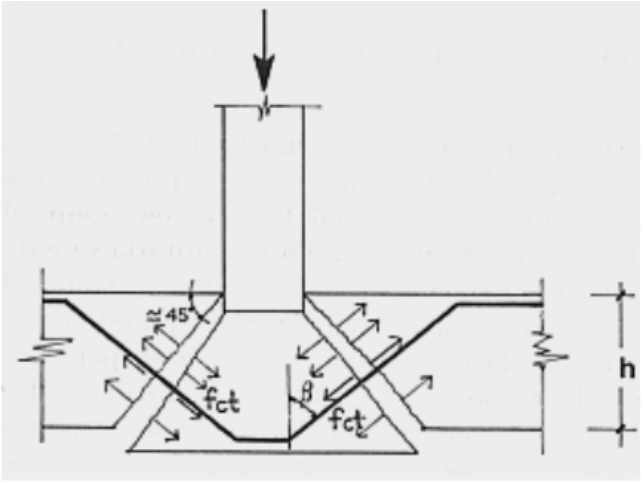


La soluzione migliore alternativa al reticolo di travi di fondazione è quella del solaio rovescio realizzato con una soletta di cls avente lo spessore dell'ala della trave.
Per quanto concerne il calcolo si può eseguire una schematizzazione alla Grashof individuando delle travi ortogonali nelle due direzioni





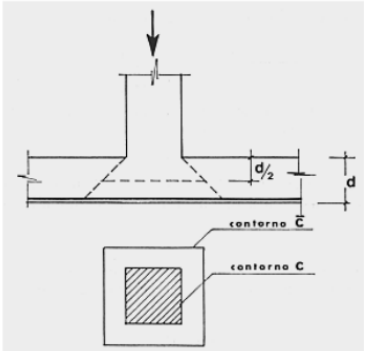
Per quanto concerne la verifica a punzonamento di piastre e solette

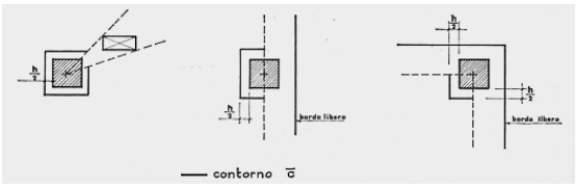


la rottura avviene per taglio e punzonamento con traslazione nella direzione della forza. La forza ultima di rottura:

$P_U = f_{CT} * \sqrt{2}/2 * S$ dove $S = u * d$

S superficie laterale dell'elemento che trasla ,
d altezza utile
u perimetro del contorno misurato a metà dell'altezza





La verifica a punzonamento del solo cls

$F_{RD} = 0{,}5 * f_{ctd} * u * d \;\; ; \quad F_{RD} \geq F_{SD}$

f_{ctd} *resistenza a trazione cls*

se la verifica non è soddisfatta $F_{SD} > F_{RD}$ *è necessario disporre armatura*

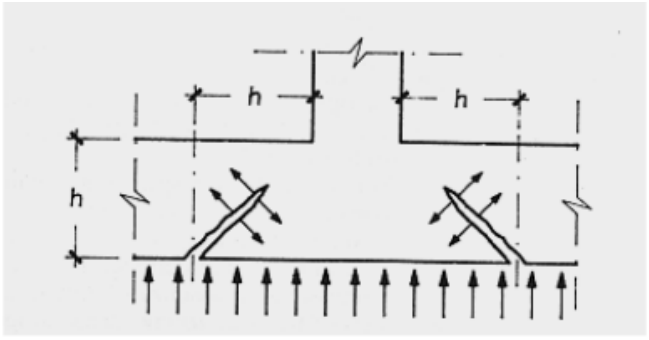
$F_{RD} = A_s * f_{yd} * \cos\beta \geq F_{SD}$

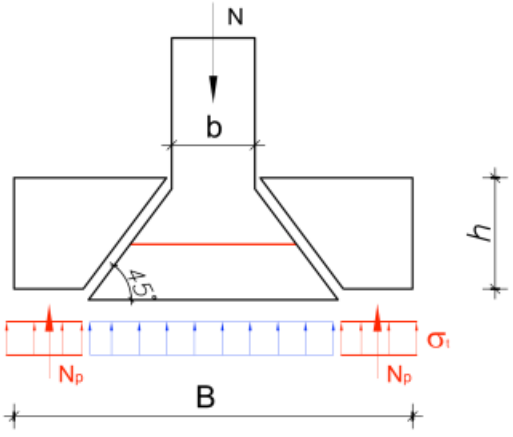
A_s *area di armatura che interseca le lesioni*

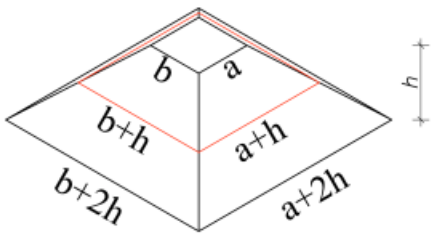
β *inclinazione lesioni per* $\beta = 45°$

$F_{RD} = A_s * f_{yd} * \sqrt{2}/2 \geq F_{SD}$

per plinti e platee





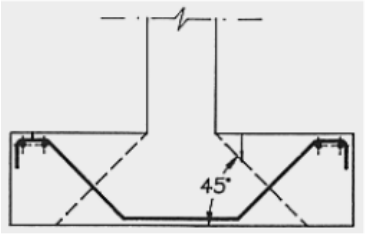


$N_{RD} = 0{,}5 * f_{ctd} * u * d \;\; ; \quad N_{RD} \geq N_{SD}$

$N_{RD} = A_s * f_{yd} * \sqrt{2}/2 \geq N_{SD}$

per il plinto $u = 2*(a+h) + 2*(b+h)$

$N_{SD} = \sigma_t * [A*B - (a+h)*(b+h)]$



Le NTC 2018 stabiliscono che le azioni trasmesse in fondazione derivano dall'analisi del comportamento dell'intera opera, in genere condotta esaminando la sola struttura in elevazione alla quale sono applicate le pertinenti combinazioni delle azioni . Sia per "CDA" sia per "CDB" il dimensionamento delle strutture di fondazione e la verifica di sicurezza del complesso fondazione-terreno devono essere eseguiti assumendo come azione in fondazione, trasmessa dagli elementi soprastanti, una tra le seguenti:

- quella derivante dall'analisi strutturale eseguita ipotizzando comportamento strutturale non dissipativo ;
- quella derivante dalla capacità di resistenza a flessione degli elementi (calcolata per la forza assiale derivante dalla
combinazione delle azioni , congiuntamente al taglio determinato da considerazioni di equilibrio;
- quella trasferita dagli elementi soprastanti nell'ipotesi di comportamento strutturale dissipativo, amplificata di un coefficiente pari a 1,30 in "CDA" e 1,10 in "CDB";

Le strutture delle fondazioni superficiali devono essere progettate per le azioni definite al precedente capoverso, assumendo un comportamento non dissipativo ; non sono quindi necessarie armature specifiche per ottenere un comportamento duttile. Le platee di fondazione in calcestruzzo armato devono avere armature longitudinali, secondo due direzioni ortogonali e per l'intera estensione, in percentuale non inferiore allo 0,1% dell'area della sezione trasversale della platea, sia inferiormente sia superiormente. Le travi di fondazione in calcestruzzo armato devono avere, per l'intera lunghezza, armature longitudinali in percentuale non inferiore allo 0,2% dell'area della sezione trasversale della trave, sia inferiormente sia superiormente.
Se le fondazioni sono realizzate con plinti isolati, in zona sismica vanno collegate con travi , si deve tener conto degli spostamenti relativi , le travi collegamento come per i reticoli vanno dimensionate per le seguenti azioni assiali di trazione e compressione determinando la relativa armatura.

$\pm\ 0{,}2 * N_{sd} * a_{max}/g$ *per il profilo stratigrafico di tipo A*
$\pm\ 0{,}3 * N_{sd} * a_{max}/g$ *per il profilo stratigrafico di tipo B*
$\pm\ 0{,}4 * N_{sd} * a_{max}/g$ *per il profilo stratigrafico di tipo C*
$\pm\ 0{,}6 * N_{sd} * a_{max}/g$ *per il profilo stratigrafico di tipo D*

N_{sd} *valore medio delle forze verticali collegate*
a_{max} *accelerazione orizzontale max attesa al sito*

Per le fondazioni profonde su pali , il carico limite del palo viene determinato in funzione della tipologia di terreno , per carico di punta se vi è un substrato rigido o per attrito laterale : le formule sono quelle usuali della geotecnica, per zona sismica si deve tener conto delle azioni orizzontali derivanti dalla sovrastruttura dal movimento del terreno per cui si modella il palo alla winkler o si tiene conto della interazione dinamica terreno palificata o si utilizza la teoria di Broms di origine nord europea utilizzata per il calcolo e la verifica delle connessioni viti e bulloni per strutture i legno ed applicata alla geotecnica per i pali di fondazione.

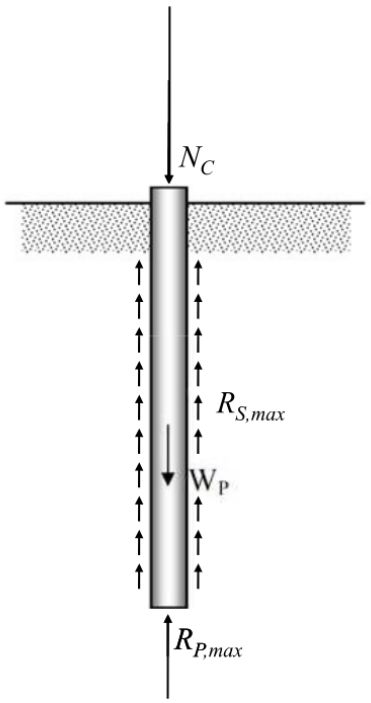
I pali vengono classificati:

$D \leq 30$ cm	*micropali*
$30cm \leq D \leq 80$ cm	*medio diametro*
$D > 80$ cm	*grande diametro*

Pali in cls armato
Pali in acciaio
Pali in legno

Pali trivellati
Pali infissi
Pali ad elica continua

Il carico limite di un palo isolato $R = R_S + R_P$



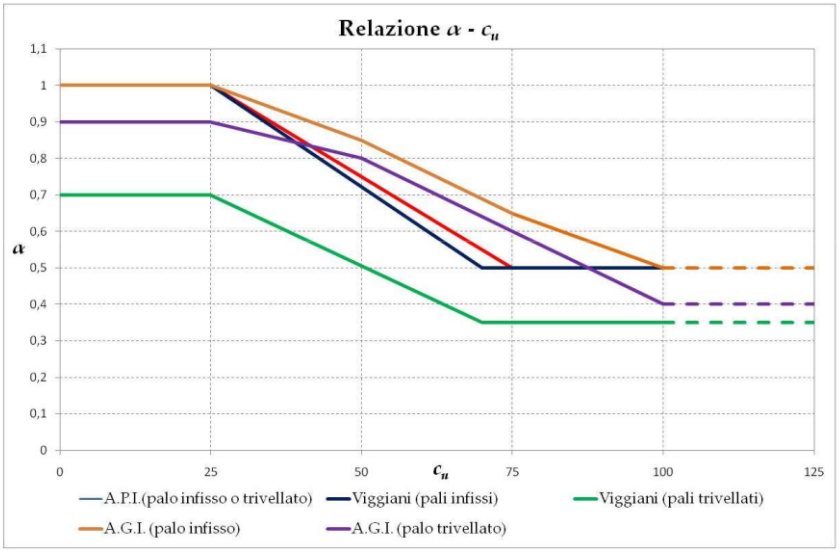
La resistenza laterale R_S *è funzione delle tensioni tangenziali di aderenza sulla superficie laterale.*

La resistenza alla punta R_P funzione delle tensioni di compressione alla base.
La resistenza laterale $R_S = D^* \pi * \int \tau_{ad} * ds = D^* \pi * L^* \tau_{ad}$

La resistenza alla punta $R_P = A_P * (1/2 * D * N\gamma + c * Nc + q * Nq)$

Per quanto concerne la tensione di aderenza

condizioni non drenate la $\tau_{ad} = c_u * \alpha$



in condizioni drenate il terreno è caratterizzato da coesione c e attrito φ la tensione di aderenza è per attrito laterale palo terreno

$\tau_{ad} = \sigma_O * tg\delta = \gamma * h * K * tg\delta$

per pali infissi nel terreno $\beta = K * tg\delta \quad \beta = 0{,}25 \div 0{,}40 \quad = 0{,}30$

per pali trivellati in terreno coesivo $\beta = K_O * tg\phi = 0{,}25$

per pali trivellati in terreno coesivo $\beta = K_O * tg\phi = 0{,}8$

Per la resistenza alla punta R_P

condizioni non drenate $c_U \neq 0 \; ; \varphi = 0$

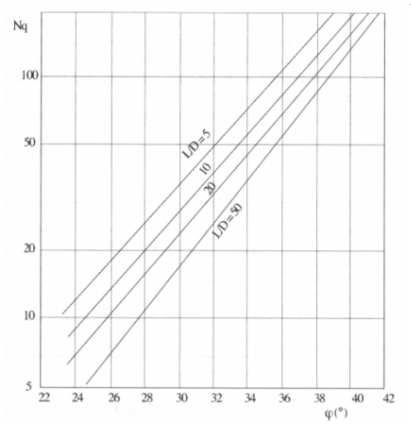
$R_P = A_P * (1/2 * D * N\gamma + c * Nc + q * Nq) = A_P * c * Nc + A_P * \sigma_V = 9 * A_P * c_u$

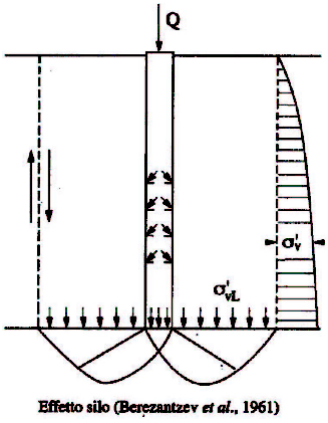
la tensione verticale e il peso del palo si compensano

in condizioni drenate $c \neq 0 \; ; \varphi \neq 0$

$R_P = A_P * (1/2 * D * N\gamma + c * Nc + q * Nq)$

Nγ ; Nc ; Nq riportati nella seguente tabella

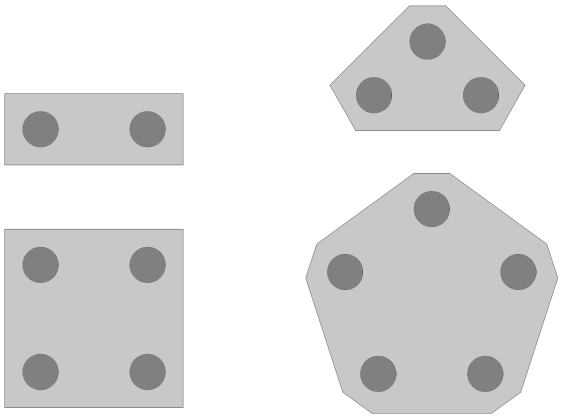




Nc = (Nq -1)/tgφ' *1/2*D*Nγ viene trascurato*

$R_P = A_P * (cNc + qNq)$

non ci addentriamo nella teoria per i pali soggetti ad azioni sismiche orizzontali che tiene conto della interazione dinamica tra terreno e palo che può essere modellato anche la Winkler , argomento di tecnica delle fondazioni che esula da questi appunti ci occupiamo del calcolo dei plinti su pali e platee di fonazione.
Limiti geometrici sui plinti di fondazione su pali :
*Interasse tra i pali i ≥ 3D ; distanza dai bordi d = 2*D*

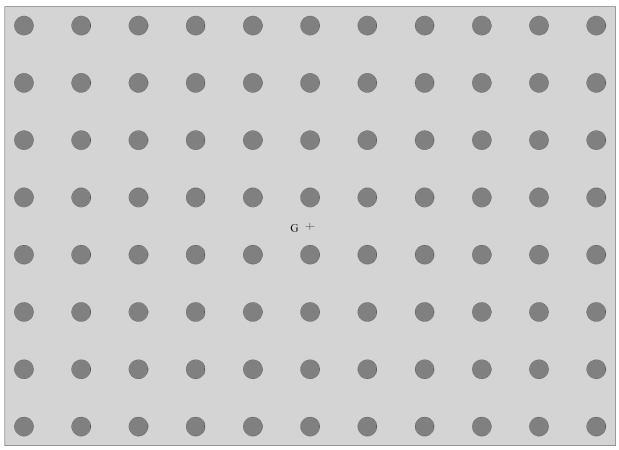


lo sforzo normale in ogni palo dovuto al carico trasmesso dal pilastro quale sforzo normale e flessione lo si determina con le formule usuali a pressoflessione nella ipotesi di plinto rigido per un numero n di pali con uguale diametro

$P_I = N/n \pm M^* a /(n^* a^2)$ *a distanza del baricentro del plinto dal centro del palo*

$P_I = N/n \pm M_X * a_{IX} * / (\sum a_{IX}^2) \pm 0{,}3 * M_Y * a_{IY} * / (\sum a_{IY}^2)$

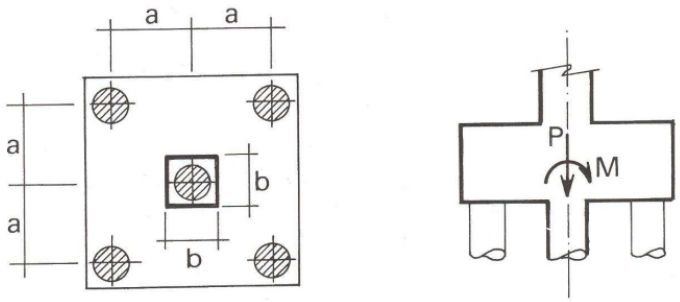
Per una platea di fondazione su pali valgono analoghe considerazioni



Lo sforzo normale in ciascun palo di fondazione

$P_I = N/n \pm M_X * a_{IX} * / (\sum a_{IX}^2) \pm 0{,}3 * M_Y * a_{IY} * / (\sum a_{IY}^2)$

Calcolo di un plinto su 5 pali :



Lo sforzo normale in ciascun palo

$P_I = P/5 \pm M_X * a * / (4a^2) \pm 0{,}3 * M_Y * a * / (\sum 4a^2) = P/5 \pm M_X/(4a) \pm 0{,}3 * M_Y/(4a)$

Per le armature si individua un meccanismo resistente consistente in 2 puntoni diagonali o bielle ed un tirante inferiore:

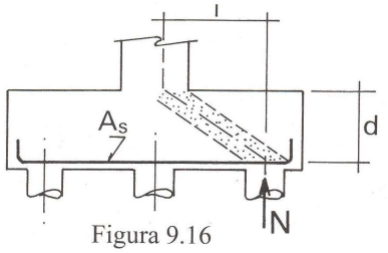
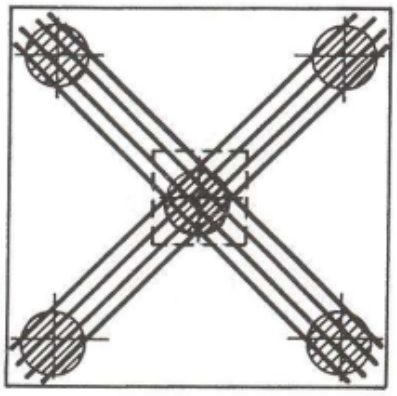


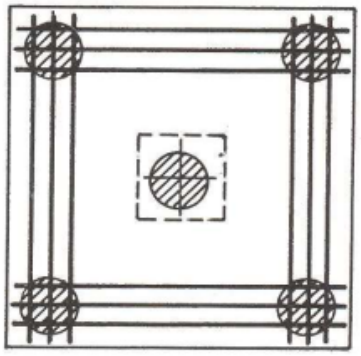
Figura 9.16

La armatura metallica $N_{RSD} = f_{yd} * A_s * / \lambda \geq P_{SD}$ $\lambda = L/d$ *b lato plinto*

Il puntone di cls $N_{RCD} = 0{,}4 * f_{Cd} * d * \sqrt{2} * b/(1+\lambda^2) \geq P_{SD}$

La armature è disposta secondo la diagonale





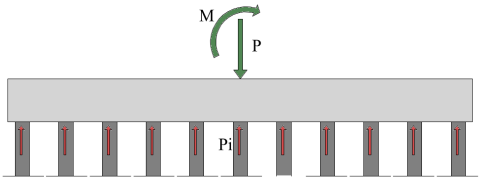
Se la armatura la disponiamo secondo i 4 lati

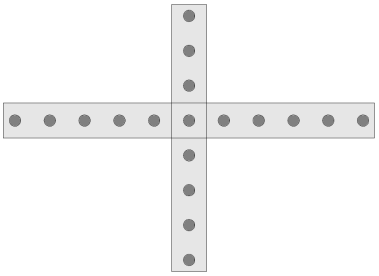
$N_{RSD} = f_{yd} * A_s * \sqrt{2}/\lambda \geq P_{SD}$

Gli sforzi resistenti vanno confrontati con gli sforzi sollecitanti del palo , cha ha due componenti delle quali già teniamo conto

$P_S = P * tg\alpha$; $P_C = P / cos\alpha$; $tg\alpha = \lambda = L/d$ $cos\alpha = 1/(1+tg\alpha)$

Una platea di fondazione può essere calcolata alla Grashof individuando 2 travi centrali ortogonali sollecitate da forze verticali quali lo sforzo nel palo , e dalle azioni complessive trasmesse dal nostro edificio N , M_X , M_Y ,
corrispondenti ai pali applicati :





Nella ipotesi di platea infinitamente rigida lo sforzo che sollecita la trave è pari alla metà di ciascuno sforzo nel palo

$P_I = [N/n \pm M_X * a_{IX} / (\sum a_{IX}^2) \pm 0{,}3 * M_Y * a_{IY} / (\sum a_{IY}^2)]$;

I carichi M e P corrispondono all'equilibrio della trave $M = M_{TOT}/m$ $P_{TOT} = P/m$
m numero di travi in direzione x ed y derivanti dalla discretizzazione alla Grashof .
E' solo un calcolo di massima per un dimensionamento il calcolo effettivo della platea viene eseguito con software FEM con una schematizzazione a piastra elastica di rigidezza $D = E * t^3 / [12 * (1+v^2)]$

12-Lo spettro di risposta e gli stati limite

Le azioni sismiche di progetto, in base alle quali valutare il rispetto dei diversi stati limite considerati, si definiscono a partire dalla "pericolosità sismica di base" del sito di costruzione e sono funzione delle caratteristiche morfologiche e stratigrafiche che determinano la risposta sismica locale. La pericolosità sismica è definita in termini di accelerazione orizzontale massima attesa ***Ag in condizioni di campo libero su sito di riferimento rigido con superficie topografica orizzontale di categoria A , nonché di ordinate dello spettro di risposta elastico in accelerazione ad essa corrispondente Se(T), con riferimento a prefissate probabilità di eccedenza PVR, nel periodo di riferimento VR. In alternativa è ammesso l'uso di accelerogrammi, purché correttamente commisurati alla pericolosità sismica locale dell'area della costruzione.***

Nel periodo di riferimento V_R e per ciascuna delle probabilità di superamento P_{VR} ,su sito di riferimento rigido orizzontale sono definiti i seguenti parametri

- Ag accelerazione orizzontale massima del sito ;
-F_O valore massimo del fattore di amplificazione dello spettro orizzontale
-T^*_C valore di inizio del periodo del tratto dello spettro a velocità costante .

*I valori di Ag; Fo ; T*c sono forniti dalla normativa per ciascun comune italiano e per ogni stato limite così definiti*

-SLO Stato limite di operatività *la costruzione nel suo complesso dopo un evento sismico deve essere agibile ovvero nei suoi elementi strutturali e non strutturali non deve aver subito danni e la si può continuare ad usare*

-SLD Stato limite di danno *a seguito del terremoto la costruzione nel suo complesso, includendo gli elementi strutturali, quelli non strutturali e le apparecchiature rilevanti alla sua funzione, subisce danni tali da non mettere a rischio gli utenti e da non compromettere significativamente la capacità di resistenza e di rigidezza nei confronti delle azioni verticali ed orizzontali, mantenendosi immediatamente utilizzabile pur nell'interruzione d'uso di parte delle apparecchiature.*

- SLV Stato limite di salvaguardia della vita *a seguito del terremoto la costruzione subisce rotture e crolli dei componenti non strutturali ed impiantistici e significativi danni dei componenti strutturali cui si associa una perdita significativa di rigidezza nei confronti delle azioni orizzontali; la costruzione conserva invece una parte della resistenza e rigidezza per azioni verticali e un margine di sicurezza nei confronti del collasso per azioni sismiche orizzontali.*

-SLC Stato limite di collasso *a seguito del terremoto la costruzione subisce gravi rotture e crolli dei componenti non strutturali ed impiantistici e danni molto gravi dei componenti strutturali; la costruzione conserva ancora un margine di sicurezza per azioni verticali ed un esiguo margine di sicurezza nei confronti del collasso per azioni orizzontali.*

La probabilità di superamento per lo stato limite ultimo e di esercizio nel periodo di riferimento Vr

Stato limite	*Probabilità PVr nel periodo Vr*	
Stato limite di esercizio	*SLO*	*81%*
	SLD	*63%*
Stato limite ultimo	*SLV*	*10%*
	SLC	*5%*

Tabella C.3.2.I – *Valori di T_R espressi in funzione di V_R*

Stati Limite		Valori in anni del periodo di ritorno T_R al variare del periodo di riferimento V_R
Stati Limite di Esercizio (SLE)	SLO	(1)30 anni$\leq T_R = 0{,}60 \cdot V_R$
	SLD	$T_R = V_R$
Stati Limite Ultimi (SLU)	SLV	$T_R = 9{,}50 \cdot V_R$
	SLC	$T_R = 19{,}50 \cdot V_R \leq$ 2475 anni (1)

(1) I limiti inferiore e superiore di T_R fissati nell'allegato A al Decreto del Ministro delle Infrastrutture 14 gennaio 2008 pubblicato nel S.O. alla Gazzetta ufficiale del 4 febbraio 2008 ed eventuali successivi aggiornamenti sono dovuti all'*intervallo di riferimento* della pericolosità sismica oggi disponibile; per opere speciali possono considerarsi azioni sismiche riferite a T_R più elevati.

Vr = 50 anni

-Categorie di sottosuolo e coefficiente topografico

-Condizioni topografiche

Viene definito un coefficiente $S=S_T*S_s$ funzione della categoria del sottosuolo e delle condizioni topografiche

Tab. 3.2.III – *Categorie topografiche*

Categoria	Caratteristiche della superficie topografica
T1	Superficie pianeggiante, pendii e rilievi isolati con inclinazione media i ≤ 15°
T2	Pendii con inclinazione media i > 15°
T3	Rilievi con larghezza in cresta molto minore che alla base e inclinazione media 15° ≤ i ≤ 30°
T4	Rilievi con larghezza in cresta molto minore che alla base e inclinazione media i > 30°

Le su esposte categorie topografiche si riferiscono a configurazioni geometriche prevalentemente bidimensionali, creste o dorsali allungate, e devono essere considerate nella definizione dell'azione sismica se di altezza maggiore di 30 m.

Categoria	S_T
T1	*1*
T2	*1,2*
T3	*1,2*
T4	*1,4*

Categorie di sottosuolo

Tab. 3.2.II – *Categorie di sottosuolo che permettono l'utilizzo dell'approccio semplificato.*

Categoria	Descrizione
A	*Ammassi rocciosi affioranti o terreni molto rigidi* caratterizzati da valori di velocità delle onde di taglio superiori a 800 m/s, eventualmente comprendenti in superficie terreni di caratteristiche meccaniche più scadenti con spessore massimo pari a 3 m.
B	*Rocce tenere e depositi di terreni a grana grossa molto addensati o terreni a grana fina molto consistenti,* caratterizzati da un miglioramento delle proprietà meccaniche con la profondità e da valori di velocità equivalente compresi tra 360 m/s e 800 m/s.
C	*Depositi di terreni a grana grossa mediamente addensati o terreni a grana fina mediamente consistenti* con profondità del substrato superiori a 30 m, caratterizzati da un miglioramento delle proprietà meccaniche con la profondità e da valori di velocità equivalente compresi tra 180 m/s e 360 m/s.
D	*Depositi di terreni a grana grossa scarsamente addensati o di terreni a grana fina scarsamente consistenti,* con profondità del substrato superiori a 30 m, caratterizzati da un miglioramento delle proprietà meccaniche con la profondità e da valori di velocità equivalente compresi tra 100 e 180 m/s.
E	*Terreni con caratteristiche e valori di velocità equivalente riconducibili a quelle definite per le categorie C o D,* con profondità del substrato non superiore a 30 m.

La classificazione del sottosuolo viene definita in base alla velocità di propagazione delle onde di taglio Vs da determinare in base a prove eseguite sul terreno utilizzando delle apposite apparecchiature quali i geofoni. Per un terreno composto da più strati si può determinare una velocità delle onde di taglio equivalente

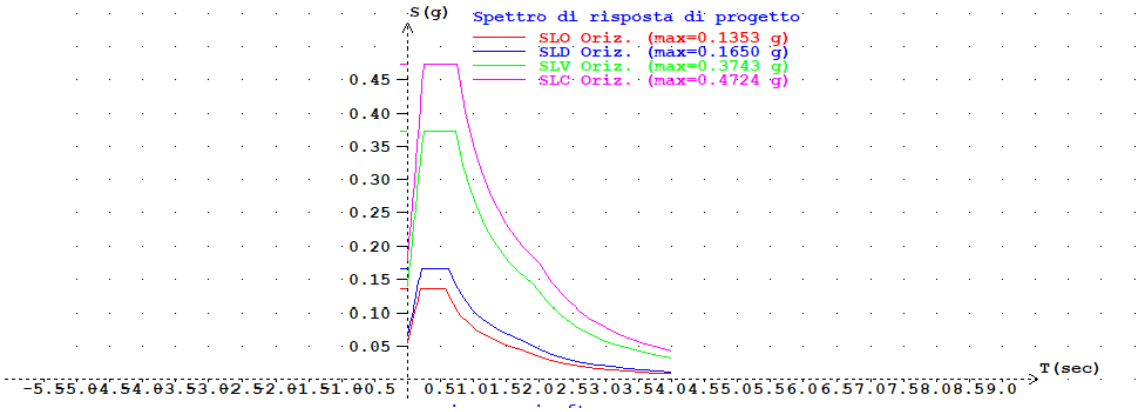
$V_{Seq} = H/[\sum h_i/V_{si}]$ *la sommatoria è estesa da 1 a N*

N numero degli strati
H_i *altezza spessore del singolo strato*
V_{si} *velocità delle onde nello strato i-mo*
H profondità del substrato rigido costituito da roccia al quale corrisponde una velocità dell'onda di taglio pari a 800m/sec

Se lo strato di roccia si trova ad una profondità superiore a 30m la velocità è riferita sino a tale profondità ovvero sui assume $H \leq 30m$ *;*

-Spettro di risposta elastico per accelerazioni orizzontali

E' uno spettro di risposta elastico determinato per il comune di Castel di Sangro per un edificio a media duttilità regolare sia in pianta che in altezza con valori del fattore di comportamento q= 1 per un suolo di categoria B e condizione topografica T_1 *;*



Parametri di pericolosità sismica

	ag (g/10)	F0 (adim)	TC*(sec)
SLO	0.76281872	2.36183821	0.28000000
SLD	1.00236806	2.33241531	0.28303510
SLV	2.63146244	2.31480297	0.35000000
SLC	3.36711969	2.35631747	0.37000000

Le formule che definiscono lo spettro di risposta

$0 \leq T < T_B$ $\quad Se(T) = Ag*S*\eta*Fo*[T/T_B + 1/(\eta*Fo)*(1-T/T_B)]$

$T_B \leq T < T_C$ $\quad Se(T)=Ag*S*\eta*Fo$ $\quad$ ***tratto orizzontale***

$T_C \leq T < T_D$ $\quad Se(T) = Ag*S*\eta*Fo*(T_C/T)$

$T_D \leq T$ $\quad Se(T) = Ag*S*\eta*Fo*(T_C*T_D/T^2)$

S è il coefficiente che tiene conto delle condizioni topografiche e della categoria del sottosuolo $S = S = S_T * S_s$

$T_C = (T_C^*) * C_C$ $\quad C_C$ *è un coefficiente che tiene conto della categoria del terreno*

Tab. 3.2.IV – *Espressioni di* S_S *e di* C_C

Categoria sottosuolo	S_S	C_C
A	1,00	1,00
B	$1,00 \leq 1,40 - 0,40 \cdot F_o \cdot \frac{a_g}{g} \leq 1,20$	$1,10 \cdot (T_C^*)^{-0,20}$
C	$1,00 \leq 1,70 - 0,60 \cdot F_o \cdot \frac{a_g}{g} \leq 1,50$	$1,05 \cdot (T_C^*)^{-0,33}$
D	$0,90 \leq 2,40 - 1,50 \cdot F_o \cdot \frac{a_g}{g} \leq 1,80$	$1,25 \cdot (T_C^*)^{-0,50}$

E	$1{,}00 \le 2{,}00 - 1{,}10 \cdot F_o \cdot \frac{a_g}{g} \le 1{,}60$	$1{,}15 \cdot (T_C^*)^{-0{,}40}$

Tab. 3.2.V – *Valori massimi del coefficiente di amplificazione topografica* S_T

Categoria topografica	Ubicazione dell'opera o dell'intervento	S_T
T1	-	1,0
T2	In corrispondenza della sommità del pendio	1,2
T3	In corrispondenza della cresta di un rilievo con pendenza media minore o uguale a 30°	1,2
T4	In corrispondenza della cresta di un rilievo con pendenza media maggiore di 30°	1,4

$T_B = T_C/3$; $T_D = 4*Ag/g + 1{,}6$;

η è il fattore che altera lo spettro elastico per coefficienti di smorzamento viscoso convenzionale ζ diversi dal 5% mediante la relazione

$\eta = [10/(5+\zeta)]^{1/2} \ge 0{,}55$

Lo spettro di risposta da utilizzare nei calcoli strutturali viene diviso da un fattore di comportamento q il coefficiente di struttura funzione della tipologia strutturale e del materiale utilizzato nonché di un coefficiente K che tiene conto delle regolarità strutturale ;

$Sd(T) = Se(T)/q_{lim}$; $q_{lim} = Qo*Kr$

Kr = 0,8 per edifici irregolari in altezza ; Kr= 1 per edifici regolari in altezza

Tab. 7.3.II – *Valori massimi del valore di base* q_0 *del fattore di comportamento allo SLV per diverse tecniche costruttive ed in funzione della tipologia strutturale e della classe di duttilità CD*

	q_0	
Tipologia strutturale	CD"A"	CD"B"
Costruzioni di calcestruzzo (§ 7.4.3.2)		
Strutture a telaio, a pareti accoppiate, miste (v. § 7.4.3.1)	4,5 α_u/α_1	3,0 α_u/α_1
Strutture a pareti non accoppiate (v. § 7.4.3.1)	4,0 α_u/α_1	3,0
Strutture deformabili torsionalmente (v. § 7.4.3.1)	3,0	2,0
Strutture a pendolo inverso (v. § 7.4.3.1)	2,0	1,5
Strutture a pendolo inverso intelaiate monopiano (v. § 7.4.3.1)	3,5	2,5
Costruzioni con struttura prefabbricata (§ 7.4.5.1)		
Strutture a pannelli	4,0 α_u/α_1	3,0
Strutture monolitiche a cella	3,0	2,0

Per strutture regolari in pianta in c.a.

-Strutture a telaio 1 piano $\alpha_U/\alpha_1=1{,}1$

-Strutture a telaio con più piani ed una sola campata $\alpha_U/\alpha_1=1{,}2$

-Strutture a telaio con più piani e più campate $\alpha_U/\alpha_1=1{,}3$

-Strutture con sole due pareti accoppiate in ogni direzione orizzontale $\alpha_U/\alpha_1=1$

-Altre strutture a pareti non accoppiate $\alpha_U/\alpha_1=1{,}1$

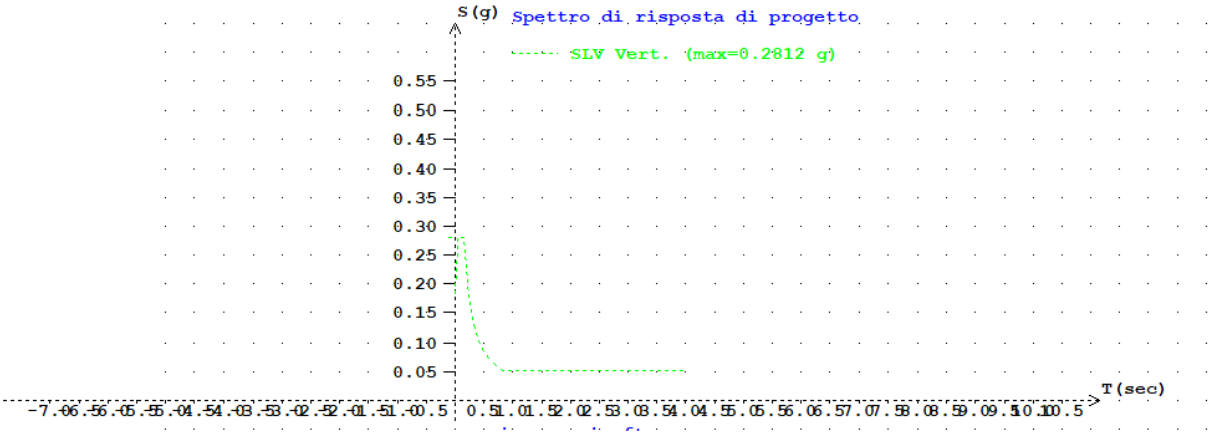
-Strutture a pareti accoppiate o miste equivalenti a pareti $\alpha_U/\alpha_1=1{,}2$

Sisma verticale

Le normative degli anni scorsi imponevano di considerare l'azione sismica verticale sulle strutture a sbalzo sugli elementi spingenti amplificando il carico verticale di circa il 40% Q = 1,4(g+p) ; Q = 0,6(g+p) ; le norme attuali impongono di considerare il sisma verticale*

"La componente verticale deve essere considerata anche in presenza di elementi pressoché orizzontali con luce superiore a 20 m, elementi precompressi (con l'esclusione dei solai di luce inferiore a 8 m), elementi a mensola di luce superiore a 4 m, strutture di tipo spingente, pilastri in falso, edifici con piani sospesi, ponti, e costruzioni con isolamento quando la componente verticale deve essere messa in conto nei casi previsti in § 7.2.2 e, in ogni caso, quando il rapporto tra la rigidezza verticale del sistema di isolamento Kv e la rigidezza equivalente orizzontale K_{esi} risulti inferiore a 800. In tali casi si avrà cura che la massa eccitata dai modi in direzione verticale considerati nell'analisi sia significativa. > 85% "

Il fattore di comportamento q va assunto pari ad 1,5, riportiamo di seguito uno spettro di risposta elastico con q = 1,5 per azioni sismiche verticali per il comune di Castel di Sangro allo Stato limite di salvaguardia della vita SLV



$0 \leq T < T_B$ $\quad Se(T) = Ag*S*\eta*Fv\ *[T/T_B + 1/(\eta*Fo)*(1-T/T_B)]$

$T_B \leq T < T_C$ $\quad Se(T)=Ag*S*\eta*Fv$ $\quad$ ***tratto orizzontale***

$T_C \leq T < T_D$ $\quad Se(T) = Ag*S*\eta*Fv\ *(T_C/T)$

$T_D \leq T$ $\quad Se(T) = Ag*S*\eta*Fv\ *(T_C*T_D/T^2)$

$Fv = 1,35*Fo*\sqrt{(Ag/g)}$

Tab. 3.2.VI - *Valori dei parametri dello spettro di risposta elastico della componente verticale*

Categoria di sottosuolo	S_S	T_B	T_C	T_D
A, B, C, D, E	1,0	0,05 s	0,15 s	1,0 s

13- Analisi strutturale

Per gli edifici in cemento armato si possono eseguire differenti tipi di analisi:

- Statica lineare
- Dinamica lineare
- Statica non lineare
- Dinamica non lineare

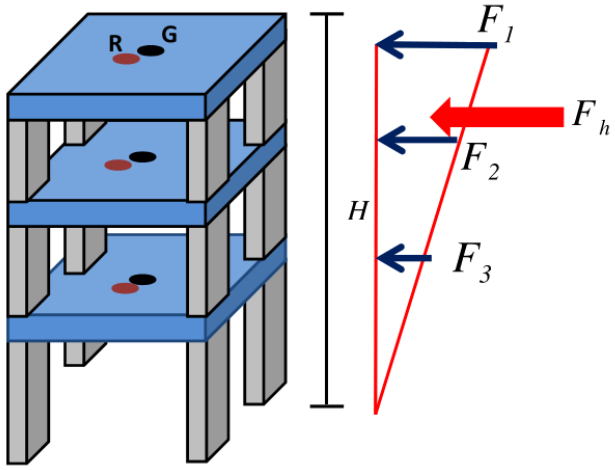
***La analisi statica lineare** oggi non più usata consiste nell'applicare al nostro edificio delle forze sismiche statiche determinate attraverso la seguente formula , di solito seguono una legge di variazione triangolare*

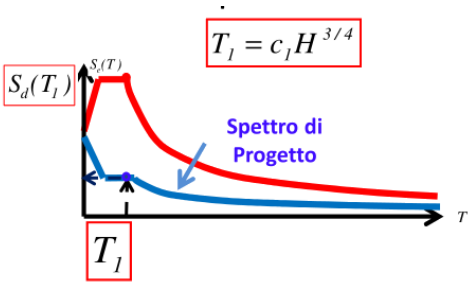
$F_h = \lambda * Sd(T)/g * W_i * H_i / \sum(W_i * H_i)$ *forza in Newton*

H_i *altezza dell'impalcato i- mo dal piano di fondazione*

W_i *peso sismico impalcato i-mo in kg*

Sd(T) accelerazione sismica corrispondente al primo periodo di vibrazione T





da determinare con un analisi modale o con una formula delle NTC

$T = 2 * \sqrt{d}$ *spostamemto laterale del punto più alto dell'edificio*

La analisi statica lineare viene utilizzata per edifici regolari in pianta e in altezza nei quali non si hanno effetti torsionali ed è possibile modellare la struttura a treno di telaio in direzione X e Y , aggiungendo momenti torcenti $M = F * e$ $e = \pm 0{,}05$ *nelle due direzioni . Deve inoltre essere rispettata la condizione* $T < (2{,}5\ T_C ; T_D)$

La analisi dinamica lineare

L'analisi lineare dinamica consiste:
-nella determinazione dei modi di vibrare della costruzione (analisi modale);
-nel calcolo degli effetti dell'azione sismica, rappresentata dallo spettro di risposta di progetto, per ciascuno dei modi di vibrare individuati;
-nella combinazione di questi effetti.
Devono essere considerati tutti i modi con massa partecipante significativa. È opportuno a tal riguardo considerare tutti i modi con massa partecipante superiore al 5% e un numero di modi la cui massa partecipante totale sia superiore allo 85%.
Per la combinazione degli effetti relativi ai singoli modi deve essere utilizzata una combinazione quadratica completa degli effetti relativi a ciascun modo, quale quella indicata nell'espressione :

Combinazione CQC $E = [\sum_i \sum_j (E_I * E_J * \rho_{IJ})]^{1/2}$

E_I *valore dell'effetto relativo al modo i ;* E_J *valore dell'effetto relativo al modo j ;*

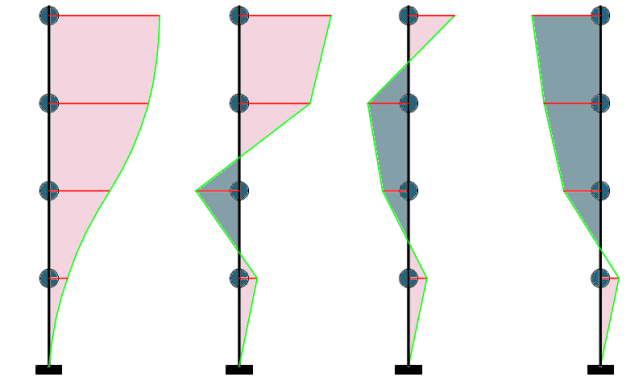
ρ_{IJ} *coefficiente di correlazione tra il modo i e il modo j*

$$\rho_{IJ} = [8*\sqrt{(\xi_I*\xi_J)}*(\beta_{IJ}*\xi_I*\xi_J)*\beta_{IJ}^{3/2}]/[(1-\beta_{IJ}^2)+4*\xi_I*\xi_J*\beta_{IJ}(1+\beta_{IJ}^2)+4*(\xi_I^2+\xi_J^2)*\beta_{IJ}^2]$$

ξ_I *smorzamento al modo i ;* ξ_J *smorzamento al modo j ;*

β_{IJ} *rapporto tra l'inverso dei periodi corrispondenti ai modo i e j* $\beta_{IJ} = T_J/T_I$

per una struttura a 4 impalcati riportiamo i modi di vibrare



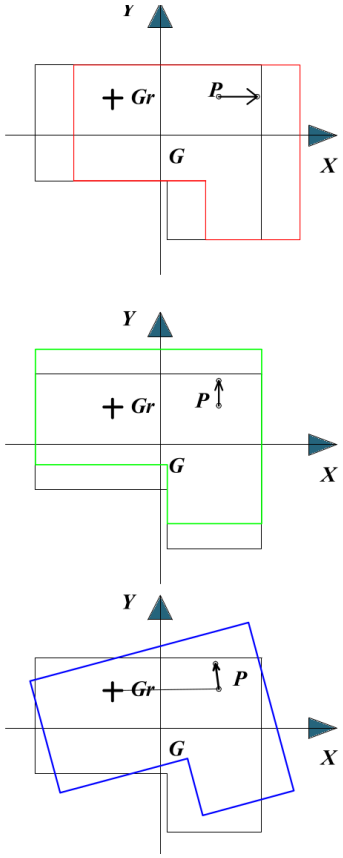
La modellazione del nostro edificio prevede impalcati rigidi assialmente in grado di ripartire le forze sismiche ovvero le azioni dinamiche tra i singoli elementi strutturali telai , pareti e nuclei , ad ogni piano si associano tre gradi di libertà , 2 traslazioni secondo gli assi e una rotazione intorno al baricentro delle rigidezze

-spostamento in direzione X
-spostamento in direzione Y
-rotazione θ
per un edificio ad n impalcati 3n gradi di libertà se n= 10 30 gradi di libertà

Le coordinate del baricentro delle rigidezze

$X_{GR} = (\sum K_{XI} * Y_I) / \sum K_{XI}$; $Y_{GR} = (\sum K_{YI} * X_I) / \sum K_{YI}$;

La rotazione avviene intorno al baricentro delle rigidezze che coincide con il baricentro delle masse soltanto quando vi è simmetria nelle rigidezze; il baricentro delle masse dove sono applicate le azioni sismiche viene fatto coincidere con il baricentro geometrico dell'impalcato ed in esso assumiamo l'origine del sistema di riferimento



Lo spostamento δ del punto P ha due componenti , direzione X ed Y

$\delta x = u + d*\theta * \sin\alpha$; $\delta y = v + d*\theta * \cos\alpha$;

u traslazione secondo X

v traslazione secondo Y

θ rotazione intorno al baricentro delle rigidezze

d distanza del punto P dal baricentro delle rigidezze

α angolo che il segmento $G_R P$ forma con l'asse X $d*\sin\alpha = d_X$; $d*\cos\alpha = d_y$;
$\delta x = u - d_Y * \theta$; $\delta y = v + d_X * \theta$;

Se l'origine del sistema di riferimento è nel baricentro delle rigidezze

$\delta x = u + Y_P * \theta$; $\delta y = v + X_P * \theta$;

L'equazione di equilibrio dinamico si un telaio spaziale ad un piano è molto semplice

$m * u'' + c*u' + k_X * u = S_X$ *direzione X*

$m * v'' + c*v' + k_Y * v = S_Y$ *direzione Y*
rotazione intorno al baricentro delle rigidezze

$I * \theta'' + c*\theta' + k_T * \theta = S_T$
I momento di inerzia rotazionale della massa rispetto al baricentro delle rigidezze

$I = m * \int (X^2 + Y^2) dA$
$k_T = \sum (Y_i * k_{XI} + X_i * k_{YI})$;

anche c è una viscosità torsionale $C_T = \sum (Y_i * C_{XI} + X_i * C_{YI})$
rigidezza torsionale calcolata rispetto al baricentro delle rigidezze

S_T *accelerazione torsionale* $S(T)*d$ *; di distanza di G da* G_R

In questa maniera l'analisi dinamica del telaio viene eseguita separatamente nelle due direzioni ed alla rotazione. Passare da un telaio spaziale monopiano ad un edificio multipiano con 4 impalcati è abbastanza semplice nella ipotesi che non vi sia variazione di rigidezza in altezza e che i baricentri delle rigidezze siano allineati tutti lungo un asse verticale che definisce l'asse di rotazione del nostro edificio.

Direzione X

$m_1 * X''_1 + c_{11} * X_1' + K_{11} * X_1 + c_{12} * X_1' + K_{12} * X_2 = S_X$
$m_2 * X''_2 + c_{21} * X_1' + K_{21} * X_1 + c_{22} * X_2' + K_{22} * X_2 + c_{23} * X_3' + K_{23} * X_3 = S_X$
$m_3 * X''_3 + c_{32} X_2 + K_{32} * X_2 + c_{33} X_3' + K_{33} * X_3 + c_{34} X_4' + K_{34} * X_4 = S_X$
$m_4 * X''_4 + c_{43} X_4' + K_{43} * X_3 + c_{44} X_4' + K_{44} * X_4 = S_X$

Direzione Y

$m_1 * Y''_1 + c_{11} * Y_1' + K_{11} * Y_1 + c_{12} * Y_1' + K_{12} * Y_2 = S_Y$
$m_2 * Y''_2 + c_{21} * Y_1' + K_{21} * Y_1 + c_{22} * Y_2' + K_{22} * Y_2 + c_{23} * Y_3' + K_{23} * Y_3 = S_Y$

$m_3 * Y''_3 + c_{32} Y_2 + K_{32} * Y_2 + c_{33} Y_3' + K_{33} * Y_3 + c_{34} Y_4' + K_{34} * Y_4 = S_Y$
$m_4 * Y''_4 + c_{43} Y_4' + K_{43} * Y_3 + c_{44} Y_4' + K_{44} * Y_4 = S_Y$

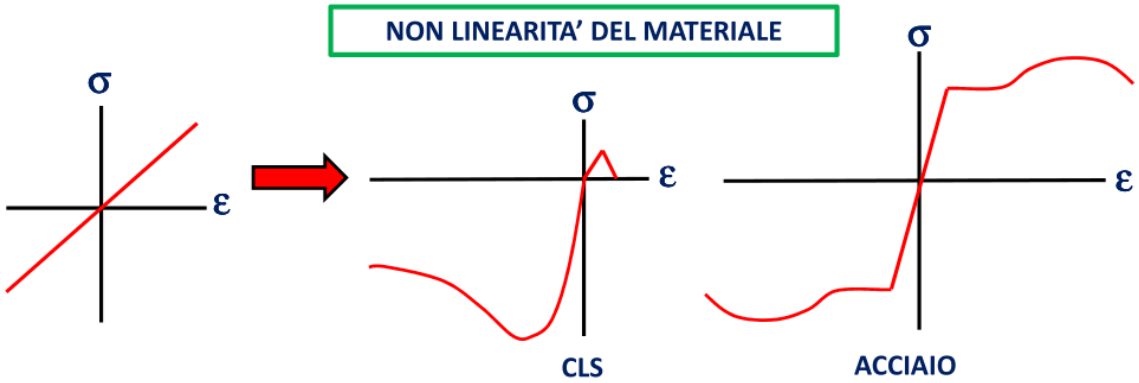
Rotazione intorno asse verticale passante per G_R

$I_1 * \theta''_1 + c_{11} * \theta_1' + K_{11} * \theta_1 + c_{12} * \theta_1' + K_{12} * \theta_2 = S_X * Y_G + S_Y * X_G$
$I_2 * \theta''_2 + c_{21} * \theta_1' + K_{21} * \theta_1 + c_{22} * \theta_2' + K_{22} * Y_2 + c_{23} * \theta_3' + K_{23} * \theta_3 = S_X * Y_G + S_Y * X_G$
$I_3 * \theta''_3 + c_{32} * \theta_2 + K_{32} * \theta_2 + c_{33} \theta_3' + K_{33} * \theta_3 + c_{34} \theta_4' + K_{34} * \theta_4 = S_X * Y_G + S_Y * X_G$
$I_4 * \theta''_4 + c_{43} * \theta_4' + K_{43} * \theta_3 + c_{44} \theta_4' + K_{44} * \theta_4 = S_X * Y_G + S_Y * X_G$

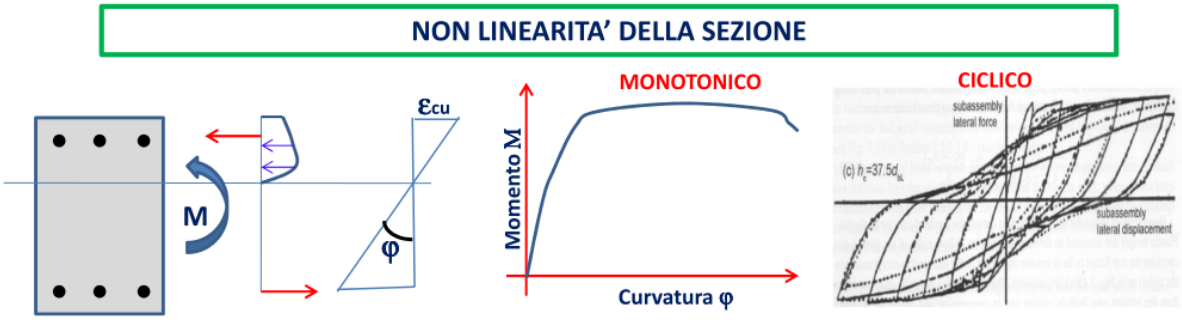
L'analisi dinamica può essere estesa anche ad edifici multipiano irregolari in altezza dove i baricentri delle rigidezze non sono allineati per i quali vanno introdotti dei momenti di inerzia torsionali dovuti al disallineamento dei baricentri.

- Analisi Statica non lineare

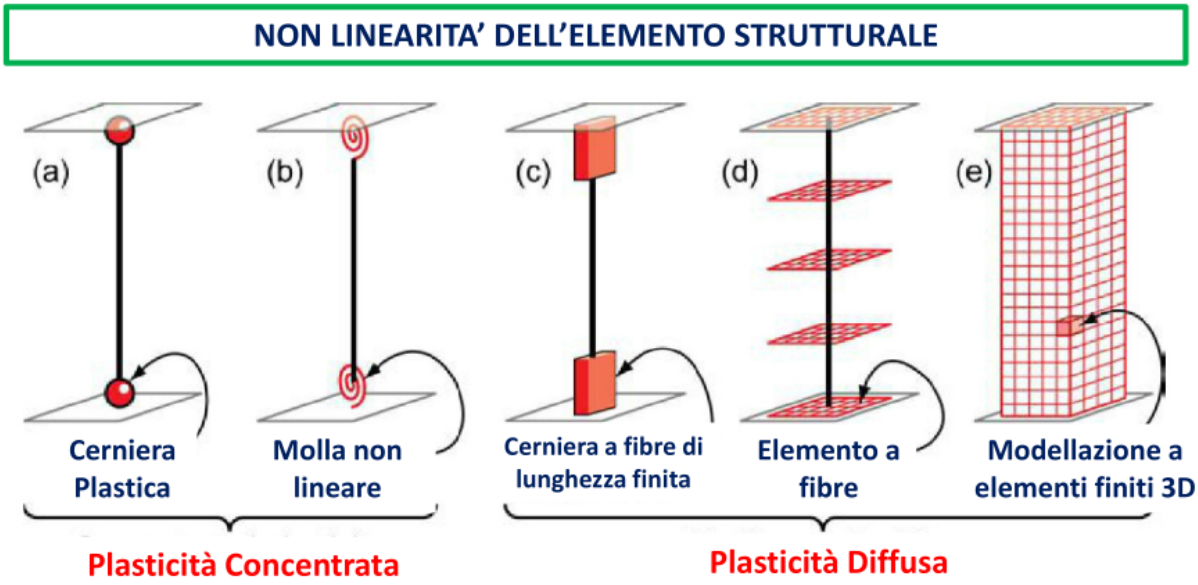
Una analisi non lineare deve necessariamente tener conto della non linearità del materiale , della sezione e dell'elemento strutturale ;
La non linearità del materiale *è conseguente alla rimozione della ipotesi di elasticità lineare con diagramma tensione deformazione curvilineo*



La non linearità delle sezione tiene conto della parzializzazione della sezione e conseguente variazione di rigidezza , della curvatura e tensio-steffening



La non linearità dell'elemento strutturale *, tiene conto della eventuale formazione di cerniere plastiche*



La analisi statica non lineare su un telaio ad n impalcati viene eseguita applicando un sistema di forze orizzontali statiche proporzionali alle masse di ciascun impalcato, o alla prima deformata modale che vengono fatte crescere in modo proporzionale fino a portare il telaio attraverso la formazione di cerniere plastiche e quindi di un cinematismo al crollo della struttura rilevando la curva forza spostamento. L'obiettivo di questa analisi chiamata comunemente Pushover è la valutazione della duttilità della struttura e la coerenza del fattore di struttura q assunto nei calcoli; solitamente viene utilizzata per edifici esistenti al fine di determinare l'accelerazione sismica Ag che l 'edificio è in grado di sopportare senza rompersi e stabilire se eseguire un adeguamento strutturale sismico. L'analisi di Pushover prevede i seguenti passi:

-Analisi per la definizione del legame forza-spostamento generalizzato tra risultante delle forze applicate e spostamento di un punto di controllo del sistema (costruzione della curva di capacità);

-Determinazione delle caratteristiche di un sistema SDOF a comportamento bi-lineare equivalente;

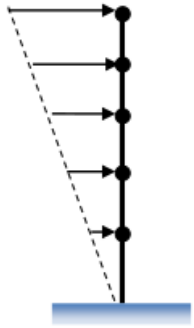
-Determinazione della risposta massima in spostamento del sistema equivalente con utilizzo dello spettro di risposta;

-Conversione dello spostamento del sistema equivalente nella configurazione deformata della struttura e verifica (confronto con la curva di domanda).

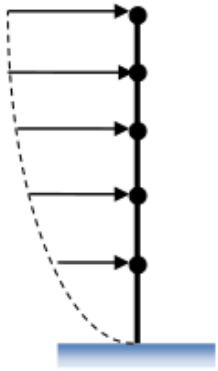
Per le forze si devono utilizzare almeno 2 distribuzioni di forze ricadenti nei due gruppi principali

Gruppo 1 *– Distribuzioni principali:*

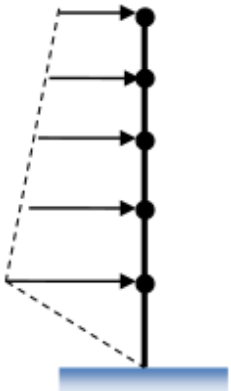
a) distribuzione proporzionale alle forze statiche , applicabile solo se il modo di vibrare fondamentale nella direzione considerata ha una partecipazione di massa non inferiore al 75% ed a condizione di utilizzare come seconda distribuzione la 2a);



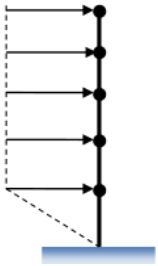
b) distribuzione corrispondente ad una distribuzione di accelerazioni proporzionale alla forma del modo di vibrare, applicabile solo se il modo di vibrare fondamentale nella direzione considerata ha una partecipazione di massa non inferiore al 75%;



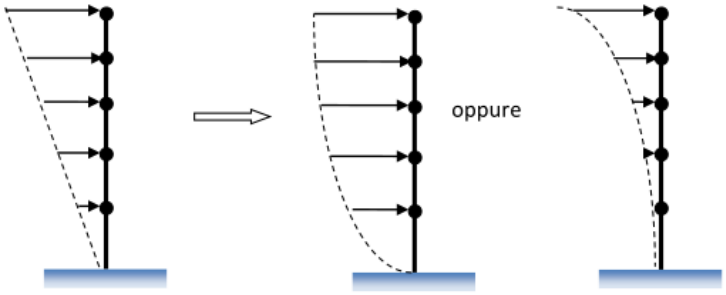
c) distribuzione corrispondente alla distribuzione dei tagli di piano calcolati in un'analisi dinamica lineare, applicabile solo se il periodo fondamentale della struttura è superiore a Tc.



Gruppo 2 *– Distribuzioni secondarie:*
a) distribuzione uniforme di forze, da intendersi come derivata da una distribuzione uniforme di accelerazioni lungo l'altezza della costruzione; da utilizzare congiuntamente alla prima distribuzione del gruppo 1

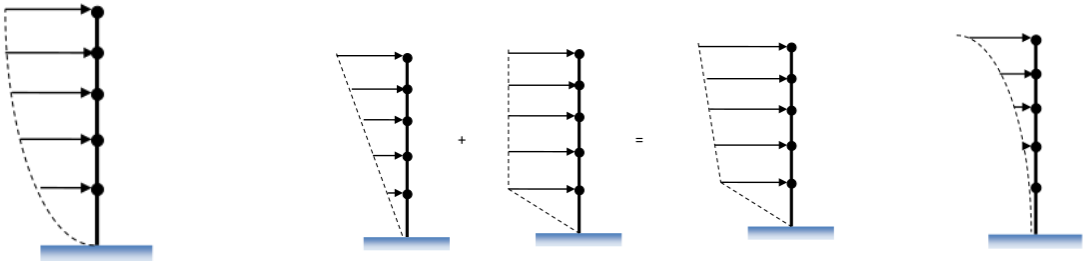


b) distribuzione adattiva, che cambia al crescere dello spostamento del punto di controllo in funzione della plasticizzazione della struttura.



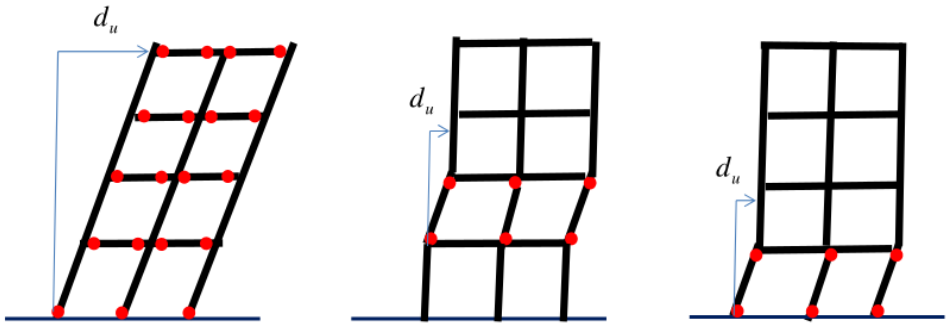
E' quella per la quale viene utilizzato il termine "evolutivo". Il concetto base di "distribuzione adattativa" risiede nel fatto che, ad ogni passo di carico successivo, viene aggiornata la matrice di rigidezza K e, conseguentemente, si possono ricalcolare le pulsazioni ω_i *e la distribuzione di accelerazioni associate al primo modo* a_1 *.Ad ogni passo viene così aggiornata la distribuzione di forze, resa dipendente, tramite le accelerazioni di piano, agli spostamenti coincidenti con* a_1*. Ad esempio, se si plasticizzano prevalentemente le sezioni di un piano, la rigidezza di quel piano si abbatte più di quella degli altri piani; conseguentemente si avrà una maggiore deformabilità e dunque maggiori spostamenti localizzati a quel piano.*

Altre possibili distribuzione di forze :



Parabolica verso l'esterno ; parabolica verso l'interno; sovrapposizione di distribuzioni.

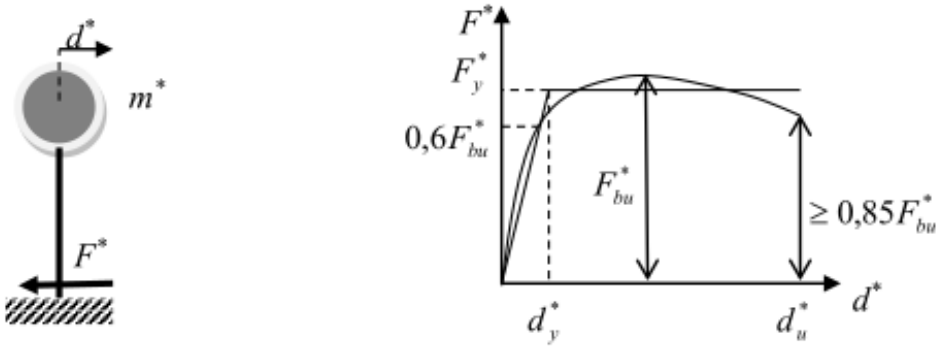
Il sistema strutturale reale viene associato ad un sistema ad un grado di libertà quale un oscillatore semplice ; le forze vengono fatte crescere in modo proporzionale determinando il meccanismo di collasso della nostra struttura che ci da una idea della duttilità strutturale globale



MECCANISMO AD ALTA DUTTILITA' (RISPETTO GDR)

MECCANISMI A BASSA DUTTILITA' (NO GDR)

Si individua un punto di controllo che può essere un punto alla quota dell'ultimo impalcato o a 2/3 dell'altezza e si costruisce il diagramma ***Tagliante -Spostamento*** *F*;d**

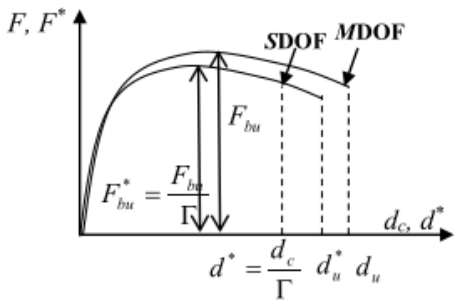


La forza F è legata al tagliante applicato sulla struttura reale F_b ; mentre lo spostamento d* è legato allo spostamento d_C della struttura reale*

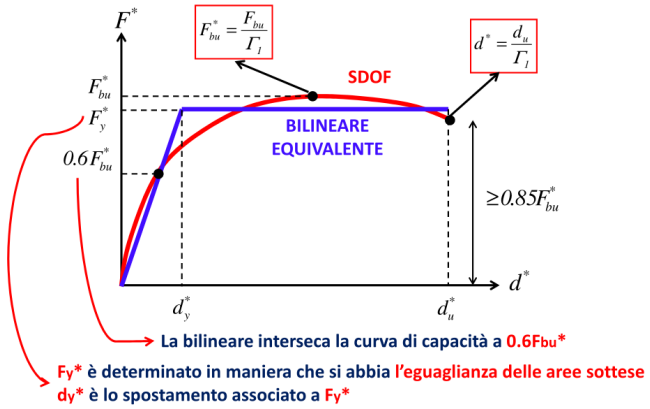
$F^* = F_b / \Gamma$; $d^* = d_b / \Gamma$; dove Γ è il fattore di partecipazione modale

$\Gamma = (\Phi^T * M\tau)/(\Phi^T * M\varphi)$;

Possiamo riportare la sovrapposizione tra le due curve F-d* ;F_b-d_C ;*



Alla curva di capacità del sistema equivalente , bisogna sostituire una curva bilineare equivalente con un primo tratto elastico ed un secondo plastico orizzontale , indicata con $F^*_{bu} = F_{bu}/\Gamma$ *la forza max del sistema equivalente ,si individua un diagramma elastoplastico ideale con valore di* $F^*_Y = 0{,}6 * F^*_{bu}$ *e lunghezza del tratto orizzontale ottenuta dalla eguaglianza delle due aree corrispondente ad una riduzione di resistenza di 0,15* F*bu ed allo spostamento d**



Il periodo del sistema elastico bilineare $T^* = 2\pi^*\sqrt{(m^*/k^*)}$ *dove*

k è la rigidezza del tratto lineare mentre* $m^* = \Phi^T * M\tau$

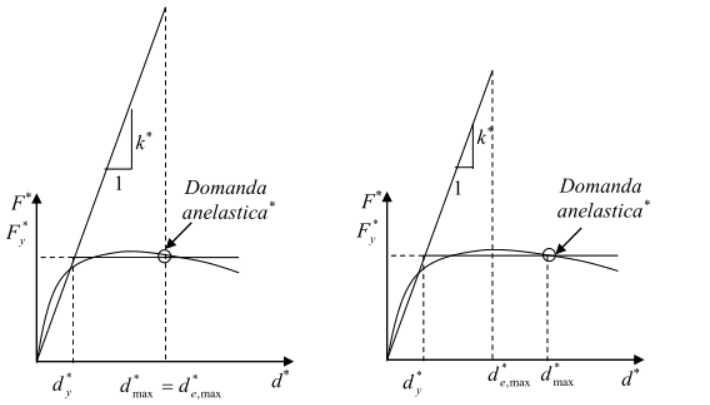
Se risulta $T^* \geq T_C$ *la domanda in spostamento del sistema anelastico è assunta pari a quella di un sistema elastico di pari periodo* $d^*_{MAX} = d^*_{eMAX} = S_{De}(T)$

Se $T^* < T_C$ *la domanda in spostamento del sistema elastico è minore di quella di un sistema elastico di pari periodo*

$d^*_{MAX} = d^*_{eMAX}/q^*[1+(q^*-1)*T_C/T^*] \geq d^*_{eMAX}$ *dove* $q^* = S_e(T^*)m^*/F^*_Y$

è il rapporto tra la forza elastica e la forza di snervamento ;

IF $q^* \leq 1$ *THEN* $d^*_{MAX} = d^*_{eMAX}$



Gli effetti torsionali accidentali sono considerati nel modo previsto dalle NTC.
Una volta trovata la domanda in spostamento per lo stato limite in esame si verifica che sia e si procede alla verifica della compatibilità degli spostamenti per gli elementi/meccanismi duttili e delle resistenze per gli elementi/meccanismi fragili.

$$d^*_{max} \leq d^*_u$$

L'analisi non lineare statica condotta nei modi previsti dalle NTC può sottostimare significativamente le deformazioni sui lati più rigidi e resistenti di strutture flessibili torsionalmente, cioè strutture in cui il modo di vibrare torsionale abbia un periodo superiore ad almeno uno dei modi di vibrare principali traslazionali. Per tener conto di questo effetto, tra le distribuzioni secondarie delle forze occorre scegliere la distribuzione adattativa. L'azione sismica deve essere applicata, per ciascuna direzione, in entrambi i possibili versi e si devono considerare gli effetti più sfavorevoli derivanti dalle due analisi. L'ultimo passo della metodologia prevede la conversione dello spostamento massimo del sistema equivalente nello spostamento massimo della struttura e lo svolgimento delle verifiche di prestazione. Tale dato è ottenibile per semplice inversione

$$d_{Cmax} = \Gamma d^*_{max}$$

L'analisi statica non lineare va inquadrata, concettualmente e normativamente, in una prospettiva di tipo prestazionale multi-obiettivo. In tal senso dovrà essere condotta con riferimento ai 4 livelli normativi dell'azione.

SLO *Stato limite di operatività*
ha poco significato perché la risposta deve essere lineare. In relazione ad esso l'analisi statica non lineare dovrà confermare l'ambito elastico di comportamento della struttura

spostamento interpiano $\delta_i \leq 2/3 * 0{,}005 * h_i$

spostamento globale $\delta = \sum \delta i \leq 2/3 * 0{,}005 * \sum h_i$

h_i *altezza interpiano ;* $H = \sum h_i$ *altezza totale edificio*

SLD *Stato Limite di Danno*

si potrà verificare già qualche prima modesta plasticizzazione, identificabile nella curva di risposta del sistema equivalente tramite il superamento di (dato di spostamento per cui nella struttura si registra l'attivazione di almeno una cerniera plastica). Il controllo avviene, come per lo SLO e per gli altri stati limite, sugli spostamenti. Si deve verificare ad esempio che tutti gli spostamenti interpiano siano $\delta i \leq 0{,}005h$.

In prima istanza, globalmente, si verifica che lo spostamento del punto di controllo in sommità sia

$\delta \leq 0{,}005H$,

successivamente vanno però comunque controllati gli spostamenti interpiano. Può infatti accadere che, mentre si rispetti la richiesta globale, qualche singolo piano ecceda il limite prestabilito. Il vantaggio di essere passati in campo non lineare per lo SLD (di fatto inesistente per lo SLO) risiede proprio nel fatto che, verificandosi qualche prima plasticizzazione in più locazioni di uno stesso piano, gli spostamenti possono risultare maggiori di quelli calcolati in campo elastico. Il discorso diventa decisamente più interessante se si assume non il livello di prestazione non strutturale, limitato dallo 0,005 di spostamento relativo di piano, bensì quello strutturale nell'ipotesi di elementi non strutturali non collaboranti, limitato all'1%. In questo caso, si hanno certamente plasticizzazioni non trascurabili che rendono l'analisi effettivamente, anche se ancora moderatamente, non lineare.

SLE *Stato Limite di esercizio*
La capacità di rotazione totale rispetto alla corda allo snervamento, θy, può essere valutata mediante:

$$\theta_y = \phi_y \frac{L_V}{3} + 0{,}0013\left(1 + 1{,}5\frac{h}{L_V}\right) + 0{,}13\phi_y \frac{d_b f_y}{\sqrt{f_c}} \qquad \text{per travi e pilastri}$$

$$\theta_y = \phi_y \frac{L_V}{3} + 0{,}002\left(1 + 1{,}125\frac{h}{L_V}\right) + 0{,}13\phi_y \frac{d_b f_y}{\sqrt{f_c}} \qquad \text{per pareti}$$

dove φ_y è la curvatura a snervamento della sezione terminale, h l'altezza della sezione, d_b è il diametro (medio) delle barre longitudinali, ed f_c e f_y sono rispettivamente la resistenza a compressione del calcestruzzo e la resistenza a snervamento dell'acciaio longitudinale in [MPa], ottenute come media delle prove eseguite in sito e da fonti aggiuntive di informazione, divise per il fattore di confidenza appropriato in relazione al Livello di Conoscenza raggiunto.

SLV *Stato Limite di salvaguardia della Vita*
La limitazione in termini di spostamento interpiano può essere fissata

$\delta_{SD} = 0{,}002*h$

Riguardo alla capacità deformativa, definita con riferimento alla rotazione rispetto alla corda di travi e pilastri,

$\theta_{SD} = 3/4*\theta_U$

SLC *Stato Limite di Collasso*

poiché non ci si deve fidare del collasso numerico, è opportuno verificare la risposta in termini di limitazione di spostamento, assumendo un valore massimo accettabile, ancora espresso in termini di $\delta_{SD} = 0{,}003*h$ *in altezza di piano.*
La rotazione ultima rispetto alla corda

$$\theta_u = \frac{1}{\gamma_{el}} 0{,}016 \cdot (0{,}3)^{\nu} \left[\frac{\max(0{,}01;\omega')}{\max(0{,}01;\omega)} f_c \right]^{0{,}225} \left(\frac{L_v}{h} \right)^{0{,}35} 25^{(\alpha \rho_{sx} \frac{f_{yw}}{f_c})} (1{,}25^{100\rho_d})$$

θ_U *Rotazione ultima rispetto alla corda in condizioni ultime*

b base della sezione della trave mm

h altezza della sezione della trave mm

Lv = M/V luce di taglio della trave

γ_{el} *1,5 per elementi primari ; 1 per elementi secondari ;*

$\nu = N/(A_c*f_c)$ *sforzo assiale normalizzato*

$\omega = A_s*f_y/(A_c*f_c)$; $\omega' = A'_s*f_y/(A_c*f_c)$; *percentuali meccaniche di armatura*

f_c ; f_y ; f_{yw} *resistenze a compressione del cls e a trazione dell'acciaio longitudinale e trasversale divise per il fattore di confidenza appropriato*

$\rho_{SX} = A_{sx}/(b_w*S_h)$ *percentuale di armatura trasversale*

S_h *interasse staffe zona critica*

ρ_d *percentuale di armatura diagonale*

α *fattore di efficienza dovuto al confinamento*

Sezione rettangolare

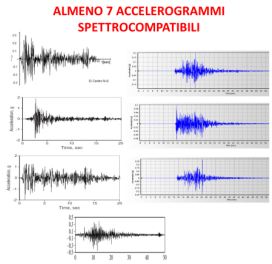
$\alpha_n = 1 - \sum b_i^2/(6*b_{IX}b_{IY})$; $\alpha_S = [1-s/(2*b_X)]*[1-s/(2*b_X)];+$

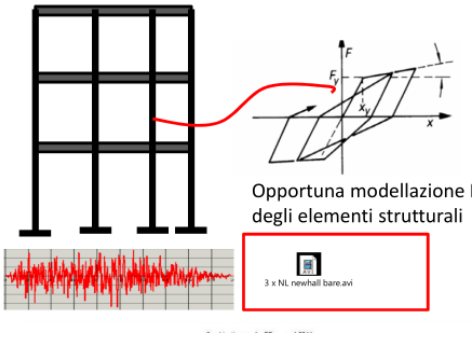
sezione circolare

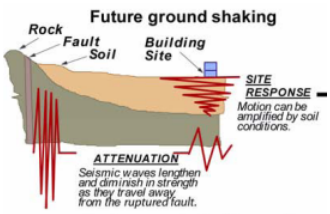
$\alpha_n = 1$; $\alpha_S = [1-s/(2*D_O)]$;

Analisi dinamica non lineare

L'analisi richieda innanzitutto l'impiego di storie di accelerazione realmente registrate sul sito di riferimento, oppure artificialmente generate compatibilmente ad uno specifico spettro di risposta. I più diffusi codici di calcolo, come SIMQKE e REFEX, utilizzati a quest'ultimo scopo, prevedono la sovrapposizione di molteplici armoniche di differente ampiezza e la modulazione delle loro ampiezze tale da indurre sulla struttura in esame una risposta compatibile, ovvero con scarto in difetto non inferiore al 10% rispetto al dato di ordinata spettrale elastica media. L'analisi dinamica non lineare viene eseguita integrando al passo l'equazione di equilibrio dinamico , partendo da un accelerogramma, si può anche tener conto della geologia locale modellando agli elementi finiti il terreno.

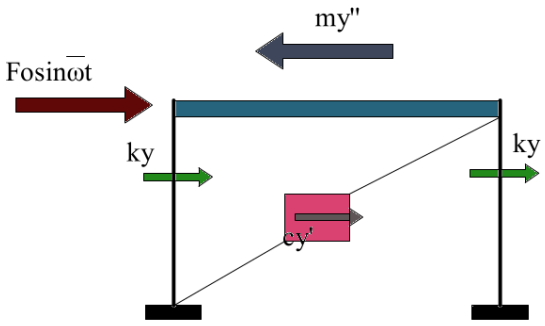


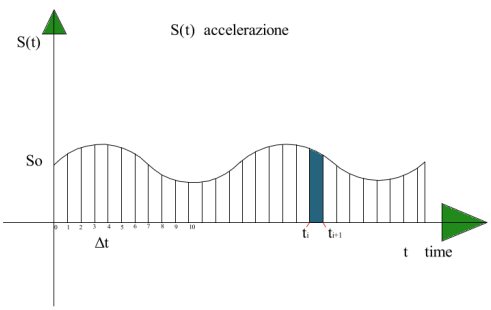




Il metodo di Newmark è più semplice di quello visto in precedenza poichè si tratta di integrare ***step by step*** *l'equazione del moto*

$$m*\Delta Y''+c(y')*\Delta Y'+ K(y)*\Delta Y = m*\Delta S(t)$$





La soluzione ovvero l'integrale generale della equazione differenziale per sistema sottosmorzato

$\Delta Y(t) = e^{-\xi\omega t}*[A_1*\cos\omega_D t + A_2*\sin\omega_D t] + \Delta S/\omega^2 \qquad T = 2*\pi/\omega$

ricordiamo che $\omega_D = \omega*(\xi^2 - 1)^{1/2}$; $\omega = \sqrt{k/m}$; $T_D = 2*\pi/[\ \omega*(\xi^2 - 1)^{1/2}\ ]$

Le costanti per le seguenti condizioni iniziali

$Y(0) = 0$; $Y'(0) = 0$

$A_2 = 0$; $A_1 = e^{-\xi\omega t}*\Delta S/\omega^2$

$\Delta Y(t) = \Delta S/\omega^2 * e^{-\xi\omega t}*[\ 1 - \cos\omega_D t\ ]$

First step

$Y_o = 0$; $Y'_o = 0$ Ko all'origine ; c_o all'origine

$m*\Delta Y'' + c_o*\Delta Y' + Ko*\Delta Y = m*\Delta So$

$\Delta Y(t) = \Delta S/\omega^2 * e^{-\xi\omega t}*[\ 1 - \cos\omega_D t\ ]$

$\Delta Y'(t) = \Delta S/\omega^2 * \omega_D * e^{-\xi\omega t}*\sin\omega_D t$

Second Step

$Y_1 = \Delta Y$; $Y'_1 = \Delta Y'$ $K_1 = \Delta F/\Delta Y$ al punto 1 ; $c_1 = \Delta F/\Delta Y'$; ΔS_1

l'equazione istante 1

$m*\Delta Y'' + c_1*\Delta Y' + K_1*\Delta Y = m*\Delta S_1$

$\Delta Y(t) = \Delta S/\omega^2 * e^{-\xi\omega t}*[\ 1 - \cos\omega_D t\ ]$

$\Delta Y'(t) = \Delta S/\omega^2 * \omega_D * e^{-\xi\omega t}*\sin\omega_D t$

Third step

$Y_2 = Y_1 + \Delta Y$; $Y'_1 = Y'_1 + \Delta Y'$

$K_2 = (F_2 - F_1)/\Delta Y$; dal diagramma forza spostamento
$c_2 = (F_2 - F_1)/\Delta Y'$; dal diagramma forza velocità
$\Delta S_2 = S_2 - S_1$; dall'accelerogramma

$m*\Delta Y''+c_1*\Delta Y'+ K_1*\Delta Y = m*\Delta S_1$

$\Delta Y(t) = \Delta S_2 / \omega^2 * e^{-\xi\omega t} * [\, 1-\cos\omega_D t \,]$

$\Delta Y'(t) = \Delta S_2 / \omega^2 * \omega_D * e^{-\xi\omega t} * \sin\omega_D t$

$Y_3 = Y_2 + \Delta Y \;\; ; \; Y'_3 = Y'_2 + \Delta Y' \; ; \qquad Y''_3 = Y''_2 + \Delta Y'' \; ;$

i-mo step

$Y_i = Y_{i-1} + \Delta Y \;\; ; \; Y'_i = Y'_{i-1} + \Delta Y'$

$K_i = (F_i - F_{i-1}) / \Delta Y \;\;$; dal diagramma forza spostamento

$c_i = (F_i - F_{i-1}) / \Delta Y' \;$; dal diagramma forza velocità

$\Delta S_i = S_i - S_{i-1} \;$; dall'accelerogramma

$m*\Delta Y''+c_1*\Delta Y'+ K_1*\Delta Y = m*\Delta S_i$

$\Delta Y(t) = \Delta S_i / \omega^2 * e^{-\xi\omega t} * [\, 1-\cos\omega_D t \,]$

$\Delta Y'(t) = \Delta S_i / \omega^2 * \omega_D * e^{-\xi\omega t} * \sin\omega_D t$

$Y_{i+1} = Y_i + \Delta Y \;\; ; \; Y'_{i+1} = Y'_i + \Delta Y' \; ; \qquad Y''_{i+1} = Y''_i + \Delta Y'' \; ;$

Risolvendo step by step si esegue un analisi dinamica non lineare della nostra struttura che tiene conto della variazione della rigidezza della viscosità e dell'accelerogramma .
Ovviamente possiamo ottenere dalla composizione degli spostamenti la risposta della nostra struttura ovvero i diagrammi

$Y = Y(t)$ *Displacement*

$Y' = Y'(t)$ *Velocity*

$Y'' = Y''(t)$ *Acceleration*

le sollecitazioni possono essere ottenute dalla relazione

$S = K(y) * Y(t)$
o più semplicemente applicando alla struttura le forze di inerzia

$m*Y''(t)$ ***step by step*** *e risolvendola staticamente determinando per ogni elemento strutturale le funzioni del tempo*

M= M(t) Momento flettente
V= V(t) Taglio
N= N(t) Sforzo normale
M_T= M_T(t) Momento torcente

Effetto P-Δ

Per edifici con un numero elevato di impalcati > 10 si deve tener conto dell'effetto instabilizzante dei carichi verticali , ovvero va eseguita una analisi di Buckling come definito dalle NTC dove si stabilisce che l'analisi globale della struttura può essere eseguita con la teoria del primo ordine quando il moltiplicatore dei carichi cr che induce l'instabilita della struttura e maggiore o uguale a 10, se si esegue un'analisi elastica, o a 15, se si esegue un'analisi plastica. Il coefficiente α_{cr} e il minimo fattore del quale devono essere incrementati i carichi applicati alla struttura per causare il primo fenomeno di instabilita elastica globale, ovvero che coinvolge l'intera struttura. Tali valori possono essere ottenuti da apposite analisi elastiche (o di "Buckling") condotte in genere utilizzando programmi di calcolo strutturale od apposite procedure numeriche. Le non linearità geometriche sono prese in conto attraverso il fattore θ che, in assenza di più accurate determinazioni, può essere definito come:

$\theta = P*d_{ER}/(V*h)$ dove:

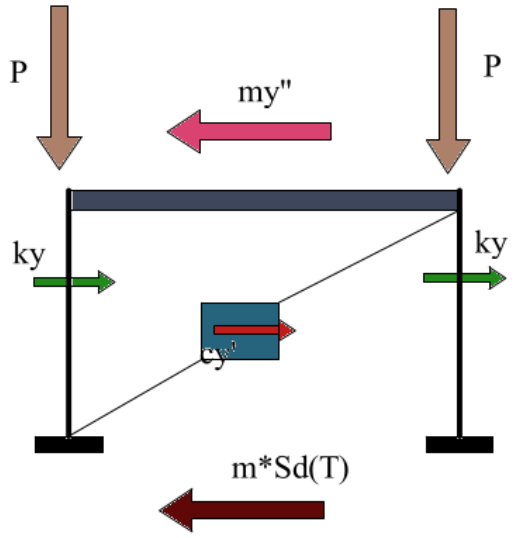
-P è il carico verticale totale dovuto all'orizzontamento in esame e alla struttura ad esso sovrastante;
-d_{Er} è lo spostamento orizzontale medio d'interpiano allo SLV, ottenuto come differenza tra lo spostamento orizzontale dell'orizzontamento considerato e lo spostamento orizzontale dell'orizzontamento immediatamente sottostante,
-V è la forza orizzontale totale in corrispondenza dell'orizzontamento in esame, derivante dall'analisi lineare con fattore di comportamento q;
-h è la distanza tra l'orizzontamento in esame e quello immediatamente sottostante.

Gli effetti delle non linearità geometriche:
-possono essere trascurati, quando θ è minore di 0,1;
-possono essere presi in conto incrementando gli effetti dell'azione sismica orizzontale di un fattore pari a 1/(1−θ), quando θ è compreso tra 0,1 e 0,2;
-devono essere valutati attraverso un'analisi non lineare, quando θ è compreso tra 0,2 e 0,3.
Il fattore θ non può comunque superare il valore 0,3.
In un telaio considerare l'effetto instabilizzante dei carichi verticali equivale a considerare delle forze orizzontali aggiuntive funzione dello sforzo normale nei pilastri che si traduce in una diminuzione di rigidezza del pilastro per una modellazione Shear- Type che nel metodo delle rigidità globali equivale ad una operazione di piano

$K = 12EI/H^3$; con effetto P-Δ $K = 12EI/H^3 - P/H$; P sforzo normale nel pilastro

$Y'' + c/m*Y' + (K - P/H)/m*Y = Sd(T)$ $\omega^2 = (K-P/H)/m$; $T = 2*\pi/\omega$

$Y''+2*\xi*\omega*Y' + \omega^2*Y = Sd(T)$



14- NTC 2018, prescrizioni armature

Le giunzioni di barre mediante saldatura o dispositivi meccanici sono vietate in corrispondenza delle zone dissipative degli elementi strutturali. Nelle colonne e nelle pareti, la giunzione di barre mediante dispositivi meccanici di collegamento è concessa se dispositivi ed elementi, sono oggetto di prove appropriate in condizioni compatibili con la classe di duttilità scelta.

Le zone dissipative si estendono, per CD"A" e CD"B", per una lunghezza pari rispettivamente a 1,5 e 1,0 volte l'altezza della sezione della trave, misurata a partire dalla faccia del nodo trave-pilastro o da entrambi i lati a partire dalla sezione di prima plasticizzazione. Per travi che sostengono un pilastro in falso, si assume una lunghezza pari a 2 volte l'altezza della sezione misurata da entrambe le facce del pilastro. Le pareti non possono appoggiarsi in falso su travi o solette.

7.4.6.1.2 Pilastri

La dimensione minima della sezione trasversale non deve essere inferiore a 25 cm.

Se θ, quale definito nel § 7.3.1, risulta > 0,1, la dimensione della sezione trasversale nella direzione parallela al piano d'inflessione non deve essere inferiore ad un ventesimo della maggiore tra le distanze tra il punto in cui si annulla il momento flettente e le estremità del pilastro. Quest'ultima limitazione geometrica non si applica quando gli effetti del secondo ordine siano presi in conto incrementando gli effetti dell'azione sismica di un fattore pari a $1/(1-\theta)$ quando θ è compreso tra 0,1 e 0,2 o computati attraverso un'analisi non lineare quando θ è compreso tra 0,2 e 0,3.

In assenza di analisi più accurate, si può assumere che la lunghezza della zona dissipativa sia la maggiore tra: l'altezza della sezione, 1/6 dell'altezza libera del pilastro, 45 cm, l'altezza libera del pilastro se questa è inferiore a 3 volte l'altezza della sezione.

7.4.6.1.3 Nodi trave-pilastro

Sono da evitare, per quanto possibile, eccentricità tra l'asse della trave e l'asse del pilastro concorrenti in un nodo. Qualora tale eccentricità superi 1/4 della larghezza del pilastro, la trasmissione degli sforzi deve essere assicurata da armature adeguatamente dimensionate allo scopo.

7.4.6.1.4 Pareti

Le pareti non possono appoggiarsi in falso su travi o solette.

Lo spessore delle pareti, anche se estese debolmente armate, deve essere non inferiore al massimo tra 15 cm (20 cm nel caso in cui nelle travi di collegamento siano da prevedersi, ai sensi del § 7.4.4.6, armature inclinate) e 1/20 dell'altezza libera d'interpiano.

Possono derogare a tale limite, su motivata indicazione del progettista, le strutture a funzionamento scatolare a un solo piano non destinate ad uso abitativo.

Devono essere evitate aperture distribuite irregolarmente, salvo che la loro presenza non sia specificamente considerata nell'analisi, nel dimensionamento e nella disposizione delle armature.

7.4.6.2 LIMITAZIONI DI ARMATURA

Le giunzioni di barre mediante saldatura o dispositivi meccanici sono vietate in corrispondenza delle zone dissipative degli elementi strutturali. Nelle colonne e nelle pareti, la giunzione di barre mediante dispositivi meccanici di collegamento è concessa se dispositivi ed elementi, qualificati secondo quanto indicato al § 11.3.2.9, sono oggetto di prove appropriate in condizioni compatibili con la classe di duttilità scelta.

7.4.6.2.1 Travi

Armature longitudinali

Almeno due barre di diametro non inferiore a 14 mm devono essere presenti superiormente e inferiormente, per tutta la lunghezza della trave.

In ogni sezione della trave, salvo giustificazioni che dimostrino che le modalità di collasso della sezione sono coerenti con la classe di duttilità adottata, il rapporto geometrico ϱ relativo all'armatura tesa, indipendentemente dal fatto che l'armatura tesa sia quella al lembo superiore della sezione A_s o quella al lembo inferiore della sezione A_i, deve essere compreso entro i seguenti limiti:

$$\frac{1,4}{f_{yk}} < \rho < \rho_{comp} + \frac{3,5}{f_{yk}} \qquad [7.4.26]$$

dove:

ϱ è il rapporto geometrico relativo all'armatura tesa, pari ad $A_s/(b \cdot h)$ oppure ad $A_i/(b \cdot h)$;

ϱ_{comp} è il rapporto geometrico relativo all'armatura compressa;

f_{yk} è la tensione caratteristica di snervamento dell'acciaio (in MPa).

Inoltre deve essere $\varrho_{comp} \geq 0,25\,\varrho$ ovunque e nelle zone dissipative $\varrho_{comp} \geq 1/2\,\varrho$.

L'armatura superiore, disposta per il momento negativo alle estremità delle travi, deve essere contenuta, per almeno il 75%, entro la larghezza dell'anima e comunque, per le sezioni a T o ad L, entro una fascia di soletta pari, rispettivamente, alla larghezza del pilastro, od alla larghezza del pilastro aumentata di 2 volte lo spessore della soletta da ciascun lato del pilastro, a seconda che nel nodo manchi o sia presente una trave ortogonale. Almeno ¼ della suddetta armatura deve essere mantenuta per tutta la lunghezza della trave.

Le armature longitudinali delle travi, sia superiori sia inferiori, devono attraversare, di regola, i nodi senza ancorarsi o giuntarsi per sovrapposizione in essi. Quando ciò non risulti possibile, sono da rispettare le seguenti prescrizioni:

– le barre vanno ancorate oltre la faccia opposta a quella di intersezione con il nodo, oppure rivoltate verticalmente in corrispondenza di tale faccia, a contenimento del nodo;
– la lunghezza di ancoraggio delle armature tese va calcolata in modo da sviluppare una tensione nelle barre pari a 1,25 f_{yk}, e misurata a partire da una distanza pari a 6 diametri dalla faccia del pilastro verso l'interno.

La parte dell'armatura longitudinale della trave che si ancora oltre il nodo non può terminare all'interno di una zona dissipativa, ma deve ancorarsi oltre di essa.

La parte dell'armatura longitudinale della trave che si ancora nel nodo, deve essere collocata all'interno delle staffe del pilastro. Per prevenire lo sfilamento di queste armature il diametro delle barre non inclinate deve essere ≤ α_{bL} volte l'altezza della sezione del pilastro, essendo

$$\alpha_{bL} = \begin{cases} \dfrac{7{,}5 \cdot f_{ctm}}{\gamma_{Rd} \cdot f_{yd}} \cdot \dfrac{1 + 0{,}8\nu_d}{1 + 0{,}75k_D \cdot \rho_{comp}/\rho} & \text{per nodi interni} \\ \dfrac{7{,}5 \cdot f_{ctm}}{\gamma_{Rd} \cdot f_{yd}} \cdot (1 + 0{,}8\nu_d) & \text{per nodi esterni} \end{cases} \qquad [7.4.27]$$

dove:

ν_d è la forza assiale di progetto normalizzata;

k_D vale 1 o 2/3, rispettivamente per CD"A" e per CD"B";

γ_{Rd} vale 1,2 o 1, rispettivamente per CD"A" e per CD"B".

Se per nodi esterni non è possibile soddisfare tale limitazione, si può prolungare la trave oltre il pilastro, si possono usare piastre saldate alla fine delle barre, si possono piegare le barre per una lunghezza minima pari a 10 volte il loro diametro disponendo un'apposita armatura trasversale dietro la piegatura.

Armature trasversali

Nelle zone dissipative devono essere previste staffe di contenimento. La prima staffa di contenimento deve distare non più di 5 cm dalla sezione a filo pilastro; le successive devono essere disposte ad un passo non superiore alla minore tra le grandezze seguenti:

– un quarto dell'altezza utile della sezione trasversale;
– 175 mm e 225 mm, rispettivamente per CD"A" e CD "B";
– 6 volte e 8 volte il diametro minimo delle barre longitudinali considerate ai fini delle verifiche, rispettivamente per CD"A" e CD "B"
– 24 volte il diametro delle armature trasversali.

Per staffa di contenimento si intende una staffa rettangolare, circolare o a spirale, di diametro minimo 6 mm, con ganci a 135° prolungati, alle due estremità, per almeno 10 diametri. I ganci devono essere assicurati alle barre longitudinali.

7.4.6.2.2 Pilastri

Nel caso in cui le tamponature non si estendano per l'intera altezza dei pilastri adiacenti, l'armatura risultante deve essere estesa per una distanza pari alla profondità del pilastro oltre la zona priva di tamponamento. Nel caso in cui l'altezza della zona priva di tamponamento fosse inferiore a 1,5 volte la profondità del pilastro, devono essere utilizzate armature bi-diagonali.

Nel caso precedente, qualora il tamponamento sia presente su un solo lato di un pilastro, l'armatura trasversale da disporre alle estremità del pilastro ai sensi del § 7.4.5.3. deve essere estesa all'intera altezza del pilastro.

Armature longitudinali

Per tutta la lunghezza del pilastro, l'interasse tra le barre non deve essere superiore a 25 cm.

Nella sezione corrente del pilastro, la percentuale geometrica ϱ di armatura longitudinale, con ϱ rapporto tra l'area dell'armatura longitudinale e l'area della sezione del pilastro, deve essere compresa entro i seguenti limiti:

$$1\% \le \varrho \le 4\% \qquad [7.4.28]$$

Se sotto l'azione del sisma la forza assiale su un pilastro è di trazione, la lunghezza di ancoraggio delle barre longitudinali deve essere incrementata del 50%.

Armature trasversali

Alle estremità di tutti i pilastri primari e secondari per una lunghezza pari a quella delle zone dissipative devono essere rispettate le condizioni seguenti: le barre disposte sugli angoli della sezione devono essere contenute dalle staffe; la distanza tra due barre vincolate consecutive, deve essere non superiore a 15 cm e 20 cm, rispettivamente per CD"A" e CD"B".

A tal fine si intendono barre vincolate quelle direttamente trattenute da staffe o da legature.

Il diametro delle staffe di contenimento e legature deve essere non inferiore a:

$\max[6\text{ mm}; (0{,}4 \cdot d_{bl,max} \cdot \sqrt{f_{yd,l}/f_{yd,st}})]$ per CD"A" e 6 mm per CD"B", dove $d_{bl,max}$ è il diametro massimo delle barre longitudinali, $f_{yd,l}$ e $f_{yd,st}$ sono, rispettivamente, la tensione di snervamento di progetto delle barre longitudinali e delle staffe.

Il passo delle staffe di contenimento e legature deve essere non superiore alla più piccola delle quantità seguenti:

– 1/3 e 1/2 del lato minore della sezione trasversale, rispettivamente per CD"A" e CD"B";

– 12,5 cm e 17,5 cm, rispettivamente per CD"A" e CD"B";

– 5 6 e 8 volte il diametro delle barre longitudinali che collegano, rispettivamente per CD"A" e CD"B".

In ogni caso alle estremità di tutti i pilastri primari, per una lunghezza pari a quella delle zone dissipative, il rapporto ω_{wd} definito in [7.4.30] deve essere non minore di 0,08.

Dettagli costruttivi per la duttilità

Per le zone dissipative allo spiccato dei pilastri primari e per le zone terminali di tutti i pilastri secondari devono essere eseguite le verifiche di duttilità indicate al § 7.4.4.2.2. In alternativa, tali verifiche possono ritenersi soddisfatte se, per ciascuna zona dissipativa, si rispettano le limitazioni seguenti:

$$\alpha \cdot \omega_{wd} \geq 30\mu_{\phi} \cdot \nu_d \cdot \varepsilon_{sy,d} \cdot \frac{b_c}{b_0} - 0{,}035 \qquad [7.4.29]$$

$$\omega_{wd} = \frac{\text{volume delle staffe di confinamento}}{\text{volume del nucleo di calcestruzzo}} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \qquad [7.4.30]$$

dove:

ω_{wd} è il rapporto meccanico dell'armatura trasversale di confinamento all'interno della zona dissipativa (il nucleo di calcestruzzo è individuato con riferimento alla linea media delle staffe) che deve essere non minore di 0,12 in CD"A" .

μ_ϕ è la domanda in duttilità di curvatura allo *SLC;*

ν_d è la forza assiale adimensionalizzata di progetto relativa alla combinazione sismica *SLV* ($\nu_d = N_{Ed}/A_c \cdot f_{cd}$);

$\varepsilon_{sy,d}$ è la deformazione di snervamento dell'acciaio;

h_c è la profondità della sezione trasversale lorda;

h_0 è la profondità del nucleo confinato (con riferimento alla linea media delle staffe);

b_c è la larghezza minima della sezione trasversale lorda;

b_0 è la larghezza del nucleo confinato corrispondente a b_c (con riferimento alla linea media delle staffe);

α è il coefficiente di efficacia del confinamento, uguale a $\alpha = \alpha_n \cdot \alpha_s$, con:

a) per sezioni trasversali rettangolari

$$\alpha_n = 1 - \sum_n b_i^2/(6 \cdot b_0 \cdot h_0) \qquad [7.4.31a]$$

$$\alpha_s = [1 - s/(2 \cdot b_0)] \cdot [1 - s/(2 \cdot h_0)] \qquad [7.4.31b]$$

dove: n è il numero totale di barre longitudinali contenute lateralmente da staffe o legature, b_i è la distanza tra barre consecutive contenute e s è il passo delle staffe;

b) per sezioni trasversali circolari con diametro del nucleo confinato D_0 (con riferimento alla linea media delle staffe)

$$\alpha_n = 1 \qquad [7.4.31c]$$

$$\alpha_s = \left[1 - s/(2 \cdot D_0)\right]^{\beta} \qquad [7.4.31d]$$

dove: n è il numero totale di barre longitudinali contenute lateralmente da staffe o legature, b_i è la distanza tra barre consecutive contenute, $\beta = 2$ per staffe circolari singole, $\beta = 1$ per staffa a spirale.

7.4.6.2.3 Nodi trave-pilastro

Oltre a quanto richiesto dalla verifica nel § 7.4.4.3.1, lungo le armature longitudinali del pilastro che attraversano i nodi devono essere disposte staffe di contenimento in quantità almeno pari alla maggiore prevista nelle zone adiacenti al nodo del pilastro inferiore e superiore; nel caso di nodi interamente confinati il passo risultante dell'armatura di confinamento orizzontale nel nodo può essere raddoppiato, ma non può essere maggiore di 15 cm.

7.4.6.2.4 Pareti

Nelle parti della parete, in pianta ed in altezza, al di fuori di una zona dissipativa, vanno seguite le regole del Capitolo 4, con un'armatura minima verticale e orizzontale, finalizzata a controllare la fessurazione da taglio, avente rapporto geometrico ϱ riferito, rispettivamente, all'area della sezione orizzontale e verticale almeno pari allo 0,2%. Tuttavia, in quelle parti della sezione

dove, nella situazione sismica di progetto, la deformazione a compressione ε_c è maggiore dello 0,2%, si raccomanda di fornire un rapporto geometrico di armatura verticale $\varrho \geq 0{,}5\%$.
Le armature, sia orizzontali sia verticali, devono avere diametro non superiore ad 1/10 dello spessore della parete, devono essere disposte su entrambe le facce della parete, ad un passo non superiore a 30 cm, devono essere collegate con legature, in ragione di almeno 9 legature ogni metro quadrato.

Armature longitudinali

Negli elementi di bordo delle zone dissipative l'armatura longitudinale deve rispettare le prescrizioni fornite per le zone dissipative dei pilastri primari nel § 7.4.6.2.2.

Armature trasversali

Negli elementi di bordo delle zone dissipative l'armatura trasversale deve rispettare le prescrizioni fornite per le zone dissipative dei pilastri primari nel § 7.4.6.2.2.

Armature inclinate

Le armature inclinate che attraversano potenziali superfici di scorrimento devono essere efficacemente ancorate al di sopra e al di sotto della superficie di scorrimento ed attraversare tutte le sezioni della parete poste al di sopra di essa e distanti da essa meno della minore tra ½ h_w ed ½ l_w.

Dettagli costruttivi per la duttilità

Per le zone dissipative di base delle pareti primarie devono essere eseguite le verifiche di duttilità indicate al § 7.4.4.5.2. In alternativa, tali verifiche possono ritenersi soddisfatte se, per ciascuna zona dissipativa, il rapporto volumetrico di armatura trasversale negli elementi di bordo rispetta le limitazioni seguenti:

$$\alpha \cdot \omega_{wd} \geq 30\mu_{\phi} \cdot (\nu_d + \omega_v) \cdot \varepsilon_{sy,d} \cdot \frac{b_c}{b_0} - 0{,}035 \qquad [7.4.32]$$

$$\omega_{wd} = \frac{\text{volume delle staffe di confinamento}}{\text{volume del nucleo di calcestruzzo degli elementi di bordo}} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \qquad [7.4.33]$$

dove i simboli hanno il significato della [7.4.29] e $\omega_v = \rho_v \cdot f_{yd,v} / f_{cd}$, essendo ρ_v e $f_{yd,v}$, rispettivamente, il rapporto geometrico e la resistenza di snervamento di progetto dell'armatura verticale al di fuori degli elementi di bordo.

7.4.6.2.5 Travi di accoppiamento

Nel caso di armatura ad X, ciascuno dei due fasci di armatura deve essere racchiuso da armatura a spirale o da staffe di contenimento con passo non superiore a 100 mm.

In questo caso, in aggiunta all'armatura diagonale deve essere disposta nella trave armatura di diametro almeno 10 mm distribuita a passo 10 cm in direzione sia longitudinale che trasversale ed armatura corrente di 2 barre da 16 mm ai bordi superiore ed inferiore.

Gli ancoraggi delle armature nelle pareti devono essere del 50% più lunghi di quanto previsto per il dimensionamento in condizioni non sismiche.

15-Edificio 2 impalcati con copertura in legno (Iperspace Bim PE)

Il dimensionamento degli elementi strutturali travi e pilastri di questo edificio è immediato :
Solaio 20+5
Travi perimetrali emergenti 30x50
Travi a spessore 65x25 cm
Pilastri di bordo 30x50 cm
Pilastri centrali 40x40 cm
Travi in legno di copertura 25x50 cm
Reticolo di travi di fondazione b = 40 cm ; h = 60 cm ; B = 100 cm H = 90 cm
Altezza impalcati 320 cm ; pilastri di bordo sottotetto 200 cm ;

Carico solaio H = 25 cm
peso proprio G_K 280 daN/mq
Carico permanente G_{SK} 245 daN/mq
Carico accidentale Q_{SK} = 200 daN/mq (edifici residenziali)

Carichi Sbalzo H = 20 cm
peso proprio G_K 500 daN/mq
Carico permanente G_{SK} 75 daN/mq
Carico accidentale Q_{SK} = 400 daN/mq (edifici residenziali)

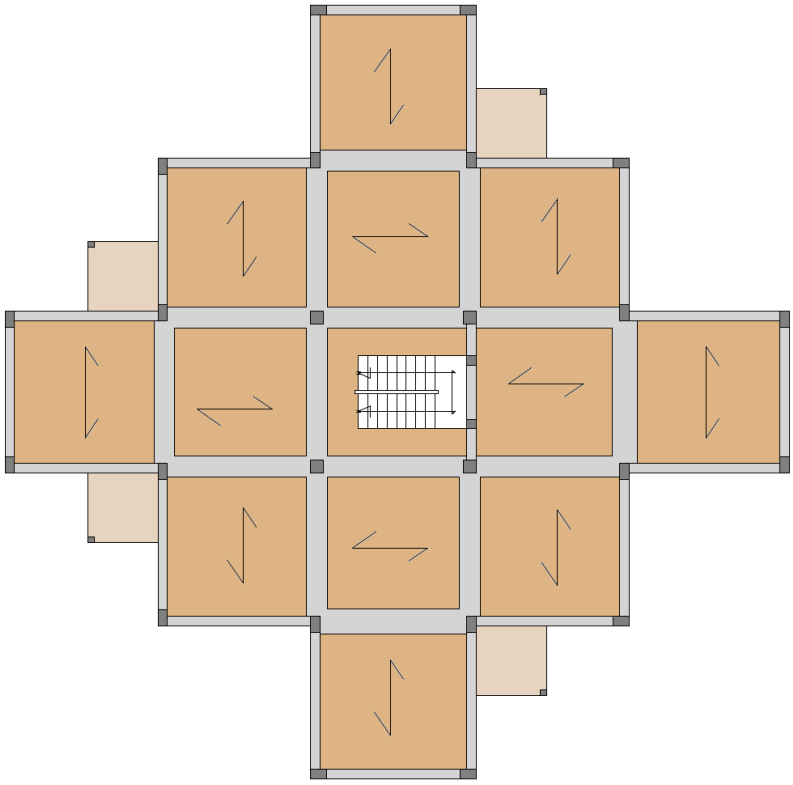
Carichi Solaio di copertura
Peso proprio 150 daN/mq
Carico permanente 50 daN/mq
Carico da neve Qsk = 260 daN/mq

Peso tamponatura 700 daN/ml

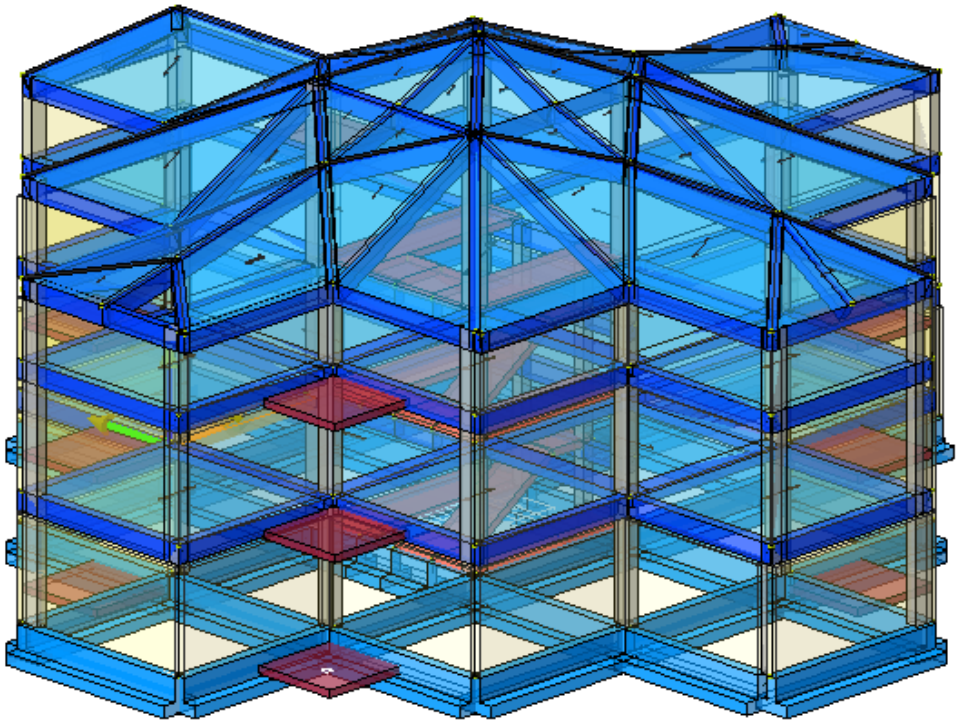
Carico scala a soletta rampante
Peso proprio G_K 750 daN/ml
Carico permanente G_{KS} 220 daN/ml
Ringhiera 100 daN/ml
Sovraccarico Q_K 400 daN/mq

Per questo edificio ubicato a Castel di Sangro con 3 impalcati si è scelto di distribuire la azione sismica tra tutti i telai evitando concentrazione di tensione negli impalcati, qualora non sono soddisfatte le verifiche allo stato limite di danno , per gli spostamenti , o le verifiche strutturali allo SLV si modificano le dimensioni dei pilastri estremi 30x50 ,in 30x70 in modo simmetrico senza alterare la posizione del baricentro rigidezze. Per il calcolo si sceglie la analisi dinamica lineare eseguita attraverso il software Iperspace Bim PE eseguendo il calcolo delle armature per ogni elemento strutturale le verifiche di duttilità , la verifica delle tamponature e dei nodi .

Riportiamo la carpenteria con le orditure dei solai.



La modellazione della struttura



Riportiamo i primi 10 periodi di vibrazione con la percentuale di massa eccitata

Posizione masse 1

Numero di Frequenze calcolate =100, filtrate=67

N	T	Coeff. Partecipazione		Masse Modali		Percentuali	
	s			kgm*g			
		Dir=0°	Dir=90°	Dir=0°	Dir=90°	Dir=0°	Dir=90°
1(1)	0.3248	87.943	73.541	75845	53037	9.90	6.92
2(2)	0.2903	63.627	-91.249	39702	81654	5.18	10.65
3(3)	0.2508	1.267	-64.064	16	40248	0.00	5.25
4(4)	0.2323	-88.208	35.771	76303	12548	9.96	1.64
5(5)	0.2105	107.651	70.159	113647	48271	14.83	6.30
6(6)	0.2045	15.062	10.514	2225	1084	0.29	0.14
7(7)	0.1960	19.392	-25.122	3688	6189	0.48	0.81
8(8)	0.1783	-87.099	54.897	74395	29554	9.71	3.86
9(9)	0.1722	8.749	-23.541	751	5435	0.10	0.71
10(10)	0.1595	53.037	3.976	27586	155	3.60	0.02
11(11)	0.1519	-15.875	31.711	2471	9862	0.32	1.29
12(12)	0.1485	29.239	-7.896	8384	611	1.09	0.08

Masse modali

Somma delle Masse Modali [kgm*g]	689520	681707		
Masse strutturali libere [kgm*g]	766415	766415		
Percentuale	89.97	88.95	89.97	88.95

Le forze sismiche e i taglianti di piano Direzione Y

Combinazione: 13-I-4 (SISMAY_SLV)

Piano	Fx	Fy	Fz	dx	dy	Θ
	kg	kg	kg	mm	mm	
0	1949	-17914	823628	0.00	0.00	--
1	1646	3214	-115482	-0.03	0.02	0.000743
2	-2092	19967	-786249	-0.02	0.05	0.000700
3	-1147	1111	-77704	-0.02	0.32	0.008364
4	-4845	17829	-461172	0.01	0.54	0.003523
5	1966	12320	-104388	-0.07	1.36	0.003442
6	1924	2252	-62603	-0.04	1.50	0.001883

Piano	FxPil/Isol.	FyPil/Isol.	FxPar	FyPar	FxShell	FyShell	FxTot	FyTot
	kg	kg	kg	kg	kg	kg	kg	kg
0	629	-18307	0	0	1321	393	1949	-17914
1	3350	3674	0	0	-1704	-460	1646	3214
2	-2523	18653	0	0	431	1313	-2092	19967
3	694	3260	0	0	-1841	-2149	-1147	1111
4	-3746	16378	0	0	-1099	1451	-4845	17829
5	1966	12320	0	0	0	0	1966	12320
6	-518	2716	0	0	0	0	1924	2252

Direzione X

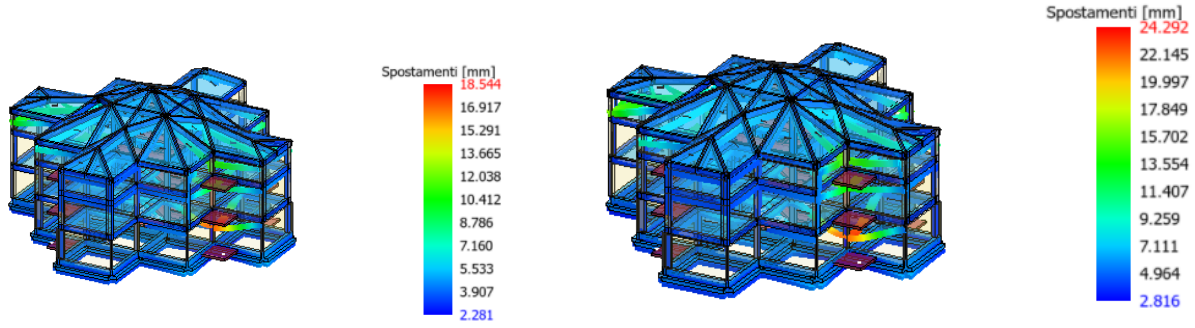
	kg	kg	kg	mm	mm	
0	-10366	-12766	823591	0.00	0.00	--
1	1559	3407	-115236	-0.03	0.02	0.000721
2	10159	15118	-782533	-0.00	0.04	0.000846
3	-1253	970	-75718	-0.02	0.36	0.009614
4	813	15462	-457634	0.41	0.35	0.007941
5	7064	17258	-102625	0.90	0.92	0.002078
6	7214	-422	-60007	0.93	1.29	0.001926

Piano	FxPil/Isol.	FyPil/Isol.	FxPar	FyPar	FxShell	FyShell	FxTot	FyTot
	kg	kg	kg	kg	kg	kg	kg	kg
0	-11711	-13202	0	0	1346	436	-10366	-12766
1	3338	3896	0	0	-1778	-488	1559	3407
2	9810	13705	0	0	348	1413	10159	15118
3	714	3403	0	0	-1967	-2433	-1253	970
4	2134	13812	0	0	-1321	1651	813	15462
5	7064	17258	0	0	0	0	7064	17258
6	833	2743	0	0	0	0	7214	-422

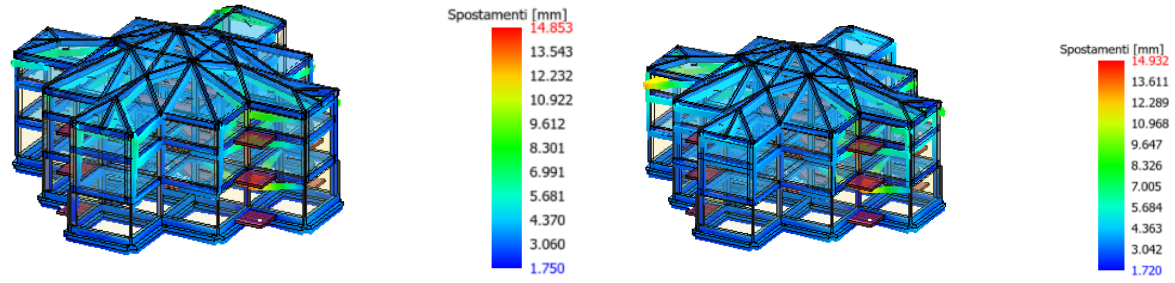
La verifica alla stato limite di danno con lo spostamento max di interpiano

					Minimo					
2-4	(28+29)-VI-4	0.07	0.21	0.45	6.47	225	425	6.92	12.80	1.8

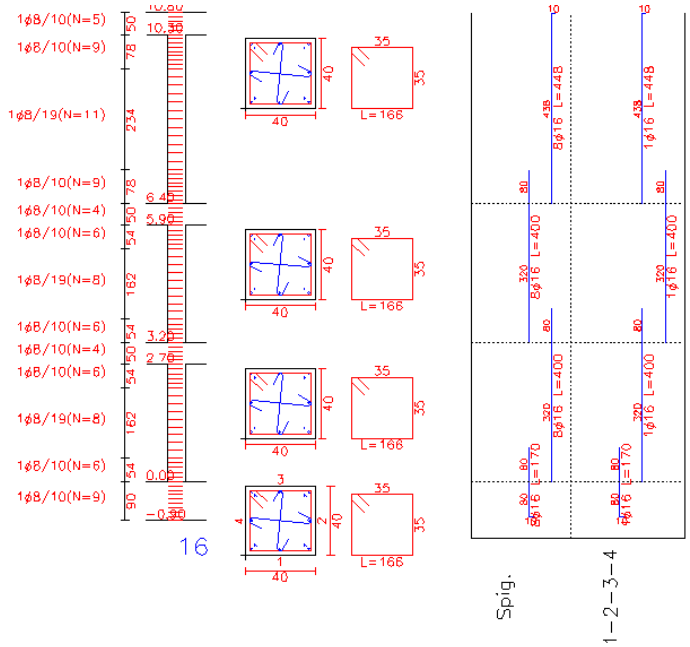
La deformata per carichi permanenti e accidentali



La deformata per azioni sismiche direzione X e Y



La armatura di una pilastrata 40x40 cm . armata con 8ϕ 16 circa 1%



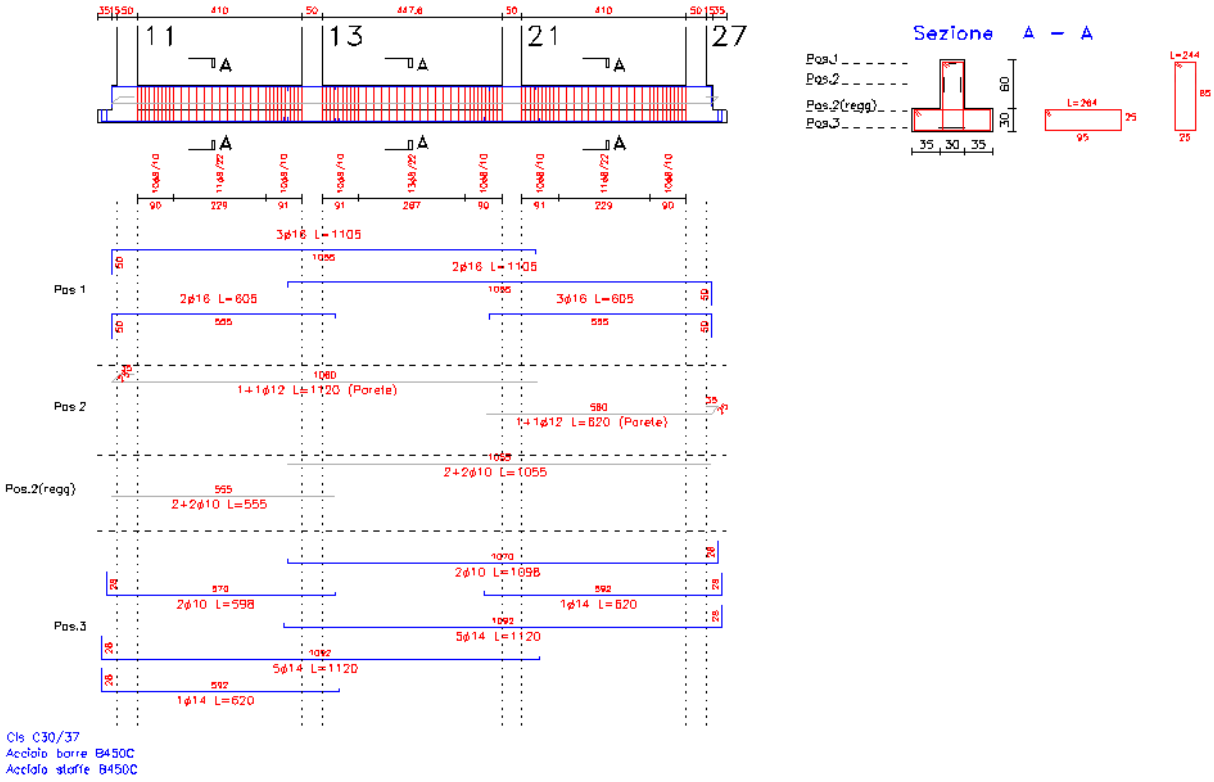
Prescrizioni: le legature ϕ8 vanno disposte nelle zone di addensamento delle staffe in corrispondenza delle staffe

Cls C30/37

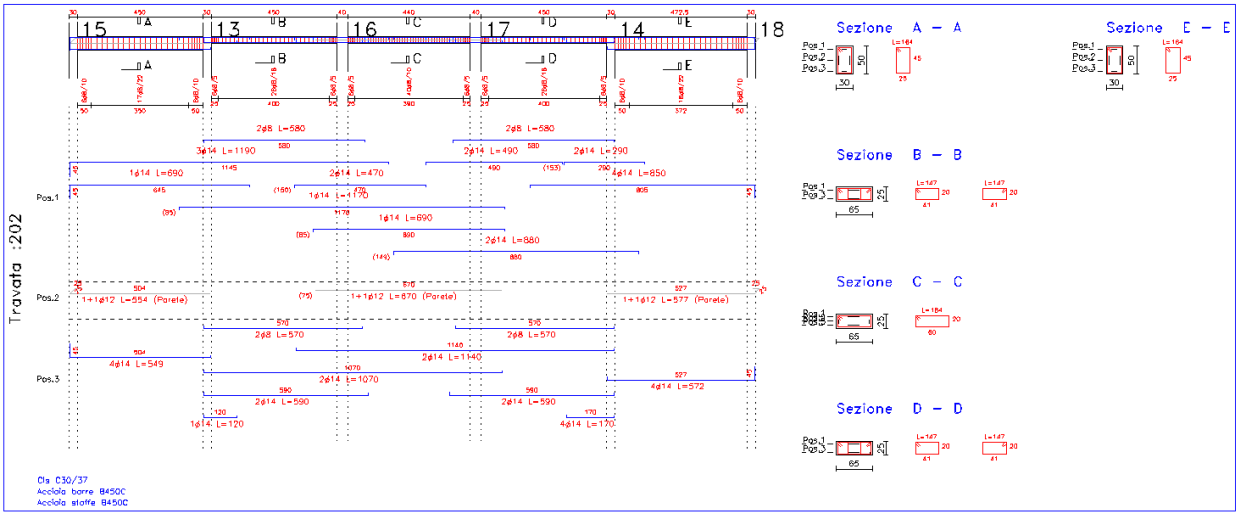
Acciaio barre B450C

Acciaio staffe B450C

Armatura di una travata di fondazione



Armatura di una trave di impalcato



La struttura è verificata solo alcuni tompagni per la verifica a ribaltamento per azioni sismiche per i quali verranno presi dei provvedimenti locali quali tamponatura armata. Per le armature la soluzione migliore per velocizzare il taglio e la sagomatura dei ferri che avviene ii stabilimento e usare un unico diametro ϕ 16 con staffe ϕ 8

16-Edificio 4 impalcati con copertura in legno (Iperspace Bim PE)

L'edificio lo modelliamo con 4 impalcati, la massa della copertura la aggiungiamo sull'ultimo solai come carico permanente non strutturale ; le uniche variante sono pilastri negli spigoli che passano dal 30x50 al 30x110 cm e centrali 45x45 con trave a spesore 70x25

Solaio 20+5
Travi perimetrali emergenti 30x50
Travi a spessore 70x25 cm
Pilastri di bordo 30x50 cm 30x110 cm
Pilastri centrali 45x45 cm
Travi in legno di copertura 25x50 cm
Reticolo di travi di fondazione b = 40 cm ; h = 70 cm ; B = 110 cm H = 110 cm
Altezza impalcati 320 cm ; pilastri di bordo sottotetto 200 cm ;

Carico solaio H = 25 cm
peso proprio G_K 280 daN/mq
Carico permanente G_{SK} 245 daN/mq
Carico accidentale Q_{SK} = 200 daN/mq (edifici residenziali)

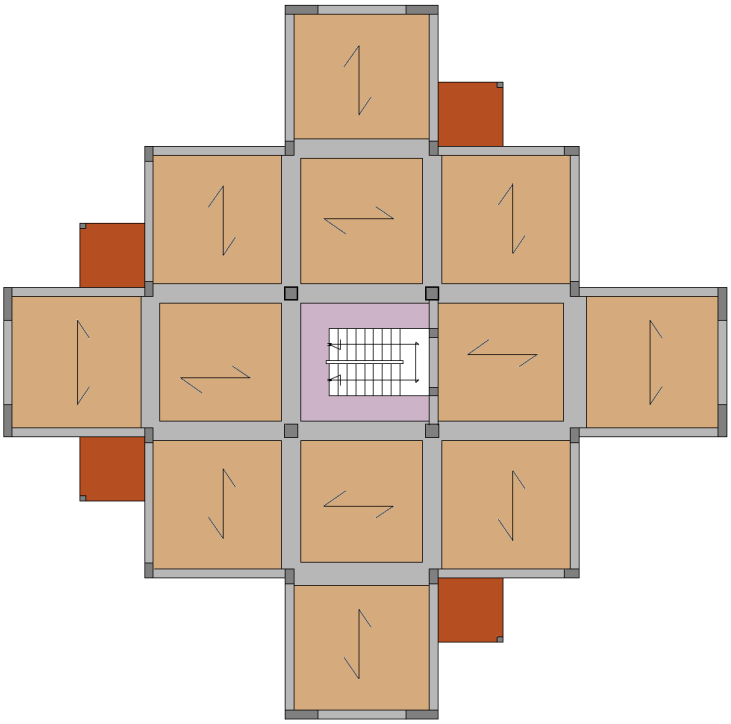
Carichi Sbalzo H = 20 cm
peso proprio G_K 500 daN/mq
Carico permanente G_{SK} 75 daN/mq
Carico accidentale Q_{SK} = 400 daN/mq (edifici residenziali)

Carichi Solaio di copertura
Carico permanente non strutturale 250 daN/mq
Carico da neve Qsk = 260 daN/mq

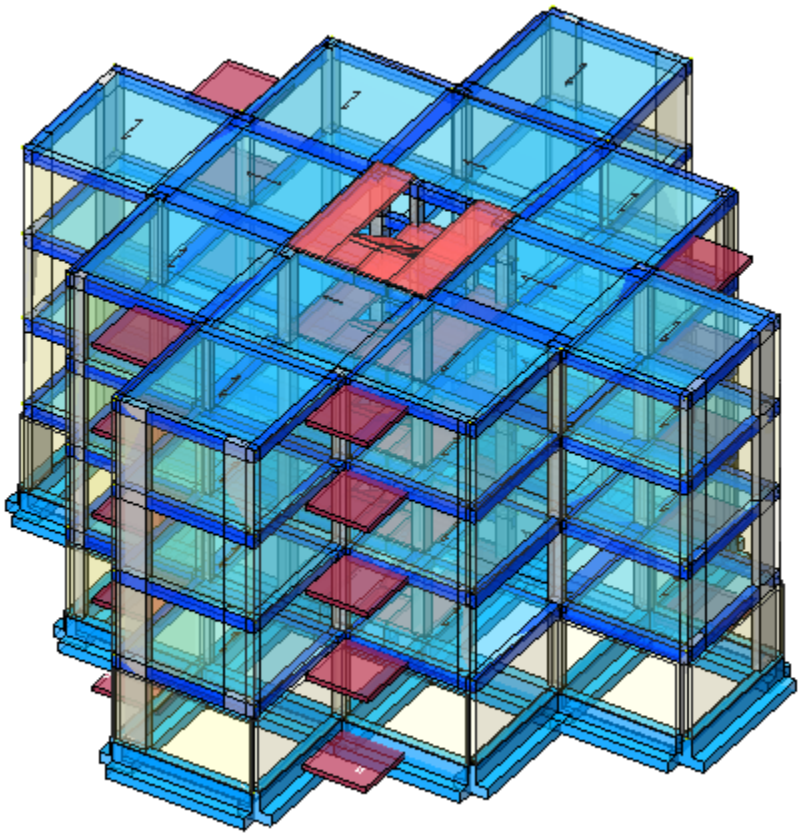
Peso tamponatura 700 daN/ml

Carico scala a soletta rampante
Peso proprio G_K 750 daN/ml
Carico permanente G_{KS} 220 daN/ml
Ringhiera 100 daN/ml
Sovraccarico Q_K 400 daN/mq
Per questo edificio ubicato a Castel di Sangro con 4 impalcati la azione sismica viene affidata in parte ai pilastri 30x110 che avendo un rapporto h/b < 4 rientrano ancora nella definizione di pilastro e non di parete ed in parte ai telai ortogonali nelle due direzioni. Si valuteranno le tensioni ovvero le azioni orizzontali trasmessi dal pilastro ai solai al fine di prendere dei provvedimenti locali in quelle zone di impalcato ed evitarne la rottura . Il calcolo al solito lo eseguiamo con Iperspace Bim personal edition allo stato limite di salvaguardia della vita e allo stato limite di danno .

La carpenteria



La modellazione FEM della struttura



I prima venti periodi di vibrazione

Posizione masse 1

Numero di Frequenze calcolate =150, filtrate=83

N	T	Coeff. Partecipazione		Masse Modali		Percentuali	
	s			kgm*g			
		Dir=0°	Dir=90°	Dir=0°	Dir=90°	Dir=0°	Dir=90°
1(1)	0.3999	121.156	60.716	143950	36152	12.05	3.03
2(2)	0.3504	-57.295	123.972	32192	150720	2.69	12.62
3(3)	0.2914	-1.340	75.425	18	55789	0.00	4.67
4(4)	0.2684	97.257	-19.618	92760	3774	7.76	0.32
5(5)	0.2322	-108.492	-53.809	115430	28395	9.66	2.38
6(6)	0.2053	-53.264	77.888	27822	59493	2.33	4.98
7(7)	0.2032	27.882	-54.257	7624	28869	0.64	2.42
8(8)	0.2015	-10.028	18.969	986	3529	0.08	0.30
9(9)	0.2004	-10.584	35.525	1099	12376	0.09	1.04
10(14)	0.1751	29.546	28.021	8561	7700	0.72	0.64
11(15)	0.1692	-80.855	-32.253	64111	10201	5.37	0.85
12(16)	0.1571	-24.296	47.780	5789	22388	0.48	1.87
13(18)	0.1349	31.932	7.630	10000	571	0.84	0.05
14(22)	0.1239	25.337	11.046	6296	1197	0.53	0.10
15(23)	0.1197	10.214	14.702	1023	2120	0.09	0.18
16(24)	0.1141	-11.110	14.030	1210	1930	0.10	0.16
17(25)	0.1109	6.186	-36.144	375	12811	0.03	1.07
18(26)	0.1068	-2.347	16.592	54	2700	0.00	0.23
19(28)	0.1025	-32.869	2.929	10595	84	0.89	0.01
20(30)	0.0966	-27.980	-1.387	7678	19	0.64	0.00

La % di masse eccitate

Somma delle Masse Modali [kgm*g]	1096425	1038906		
Masse strutturali libere [kgm*g]	1194729	1194729		
Percentuale	91.77	86.96	91.77	86.96

I taglianti di piano e le forze sismiche
direzione X

Combinazione: 12-I-2 (SISMAX_SLV)

Piano	Fx	Fy	Fz	dx	dy	Θ
	kg	kg	kg	mm	mm	
0	-19614	-455	1302790	0.00	0.00	--
1	2433	187	-166128	-0.03	0.00	0.001148
2	20698	324	-1252921	0.02	0.01	0.001943
3	-700	975	-127913	0.01	-0.00	0.000978
4	13150	460	-915333	0.66	0.02	0.028440
5	-1532	-72	-84781	0.05	-0.02	0.021340
6	11445	313	-579421	1.34	0.08	0.041010
7	-1798	721	-41716	0.05	-0.02	0.017487
8	5337	2910	-241988	1.93	0.13	0.047032

Piano	FxPil/Isol.	FyPil/Isol.	FxPar	FyPar	FxShell	FyShell	FxTot	FyTot
	kg	kg	kg	kg	kg	kg	kg	kg
0	-21192	-412	0	0	1578	-42	-19614	-455
1	4014	306	0	0	-1580	-119	2433	187
2	20065	-134	0	0	633	458	20698	324
3	122	-73	0	0	-822	1048	-700	975
4	13679	1014	0	0	-529	-554	13150	460
5	-1532	-72	0	0	0	0	-1532	-72
6	12205	229	0	0	-760	84	11445	313
7	-1798	721	0	0	0	0	-1798	721
8	5931	3355	0	0	-593	-445	5337	2910

direzione Y

Combinazione: 13-I-3 (SISMAY_SLV)

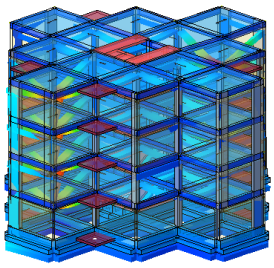
Piano	Fx	Fy	Fz	dx	dy	Θ
	kg	kg	kg	mm	mm	
0	-3693	-12613	1298371	0.00	0.00	--
1	2778	3141	-166379	-0.02	0.02	0.000785
2	3173	14688	-1248320	0.00	0.03	0.001660
3	-1863	17	-128534	-0.02	0.29	0.011008
4	1065	14873	-912916	0.29	0.35	0.012078
5	-1515	1420	-84068	-0.02	0.57	0.009671
6	2476	12124	-575118	0.59	0.76	0.018452
7	-1920	-290	-39075	-0.03	0.80	0.007834
8	-598	13459	-240077	0.87	1.09	0.010567

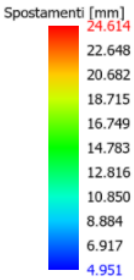
Piano	FxPil/Isol.	FyPil/Isol.	FxPar	FyPar	FxShell	FyShell	FxTot	FyTot
	kg	kg	kg	kg	kg	kg	kg	kg
0	-4824	-13093	0	0	1131	481	-3693	-12613
1	3929	3645	0	0	-1151	-504	2778	3141
2	2984	13604	0	0	189	1084	3173	14688
3	14	2393	0	0	-1877	-2376	-1863	17
4	2599	13211	0	0	-1534	1662	1065	14873
5	-1515	1420	0	0	0	0	-1515	1420
6	3287	8995	0	0	-810	3128	2476	12124
7	-1920	-290	0	0	0	0	-1920	-290
8	328	10177	0	0	-926	3281	-598	13459

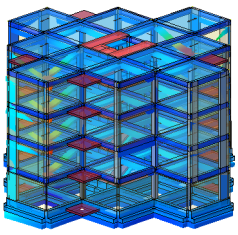
Lo spostamento max di interpiano allo SLD

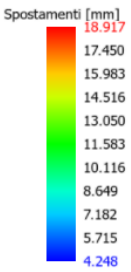
6-8	(28+29)-V-3	0.21	0.28	0.01	12.75	2	102	12.77	32.00	2.5

Le deformate per carichi permanenti e variabili

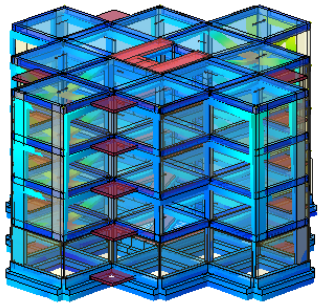


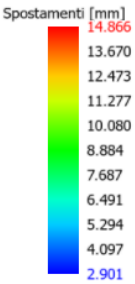


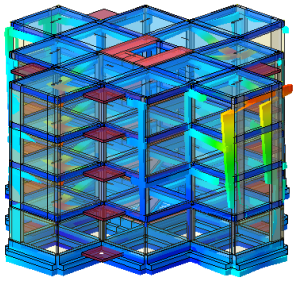


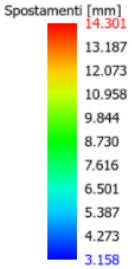


Le deformate azioni sismiche direzione X e Y









I tagli nei pilastri 30 x110 $V_{MAX} \approx 5600$ daN

Asta :8 dal Nodo:8 al Nodo:208

Ascissa [m]	N [kg]	Ty [kg]	Tz [kg]	Mt [kgm]	My [kgm]	Mz [kgm]
0.00	-30527	5165	1077	1198	-2852	22644
0.32	-30263	5165	1077	1198	-2507	21020
0.64	-29999	5165	1077	1198	-2163	19401
0.96	-29735	5165	1077	1198	-1818	17789
1.28	-29471	5165	1077	1198	-1473	-14819
1.60	-29207	5165	1077	1198	-1129	-13355
1.92	-28943	5165	1077	1198	-787	-11905
2.24	-28679	5165	1077	1198	-913	-10477
2.56	-28415	5165	1077	1198	-1333	-9080
2.88	-28151	5165	1077	1198	-1755	-7731
3.20	-27887	5165	1077	1198	-2176	-6460

ta :22 dal Nodo:11 al Nodo:111

Ascissa [m]	N [kg]	Ty [kg]	Tz [kg]	Mt [kgm]	My [kgm]	Mz [kgm]
0.00	-11537	-5549	244	1469	-1948	-7403
0.32	-11273	-5549	244	1469	-1909	-5626
0.64	-11009	-5549	244	1469	-1881	-3848
0.96	-10745	-5549	244	1469	-1869	-2068
1.28	-10481	-5549	244	1469	945	-431
1.60	-10217	-5549	244	1469	603	1425
1.92	-9953	-5549	244	1469	306	3227
2.24	-9689	-5549	244	1469	66	5010
2.56	-9425	-5549	244	1469	-109	6789
2.88	-9161	-5549	244	1469	-222	8567
3.20	-8897	-5549	244	1469	-285	10344

Riportiamo le sollecitazioni Flettenti taglianti e di sforzo normale utilizzate per le verifiche di un pilastro 30x110 al primo impalcato

Piede	AfSpigolo = 2.01	Afy = 12.06	Afz = 2.01
Testa	AfSpigolo = 2.01	Afy = 12.06	Afz = 2.01

ν_{max}=N/(fcd*A)=0.072 <= 0.65 [Comb. (12+13)-I-2(-)]

Zona	C.	N	My	Mz	Mry+	Mrz+	Mry-	Mrz-	CS
		kg	kg*m	kg*m	kg*m	kg*m	kg*m	kg*m	
Piede	(12+13)-III-4(-)	-28881	1628	-24705	20143	77204	20143	77204	3.8
Testa	(12+13)-I-2(-)	-38947	-1551	-9883	21220	80418	21220	80418	8.8

Verifica a taglio

Dir	C.	MrSup	MrInf	T	Vrdns	Vrcd	Vrsd	Vrd	Ast/m	cot(θ)	Cs
		kg*m	kg*m	kg	kg	kg	kg	kg	cmq/m		
Y	(12+13)-I-1	--	--	21416	--	110331	110331	110331	15.71	1.883	5.2
Z	(12+13)-I-2	--	--	5329	--	82505	35819	35819	15.71	2.500	6.7

Piede	AfSpigolo = 2.01	Afy = 12.06	Afz = 2.01
Testa	AfSpigolo = 2.01	Afy = 12.06	Afz = 2.01

ν_{max}=N/(fcd*A)=0.075 <= 0.65 [Comb. (12+13)-I-3(+)]

Zona	C.	N	My	Mz	Mry+	Mrz+	Mry-	Mrz-	CS
		kg	kg*m	kg*m	kg*m	kg*m	kg*m	kg*m	
Piede	(12+13)-I-1(-)	-31095	-3244	24665	20381	77915	20381	77915	3.4
Testa	(12+13)-I-2(-)	-27319	-2229	-9206	19974	76700	19974	76700	8.4

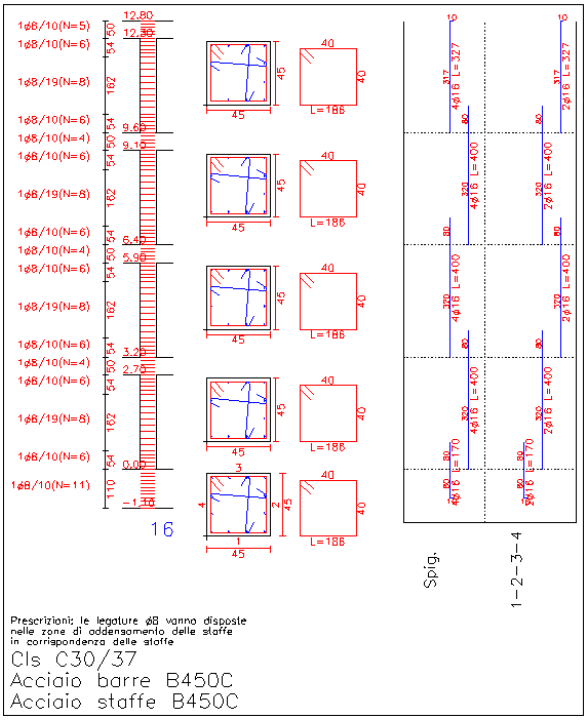
Verifica a taglio

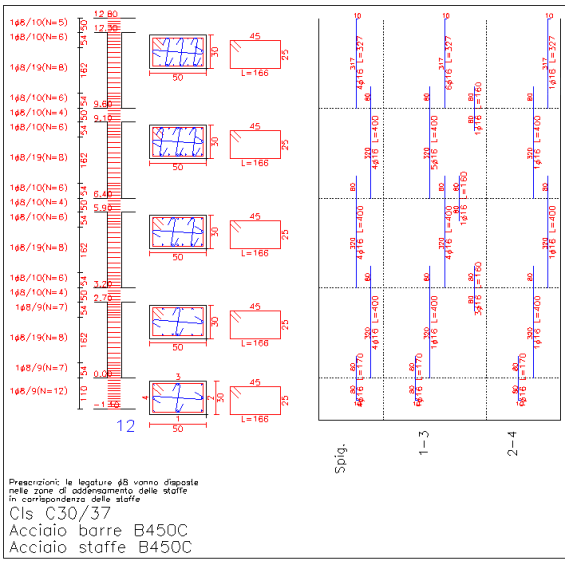
Dir	C.	MrSup	MrInf	T	Vrdns	Vrcd	Vrsd	Vrd	Ast/m	cot(θ)	Cs
		kg*m	kg*m	kg	kg	kg	kg	kg	cmq/m		
Y	(12+13)-I-4	--	--	21334	--	127513	127513	127513	25.13	1.360	6.0
Z	(12+13)-I-4	--	--	5544	--	82626	57311	57311	25.13	2.500	10

La forza trasmessa all'impalcato non è il taglio nel pilastro ma la diffferenza tra il taglio al piano superiore ed il taglio al piano inferiore

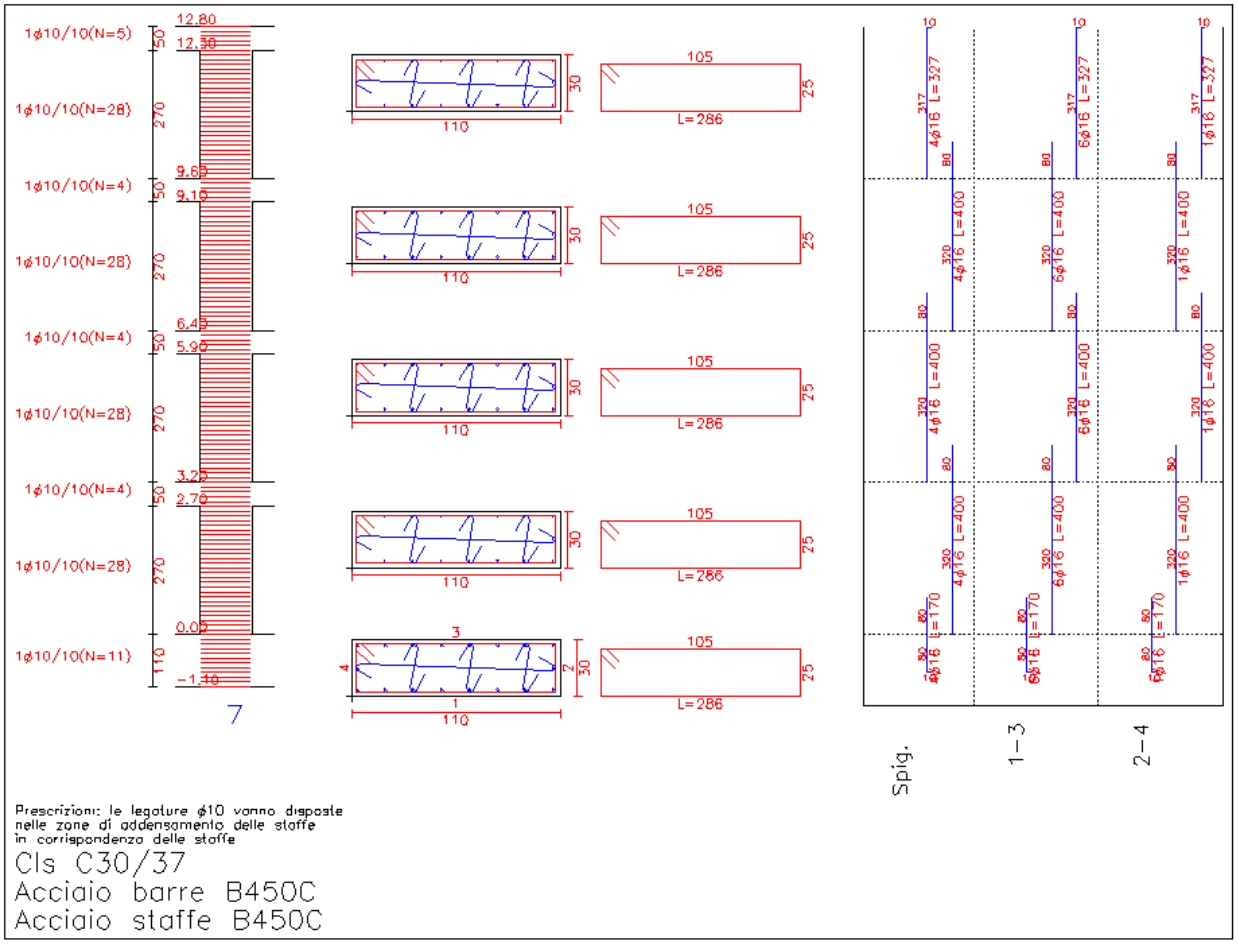
$\Delta F = V_1 - V_2 = V_{MAX} \approx 5600$ daN

Le armature nei pilastri 45x45 e 30x50

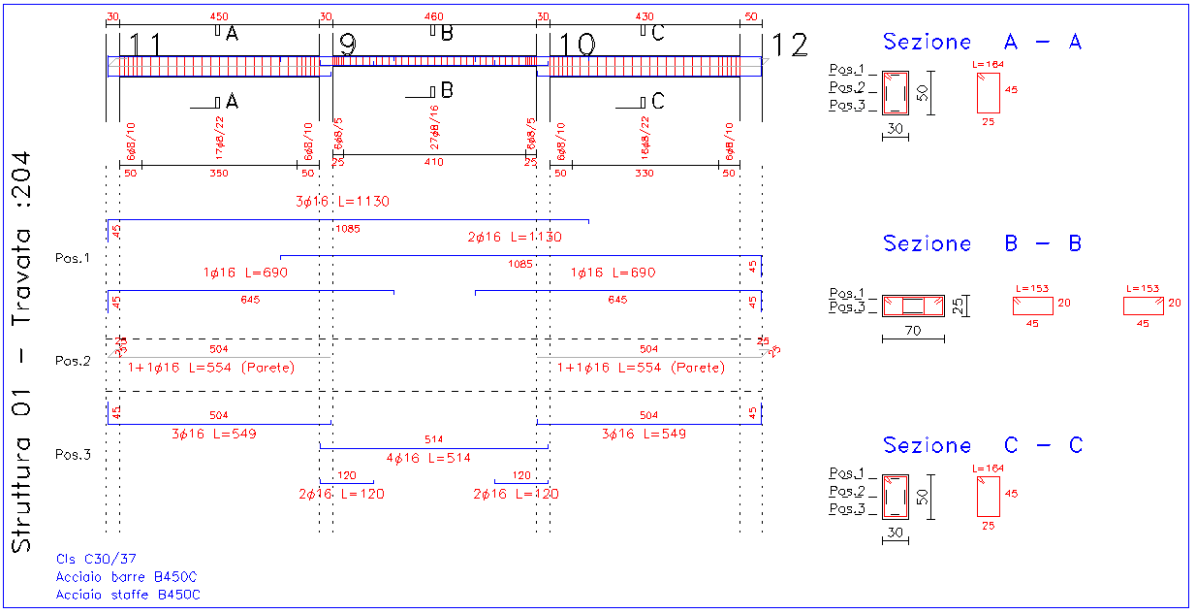




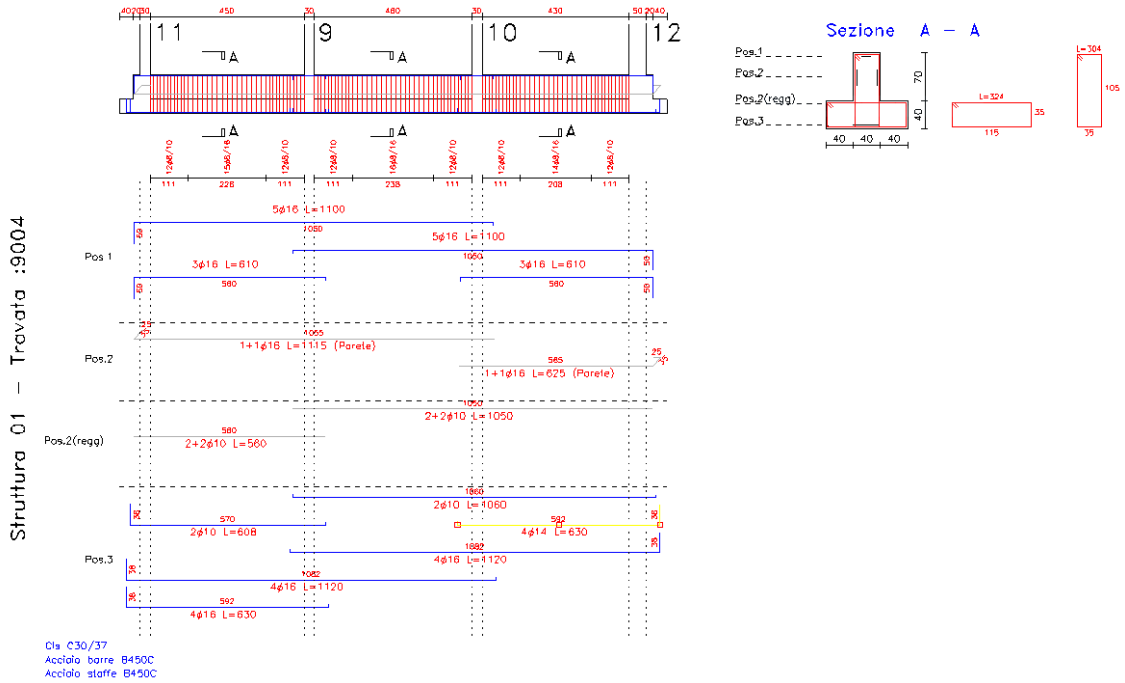
Pilastro 30x110



Trave in elevazione II Impalcato



Trave di fondazione



L'edificio è tutto verificato in ogni suo elemento strutturale, la problematica della armatura dei nodi non confinati e i dati inseriti per le tamponature saranno esaminate nei paragrafi dedicati.

17-Edificio 6 impalcati con copertura piana (Iperspace Bim PE)

L'edificio lo modelliamo con 6 impalcati e torrino ascensore per accedere al tetto a terrazza dove vi sono le istallazioni energetiche impiantistiche ; le uniche variante sono i pilastri 30x50 che passano al 30x60 cm ed un nucleo ascensore quadrato di lato 240 cm e spessore 30 cm .

Solaio 20+5
Travi perimetrali emergenti 30x50
Travi a spessore 70x25 cm
Pilastri di bordo 30x60 cm cm
Pilastri centrali 45x45 cm
Reticolo di travi di fondazione b = 40 cm ; h = 100 cm ; B = 120 cm H = 140 cm

Altezza impalcati 320 cm ; pilastri di bordo sottotetto 200 cm ;

Carico solaio H = 25 cm
peso proprio G_K 280 daN/mq
Carico permanente G_{SK} 245 daN/mq
Carico accidentale Q_{SK} = 200 daN/mq (edifici residenziali)

Carichi Sbalzo H = 20 cm
peso proprio G_K 500 daN/mq
Carico permanente G_{SK} 75 daN/mq
Carico accidentale Q_{SK} = 400 daN/mq (edifici residenziali)

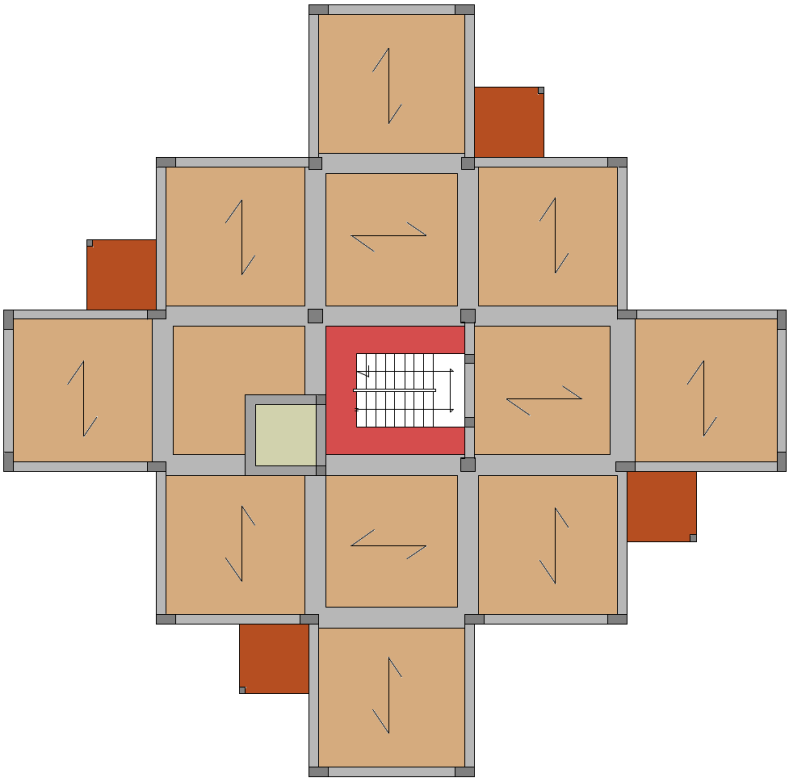
Carichi Solaio di copertura
Carico permanente non strutturale 250 daN/mq
Carico da neve Qsk = 260 daN/mq

Peso tamponatura 700 daN/ml

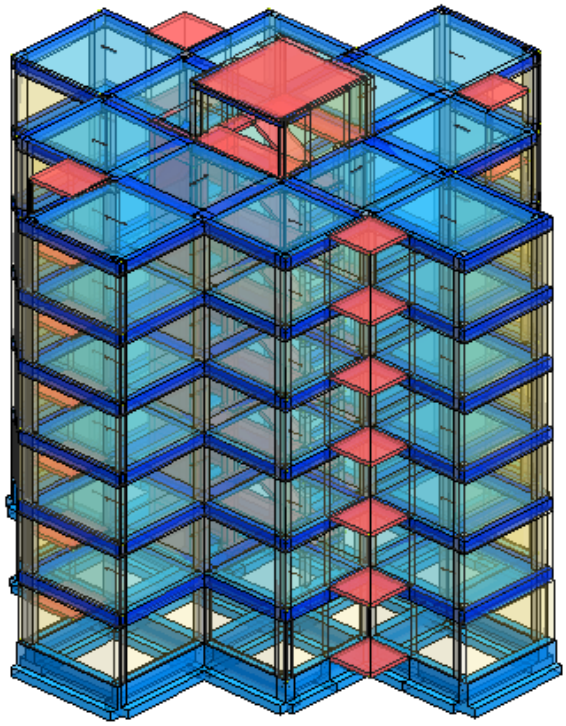
Carico scala a soletta rampante
Peso proprio G_K 750 daN/ml
Carico permanente G_{KS} 220 daN/ml
Ringhiera 100 daN/ml
Sovraccarico Q_K 400 daN/mq

Per questo edificio ubicato a Castel di Sangro con 6 impalcati l'azione sismica viene prevalentemente affidata al nucleo in cemento armato, il 60% la restante parte viene ripartita tra i telai ortogonali . Il calcolo al solito lo eseguiamo con Iperspace Bim Personal Edition allo stato limite di salvaguardia della vita e allo stato limite di danno

Carpenteria



Modellazione struttura



Riportiamo i primi 15 periodi di oscillazione

Posizione masse 1

Numero di Frequenze calcolate =250, filtrate=108

N	T	Coeff. Partecipazione		Masse Modali		Percentuali	
	s			kgm*g			
		Dir=0°	Dir=90°	Dir=0°	Dir=90°	Dir=0°	Dir=90°
1(1)	0.5464	53.441	83.216	28008	67909	1.34	3.24
2(2)	0.3968	-161.622	-10.571	256167	1096	12.22	0.05
3(3)	0.3647	23.293	-242.667	5321	577487	0.25	27.54
4(4)	0.2888	-132.739	58.463	172790	33518	8.24	1.60
5(5)	0.2351	-130.693	-51.052	167505	25559	7.99	1.22
6(6)	0.2181	18.751	-61.005	3448	36496	0.16	1.74
7(7)	0.2131	-77.966	174.726	59612	299389	2.84	14.28
8(8)	0.2085	31.972	-32.864	10024	10592	0.48	0.51
9(9)	0.2024	111.031	53.514	120894	28084	5.77	1.34
10(10)	0.1983	9.950	-40.654	971	16208	0.05	0.77
11(11)	0.1862	-15.102	44.982	2237	19842	0.11	0.95
12(12)	0.1804	2.099	-20.001	43	3923	0.00	0.19
13(13)	0.1665	-35.575	-28.133	12411	7761	0.59	0.37
14(20)	0.1602	29.108	-14.044	8309	1934	0.40	0.09
15(21)	0.1576	-18.939	22.854	3518	5122	0.17	0.24

La % di masse eccitate di poco inferiore all'85%

Somma delle Masse Modali [kgm*g]	1821535	1723977		
Masse strutturali libere [kgm*g]	2096754	2096754		
Percentuale	86.87	82.22	86.87	82.22

I taglianti le forze sismiche di piano

DIREZIONE X

Combinazione: 5-I-2 (SISMAX2_SLV)

Piano	Fx	Fy	Fz	dx	dy	Θ
	kg	kg	kg	mm	mm	
0	-88436	76577	2200802	0.00	0.00	--
1	52689	-63927	-263040	-0.10	0.04	0.000220
2	92329	-72239	-2133955	-0.02	0.03	0.000953
3	7205	21707	-191215	-0.01	-0.07	0.000554
4	40130	20687	-1742659	0.61	-0.06	0.014981
5	-5532	6365	-12264	0.13	-0.38	0.000523
6	17632	21579	-1325376	1.23	-0.11	0.033428
7	-14127	20626	-116015	0.07	-0.15	0.003353
8	5924	19854	-961498	1.84	-0.17	0.051427
9	-16734	20437	-78206	0.08	-0.16	0.004347
10	2194	22951	-558983	2.22	-0.19	0.025906
11	-13703	25988	-33998	0.10	-0.15	0.001532
12	-14171	26859	-148346	2.49	-0.20	0.007301
13	958	-242	-19543	0.40	-0.45	0.016045

Piano	FxPil/Isol.	FyPil/Isol.	FxPar	FyPar	FxShell	FyShell	FxTot	FyTot
	kg	kg	kg	kg	kg	kg	kg	kg
0	-35936	-3964	0	0	-52500	80541	-88436	76577
1	-85	433	0	0	52774	-64360	52689	-63927
2	38550	5217	0	0	53778	-77456	92329	-72239
3	-781	6095	0	0	7986	15611	7205	21707
4	26952	4170	0	0	13177	16517	40130	20687
5	-1162	4837	0	0	-4370	1528	-5532	6365
6	20170	2775	0	0	-2538	18804	17632	21579
7	-1267	4100	0	0	-12861	16525	-14127	20626
8	13695	942	0	0	-7771	18912	5924	19854
9	-1316	3588	0	0	-15418	16849	-16734	20437
10	12154	937	0	0	-9960	22015	2194	22951
11	-926	3340	0	0	-12788	23367	-13703	25988
12	-8094	1080	0	0	-6077	25779	-14171	26859
13	958	-242	0	0	0	0	958	-242

DIREZIONE Y

Combinazione: 6-I-3 (SISMAY2_SLV)

Piano	Fx	Fy	Fz	dx	dy	Θ
	kg	kg	kg	mm	mm	
0	-37561	28650	2195911	0.00	0.00	--
1	52198	-62362	-262654	-0.09	0.08	0.000239
2	51492	-29689	-2124161	-0.05	0.08	0.000814
3	14406	14396	-197116	-0.02	0.11	0.000257
4	6534	56816	-1735110	-0.30	0.90	0.015922
5	-2380	785	-13661	0.10	0.55	0.001832
6	-6374	49817	-1311803	-0.61	1.70	0.022094
7	-7722	8138	-118662	0.03	0.29	0.010236
8	-9678	44403	-959024	-0.95	2.55	0.032466
9	-6170	6902	-77434	0.03	0.35	0.016799
10	-11978	37620	-552725	-1.19	3.07	0.020847
11	-5029	12635	-27566	0.04	0.38	0.003734
12	-3986	20296	-147405	-1.32	3.46	0.014960
13	-25	41	-17804	-0.41	1.03	0.365453

Piano	FxPil/Isol.	FyPil/Isol.	FxPar	FyPar	FxShell	FyShell	FxTot	FyTot
	kg	kg	kg	kg	kg	kg	kg	kg
0	10311	-47445	0	0	-47871	76096	-37561	28650
1	203	839	0	0	51995	-63201	52198	-62362
2	-9196	50824	0	0	60688	-80514	51492	-29689
3	642	5707	0	0	13763	8688	14406	14396
4	-12729	43616	0	0	19263	13200	6534	56816
5	934	2830	0	0	-3314	-2045	-2380	785
6	-10968	34221	0	0	4594	15596	-6374	49817
7	1157	1144	0	0	-8878	6994	-7722	8138
8	-8841	24598	0	0	-837	19805	-9678	44403
9	1407	-184	0	0	-7577	7086	-6170	6902
10	-2694	16598	0	0	-9284	21022	-11978	37620
11	1264	-659	0	0	-7946	13224	-5029	12635
12	540	-4500	0	0	-4526	24795	-3986	20296
13	-25	41	0	0	0	0	-25	41

Lo spostamento max di interpiano per lo stato limite di danno

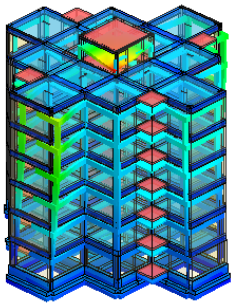
					Minimo					
8-10	(10+11)-V-3	0.00	0.05	0.05	11.90	427	527	11.94	32.00	2.7

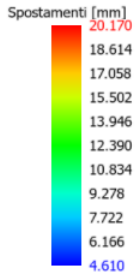
Le sollecitazioni nelle pareti costituenti il nucleo al primo impalcato

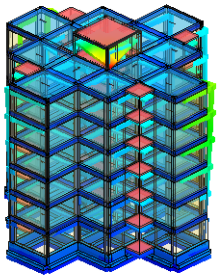
```
Combinazione :3 Sisma:1
Muro : 0
 Pann       Sxx       Syy       Sxy       Mxx       Myy       Mxy       Tx        Ty
          [kg/mq]   [kg/mq]   [kg/mq]   [kgm/m]   [kgm/m]   [kgm/m]   [kg/m]    [kg/m]
    1      -3902   -123224    -60393       -36      -234      -341       434       161
Muro : 0
 Pann       Sxx       Syy       Sxy       Mxx       Myy       Mxy       Tx        Ty
          [kg/mq]   [kg/mq]   [kg/mq]   [kgm/m]   [kgm/m]   [kgm/m]   [kg/m]    [kg/m]
    1      -6503   -100343    -23296       182       425      -140     -2963     -1798
```

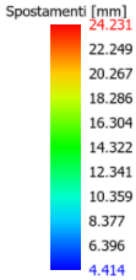
```
Combinazione :4 Sisma:1
Muro : 0
 Pann       Sxx       Syy       Sxy       Mxx       Myy       Mxy       Tx        Ty
          [kg/mq]   [kg/mq]   [kg/mq]   [kgm/m]   [kgm/m]   [kgm/m]   [kg/m]    [kg/m]
    1      -2722      6172    -29603       -73      -120      -226      -586      -176
```

Le deformate per azioni sismiche orizzontali direzione X e Y .
In queste deformate vi è una problematica di modellazione del solai del torrino dove è stato inserito un elemento plate-shell deformabile e non rigido come il solaio dove gli spostamenti verticali degli impalcati sono alla stesa quota

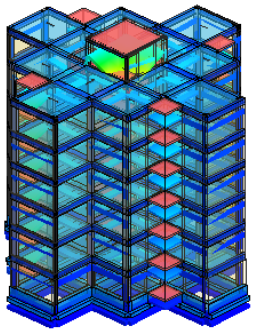


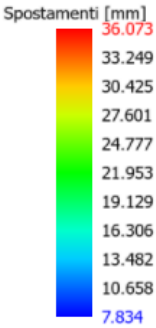


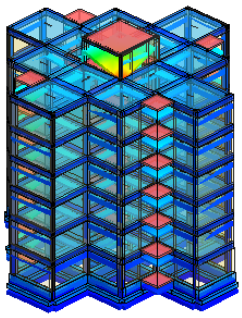


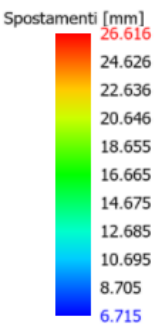


Le deformate per carichi permanenti e accidentali:

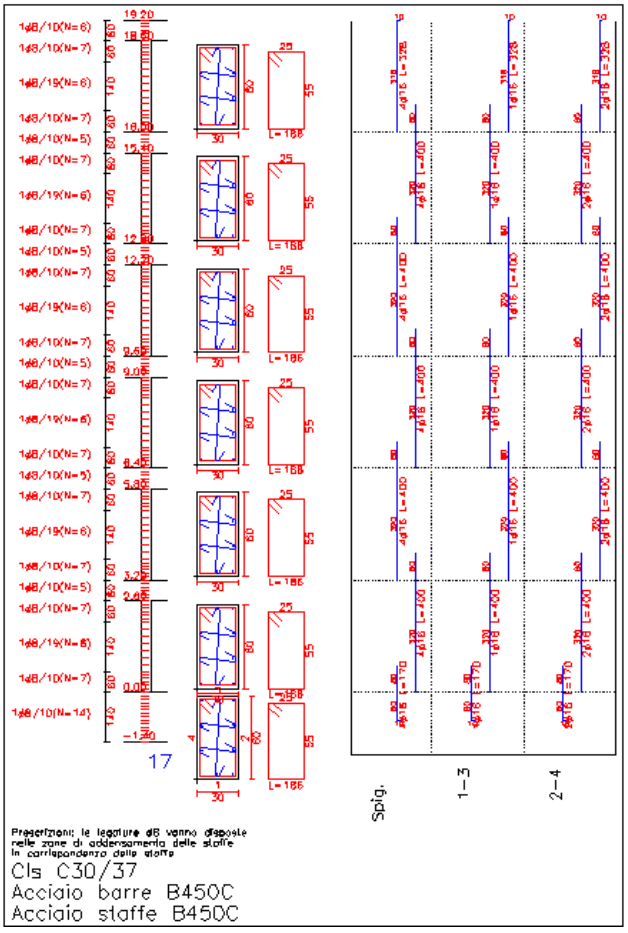


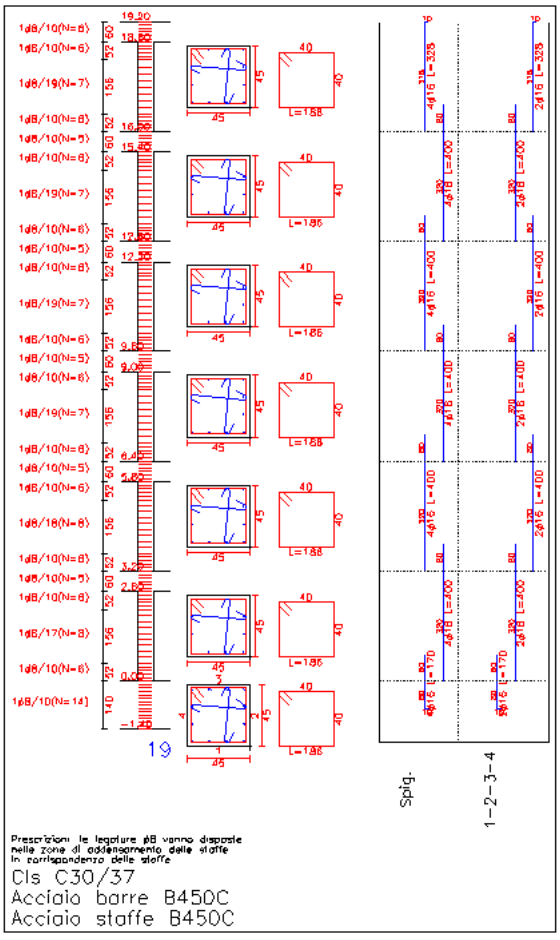




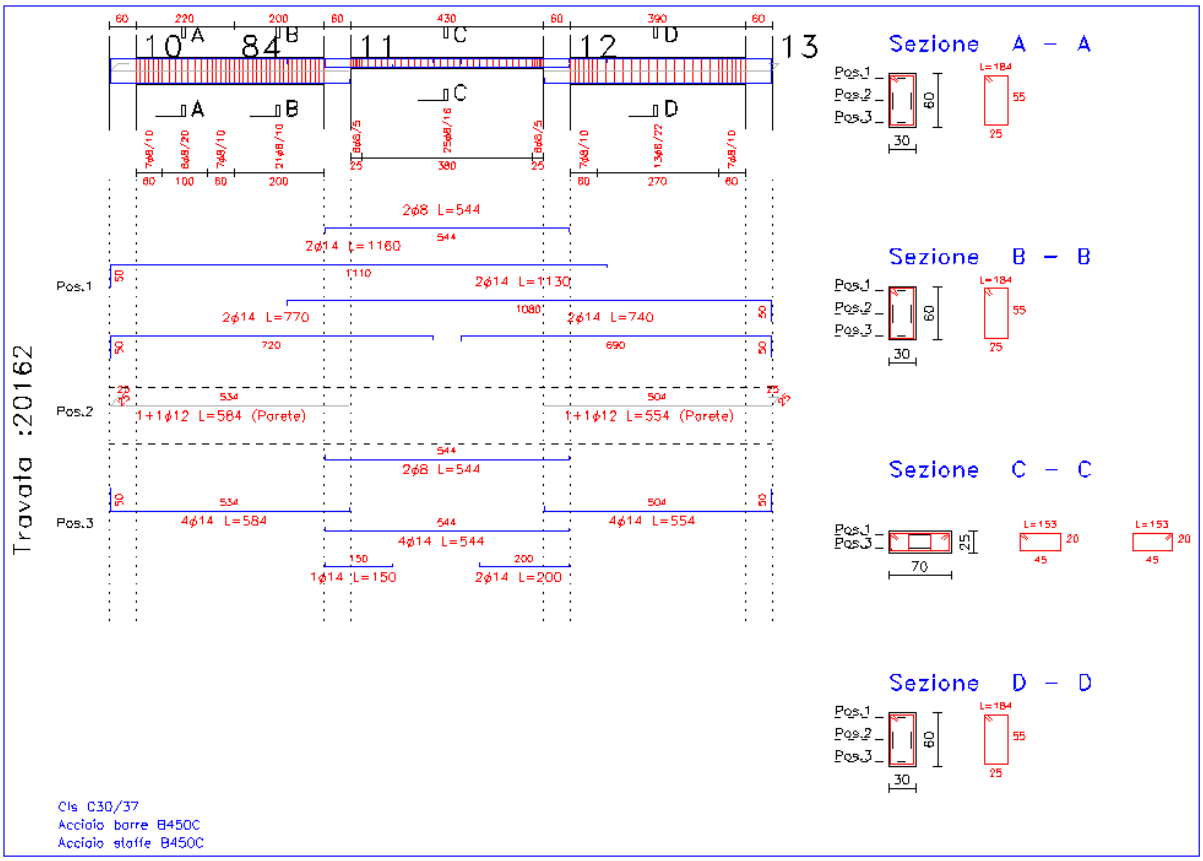


Le armature dei pilastri

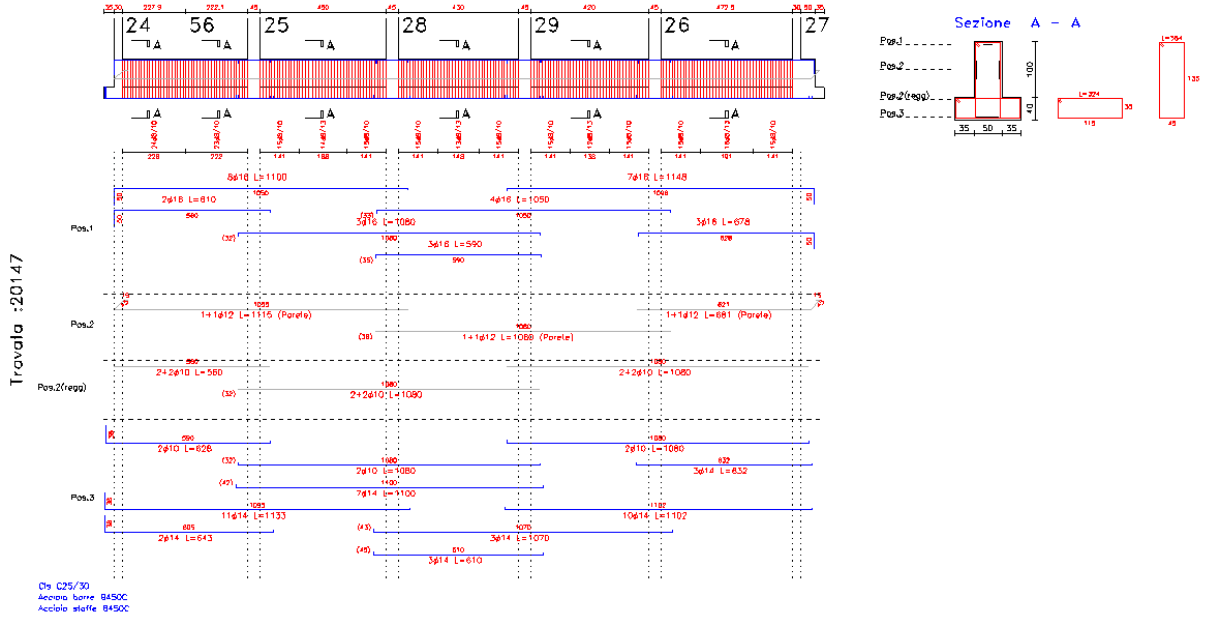




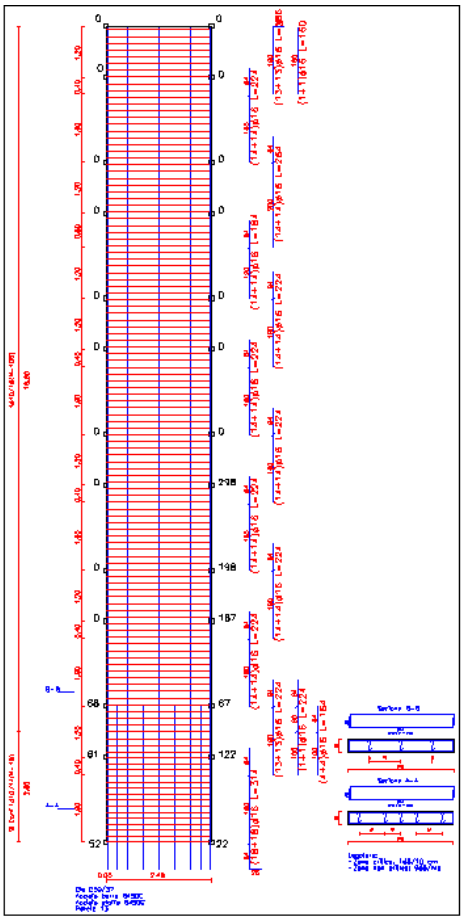
Armatura di una trave



Armatura di una trave di fondazione



Armatura parete di un nucleo



L'edificio è tutto verificato in ogni suo elemento strutturale, la problematica della armatura dei nodi non confinati e i dati inseriti per le tamponature saranno esaminate nei paragrafi dedicati. Per quanto concerne il fattore di struttura q, le norme tecniche sulle costruzioni 2018 affermano testualmente

7.4.3.1 TIPOLOGIE STRUTTURALI

Le strutture sismo-resistenti in calcestruzzo armato previste dalle presenti norme possono essere classificate nelle seguenti tipologie:

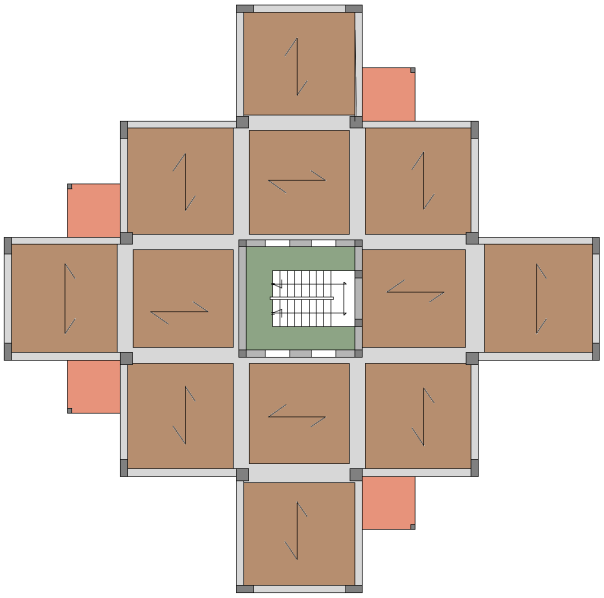
- **strutture a telaio**, nelle quali la resistenza alle azioni sia verticali che orizzontali è affidata principalmente a telai spaziali, aventi resistenza a taglio alla base ≥ 65% della resistenza a taglio totale;
- **strutture a pareti**, nelle quali la resistenza alle azioni sia verticali che orizzontali è affidata principalmente a pareti (v. § 7.4.4.5), aventi resistenza a taglio alla base ≥ 65% della resistenza a taglio totale; le pareti, a seconda della forma in pianta, si definiscono semplici o composte (v. § 7.4.4.5), a seconda della assenza o presenza di opportune "travi di accoppiamento" duttili distribuite in modo regolare lungo l'altezza, si definiscono singole o accoppiate;
- **strutture miste telaio-pareti**, nelle quali la resistenza alle azioni verticali è affidata prevalentemente ai telai, la resistenza alle azioni orizzontali è affidata in parte ai telai ed in parte alle pareti, singole o accoppiate; se più del 50% dell'azione orizzontale è assorbita dai telai si parla di **strutture miste equivalenti a telai**, altrimenti si parla di **strutture miste equivalenti a pareti**;
- **strutture a pendolo inverso**, nelle quali almeno il 50% della massa è nel terzo superiore dell'altezza della costruzione e nelle quali la dissipazione d'energia avviene alla base di un singolo elemento strutturale;

Si è considerato un fattore di struttura q = 3 poiché il 50% della massa non è nel terzo superiore della altezza dell'edificio ma distribuita uniformente in H/2.

18-Edificio 10 impalcati effetto P-Δ, Buckling (Iperspace Bim PE)

L'edificio è stato progettato con un nucleo scala centrale le cui pareti hanno uno spessore di 30 cm e si estende fin al decimo impalcato; per le fondazioni si è scelto un reticolo di travi rovesce con sbalzi di 240 cm , senza utilizzare palificate onerose e costose; tra le maglie del reticolo si voleva inserire una platea ma vi sono stati problemi nella modellazione . Le dimensioni degli elementi strutturali sono le seguenti :

Solaio 20+ 6
Pilastri centrali 50x50
Pilastri di bordo 30x70
Travi di bordo emergenti 30x70
Travi centrali a spessore 70x26
Sbalzo spessore 20 cm
Travi di fondazione H= 250 cm ; B_s= 70 cm ; h_S =60 cm , B_I=170 cm



Carico solaio H = 26 cm
peso proprio G_K 350 daN/mq
Carico permanente G_{SK} 245 daN/mq
Carico accidentale Q_{SK} = 200 daN/mq (edifici residenziali)

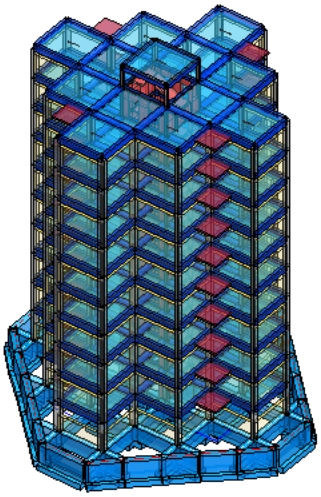
Carichi Sbalzo H = 20 cm
peso proprio G_K 500 daN/mq
Carico permanente G_{SK} 75 daN/mq
Carico accidentale Q_{SK} = 400 daN/mq (edifici residenziali)

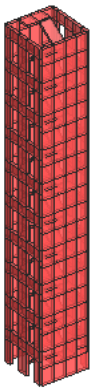
Carichi Solaio di copertura
Carico permanente non strutturale 250 daN/mq
Carico da neve Qsk = 260 daN/mq

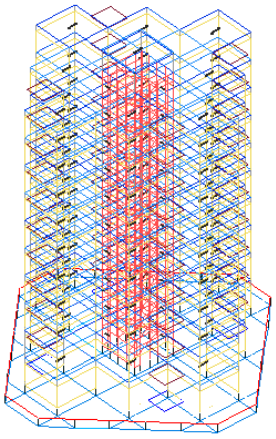
Peso tamponatura 700 daN/ml

Carico scala a soletta rampante
Peso proprio G_K 750 daN/ml
Carico permanente G_{KS} 220 daN/ml
Ringhiera 100 daN/ml
Sovraccarico Q_K 400 daN/mq

Riportiamo la modellazione dell'edificio , il nucleo scala i periodi i taglianti di piano e le forze sismiche i risultati della analisi di buckling e lo spostamento massimo allo stato limite di danno. Gli elementi strutturali sono tutti verificati gli spostamenti orizzontali ridotti e non si hanno problematiche di effetto ***P-Δ***







(Buckling)

N°	fattore
1	82.763
2	86.637
3	88.895
4	90.948
5	93.719
6	102.576
7	111.176
8	114.209
9	117.250
10	124.731

Primi 20 periodi di vibrazione

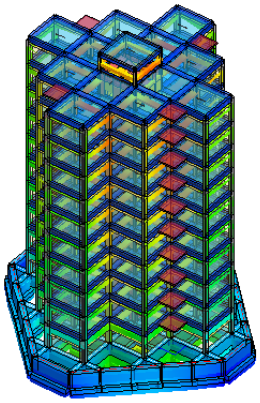
Posizione masse 1
Numero di Frequenze calcolate =200, filtrate=56

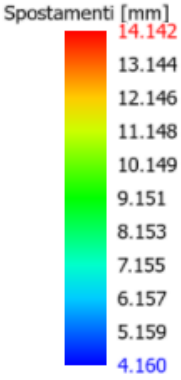
N	T	Coeff. Partecipazione		Masse Modali		Percentuali	
	s			kgm*g			
		Dir=0°	Dir=90°	Dir=0°	Dir=90°	Dir=0°	Dir=90°
1(1)	0.9319	26.043	498.415	6651	2436140	0.18	66.04
2(2)	0.9005	527.171	-45.577	2725362	20371	73.88	0.55
3(3)	0.7550	60.563	173.162	35969	294054	0.98	7.97
4(5)	0.3053	-0.271	23.556	1	5442	0.00	0.15
5(6)	0.2823	93.124	36.586	85044	13126	2.31	0.36
6(8)	0.2513	105.288	-116.637	108713	133413	2.95	3.62
7(9)	0.2324	41.048	148.706	16523	216858	0.45	5.88
8(10)	0.2155	-54.721	-0.230	29365	1	0.80	0.00
9(11)	0.2043	-140.420	3.787	193366	141	5.24	0.00
10(12)	0.1958	-40.692	-33.443	16238	10968	0.44	0.30
11(13)	0.1897	25.243	34.874	6249	11927	0.17	0.32
12(14)	0.1842	3.986	-38.591	156	14605	0.00	0.40
13(15)	0.1834	-7.156	58.558	502	33628	0.01	0.91
14(16)	0.1804	-48.878	-49.074	23428	23617	0.64	0.64
15(17)	0.1675	22.632	30.089	5023	8879	0.14	0.24
16(19)	0.1574	-28.990	49.247	8242	23784	0.22	0.64
17(20)	0.1567	-34.549	8.686	11706	740	0.32	0.02
18(21)	0.1532	39.329	-26.705	15169	6994	0.41	0.19
19(22)	0.1489	-17.265	40.026	2923	15711	0.08	0.43
20(23)	0.1455	26.767	22.943	7026	5162	0.19	0.14

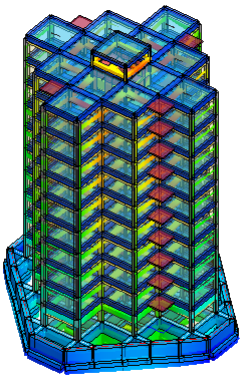
% masse eccitate

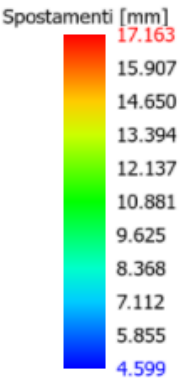
Somma delle Masse Modali [kgm*g]	3603747	3574026		
Masse strutturali libere [kgm*g]	3693323	3693323		
Percentuale	97.57	96.77	97.57	96.77

Le deformate per carichi verticali

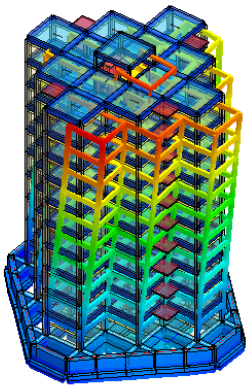


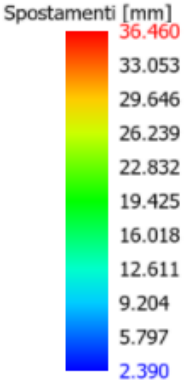


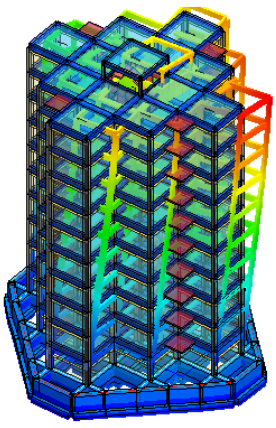


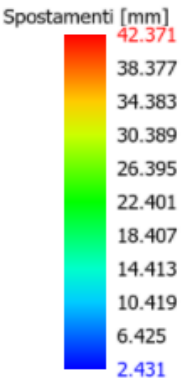


Azioni sismiche direzione X e Y



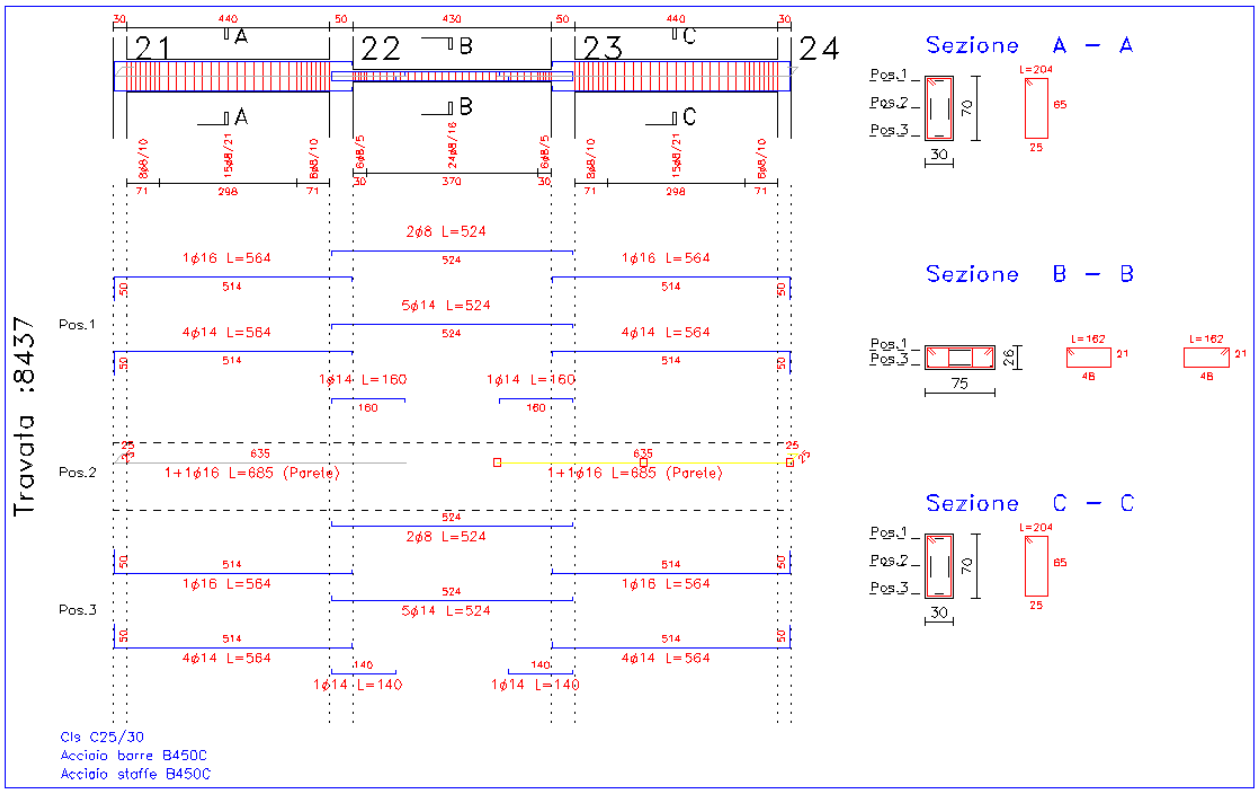




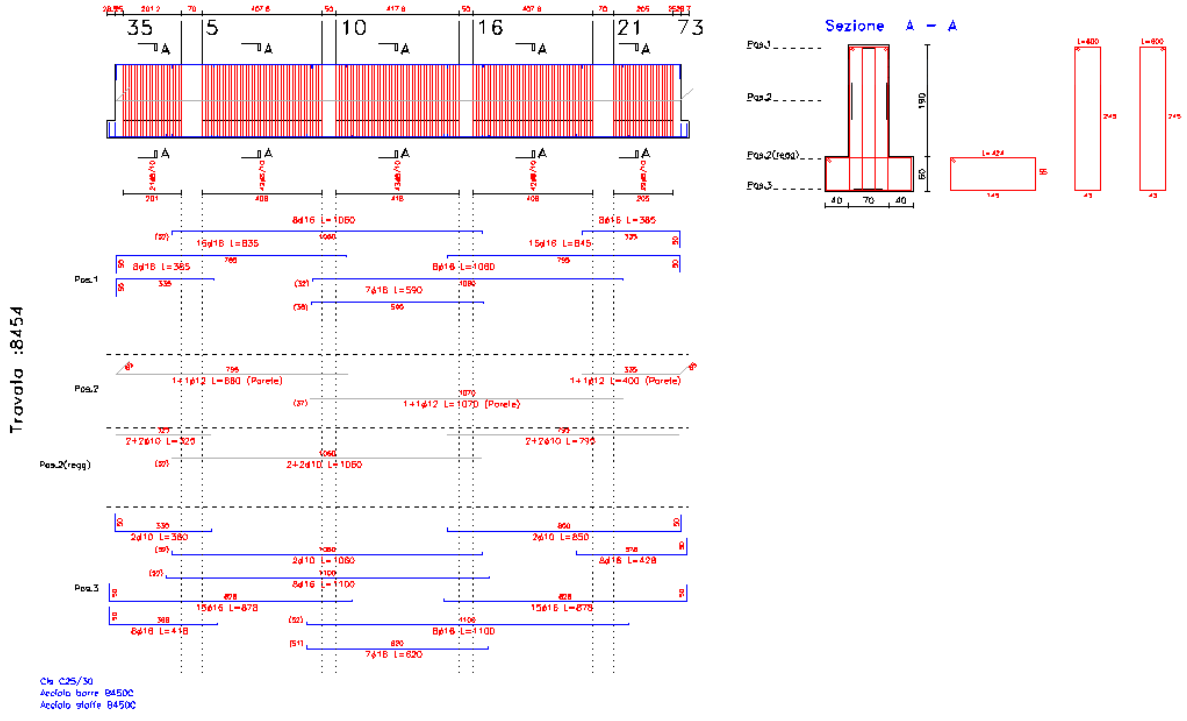


Il coefficiente di struttura utilizzato q = 3 in analogia all'edificio del paragrafo precedente;

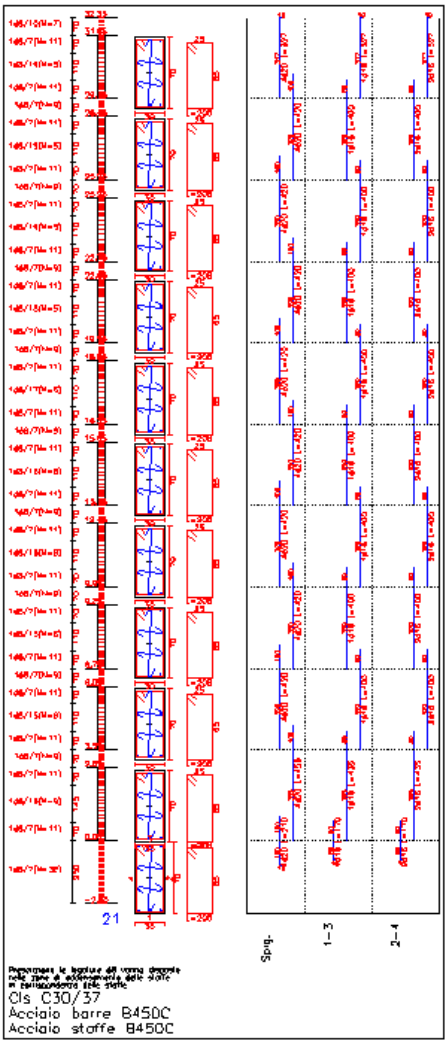
La armatura di una trave in elevazione

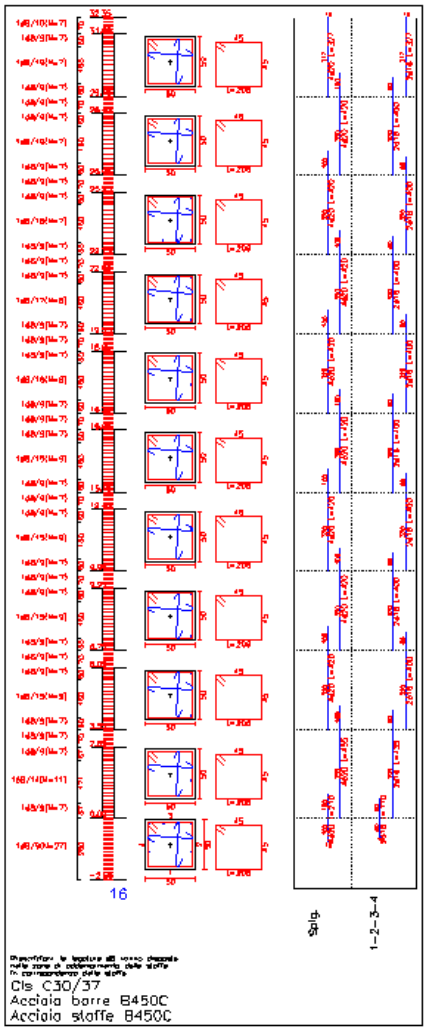


Trave di fondazione

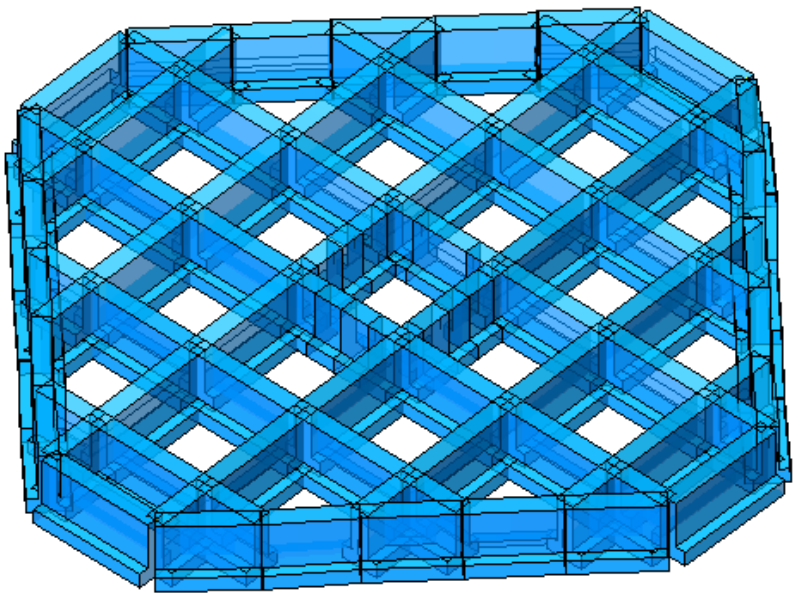


Pilastrate





La modellazione FEM del reticolo di fondazione



Per il nucleo si sono verificati problemi nella aggregazione dei singoli pannelli, si riportano le armature 1ϕ14 /30 cm in direzione orizzontale e verticale , ovvero una maglia quadrata 30x30 cm .

Muro : 0 - Nodi: [14-18-82-4], Pann.X=1, Pann.Y=1Spess.=30 cm, Terreno=--,Criterio=CLS_Muri, Materiale=C35/45: **Verificato**

Armatura a maglia doppia

Pannello	Nx	Ny	Nxy	Mx	My	Mxy	Ax	Ay	C	εc	εf
	kg	kg	kg	kg*m	kg*m	kg*m	cmq	cmq			
1	-31107	-98273	-16019	277	-1872	364	6.00	16.99	(3+4)-V-2	-0.34	0.00
									Massimi		
1							6.00				
1								16.99			

Muro : 0 - Nodi: [50-52-2-3], Pann.X=1, Pann.Y=1Spess.=30 cm, Terreno=--,Criterio=CLS_Muri, Materiale=C35/45: **Verificato**

Armatura a maglia doppia

Pannello	Nx	Ny	Nxy	Mx	My	Mxy	Ax	Ay	C	εc	εf
	kg	kg	kg	kg*m	kg*m	kg*m	cmq	cmq			
1	-1366	-248	-10	-32	-143	-0	6.00	6.00	(3+4)-V-2	-0.02	0.07
									Massimi		
1							6.00				
1								6.00			

Muro : 0 - Nodi: [54-17-85-93], Pann.X=1, Pann.Y=1Spess.=30 cm, Terreno=--,Criterio=CLS_Muri, Materiale=C35/45: **Verificato**

Armatura a maglia doppia

Pannello	Nx	Ny	Nxy	Mx	My	Mxy	Ax	Ay	C	εc	εf
	kg	kg	kg	kg*m	kg*m	kg*m	cmq	cmq			
1	-69685	-236747	62619	204	2168	-248	6.00	21.13	(3+4)-III-3	-0.71	0.00
									Massimi		
1							6.00				
1								21.13			

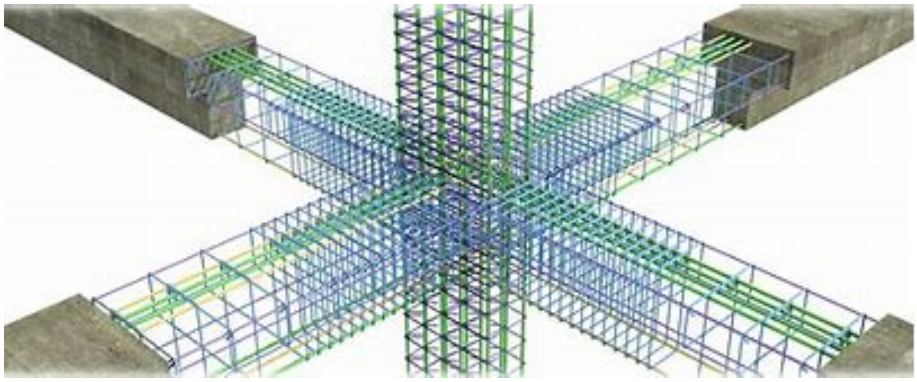
La verifica allo Stato limite di danno

Minimo										
2-3	(10+11)-VI-3	0.01	1.51	0.05	6.62	212	312	6.67	32.00	4.8

19-Le armature nei nodi

I nodi interessati sono quelli non confinati ovvero i nodi perimetrali che vanno tutelati da rotture durante un evento sismico; le lesioni rilevate negli edifici in cemento armato in seguito a terremoti

Il problema dei nodi è in fase di getto del cls , per la presenza di un groviglio di armature longitudinali verticali e staffe il cls non penetra perfettamente si generano dei vuoti ovvero dei ***"difetti strutturali"*** *che possono portare al crollo dell'edificio per instabilità globale.*

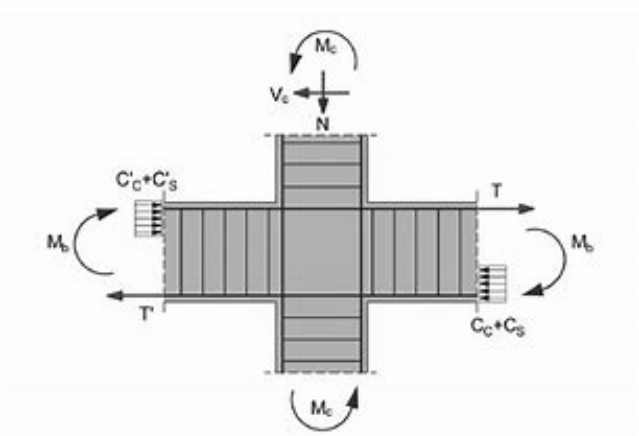


Si distinguono due tipi di nodi:

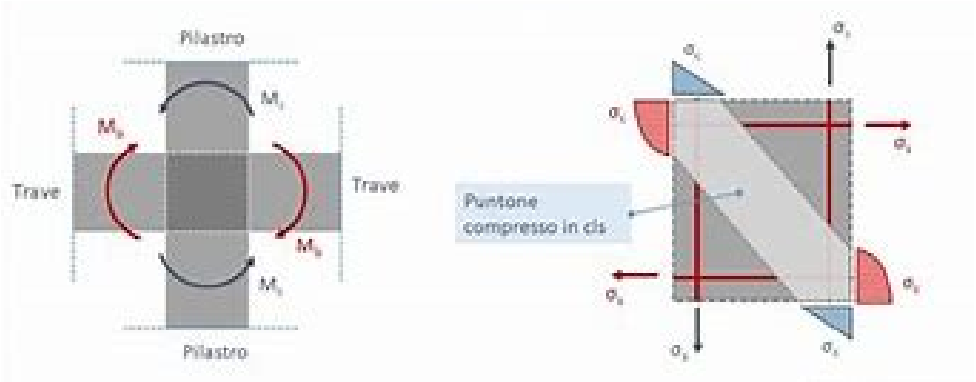
– ***interamente confinati:*** *quando in ognuna delle quattro facce verticali si innesta una trave; il confinamento si considera realizzato quando, su ogni faccia del nodo, la sezione della trave copre per almeno i 3/4 la larghezza del pilastro e, su entrambe le coppie di facce opposte del nodo, le sezioni delle travi si ricoprono per almeno i 3/4 dell'altezza;*
– ***non interamente confinati****: quando non appartenenti alla categoria precedente.*

Il nodo trave pilastro di un telaio in cemento armato è sollecitato dalla forza sismica trasmessa dall'impalcato nella ripartizione delle forze orizzontali , se indichiamo
V_p *Taglio nel pilastro inferiore*
V_o *Forza sismica*
V_c *Taglio alla base del pilastro superiore risulta :*

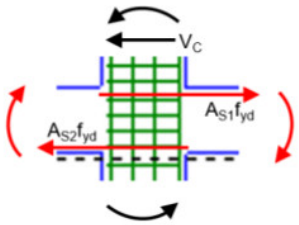
$$V_p = V_o + V_c$$



All'interno del nodo si individua un meccanismo resistente composto da una biella diagonale compressa e ed una tesa la cui trazione viene fatta assorbire dalle staffe



La normativa sismica italiana individua la domanda di sollecitazione del nodo dal seguente schema



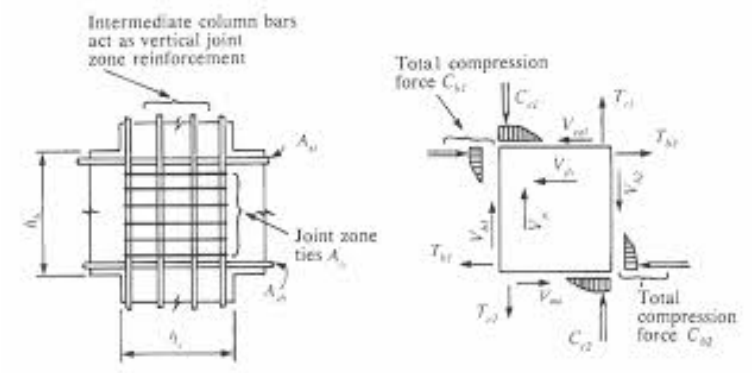
Dove A_{S1} e A_{S2} sono rispettivamente l'armatura longitudinale superiore della trave compresi i monconi, e l'armatura longitudinale inferiore della trave; la normativa italiana il DM 17 Gennaio 2018 stabilisce che la domanda E_d per la verifica di resistenza dei nodi a taglio è data da

$E_d = V_j = \gamma_{rd} * (A_{s1}+A_{S2}) * f_{yd} - V_c$ *per nodi interni*

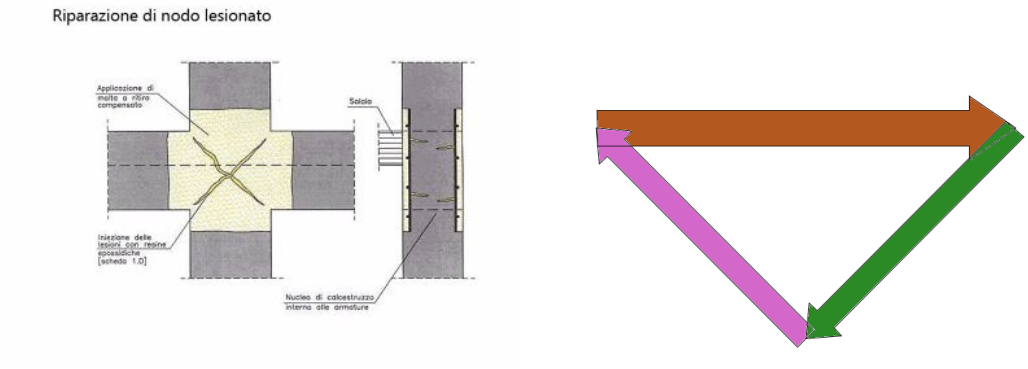
$V_j = \gamma_{rd} * A_{s1} * f_{yd} - V_c$ *per nodi esterni* $f_{yd} = 450/1,15 = 391$ *N/mmq*

per un acciaio Fe450C e $\gamma_{rd} = 1,20$ *per* ***CDA*** $\gamma_{rd} = 1,10$ *per* ***CDB***

All'interno del nodo si individua un traliccio:



Con il seguente meccanismo resistente definito dalle lesioni nel nodo:



C Sforzo di compressione (rosa)
T Sforzo di trazione (verde)
V_j forza di taglio domanda (rame) $C = T$

Indicata con b la larghezza del pilastro e con h l'altezza della trave , è definita l'inclinazione della biella compressa della quale è opportuno stabilire la larghezza. La norma italiana propone per la verifica la seguente formula :

$V_j < \eta * f_{cd} * b * h * (1-\upsilon_d/\eta)^{1/2}$ con $\eta = \alpha_J * (1-f_{ck}/250)$ *con* f_{ck} *espresso in N/mmq*

α_J è un coefficiente che vale 0,6 per nodi interni e 0,48 per nodi esterni,
υd forza assiale nel pilastro superiore di compressione normalizzata rispetto alla resistenza a compressione del nodo
b larghezza effettiva del nodo pari alla minore tra
a) la maggiore tra le larghezze della sezione del pilastro e della sezione della trave;
b) la minore tra le larghezze della sezione del pilastro e della sezione della trave, ambedue aumentate di metà altezza della sezione del pilastro.
h la distanza tra le giaciture più esterne delle armature del pilastro.

*La *) tiene conto della compressione del pilastro quindi di una parte della resistenza f_{cd} già utilizzata.*

Secondo lo schema indicato in figura in analogia a quanto si fa per i meccanismi resistenti a taglio la verifica della bielle compressa può essere condotta nel modo seguente

$V_j/2 < C*\cos\alpha$ $\quad tg\alpha = H/B$ $\quad C = f_{cd}*b*0,3*d$

avendo indicato con d la lunghezza della diagonale $D = (B^2 + H^2)^{1/2}$
Si può tener conto della compressione esistente nel pilastro introducendo un coefficiente

$\beta = 1-P_d/(f_{cd}*A_p)$ $\quad A_p$ *area pilastro* $\quad P_d$ *sforzo di compressione nel pilastro*

$C = f_{cd}*b*0,3*d*\beta$ $\quad$ *lo sforzo nella biella compressa*

Per bilanciare la trazione nel calcestruzzo il nodo può essere confinato in modo che venga contrastata la contrazione laterale ed annullata la sollecitazione di trazione residua; se tale effetto di confinamento non è sufficiente la trazione viene affidata alle staffe. La verifica del nodo consiste nel confronto tra la domanda

$$\boldsymbol{E_d = V_j < \eta\, f_{cd}*b*h*(1-\upsilon_d/\eta)^{1/2}}$$ ***per la biella compressa***

Per le staffe che devono avere un diametro $\phi \geq 6$ *mm, è preferibile 6mm per problemi di montaggio nelle gabbie di armatura delle staffe*

$$\boldsymbol{A_s*f_{yd}/(b*h_{ij}) > [V_j/(b*h_{ij})]^2/(f_{ctd}+\upsilon_d*f_{cd}) - f_{ctd}} \quad (*)$$

dove A_s *area complessiva staffe nel nodo sulle due facce*
h_{ij} *è la distanza tra le giaciture di armatura superiore ed inferiore (H-2c)*
c *copriferro* $\quad f_{ctd}$ *resistenza a trazione conglomerato*

$[V_j/(b*h_{ij})]^2/(f_{ctd}+\upsilon_d*f_{cd})$ *tensione di trazione nel nodo dovuta al taglio considerando il benefico contributo della compressione nel nodo.*

Dal cerchio di Mohr per un elementino piano sollecitato con una tensione di compressione ed una tangenziale : $\sigma\eta = \sigma/2 - [(\sigma/2)^2 + \tau^2]^{1/2}$ $\quad (\sigma/2 - \sigma_\eta)^2 = [(\sigma/2)^2 + \tau^2]$

dove σ *è la tensione di compressione* P_d/Ap
σ_η *è la tensione principale di trazione*
τ *è la tensione tangenziale* $V_j/(b*h_j)$
deve quindi risultare

$$\boldsymbol{A_s*f_{yd}/(b*n*s) > P_d/(2*A_p) - [(P_d/(2*A_p))^2 + (V_j/(b*h_j))^2]^{1/2} - f_{ctd}}$$

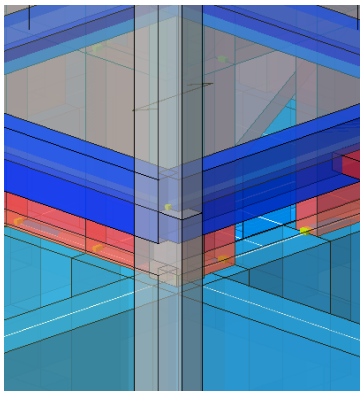
n numero staffe, s passo delle staffe considerando la resistenza a trazione del cls f_{ctd}

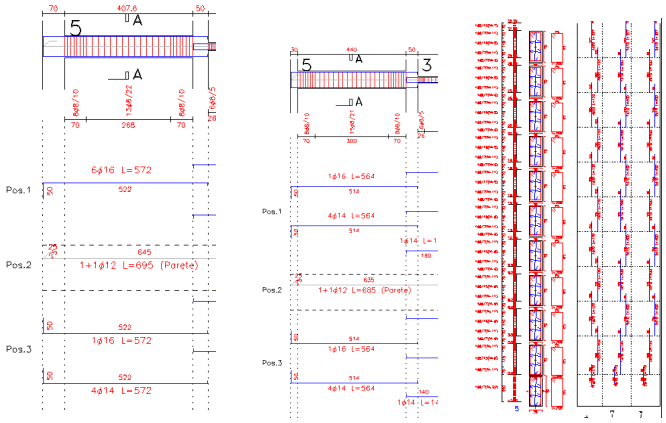
se la verifica (*) non è soddisfatta va calcolata l'area delle staffe con la formula seguente

$A_s * f_{yd} > \gamma_{rd} * (A_{s1}+A_{s2}) * f_{yd} * (1-0{,}8 * v_d)$ ***nodo interno***

$A_s * f_{yd} > \gamma_{rd} * As_2 * f_{yd} * (1-0{,}8 * v_d)$ ***nodo esterno***

Verifica di un nodo trave pilastro dell'edificio con dieci impalcati I impalcato : Pilastro 5 , trave 308- 302 , le armature sono riportate





I valori delle sollecitazioni per combinazione sismica nel pilastro :

Pilastro: 5 [5,105] Sez. R: By=30.0 cm Bz=70.0 cm L=320.0 cm Ln=320.0 cm Criterio: CLS_Pilastri -
Verifica a presso-flessione deviata: **Verificato**

Piede	AfSpigolo = 3.14	Afy = 2.01	Afz = 4.02
Testa	AfSpigolo = 3.14	Afy = 2.01	Afz = 4.02

v_{max}=N/(fcd*A)=0.513 <= 0.65 [Comb. (3+4)-VIII-4(+)]

Zona	C.	N	My	Mz	Mry+	Mrz+	Mry-	Mrz-	CS
		kg	kg*m	kg*m	kg*m	kg*m	kg*m	kg*m	
Piede	(3+4)-VIII-4(-)	-187640	29213	-4006	52663	21424	52663	21424	1.4
Testa	(3+4)-I-4(+)	-167003	-5300	7745	52560	22046	52560	22046	1.8

Verifica a taglio

Dir	C.	MrSup	MrInf	T	Vrdns	Vrcd	Vrsd	Vrd	Ast/m	cot(θ)	Cs
		kg*m	kg*m	kg	kg	kg	kg	kg	cmq/m		
Y	(3+4)-I-4	--	--	14754	--	61197	15283	15283	6.70	2.500	1.0
Z	(3+4)-VIII-4	--	--	34446	--	64937	38886	38886	6.70	2.500	1.1

Pilastro: 5 [105,205] Sez. R: By=30.0 cm Bz=70.0 cm L=320.0 cm Ln=320.0 cm Criterio: CLS_Pilastri -
Verifica a presso-flessione deviata: **Verificato**

Piede	AfSpigolo = 3.14	Afy = 2.01	Afz = 4.02
Testa	AfSpigolo = 3.14	Afy = 2.01	Afz = 4.02

v_{max}=N/(fcd*A)=0.455 <= 0.65 [Comb. (3+4)-VIII-4(+)]

Zona	C.	N	My	Mz	Mry+	Mrz+	Mry-	Mrz-	CS
		kg	kg*m	kg*m	kg*m	kg*m	kg*m	kg*m	
Piede	(3+4)-V-4(-)	-153541	12154	-6928	52259	21858	52259	21858	1.8
Testa	(3+4)-I-4(+)	-148076	-3581	9028	52090	21752	52090	21752	1.9

Verifica a taglio

Dir	C.	MrSup	MrInf	T	Vrdns	Vrcd	Vrsd	Vrd	Ast/m	cot(θ)	Cs
		kg*m	kg*m	kg	kg	kg	kg	kg	cmq/m		
Y	(3+4)-VIII-4	22024	22042	15148	--	61197	15283	15283	6.70	2.500	1.0
Z	(3+4)-VIII-4	--	--	26463	--	66733	38886	38886	6.70	2.500	1.5

Asse Y B = 30 ; Asse Z H = 70 cm
Taglio superiore asta 105-205 T_Y =15148 daN ; T_Z =26463 daN ;
Taglio inferiore asta 5-105 T_Y =14754 daN ; T_Z = 34446 daN ;
Sforzo normale asta 105-205 P = 148076 daN ; asta 5-105 P = 167003 daN
Trave 308 30x70 asse Y
A_{S2} = 4ϕ14+1ϕ16 = 8,17 cmq ; A_{S1} = 6ϕ16 = 12,06 cmq ;
Trave 302 30x70 asse Z
A_{S2} = 4ϕ14+1ϕ16 = 8,17 cmq ; A_{S1} = 4ϕ14+1ϕ16= 8,17 cmq ;

Per nodo d'angolo la verifica va eseguita nelle 2 direzioni Y e Z

$V_j = \gamma_{rd} * A_{s1} * f_{yd} - V_c$ *per nodi esterni* $f_{yd} = 450/1,15 = 391$ *N/mmq*

$\gamma_{rd} = 1,10$ *per* ***CDB*** V_c *taglio alla base pilastro superiore*

$f_{cd} = 370*0,85/1,5 = 170$ *daN/cmq* $f_{CK} = 370$ *daN/cmq*

$f_{ctd} = 1,3*1,2*0,3*(f_{CK})^{2/3}/1,5 = 17,60$ *daN/cmq* $\upsilon_d = 148076/(170*30*70) = 0,414$

Direzione Y $b = 30$ *cm* $h = 70$ *cm*

$A_{S1} = 6\phi16 = 12,06$ *cmq ;* $V_c = 15148$ *daN* $V_j = 36722$ *daN*

$V_j = 36722 \text{ daN} < \eta * f_{cd} * b*h* (1-\upsilon_d/\eta)^{1/2} = 144431$ *daN*

con $\eta = \alpha_J * (1-f_{ck}/250) = -0,2304$

$\alpha_J = 0,48$ *nodo esterno biella compressa verificata*

Area staffe disponiamo nel nodo 6 staffe ϕ *6 passo 10 cm* $A_{ST} = 2*2,04 = 4,08$ *cmq*

$A_s*f_{yd}/(b*h_{ij}) > [V_j/(b*h_{ij})]^2/(f_{ctd} + \upsilon_d*f_{cd}) - f_{ctd} = 8,308 > -15,53$ *verificata*

$h_{ij} = 64$ *cm copriferro 3 cm*

Direzione Y $b = 70$ *cm* $h = 30$ *cm*

$A_{S1} = 1\phi16 + 4\phi14 = 8,17$ *cmq ;* $V_c = 26463$ *daN* $V_j = 8676$ *daN*

$V_j = 8676 < \eta * f_{cd} * b*h* (1-\upsilon_d/\eta)^{1/2} = 144431$ *daN* *con* $\eta = -0,2304$

biella compressa verificata

Area staffe
$A_s*f_{yd}/(b*h_{ij}) > [V_j/(b*h_{ij})]^2/(f_{ctd} + \upsilon_d*f_{cd}) - f_{ctd}$ $V_j = 8676$ *daN*

utilizziamo staffe ϕ *8 /7 cm 10 staffe* $A_s = 10$ *cmq* $20,36 > -4,32$ *verificata*

Se utilizziamo la formula del cerchio di Mohr per il calcolo delle staffe

$A_s*f_{yd}/(b*n*s) > P_d/(2*A_p) - [(P_d/(2*A_p))^2 + (V_j/(b*h_j))^2]^{1/2} - f_{ctd}$

$7,97 > \sigma_\eta - f_{ctd} = (40,10 - 35,10) - 17,7 = 5 - 17,7 = -12,7$

Nella verifica dei nodi conviene trascurare ***la resistenza a trazione*** f_{ctd} *offerta dal cls come avviene nel calcolo di strutture in c.a. che non riguardano la fessurazione le formule diventano :*

$A_s * f_{yd} / (b * h_{ij}) > [V_j / (b * h_{ij})]^2 / (\upsilon_d * f_{cd}) = 8{,}308 > 2{,}38$ *lato Y*

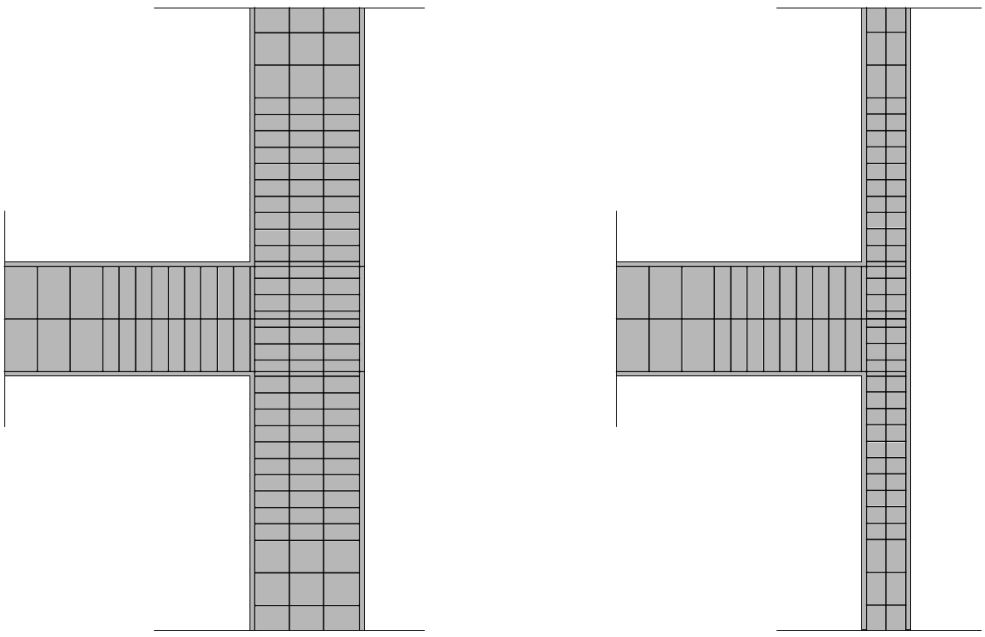
$A_s * f_{yd} / (b * h_{ij}) > [V_j / (b * h_{ij})]^2 / (\upsilon_d * f_{cd}) = 8{,}308 > 1{,}15$ *lato Z*

Cerchio di Mohr

$A_s * f_{yd} / (b * n * s) > P_d / (2 * A_p) - [(P_d / (2 * A_p))^2 + (V_j / (b * h_j))^2]^{1/2}$; $7{,}97 > \sigma_\eta = 5$

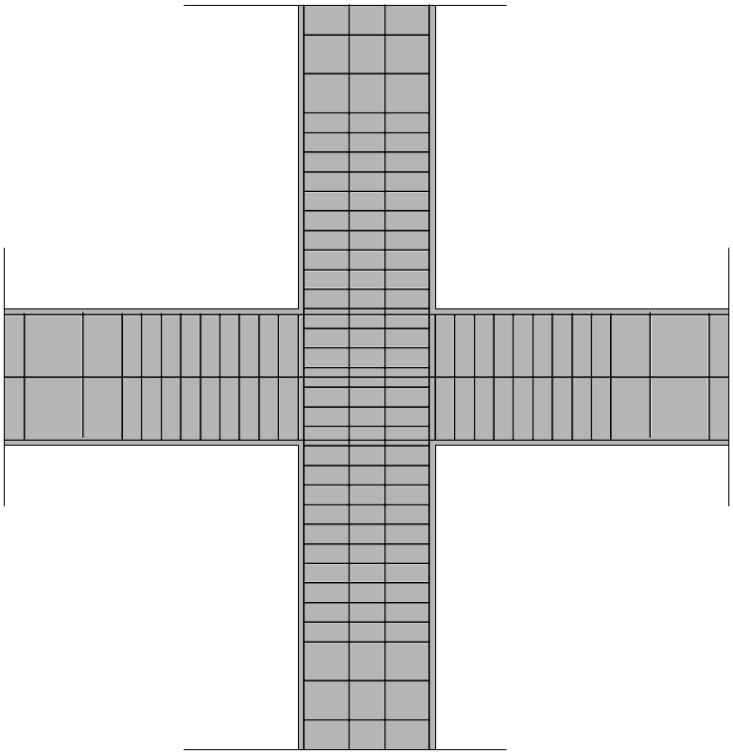
poiché in occasione di eventi sismici i nodi trave pilastro hanno avuto danni gravi

Il nodo è verificato riportiamo un particolare costruttivo bidimensionale della armatura metallica con staffe ϕ *8 passo 10 cm ; senza utilizzare il diametro* ϕ *6*



La zona di trave e pilastro destinata a infittimento staffe è circa 100 cm

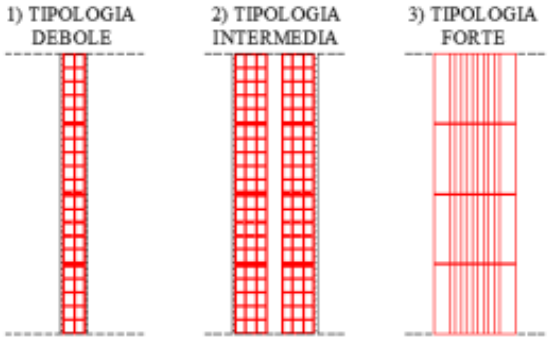
N.B. *Prima degli eventi sismici del 2009 di L'Aquila o di San Giuliano nel 2003 la progettazione e la pratica costruttiva corrente imponevano la disposizione di staffe nei nodi in continuità con l'armatura verticale dei pilastri per garantire la duttilità del nodo ovvero la monoliticità e rigidezza durante la rotazione in conseguenza di azioni sismiche. I software utilizzati anche negli anni 80 - 90 prescrivono di default staffe nel nodo che poi in fase di costruzione per difficoltà di realizzazione delle gabbie di armatura venivano infittite le staffe in corrispondenza di travi e pilastri ma omesse nel nodo responsabilità della direzione lavori delle strutture. Gli eventi sismici recenti hanno evidenziato la rottura e i danni nei nodi trave pilastro , bisogna tener presente che la verifica ed il calcolo dei nodi è stata introdotta con le norme tecniche sulle costruzioni nel 2008 , la prescrizione di infittimento delle staffe non era riportata nelle norme tecniche e istruzioni allegate D.M. del 24 gennaio 1986 e D.M. 9 e 16 gennaio 1996 , derivava dall'insegnamento universitario e dalla buona e pratica costruttiva delle strutture in cemento armato. Si doveva semplicemente avere la accortezza di predisporre nella gabbia di armatura dei pilastri le staffe nel nodo invece si era soliti staffare fino alla casseforme e lasciare i ferri di attesa.*



Per edifici con 2÷3 impalcati A_g= 1m/sec^2 come da norme sismiche precedenti il 2000 il tagliante e quindi il taglio sui pilastri è ridotto:A_g= 2,62 m/sec^2. La verifica del nodo introdotta dalle NTC determina la resistenza ultima ed è funzione della armatura longitudinale superiore ed inferiore presente nella trave;il nodo è sollecitato dalla forza orizzontale derivante dalla ripartizione delle azioni sismiche sull'impalcato differenza tra il taglio nel pilastro superiore e taglio nel pilastro inferiore che è poi la forza orizzontale trasmessa dal solaio al pilastro e la resistenza a trazione del cls di per se è già sufficiente

20-Gli elementi non strutturali: tamponature, tramezzi e impianti.

Per le tamponature distinguiamo 3 tipologie :
- Debole
- Intermedia
- Forte
come riportato in figura



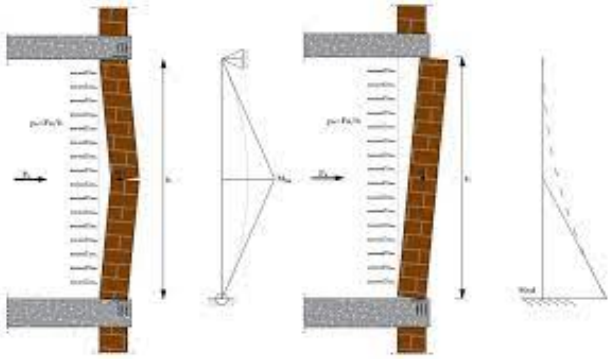
La tipologia 1 è rappresentata da una muratura monostrato caratterizzata da blocchi a foratura orizzontale (% di foratura di circa il 60%) di spessore pari a 8 cm con un intonaco di 1 cm su entrambe le facce. La tipologia 2 è rappresentata da una muratura doppio strato costituita da 2 paramenti con blocchi di spessore pari a 12 cm ad elevata foratura orizzontale intonacati solo sulle facce esterne; infine la terza tipologia è rappresentata da una muratura monostrato di spessore pari a 30 cm con blocchi in laterizio con foratura verticale intorno al 50%. Le caratteristiche meccaniche di tali murature sono riportate in Tabella , in cui f_{wh} è la resistenza a compressione orizzontale della muratura, f_{wv} è la resistenza a compressione verticale della muratura, f_{wu} è la resistenza a taglio per scorrimento dei giunti di malta in assenza di compressione (coesione), f_{ws} è la resistenza a taglio per fessurazione diagonale, E_{wh} ed E_{wv} sono i moduli elastici rispettivamente in direzione orizzontale e verticale, G è il modulo di taglio e W è il peso di volume della muratura. Come si può notare dalla Tabella 1, nonostante la tipologia T_1 sia "debole", fornisce resistenze unitarie maggiori rispetto alle resistenze delle altre due tipologie, in quanto sono state valutate considerando la presenza dell'intonaco su entrambe le facce della muratura.

Tabella 1. Caratteristiche meccaniche delle 3 tipologie di muratura da tamponamento.

Tipologia	f_{wh} [MPa]	f_{wv} [MPa]	f_{wu} [MPa]	f_{ws} [MPa]	E_{wh} [MPa]	E_{wv} [MPa]	G [MPa]	W [KN/m^3]
T1 debole	1.18	2.02	0.44	0.55	991	1873	1089	6.87
T2 intermedia	1.11	1.50	0.25	0.31	991	1873	1089	6.87
T3 forte	1.50	3.51	0.30	0.36	1050	3240	1296	7.36

Le verifiche da eseguire sulle tamponature sono quelle riportate nella circolare 65 del 12 aprile 1997 , le NTC 2018 hanno introdotto la verifica a ribaltamento che con-

sidera la tamponatura come un elemento non strutturale sollecitata dalle azioni sismiche orizzontale considerata come elemento non strutturale ribalta verso l'esterno secondo due possibili meccanismi :



Per i due meccanismi di ribaltamento si considerano due schemi statici , trave appoggiata appoggiata e di mensola; il ribaltamento è impedito dalla rete metallica ancorata alla maglia di telaio e dalla resistenza a pressoflessione della tamponatura alla base ed in mezzeria fuori del piano. La forza sismica orizzontale che sollecita la nostra muratura

Fa= (Sa*Wa)/Qa

Sa *accelerazione massima adimensionalizzata rispetto all'accelerazione di gravità corrispondente allo stato limite in esame*
Wa *peso sismico dell'elemento a metro lineare*
Qa= 2 *fattore di comportamento dell'elemento.*

$$S_a \quad \begin{cases} \alpha*S*(1+Z/H)*ap/[(1+(ap-1)*(1-Ta/(a*T_1))^2] \geq \alpha*S & \text{per } Ta<a*T_1 \\ \alpha*S*(1+Z/H)*ap & \text{per } a*T_1<Ta< b*T_1 \\ \alpha*S*(1+Z/H)*ap/[(1+(ap-1)*(1-Ta/(a*T_1))^2] \geq \alpha*S & \text{per } Ta>b*T_1 \end{cases}$$

Tabella C7.2.II- *Parametri a, b, a_p in accordo con il periodo di vibrazione della costruzione T_1.*

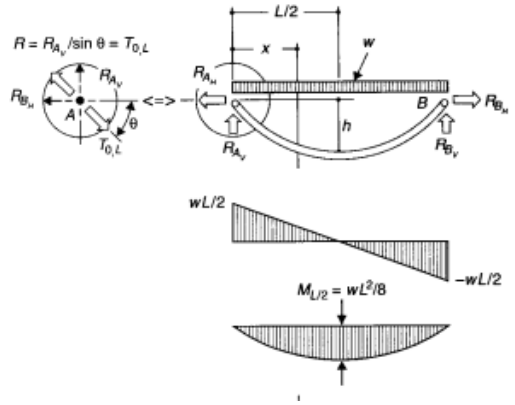
	a	b	a_p
T_1< 0,5 s	0.8	1,4	5,0
0,5 s < T_1 < 1,0 s	0.3	1,2	4,0
T_1 > 1,0 s	0.3	1,0	2,5

Le sollecitazioni di taglio e momento flettente nella tamponatura

$M = F_A * H^2/8$; $V = F_A * H/2$
$M = F_A * H^2/2$; $V = F_A * H$

è evidente che le max sollecitazioni corrispondono allo schema di mensola.
Il momento resistente della tamponatura non armata
Mrd= P*t/2*[1-P/(0,85*fcd*A)] > Msd

Per evitare il ribaltamento delle tamponature viene realizzato sulle due facce durante la costruzione dell'edificio un intonaco armato ovvero viene predisposta una rete elettrosaldata che può essere calcolata attraverso una modellazione FEM applicando in ogni nodo forze concentrate equivalenti alla azione sismica orizzontale. Il software Iperspace BIM PE nella verifica delle tamponature richiede un dato quale la forza F_{YD} per metro lineare di parete che la nostra rete metallica ϕ6 15x15 cm è in grado di sopportare, che può essere determinata utilizzando lo schema statico di fune vincolata agli estremi tenendo conto anche degli effetti del II Ordine



per fune di lunghezza L = 2,50 m

le reazioni agli appoggi $R_V = Q*L/2$; $R_O = Q*L^2/(8*f)$;

$f = (L/2)*tg\alpha/2$

Note le reazioni agli appoggi si può determinare il max sforzo di trazione

$T = \sqrt{(R_V^2 + R_O^2)}$ *ed eseguire la verifica del filo di armatura metallica*

$fyd*As > T$

Q carico orizzontale conseguente alla azione sismica

$qa=Fa= (Sa*Wa)/Qa$

La forza F_{YD} *per metro lineare di parete che l'armatura è in grado di sopportare*

$fyd*n*as = \sqrt{(R_V^2 + R_O^2)} = Q*L*\sqrt{[1/4 +(L/8*f)^2]}$

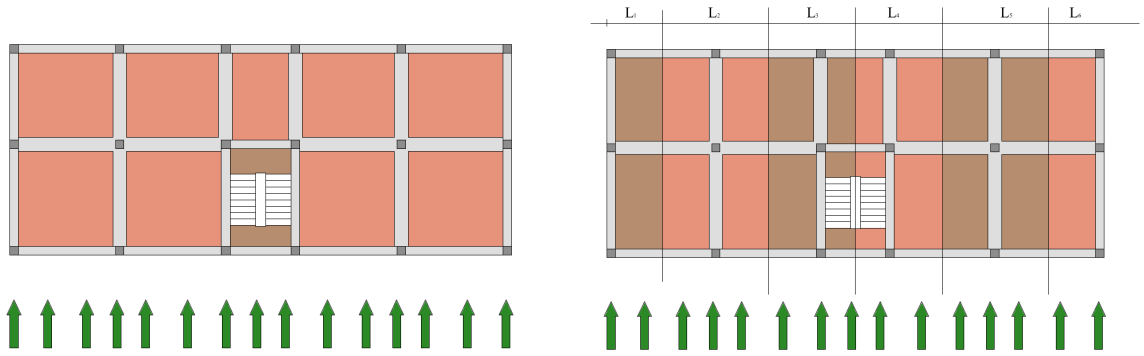
$Q= (f_{yd}*n*as)/\{L*\sqrt{[1/4 +(L/8*f)^2]}\} \approx 2*(f_{yd}*n*as)/L = 54$ *daN/mq*

a_s *area tondino 0,28 cmq , n = 6 numero di tondino per metro*

La forza $F_{YD} = Q*L = 2*(f_{yd}*n*as) = 135$ *daN/m*

21-Verifica dell'impalcato

Per gli edifici in cemento armato in zona sismica si è soliti eseguire una verifica di rigidezza e resistenza dell'impalcato per la validazione del modello di calcolo che prevede impalcati infinitamente rigidi con tre gradi libertà e vedere anche se con la ipotesi di impalcato deformabile il solaio presenta delle criticità vuoti e riduzione della sezione ovvero lo spessore della soletta di cls e le armatura metallica quale rete elettrosaldata non è sufficiente. Negli edifici alti con numero elevato di impalcati maggiore di 30 per limitare gli sforzi normali verticali nei pilastri oltre la rigidezza assiale è richiesta anche la rigidezza flessionale per cui l'impalcato deve avere uno spessore 40÷50 cm con travi ortogonali emergenti inserite in esso. Le NTC prescrivono per i solai una soletta di spessore almeno 5 cm armata con rete elettrosaldata a maglia quadrata ferri diametro 8 mm passo 10 cm sia per solai in laterocemento che per solai misti legno- cls e acciao -cls al fine di garantire la rigidezza assiale dell'impalcato. La ipotesi di infinita rigidezza assiale del solaio consente di concentrale le masse nel baricentro solitamente geometrico dell'impalcato associando ad esso 3 gradi di libertà e quindi un edificio un numero di frequenze per l'analisi modale e dinamica pari a 3n dove n è il numero di impalcati. Le azioni inerziali sono applicate nel baricentro delle masse di ciascun impalcato e nota la posizione del baricentro delle rigidezze vengono ripartite tra i singoli telai nelle due direzioni ad ogni piani tenendo conto della irregolarità in pianta e quindi degli effetti torsionali dovuti alla non coincidenza di G con G_R . La ripartizione e quindi il modello di calcolo è tanto più veritiero quanto più rigido è l'impalcato; se facciamo la ipotesi di impalcato deformabile le azioni sismiche vengono ripartite per arre di influenza dei singoli telai.



Indicando con Q l'azione sismica a metro lineare di impalcato , nella ipotesi di impalcato rigido su ripartisce in parti uguali tra i telai

$F_T = Q*L/n$ *con* $n = 6$ *numero telai*

Per impalcato deformabile la forza spettante a ciascun telaio è pari a

$F_T = Q*L_I$ *dove* L_I *è definito dall'area di influenza ,*

in una modellazione a trave continua su appoggi possiamo inserire il coefficiente di influenza .

Nei software FEM moderni si ipotizza che l'impalcato sia deformabile concentrando le masse nei nodi associando ad esse 6 gradi di libertà tre spostamenti e tre rotazioni il numero dei modi di vibrare aumenta in maniera considerevole

IMPALCATO RIGIDO

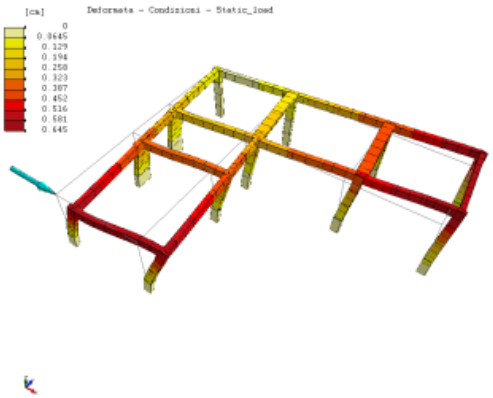


Figura 1.a

IMPALCATO DEFORMABILE

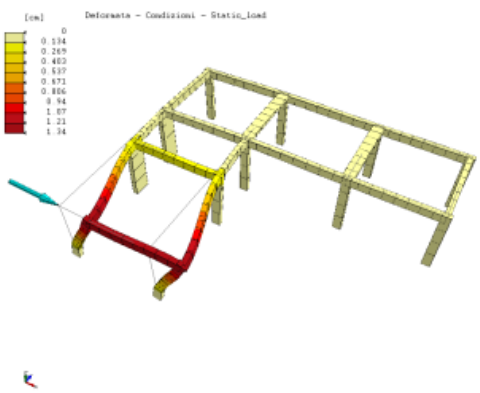


Figura 2.a

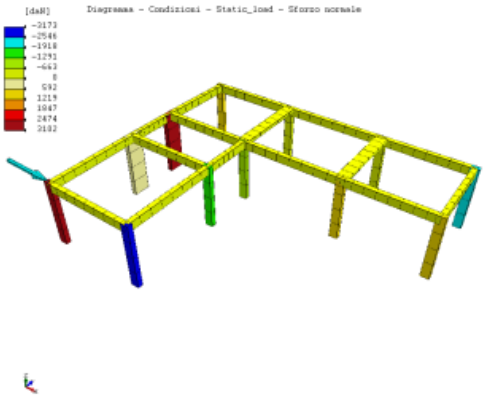


Figura 1.b

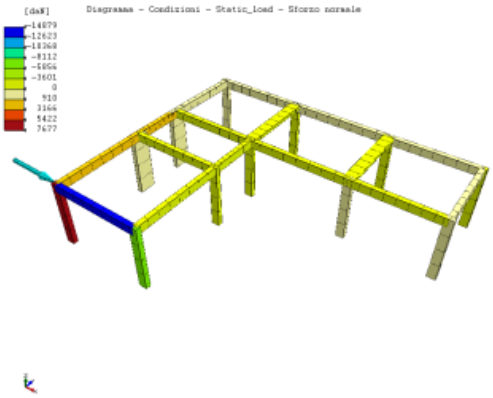


Figura 2.b

Si possono evincere importanti informazioni:

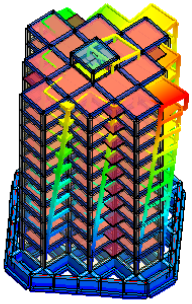
- a parità di azioni sollecitanti esterne l'impalcato rigido ripartisce maggiormente su tutti i pilastri l'azione tagliante e contiene maggiormente lo spostamento di piano rispetto al caso dell'impalcato deformabile ;

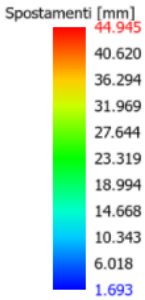
- gli elementi strutturali disposti completamente nel piano rigido (travi) sono privi di sollecitazioni assiali a seguito della immutata distanza tra i nodi che li delimitano gli estremi delle travi nelle condizioni ante e post applicazione del carico.

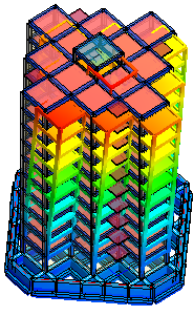
-eventuali elementi strutturali disposti completamente nel piano deformabile sono invece regolarmente provvisti di sollecitazioni assiali a seguito della conseguente variata distanza tra i nodi che delimitano gli estremi delle travi nelle condizioni ante e post applicazione del carico.

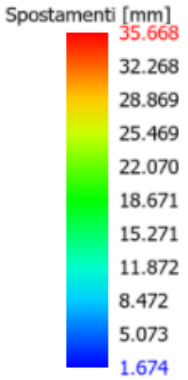
La problematica degli impalcati degli edifici in cemento armato in zona sismica non è la modellazione strutturale e quindi la ripartizione ma la resistenza e deformabilità ovvero in occasione di un evento sismico non devono danneggiarsi o rompersi devono continuare ad assolvere alla loro funzione di orizzontamento .

La soluzione migliore per un impalcato in zona sismica è un solaio ***Ortosap*** *a doppia orditura di adeguato spessore che garantisce uguale rigidezza assiale nelle due direzioni. La verifica degli impalcati del nostro edificio la possiamo eseguire sostituendo il solaio con un pannello bidimensionale avente spessore pari a quello della soletta del solaio sollecitando la struttura esclusivamente per la combinazione sismica in direzione X e Y , senza carico verticale sul solaio (solo la soletta) che invece viene incluso nel computo delle masse sismiche , determinando per ogni pannello di solaio gli sforzi di membrana verificando il cls e calcolando il diametro e passo di ferri della rete elettrosaldata a maglia quadrata . Riportiamo le deformate per azioni sismiche della struttura :*

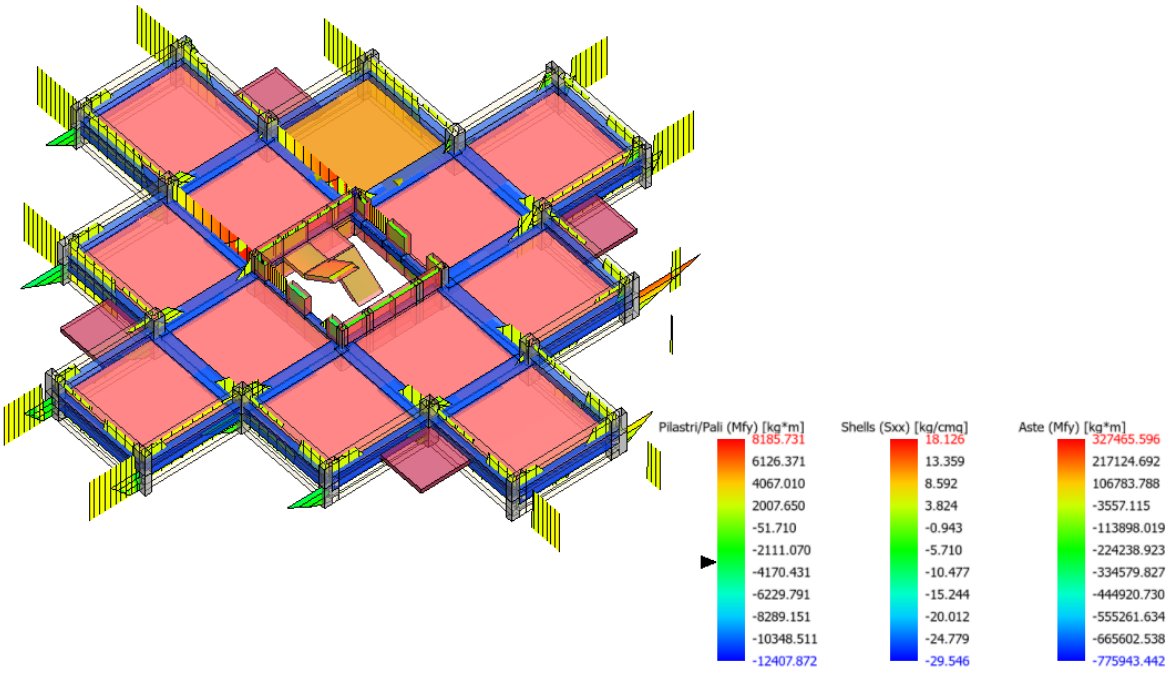


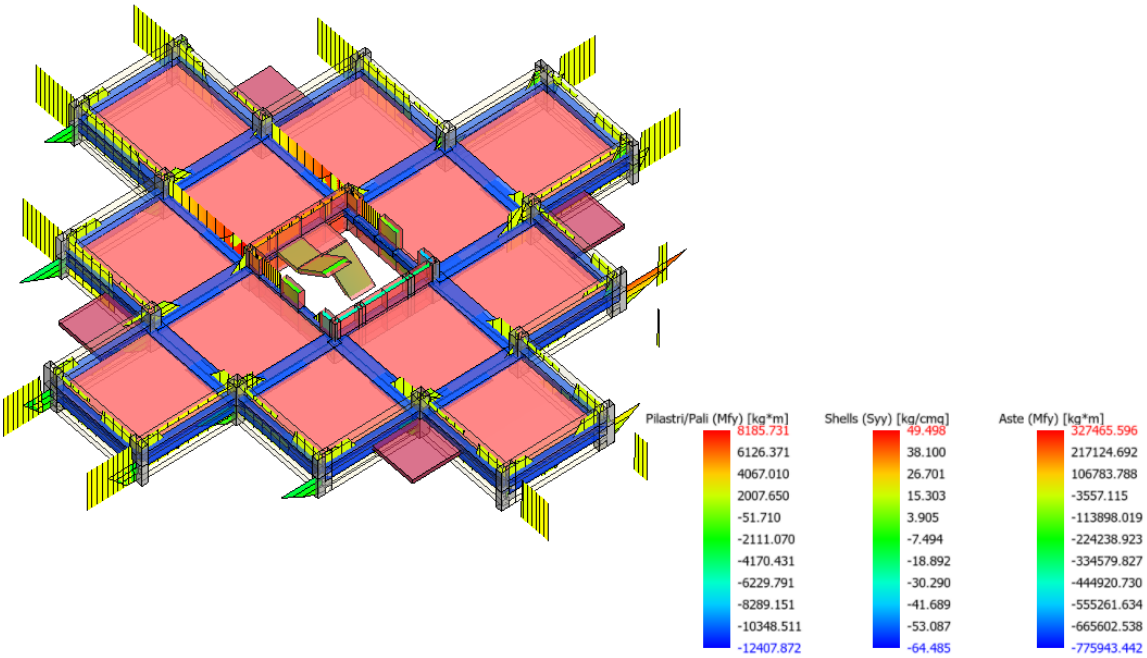


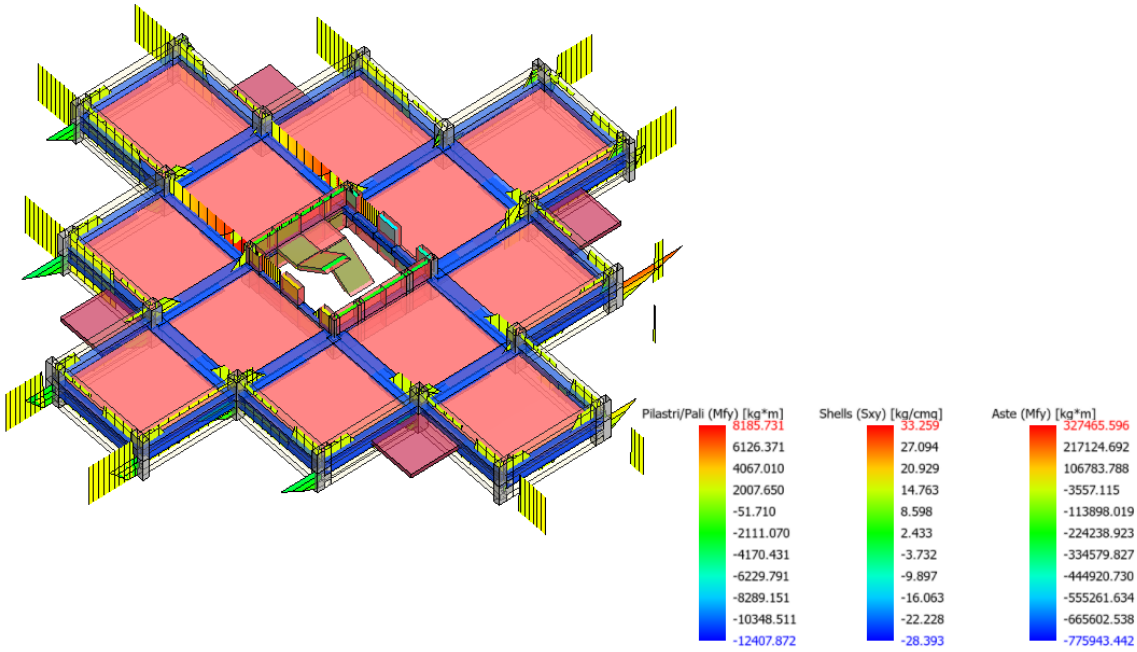




Le sollecitazioni nelle membrane o lastre di solaio di un impalcato per una combinazione sismica direzione X







Le verifiche di un pannello discretizzati con 6 elementini direzione X e Y, riportano tutti un valore minimo di armatura pari a 1,60 cmq , sono 36 pannelli per semplicità riportiamo i primi 23 ; i pannelli sono tutti verificati!!

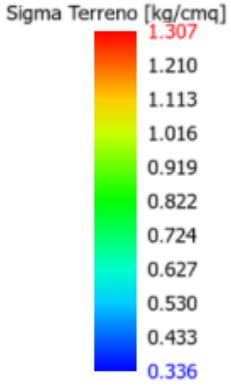
Muro : 40 - Nodi: [110-116-115-109], Pann.X=6, Pann.Y=6Spess.=6 cm, Terreno=--,Criterio=CLS_Muri, Materiale=C35/45: **Verificato**

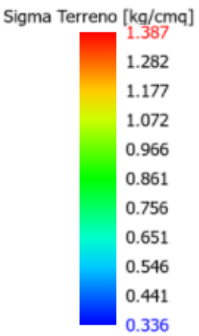
Armatura a maglia singola

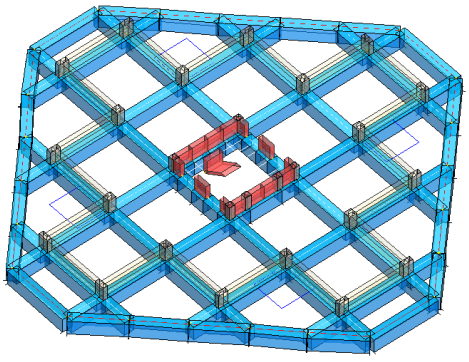
Pannello	Nx	Ny	Nxy	Mx	My	Mxy	Ax	Ay	C	εc	εf
	kg	kg	kg	kg*m	kg*m	kg*m	cmq	cmq			
1	-108	333	336	58	-0	9	0.60	0.60	(1+2)-VIII-4	-0.56	2.06
2	15	263	406	86	-12	27	1.60	0.60	(1+2)-VIII-4	-0.66	1.38
3	39	200	434	109	-9	6	1.60	0.60	(1+2)-VIII-4	-0.67	1.39
4	46	118	439	108	2	-12	1.60	0.60	(1+2)-VIII-4	-0.71	1.46
5	-64	50	451	81	8	-29	1.60	0.60	(1+2)-VIII-4	-0.64	1.30
6	-293	65	449	52	28	-16	0.60	0.60	(1+2)-VIII-4	-0.53	1.81
7	-117	151	275	6	62	18	0.60	1.60	(1+2)-I-2	-0.46	1.00
8	-175	-166	-321	-29	-44	27	0.60	0.60	(1+2)-I-3	-0.70	3.10
9	-46	-75	-26	-30	-51	9	0.60	0.60	(1+2)-III-4	-0.49	1.76
10	-35	-100	-417	-47	-40	-11	0.60	0.60	(1+2)-VIII-1	-0.47	1.70
11	40	-79	-421	-37	-20	-23	0.60	0.60	(1+2)-VIII-1	-0.50	1.86
12	16	55	-261	2	73	-29	0.60	1.60	(1+2)-I-3	-0.59	1.24
13	-115	60	337	-9	82	7	0.60	1.60	(1+2)-I-2	-0.51	1.08
14	-201	-122	-322	-54	-54	12	0.60	0.60	(1+2)-I-3	-0.54	1.92
15	-84	-7	141	-57	-48	3	1.60	1.60	(1+2)-I-1	-0.49	1.75
16	-33	-2	146	-56	-53	-7	1.60	1.60	(1+2)-I-1	-0.52	1.89
17	-18	9	-378	-44	-16	-13	0.60	0.60	(1+2)-III-3	-0.46	1.70
18	-50	39	-301	1	100	-11	0.60	1.60	(1+2)-I-3	-0.65	1.35
19	-60	-186	353	-10	79	-10	0.60	1.60	(1+2)-V-2	-0.50	1.01
20	-205	64	-309	-49	-54	-10	0.60	0.60	(1+2)-I-3	-0.60	2.51
21	-81	-128	144	-60	-50	-4	1.60	1.60	(1+2)-I-1	-0.52	1.88
22	-26	-109	138	-58	-54	4	1.60	1.60	(1+2)-I-1	-0.51	1.85
23	8	8	-103	-47	-17	8	0.60	0.60	(1+2)-VII-4	-0.45	1.66

Le verifiche cls e armatura sono soddisfatte , la maglia ha lato 480 cm , ogni pannello dimensioni 80x80 cm , disponendo 1ϕ8 ogni 10 cm direzione X e Y come prescritto dalle NTC 2018 si ottiene un area di 4 cmq >1,60 cmq

Nei calcoli riportati nei paragrafi precedenti si è eseguito il calcolo del reticolo della fondazione con determinazione delle armature e verifica del cls ma non si è messa attenzione alle sollecitazioni trasmesse dal reticolo sul terreno ,(poiché tra le maglie si voleva inserire una platea o solai rovescio per meglio distribuire le tensioni di compressione sul terreno che per problemi di meshatura non è stato possibile) cosa che facciamo adesso in assenza di carichi verticali per evidenziare eventuali parzializzazioni del terreno con tensioni di trazione sigma terreno $\sigma < 0$





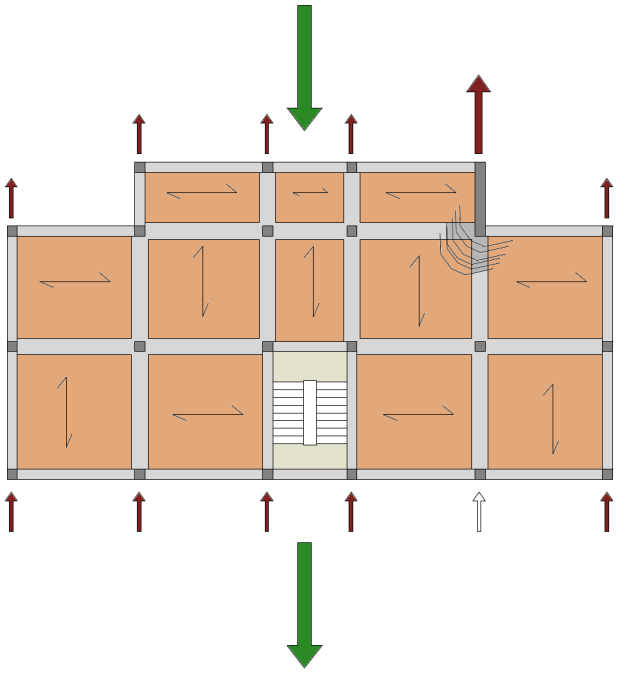


In un impalcato possiamo individuare dei punti o zone deboli:

-Irregolarità di perimetro
-Irregolarità in pianta e in altezza
-Concentrazione o picchi di tensione
-Effetti termici

-Irregolarità di perimetro

La irregolarità di perimetro può rivelarsi dannosa se vi è una concentrazione di tensioni nell'impalcato ovvero la forza sismica trasmessa dal solaio all'elemento strutturale in funzione delle sue dimensioni ha un valore elevato per cui si ha una tendenza alla strappo. Tale concentrazione di tensioni va fronteggiata tramite fasce piene di solaio e adeguata armatura di ripartizione.



-Irregolarità in pianta e in altezza.

La irregolarità dell'impalcato in pianta provoca una dissimmetria nelle rigidezze dei singoli elementi strutturali allontanando il baricentro rigidezze da baricentro delle masse. Le azioni sismiche inerziali statiche o dinamiche sono applicate nel baricentro masse si genera un momento torcente poiché la rotazione rigida dell'impalcato ovvero il centro di rotazione è il baricentro rigidezze La irregolarità in altezza è conseguente ad una variazione di rigidezza in altezza degli elementi strutturali con conseguente disallineamento verticale dei centri di rotazione,generando torsione nell'impalcato trasmesso dagli impalcati adiacenti. Possiamo concludere affermando che la irregolarità genera effetti torsionali con ripartizione del taglio tra i singoli elementi strutturali . I nuclei hanno una loro rigidezza torsionale in grado da soli di assorbire sollecitazioni torcenti

Irregolarità in pianta

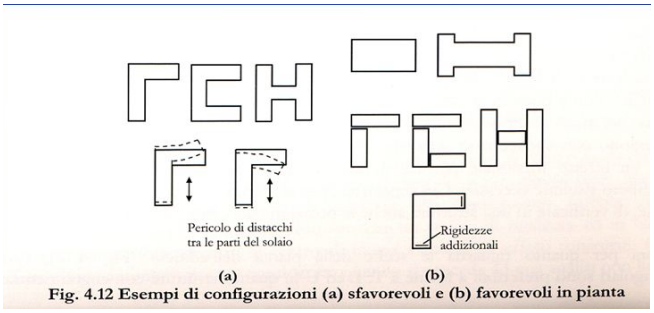
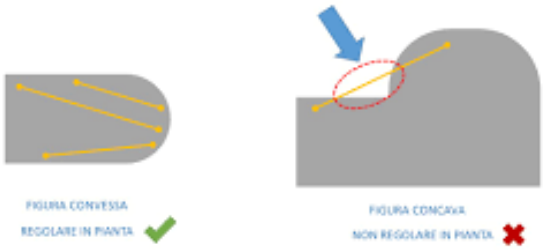
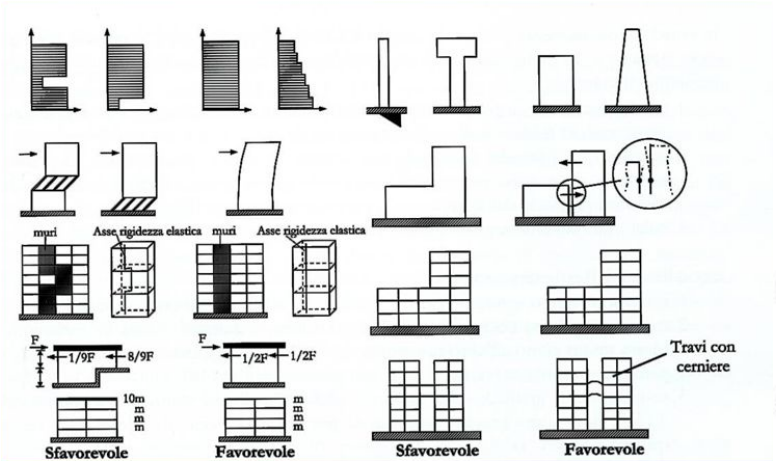
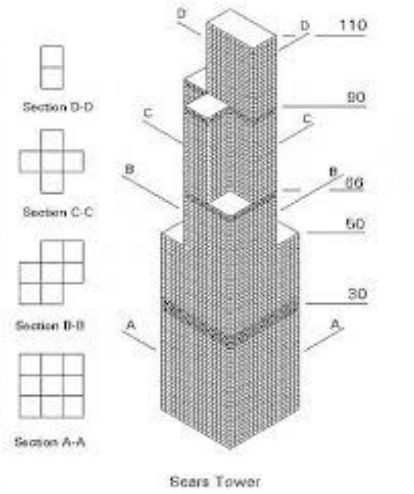


Fig. 4.12 Esempi di configurazioni (a) sfavorevoli e (b) favorevoli in pianta



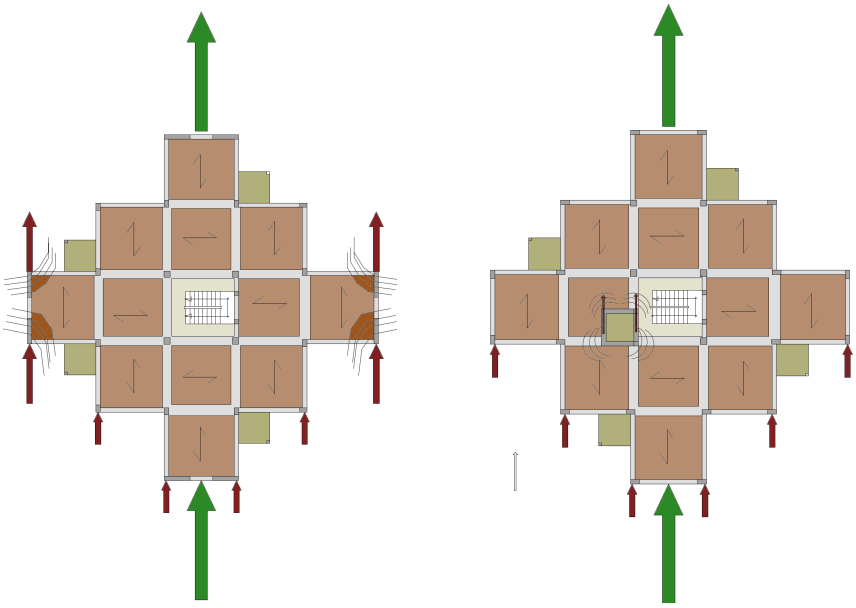
Irregolarità in altezza



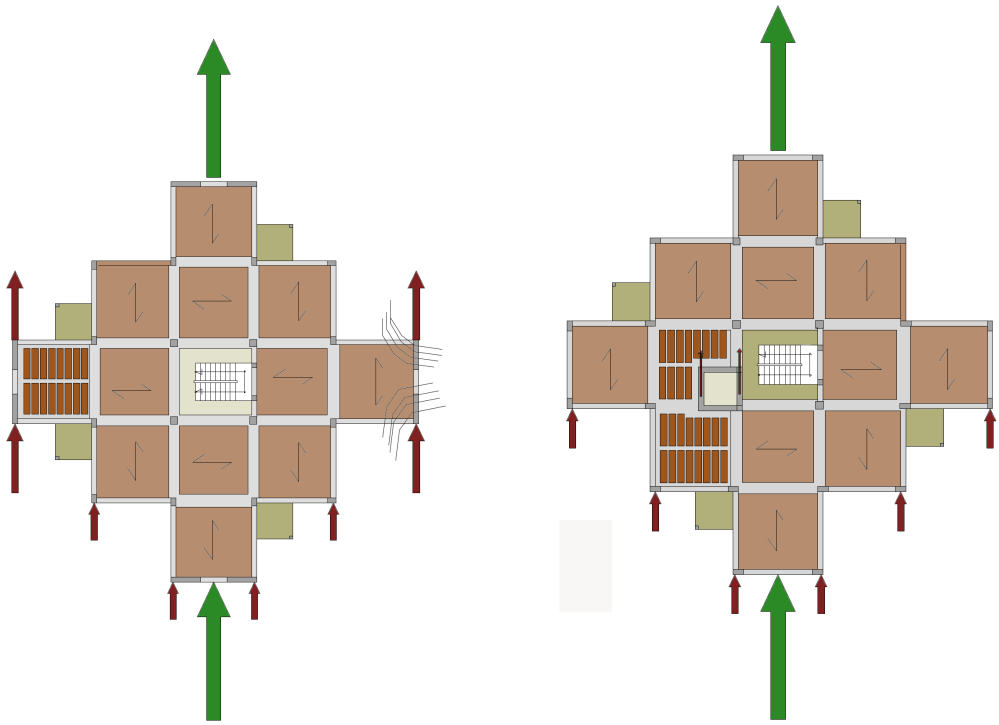


-Concentrazione o picchi di tensione

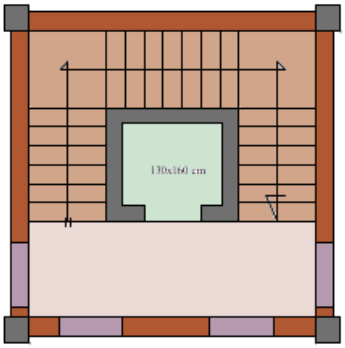
La concentrazione delle tensioni nell'impalcato è dovuta ad elementi strutturali quali pilastri parete ,setti e nuclei irrigidenti ai quali viene affidata più del 50% dell'azione sismica il solaio trasmette la azione sismica e vi sono elevate tensioni di trazione e compressione. Riportiamo alcune situazioni significative ed i relativi provvedimenti da prendere per l'impalcato



Nella carpenteria se dalla verifica dell'impalcato modellato come membrana plate -shell con spessore pari a quello della soletta 5-6 cm nello zone indicate si ha concentrazione delle tensioni si realizzano delle fasce piane di solaio con infittimento della armatura metallica riducendo il passo della rete elettrosaldata portandolo a 5 cm o disponendo sfalsata una doppia rete di armatura.



Per nucleo ascensore con scala a gradini a sbalzo



l'unico elemento di collegamento con la struttura è il ,pianerottolo che rappresenta anche si altezza H = 20-25 cm , 4 volte maggiore lo spessore di una soletta di solaio un elemento di fragilità e debolezza ; ovviamente nella verifica dell'impalcato si deve tenere conto della trasmissione delle forze sismiche al nucleo da parte del solaio e prendere i relativi provvedimenti per le armature metalliche.

-Effetti termici

Gli effetti termici negli impalcati sono dovute alla variazioni di temperatura durante i mesi dell'anno si passa da temperature estive di 35°÷40 ° a temperature invernali durante la notte inferiori a 0° -5° ÷ -8° che determinano deformazioni assiali nel nostro impalcato $\Delta L = \alpha * L * \Delta T$ con α coefficiente di dilatazione termica che per strutture in cemento armato $\alpha = 0{,}00001$. Le norme tecniche sulle costruzioni NTC 2018 che al punto 3.5.5 prescrivono testualmente:

Nel caso in cui la temperatura non costituisca azione fondamentale per la sicurezza o per la efficienza funzionale della struttura è consentito tener conto, per gli edifici, della sola componente ΔTu .Nel caso in cui la temperatura costituisca, invece, azione fondamentale per la sicurezza o per la efficienza funzionale della struttura, l'andamento della temperatura T nelle sezioni degli elementi strutturali deve essere valutato più approfonditamente studiando il problema della trasmissione del calore.

Tab. 3.5.II – *Valori di ΔT_u per gli edifici*

Tipo di struttura	ΔT_u
Strutture in c.a. e c.a.p. esposte	± 15 °C
Strutture in c.a. e c.a.p. protette	± 10 °C
Strutture in acciaio esposte	± 25 °C
Strutture in acciaio protette	± 15 °C

L'Eurocodice 2 ENV 1992 sulle strutture in cemento in armato prescrive che si deve tener conto nei calcoli strutturali delle variazioni di temperatura quando la lunghezza massima dell'impalcato supera i 30 m. La dilatazione dell'impalcato conseguente alla escursione termica stagionale determina sollecitazioni flettenti e taglianti nei pilastri con la fessurazione del cls anche in assenza di terremoto , per cui i momenti flettenti sismici si aggiungono a quelli termici e possono portare al collasso del nostro edificio. Le combinazioni dei carichi prevista dalle NTC

SLU

$$\gamma_{G1} * G_1 + \gamma_{G2} \cdot G_2 + \gamma_P \cdot P + \gamma_{Q1} \cdot Q_{k1} + \gamma_{Q2} \cdot \psi_{02} \cdot Q_{k2} + \gamma_{Q3} \cdot \psi_{03} \cdot Q_{k3} + \ldots$$

Azioni sismiche:

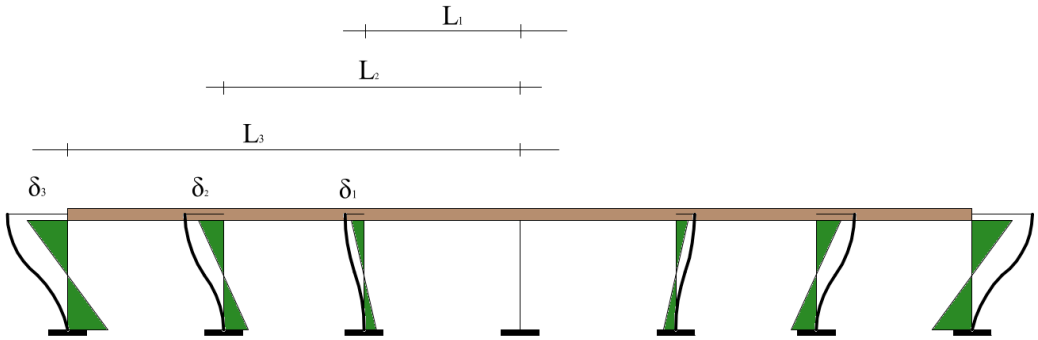
$$E + G_1 + G_2 + P + \psi_{21} \cdot Q_{k1} + \psi_{22} \cdot Q_{k2} + \ldots$$

Azioni eccezionali

$$G_1 + G_2 + P + A_d + \psi_{21} \cdot Q_{k1} + \psi_{22} \cdot Q_{k2} + \ldots$$

possiamo ritenere la temperatura una azione non fondamentale per la sicurezza del nostro edificio e considerarla come un carico variabile assieme alle azioni del vento e della neve poiché rientra gli eventi meteorologici.

*La deformazione assiale di un impalcato se lo consideriamo rigido flessionalmente ovvero **Shear-Type** genera momenti flettenti maggiori nei pilastri di estremità :*



Inutile determinare i momenti flettenti nei pilastri $M = \delta*6*EI/H^2$ sono esorbitanti e non provocano danni alle strutture basti pensare all'edificio del Lingotto Fiat che ha una lunghezza superiore ai 100 m ed è ancora in piedi dopo molti anni senza avere manifestato segni di cedimento strutturale se la Fiat non ha provveduto a demolire o ristrutturare.

Lo spostamento $\delta_3 = 0{,}00001*10 * 14{,}50 = 1{,}45$ mm ;

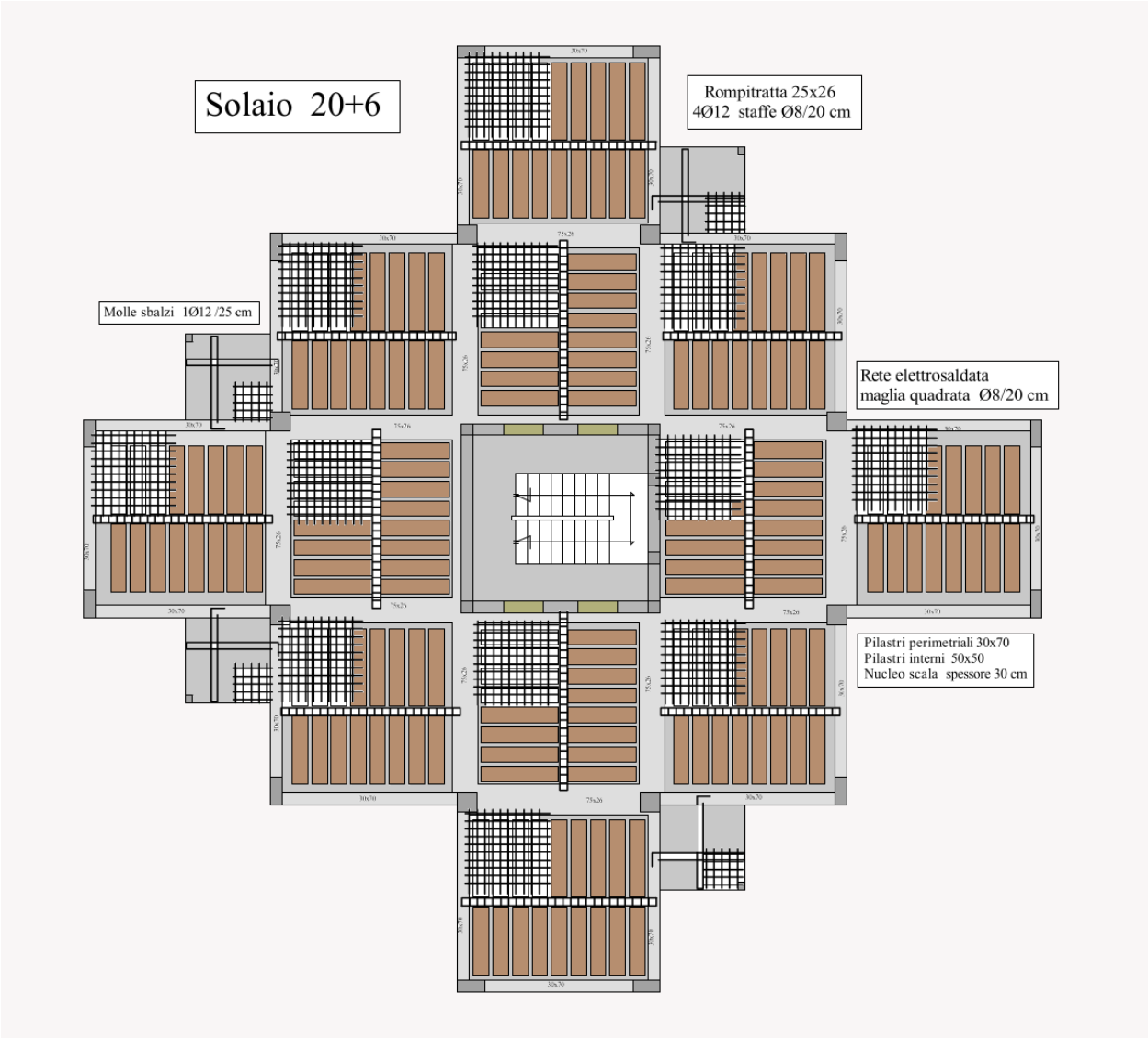
Il pilastro di estremità 30x60 $I = 540000$ cm^4 $E = 320000$ daN/cmq $H = 3{,}50$ m

*$M = 12272$ daN*m ; $M = 6136$ daN*m ;*

se teniamo conto della fessurazione del cls dobbiamo dimezzare la rigidezza .

La ipotesi è di traverso rigido , vi sono le rotazioni dei nodi , l'impalcato per la trazione si fessura in inverno quando si accorcia , mentre in estate si allunga ed è compresso ,la presenza dei laterizi ovvero delle pignatte che in qualche modo cedono a compressione può ridurre i momenti flettenti nei pilastri. Per i capannoni industriali la problematica non si pone dipende dai collegamenti tra i tegoli di copertura e dalla loro rigidezza lo spostamento di 2÷3 mm è tollerato da una struttura prefabbricata rientra nelle tecniche di montaggio nei giunti degli elementi prefabbricati ed è insignificante. Gli edifici con lunghezza > 30 m sono le scuole e gli ospedali con impalcato continuo in laterocemento per i quali le escursioni termiche hanno già predeterminato uno stato di sollecitazione nelle strutture di solito venivano costruite imponendo un giunto di dilatazione ogni 50 m , ma come ribadito l'Eurocodice 2 prescrive di tener conto nei calcoli strutturali delle variazioni di temperatura pur rientrando nella combinazione degli eventi meteorologici , dove le strutture di per se già dimensionate per azioni sismiche sono in grado di sopportate le sollecitazioni flettenti e taglianti. La progettazione delle dimensioni dei pilastri di estremità deve essere eseguita per impalcati di lunghezza superiore ai 30 m con le dovute cautele senza esagerare nella rigidezza e quindi nelle dimensioni dell'elemento strutturale .
Nella pagina seguente riportiamo il disegno di una carpenteria del nostro impalcato

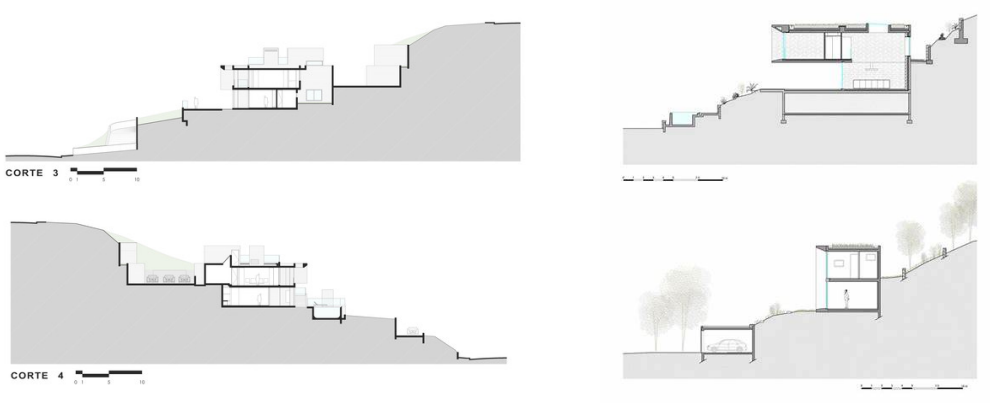
con i laterizi le armature e le dimensioni degli elementi strutturali per l'edificio con 10 piani.



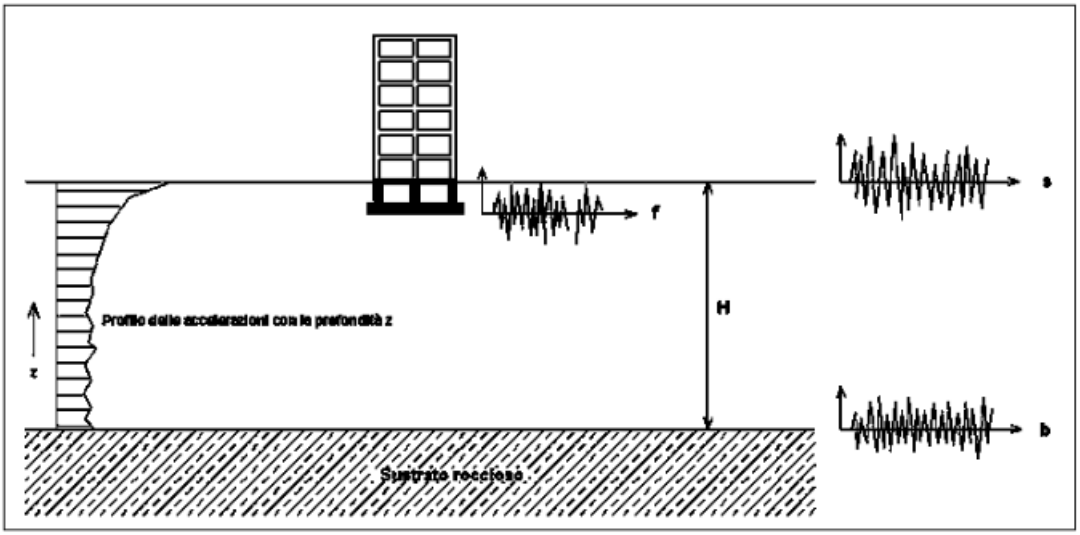
Sono state omesse le cuciture nei solai non rientrano nella pratica costruttiva corrente , hanno la esclusiva funzione di trasmettere una parte del carico del solaio alle travi ortogonali non portanti innescando nell'elemento strutturale un comportamento Plate-Shell bidirezionale anziché unidirezionale. E' evidente che è preferibile utilizzare un solaio a doppia orditura del tipo predalles o ortosap non si hanno problemi di cucitura e di armatura dei fori rettangolari , ed abbiamo la stessa rigidezza assiale nelle due direzioni attraverso la collaborazione dei travetti con un impalcato più rigido e meno vulnerabile sismicamente.

22-Piano garage, interrato

Negli edifici in cemento armato si è solito realizzare locali interrati da adibire a garage o cantinola , si pone quindi la problematica di sostegno del terreno adiacente e della relativa spinta anche in occasione di terremoto sull'edificio. Lo stesso problema lo si ha quando l'edificio viene costruito su un pendio, solitamente si realizza una parete di cemento armato sulle travi perimetrali di fondazione fino al primo solaio. Esistono dei problemi dinamici dovuti al movimento del terreno in occasione di terremoto durante la fase di calcolo si dovrebbe tener conto della interazione dinamica terreno struttura, della rigidezza del terreno e determinare le sue azioni sull'edificio.



La soluzione migliore è realizzare un percorso intorno al nostro edificio che consente l'accesso dall'esterno ai locali interrati la cui dimensione è funzione della destinazione d'uso ovvero se adibita a garage una corsia stradale 3,50÷4 m se a cantinola un percorso pedonale 1,20÷1,50 m in modo che il terreno non interagisca dinamicamente con la struttura.
Per edifici interrati la risposta determinata dalla presenza del terreno, inteso come un continuo deformabile dotato di geometria e condizioni al contorno proprie, devono essere condotti accoppiando il terreno di fondazione al manufatto ed eseguendo quindi una vera e propria analisi di interazione dinamica terreno-struttura.



Nel caso di evento sismico una certa massa di terreno sottostante la fondazione si muoverà quasi solidalmente con essa e pertanto anche quasi solidalmente con la struttura. Segue che, anche trascurando la massa della struttura, il moto nei punti di contatto tra terreno e fondazione è diverso dal moto originario, poiché risente dei vincoli che la sovrastruttura impone ai punti considerati. Questo fenomeno è detto di interazione cinematica e diviene importante quando la rigidezza della fondazione è diversa da quella del terreno che essa sostituisce, e cresce all'aumentare delle dimensioni della fondazione. Se invece la struttura ha massa diversa da zero il moto del terreno induce sulla struttura delle forze di inerzia che a loro volta causano ulteriori modifiche del moto dei punti di contatto tra terreno e struttura. Tale fenomeno detto di interazione inerziale è sempre più importante all'aumentare della massa ed è predominante quasi sempre rispetto al fenomeno cinematico, a meno che non si tratti di struttura rigida molto estesa in pianta o di struttura interrate.
Si pone il problema della modellazione del terreno che può essere eseguita alla Winkler sia per la travi di fondazione che per le pareti laterali definendo una costante di sottofondo verticale e laterale ed eseguire il calcolo dell'edificio, o individuando un volume significativo di terreno che interagisce con la nostra struttura modellato a macroelementi ***Plate-Shell*** *sia al di sotto dell'edificio che lateralmente ipotizzando per esso un comportamento elastico lineare di semispazio elastico come dalla geotecnica .*

23-La posa in opera delle strutture in calcestruzzo armato

Prima di iniziare la messa in opera del calcestruzzo è necessario compiere le operazioni e verifiche riguardanti almeno: le casseforme, le strutture di supporto e le armature metalliche. Le casseforme e le relative strutture di supporto devono essere progettate e realizzate in modo da sopportare le azioni alle quali sono sottoposte nel corso della messa in opera del calcestruzzo e da essere abbastanza rigide per garantire il rispetto delle dimensioni geometriche e delle tolleranze previste.
In base alla loro configurazione le casseforme possono essere classificate in:
-casseforme smontabili,
-casseforme a tunnel, idonee a realizzare contemporaneamente elementi edilizi orizzontali e verticali,
-casseforme rampanti, atte a realizzare strutture verticali mediante il loro progressivo innalzamento, ancorate al calcestruzzo precedentemente messo in opera,
-casseforme scorrevoli, predisposte per realizzare in modo continuo opere che si sviluppano in altezza o lunghezza.

Per rispettare le quote e le tolleranze geometriche progettuali, le casseforme devono essere praticamente indeformabili quando, nel corso della messa in opera, sono assoggettate alla pressione del calcestruzzo ed alla vibrazione. Generalmente una cassaforma è ottenuta mediante l'accostamento di pannelli, se tale operazione non è eseguita correttamente e/o non sono predisposti i giunti a tenuta, la fase liquida del cal-

cestruzzo, o boiacca, fuoriesce provocando difetti estetici sulla superficie del getto, eterogeneità nella tessitura e nella colorazione, nonché nidi di ghiaia. La tenuta delle casseforme deve essere curata in modo particolare nelle strutture con superfici di calcestruzzo a vista, può essere migliorata utilizzando giunti preformati riutilizzabili o con mastice e con guarnizioni monouso. Alla difficoltà di ottenere connessioni perfette si può porre rimedio facendo in modo che le giunture siano in corrispondenza di modanature o di altri punti d'arresto del getto. Tutti i tipi di casseforme (con la sola esclusione di quelle che rimangono inglobate nell'opera finita), prima della messa in opera del calcestruzzo, richiedono il trattamento con un agente (prodotto) disarmante. I prodotti disarmanti sono applicati ai manti delle casseforme per agevolare il distacco del calcestruzzo, ma svolgono anche altre funzioni quali: la protezione della superficie delle casseforme metalliche dall'ossidazione e della corrosione,l'impermeabilizzazione dei pannelli di legno, il miglioramento della qualità della superficie del calcestruzzo. La scelta del prodotto e la sua corretta applicazione influenzano la qualità delle superfici del calcestruzzo, in particolare:l'omogeneità di colore e l'assenza di bolle. Nel caso in cui i ferri d'armatura non siano vincolati alle casseforme, per rispettare le tolleranze dello spessore del copriferro, si dovranno predisporre opportune guide o riscontri che contrastano l'effetto della pressione esercitata dal calcestruzzo. Il progetto delle strutture di supporto deve prendere in considerazione l'effetto combinato:

- del peso proprio delle casseforme, dei ferri d'armatura e del calcestruzzo,

- della pressione esercitata sulle casseforme dal calcestruzzo in relazione ai suoi gradi di consistenza più elevati, particolarmente nel caso di calcestruzzo autocompattante;

- delle sollecitazioni esercitate da: personale, materiali, attrezzature, ecc., compresi gli effetti statici e dinamici provocati dalla messa in opera del calcestruzzo, dai suoi eventuali accumuli in fase di getto e dalla sua compattazione;

- dei possibili sovraccarichi dovuti al vento ed alla neve.

La pressione laterale è esercitata sulle casseforme dal calcestruzzo fresco. Le casseforme devono essere progettate in modo da sopportare la pressione idrostatica:

$p = w \times h$ [a] dove: p = pressione laterale (kN/mq)

w = (densità) massa volumica del calcestruzzo fresco (kN/mc)

h = altezza del calcestruzzo allo stato fresco o plastico misurato a partire dalla sommità del getto (m).

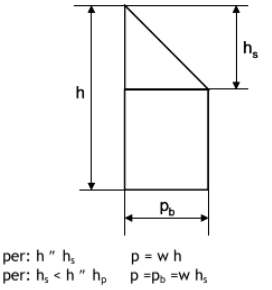


Figura 4-2: andamento della pressione laterale esercitata sulle casseforme da un calcestruzzo ordinario

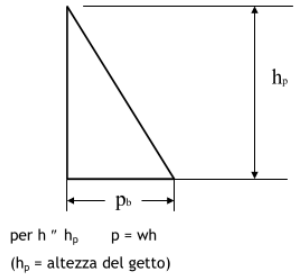


Figura 4-3: andamento della pressione laterale esercitata sulle casseforme da un calcestruzzo autocompattante (SCC)

La spinta idrostatica $p_b = w\ h$ *è la massima pressione che il calcestruzzo fresco va ad esercitare.*

Il taglio e la curvatura dei ferri d'armatura devono essere effettuati secondo le prescrizioni riportate nella documentazione progettuale. E' sempre comunque opportuno che:

- la curvatura sia effettuata con progressione regolare;
- la curvatura a temperatura inferiore a 5°C sia autorizzata dalla Direzione Lavori, che fisserà le eventuali precauzioni;
- a meno di una specifica indicazione riportata nella documentazione progettuale, sia evitato il riscaldamento delle barre per facilitarne la curvatura.

Le barre piegate devono presentare, nelle piegature, un raccordo circolare di raggio adeguato al diametro, i diametri dei mandrini di curvatura devono essere adattati al tipo d'armatura, e non devono essere inferiori ai valori indicati dalla normativa di settore. Le armature devono essere messe in opera secondo le posizioni, le prescrizioni e le indicazioni dei disegni e dei documenti progettuali. In tal senso è opportuno che il progetto contenga un apposito elaborato riportante la distinta dei ferri di armatura. Il trasporto del calcestruzzo, dal sito di confezione al luogo d'impiego, deve essere effettuato con mezzi adeguati (autobetoniere) ad evitare la segregazione o il danneggiamento del conglomerato. Terminata la miscelazione e durante la movimentazione, si può osservare una graduale diminuzione, nel tempo, della lavorabilità provocata: dall'assorbimento dell'acqua d'impasto da parte degli aggregati, dall'inizio delle reazioni d'idratazione del cemento e dalla perdita d'acqua per evaporazione. L'entità della perdita di lavorabilità dipende dai costituenti il calcestruzzo (cemento, additivi, acqua, aggregati), dalla temperatura e dalla velocità di evaporazione dell'acqua di impasto. I sistemi più utilizzati per il trasporto del calcestruzzo sono: l'autobetoniera, la benna, l'autocarro cassonato e il nastro trasportatore. La messa in opera del calcestruzzo comprende le operazioni di movimentazione e getto del materiale nelle apposite casseforme. Per assicurare la migliore riuscita del getto, la messa in opera del calcestruzzo richiede una serie di verifiche preventive che riguardano, oltre che le casseforme e i ferri d'armatura, anche l'organizzazione e l'esecuzione delle operazioni di getto, di protezione e di stagionatura del calcestruzzo. La movimentazione del calcestruzzo dal mezzo di trasporto al punto di messa in opera può essere effettuata mediante uno dei seguenti dispositivi:

Canaletta, benna, nastro trasportatore, pompa.

Il mezzo deve essere scelto tenendo in considerazione le caratteristiche del calcestruzzo allo stato fresco, la distanza tra il punto d'arrivo del mezzo e quello di getto, le condizioni climatiche, la conformazione delle casseforme e del cantiere, le attrezzature di compattazione disponibili e la velocità d'avanzamento prevista.

Movimentazione mediante pompa

Le prestazioni operative delle pompe sono espresse in termini di potenza, portata e pressione massima d'esercizio, che condizionano la possibile distanza e prevalenza (altezza) di pompaggio del calcestruzzo .Le caratteristiche della pompa: (portata, distanza ed altezza di pompaggio) devono essere prese in considerazione nell'organizzazione del cantiere in modo che il mezzo sia appropriato alle esigenze del getto .

I getti dovrebbero avere inizio solo dopo che il Direttore dei Lavori ha verificato:

- la preparazione e rettifica dei piani di posa
- la pulizia delle casseforme
- la posizione e corrispondenza al progetto delle armature e del copriferro
- la posizione delle eventuali guaine dei cavi di precompressione
- la posizione degli inserti (giunti, water stop, ecc.)
- l'umidificazione a rifiuto delle superfici assorbenti o la stesura del disarmante.

Nel caso di getti contro terra è bene controllare che siano eseguite, in conformità alle disposizioni di progetto, le seguenti operazioni:

- la pulizia del sottofondo
- la posizione di eventuali drenaggi
- la stesa di materiale isolante e/o di collegamento.

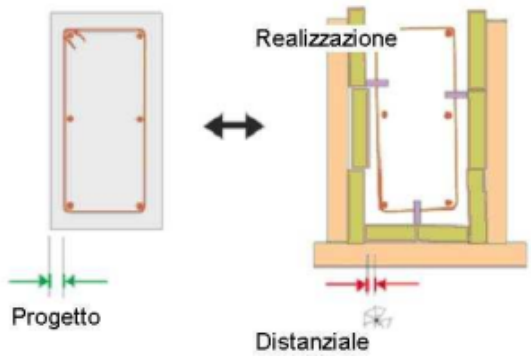


Figura 5-4 Punti di controllo della cassaforma, della armatura e del copriferro

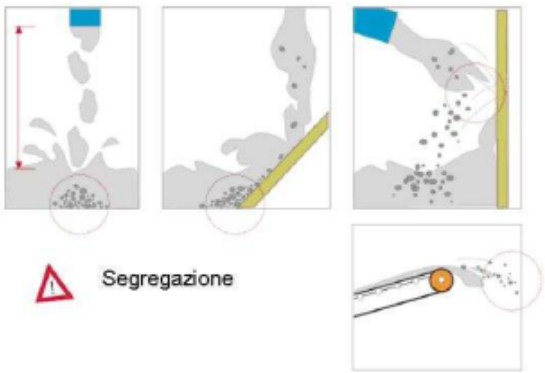


Figura 5-5: Errori nella posa in opera del calcestruzzo

Lo scarico del calcestruzzo dal mezzo di trasporto nelle casseforme si effettua applicando tutti gli accorgimenti atti ad evitare la segregazione. È opportuno che l'altezza di caduta libera del calcestruzzo fresco, indipendentemente dal sistema di movimentazione e getto, non ecceda 50-80 cm e che lo spessore degli strati orizzontali di calcestruzzo, misurato dopo la vibrazione, non sia maggiore di 30 cm .Si deve evitare di scaricare il calcestruzzo in cumuli da stendere poi successivamente con l'impiego dei vibratori, in quanto questo procedimento può provocare l'affioramento della pasta cementizia e la segregazione. Per limitare l'altezza di caduta libera del calcestruzzo, è opportuno utilizzare un tubo di getto che consenta al calcestruzzo di fluire all'interno di quello precedentemente messo in opera.

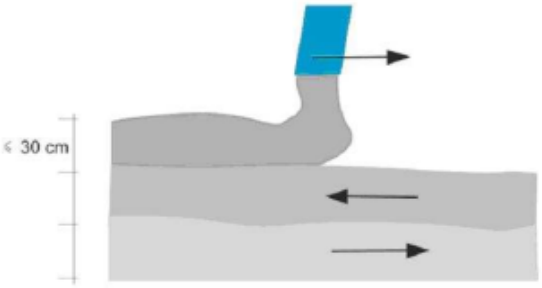


Figura 5-6 Disposizione e spessore dello strato nel corso della messa in opera.

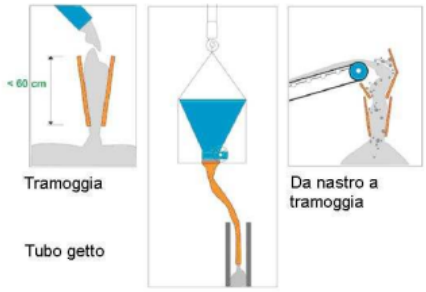


Figura 5-7: Attrezzature per la messa in opera del calcestruzzo.

Per quanto possibile, i getti devono essere eseguiti senza soluzione di continuità, in modo da evitare le riprese e conseguire la necessaria continuità strutturale. Per ottenere ciò è opportuno ridurre al minimo il tempo di ricopertura tra gli strati successivi, in modo che, mediante vibrazione, si ottenga la monoliticità del calcestruzzo. Qualora siano inevitabili le riprese di getto, è necessario che la superficie del getto su cui si prevede la ripresa, sia lasciata quanto più possibile corrugata, alternativamente la superficie deve essere scalfita (e pulita dai detriti), in modo da migliorare l'adesione con il getto successivo. L'adesione può essere migliorata con specifici adesivi per ripresa di getto (resine), o con tecniche diverse che prevedono l'utilizzo d'additivi ritardanti o ritardanti superficiali da aggiungere al calcestruzzo o da applicare sulla superficie.

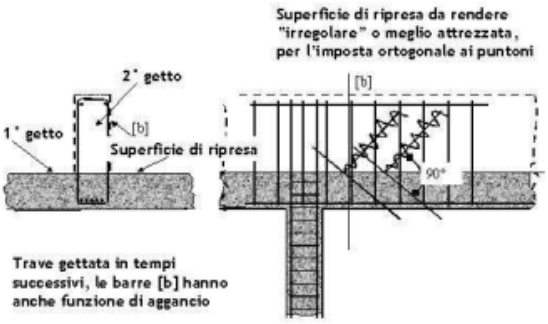


Figura 5-10: Ripresa di getto su travi di spessore elevato

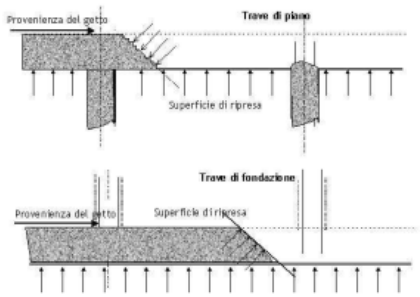


Figura 5-9: Ripresa di getto in travi di piano e di fondazione

Quando sono presenti armature metalliche (barre) attraversanti le superfici di ripre-

sa, occorre fare sì che tali barre, in grado per la loro natura di resistere al taglio, possano funzionare più efficacemente come elementi tesi in tralicci resistenti agli scorrimenti, essendo gli elementi compressi costituiti da aste virtuali di calcestruzzo che, come si è detto in precedenza, abbiano a trovare una buona imposta ortogonale rispetto al loro asse.
Quando il calcestruzzo fresco è versato nella cassaforma, contiene molti vuoti e tasche d'aria racchiusa tra gli aggregati grossolani rivestiti parzialmente da malta. Il volume di tale aria, che si aggira tra il 5 ed 20 %, dipende dalla consistenza del calcestruzzo, dalla dimensione della cassaforma, dalla distribuzione e dall'addensamento delle barre d'armatura e dal modo con cui il calcestruzzo è stato versato nella cassaforma

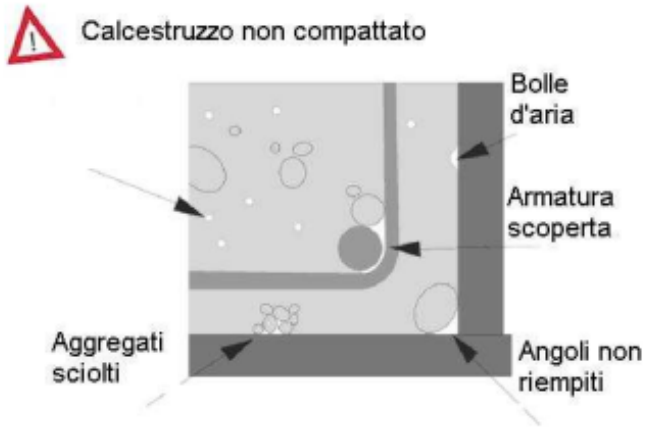


Figura 5-11: Difettosità interne del calcestruzzo non compattato.

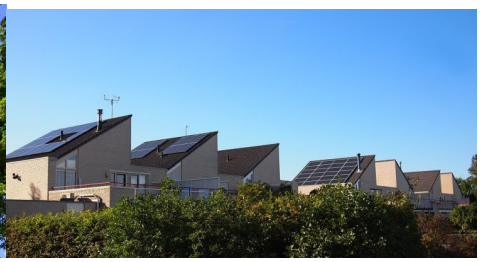
La vibrazione consiste nell'imporre al calcestruzzo fresco rapide vibrazioni che fluidificano la malta e drasticamente riducono l'attrito interno esistente tra gli aggregati. In questa condizione il calcestruzzo si assesta per effetto della forza di gravità, fluisce nelle casseforme, avvolge le armature ed espelle l'aria intrappolata. Al termine della vibrazione l'attrito interno ristabilisce lo stato di quiete e il calcestruzzo risulta denso e compatto. I vibratori possono essere: interni ed esterni.

24-Design e architettura Green edificio

Un edificio multipiano con destinazione residenziale o terziaria affinchè abbia una connotazione ecologica ovvero non arrechi danno precisamente impatto urbano e ambientale può essere progettato esclusivamente con una struttura in cemento armato facendo ricorso a blocchi cassero in legno cemento o polistirolo per nascondere la parere debolmente armata in c.a o con normale struttura in c.a facendo in modo che in fase di costruzione ovvero di cantiere venga eliminato l'impatto ambientale e urbano della struttura in cemento armato. Ricorrere ad altri materiali quali legno utilizzando pannelli X-LAM , per edifici con molti piani è inopportuno visto l'enorme volume di legno impiegato ed il conseguente tagli di alberi. La casa in legno o in muratura armata è alta cultura ambientale e naturale pensare a chalet di montagna a ville in campagna al massimo di 2÷3 piani con architettura minimalista o organica destinata a turisti è anche espressione di uno status sociale di un modo maniera di comportarsi nel rispetto delle politiche ambientali .Per queste costruzioni il volume di legno impiegato è ridotto si taglia un numero limitato di alberi che possono essere facilmente reimpiantati favorendo anche l'indotto forestale e degli scarti con la produzione di biomasse da utilizzare per il riscaldamento .

Si può utilizzare un altro materiale quale l'acciaio più adatto forse per grandi strutture quali stadi , viadotti stradali e ferroviari passerelle , capannoni o edifici alti quali grattacieli con un numero di piani superiore a 50 per i quali il calcestruzzo per le sue caratteristiche meccaniche di resistenza e elasticità è poco adatto. L'edificio a 6-10 piani in zona sismica progettato in paesi o città con un numero limitato di abitanti < 40000 elimina il danno ambientale derivante dal consumo di territorio , prevedere 50 appartamenti distribuiti su dieci impalcati anziché 25 villette a schiera a 2 piani con 2 appartamenti per piano limita notevolmente lo spreco di territorio soprattutto in zone turistiche dove le speculazioni edilizie hanno già danneggiato l'ambiente , destinando la rimanente porzione a parco verde sportivo o urbano . E' evidente che l'edificio deve essere ***Green, NZEB*** *energia zero* ***Passiv-House***

senza emissioni carbonio facendo ricorso a fonti rinnovabili di energia quali pale eoliche istallate sull'ultimo solaio a condizione che non siano rumorose e non creino inquinamento acustico oppure attraverso i pali di fondazione facendo ricorso alla geotermia combinata con installazioni fotovoltaiche sul tetto per la illuminazione. L'utilizzo di serre bioclimatiche per riscaldare le gli ambienti attraverso gli apporti solari ed il relativo effetto serra , o ancora pergole istallate sulla copertura. Tutto ciò non basta a rendere un ***ECOMOSTRO***



in cemento armato ecologicamente sostenibile per cui si fa ricorso al disegno delle facciate dichiara impronta moderna , al Biophilics Design con la vegetazione le piante disposte sui balconi o lungo la facciata ,

ai frangisole in legno o finto legno, alle ringhiere in vetro o ancora alla caratterizzazione architettonica dell'edificio come elemento naturale quale albero o tronco.

Per non parlare del coinvolgimento della Lipu la protezione uccelli studiando architettonicamente delle nicchie del nostro edificio dove essi possono nidificare , andando oltre la concezione edificio composto da molti appartamenti che si sviluppa in verticale come albero con tanti nidi; pensare che sotto la gronda del nostro edificio nidifichino le rondini, i colombi che sul balcone o davanzale raccolgono le briciole o

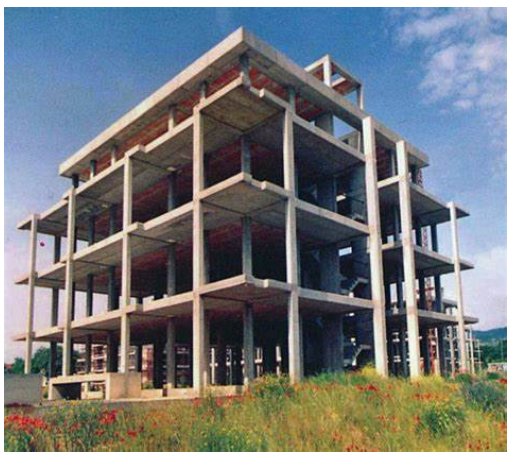
che sul torrino scale di un palazzo a 10 impalcati vi facciano un nido delle cicogne allontana per sempre l'associazione lo stigma architettonico e urbano.

Gli esempi e le soluzioni per questi edifici sono molteplici le troviamo non solo in bibliografia ma sono reperibili on line. Gli edifici a 2- 3 piani possono essere realizzati con le tecniche della bioedilizia attraverso solai misti Legno-Cls di conseguenza già la struttura di per se è sostenibile per cui attraverso un uso razionale del territorio possono essere costruiti senza arrecare danno ambientale .

Villette a schiera su due piani occupano rispetto ad un edificio a 7-10 impalcati una porzione più ampia di territorio rappresentano comunque una edilizia gradevole che migliora la qualità ambientale e urbana a condizione che non diventino zone di degrado urbano

La sostenibilità di un edificio multipiano molto spesso dipende dalla architettura che

ha un esplicito riferimento ala natura nelle sue forme definendo e delineando la stesa vegetazione ; ovviamente la impostazione strutturale di edifici in cemento armato oggetto degli appunti non si adatta a queste forme architettoniche, forse esclusivamente al primo edificio multipiano che ha una sua regolarità in pianta e in altezza consentendo la realizzazione di telai ortogonali con pareti e nuclei centrali.
La antica concezione di ecomostro ha subito un mutamento radicale non più associata all'uso del cemento armato ma alle opere incompiute ovvero allo spreco di denaro pubblico e al conseguente deterioramento della struttura al fine di evidenziarne in modo meschino e subdolo il danno arrecato dal calcestruzzo all'ambiente al paesaggio e alla natura che fa parte ormai di un antico retaggio culturale ambientalista.



In fase di costruzione il cantiere con i mezzi meccanici quali camion ed autobetoniere generano del danno ambientale legato alle emissioni di carbonio dei gas di scarico , ovviamente andranno sostituiti con veicoli elettrici o a idrogeno.

Il calcestruzzo invece durante la presa e indurimento sottrae con le reazioni chimiche anidride carbonica e ossido di carbonio riducendo l'inquinamento atmosferico. Resta l'etichetta negativa associata al cemento dovuta a politiche e campagne ambientaliste per cui nella fase di cantiere l'inconscio collettivo del gruppo sociale percepisce inizialmente l'intervento edilizio come dannoso per l'ambiente naturale e urbano

sminuendo l'effettivo valore (anche economico) e risultato della struttura completata poiché ha permeato la coscienza di ogni persona; devono trascorrere degli anni se ne deve verificare la utilità funzionalità e integrazione nel contesto naturale e urbano per la rimozione della impronta negativa introiettata nell'inconscio collettivo. Non è neanche una guerra al materiale alla struttura di cemento armato ma al sistema economico il cui motore è la edilizia in Italia ormai diventata ***Green*** *a vantaggio di altri modi e maniere di fare economia e dalle quali trarre profitto come agricoltura, zootecnia , sanità istruzione e assistenza sociale più dannosi del danno ambientale arrecato da una struttura in cemento armato incompiuta poiché incidono sulla salute dell'essere umano e sull' ambiente sociale con emarginazione devianza microcriminalità droga e alcolismo peggiorando la qualità della vita il reddito e le stesse capacità e abilità fisiche e mentali poiché vivono sulla patologia e malattia. L'edilizia arreca danni all'ambiente naturale, l'altro sistema economico danneggia l'ambiente sociale e di conseguenza ,l'uomo la persona, l'individuo .Come vi è l'****Edilizia Green*** *che migliora l'ambiente naturale e la qualità urbana così vi sono la* ***Buona scuola e Buona sanità*** *che migliorano le capacità fisiche e mentali dell'essere umano.*

25-Conclusioni

Gli argomenti trattati in questi appunti facevano parte del corso di Complementi di Tecnica delle Costruzioni tenuti negli anni 80-90, presso la università degli studi Di Napoli dai prof. Michele Pagano e Aurelio Giliberti si eseguiva l'analisi statica lineare con il treno di telai nelle due direzioni con ripartizione del momento torsionale e rappresentano la mia formazione culturale e passione oggetto di discussione in seduta di laurea il 27 maggio 1992 ; quando redigo calcoli di strutture in cemento armato tramite software lavoro fino a tardi sono stati per la mia personalità motivo di disagio ed esclusione dovuto a strumentalizzazioni politiche e televisive e non a danno ambientale. Attualmente mi occupo prevalentemente di progettazione architettonica con attenzione all'ambiente naturale bioedilizia fonti di energia rinnovabile impianti fotovoltaici eolici parchi verdi risparmio energetici edifici NZEB Passiv-House ect in generale design architettonico attraverso la partecipazione a concorsi di idee e progettazione nei quali è importante che comunque la struttura progettata sia antisismica come richiesto nei bandi di concorso. Nei recenti eventi sismici gli edifici in cemento armato con struttura a telaio spaziale hanno evidenziato la loro fragilità con danni ai nodi trave pilastro e alle tamponature , in sede di progettazione scegliere tra un sistema costruttivo ed un altro ovvero tra edifici monolitici rigidi a pareti continue come pannelli X-LAM , blocco cassero in legnocemento o polistirolo, casseri in polistirolo o in plastica ed una struttura intelaiata in cemento armato è complicato bisogna tener conto di tre fattori fondamentali :

- Costo
- Antisismicità
- Sostenibilità

La scelta finale del sistema strutturale da adottare spetta alla committenza che in accordo con la impresa costruttrice e il progettista decide verso quale materiale e sistema utilizzare in sintonia con le pratiche ed usi di costruzione locali.

Bibliografia
NTC 2018
Linee guida per la messa in opera del calcestruzzo strutturale
Eurocodice 2 ENV 1992
Edifici in cemento armato Prof. Michele Pagano

Le strutture Peda

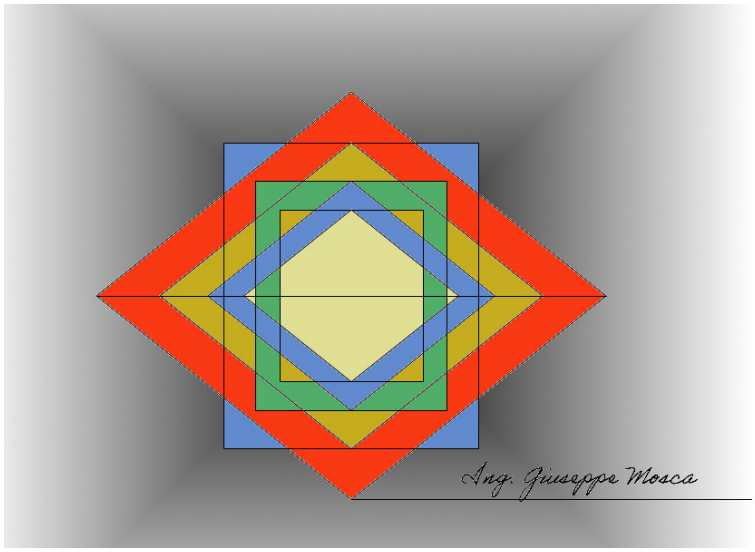
1- Introduzione

2- I sistemi costruttivi

3- Le strutture Peda

4- Deformabilità e Modellazione FEM

5-Conclusioni

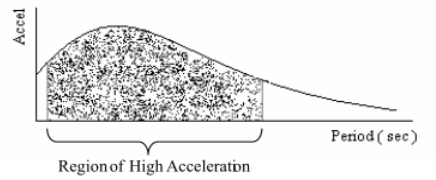


Ing. Giuseppe Mosca

N.B. Mi scuso a priori di eventuali imprecisioni o errori che se segnalati contribuiscono al miglioramento degli appunti

1- Introduzione

Gli edifici Peda sono delle strutture realizzate con pareti sottili in cemento armato rappresentano l'evoluzione degli edifici con struttura a pannelli portanti prefabbricati costruiti negli anni 50 nei paesi dell'est europeo che si adattano bene alla tecnica della bioedilizia poiché eseguiti in casseri a perdere di materiale isolante, combinando il risparmio energetico con la riduzione dell'impatto ambientale ed urbano della struttura in c.a, che in fase di costruzione viene nascosta dai casseri. L'evoluzione della normativa Italiana sulle costruzioni con il recepimento dell'eurodice 8 in occasione degli eventi sismici dei primi anni 2000 con modifica degli spettri di risposta e quindi delle accelerazioni al suolo Ag , ha consentito lo sviluppo e la costruzione di questi edifici molto rigidi con ridotti spostamenti ed oscillazioni che sopportano bene le azioni sismiche orizzontali rispettando criteri di progettazione modulare , tenendo presente che possono essere accoppiati anche a d elementi a telaio quali travi e pilastri al fine di garantire una maggiore libertà in fase di progettazione architettonica. Le pareti in cemento armato sono molto pesanti una parete con spessore di 15 cm alta 3 metri ha un peso a metro lineare di circa 1125 daN contro gli 800 daN/ml di una normale tamponatura in laterizio per edificio in cemento armato per cui diventa importante l'utilizzo di un calcestruzzo leggero strutturale che abbia un peso specifico di 1800 daN/mc al quale corrisponde un peso della parete di circa 810 minimizzando quindi la massa globale strutturale del nostro edificio poiché da essa dipendono le forza di inerzia dinamiche orizzontali da applicare ai relativi impalcati. Se poi utilizziamo solai alleggeriti con blocchi di polistirolo anziché con pignatte di laterizio la riduzione della massa diventa più consistente per cui rispetto ad una normale struttura in cemento armato si hanno masse sismiche ridotte tenendo presente che per entrambi siamo nella parte orizzontale dello spettro di risposta . ***Le pareti estese debolmente armate*** *consentono una ripartizione dello stato tensionale poiché a differenza dei pannelli prefabbricati dove possono collassare i giunti il comportamento strutturale è sempre a mensola composta (globale) con elevata inerzia per cui le sollecitazioni derivanti dalla pressoflessione sono ridotte e l'armatura diffusa in doppia rete metallica accoppiata alla base b della parete riduce notevolmente le tensioni tangenziali derivanti dal taglio. Per queste strutture il fattore di comportamento q assume valori molto ridotti 1,5÷3 come vedremo nei prossimi paragrafi per tutelare la struttura da meccanismi di crollo che prevedano la esclusiva formazione di cerniere plastiche alla base, sono delle strutture molto rigide e poco duttili di conseguenza l'accelerazione Sd(T) assume dei valori maggiori rispetto ad una struttura intelaiata .Il calcestruzzo leggero ha un ridotto modulo elastico ciò conferisce alla struttura PEDA una maggiore deformabilità anche se i cinematismi di collasso che dipendono dal sistema strutturale sono analoghi si ha una diminuzione del periodo fondamentale di vibrazione* $T= 2*\pi/\omega$; $\omega = \sqrt{K/M}$ *al quale per lo spettro seguente*



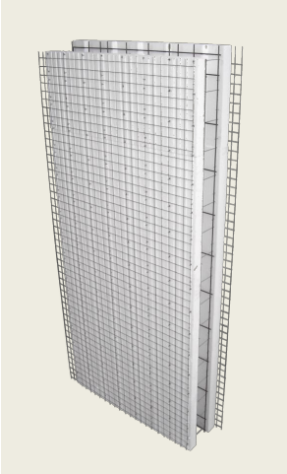
corrisponde una diminuzione della accelerazione Sd(T)

2- I sistemi costruttivi

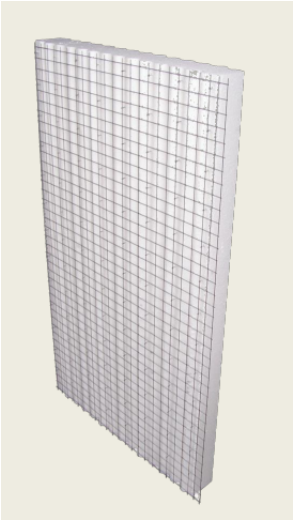
I sistemi costruttivi utilizzati per realizzare edifici con pareti estese debolmente armate sono il sistema ***Nidyon*** *, le casseforme* ***Celenit*** *ed il sistema* ***Plastbau*** *;*

- Nidyon
L'elemento fondamentale che è alla base della metodologia costruttiva è uno speciale elemento modulare di supporto in materiale plastico coibente che consente la realizzazione veloce ed efficiente di pareti portanti in conglomerato cementizio (debolmente armato) gettato in opera. Si hanno due tipologie di pareti portanti

1. ***Le pareti in c.c.a. realizzate mediante il Pannello Doppio "NIPAD"*** *vengono utilizzate per la realizzazione di edifici, anche in zone ad elevata sismicità, senza limitazioni di altezza.*



2. ***Le pareti sandwich in c.a. realizzate mediante il Pannello Singolo Portante "NIPAP"*** *vengono utilizzate per la realizzazione di edifici, anche in zone ad elevata sismicità, fino a 3 piani fuori terra.*

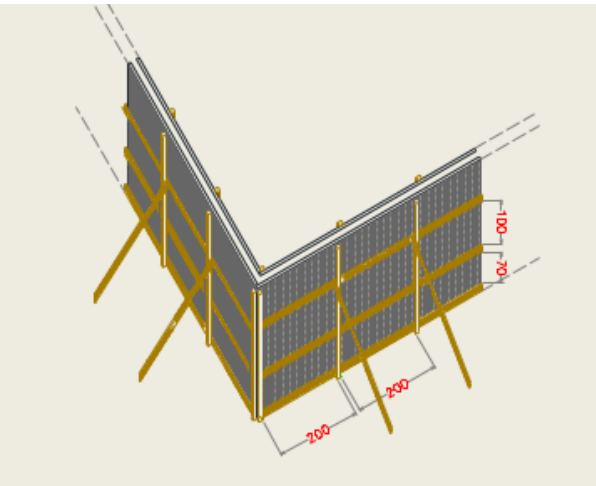


I pannelli modulari

Il metodo costruttivo Nidyon è basato sulla produzione (in stabilimento) e l'impiego (in cantiere) di pannelli modulari in polistirene, prefabbricati e prearmati, che fungono da supporto per la successiva applicazione di calcestruzzo strutturale.
Questi pannelli modulari hanno una larghezza standard di 1120 mm(4 pannelli corrispondono ad una maglia quadrata 4,50x4,50 m) e un'altezza variabile uguale all'altezza di interpiano.

***Il Pannello Nidyon NIPAD** è costituito da due lastre in EPS-RF (polistirene espanso sinterizzato autoestinguente) connesse tra loro da fili di acciaio zincato passanti che le distanziano formando l'apposita intercapedine, necessaria per il successivo getto. Internamente sono presenti due reti di acciaio di classe B450C di diametro 6 mm e passo 13x30cm (verticale x orizzontale) con funzione d'armo del getto in calcestruzzo. Esternamente sono presenti due reti elettrosaldate di diametro sottile che facilitano l'applicazione dell'intonaco e ne controllano il ritiro. Lo spessore delle lastre in EPS è variabile, a partire da un minimo di 5 cm, in funzione delle differenti esigenze di isolamento. Sia lo spessore della parete di calcestruzzo che i diametri delle armature interne possono essere modificati su richiesta (in funzione di eventuali esigenze di tipo strutturale). Il Pannello Nidyon NIPAD, posato in opera ed opportunamente casserato, viene completato con le armature integrative e con un getto di calcestruzzo, eseguito in maniera del tutto tradizionale. Successivamente viene applicato l'intonaco esterno a costituire la parete finita.*

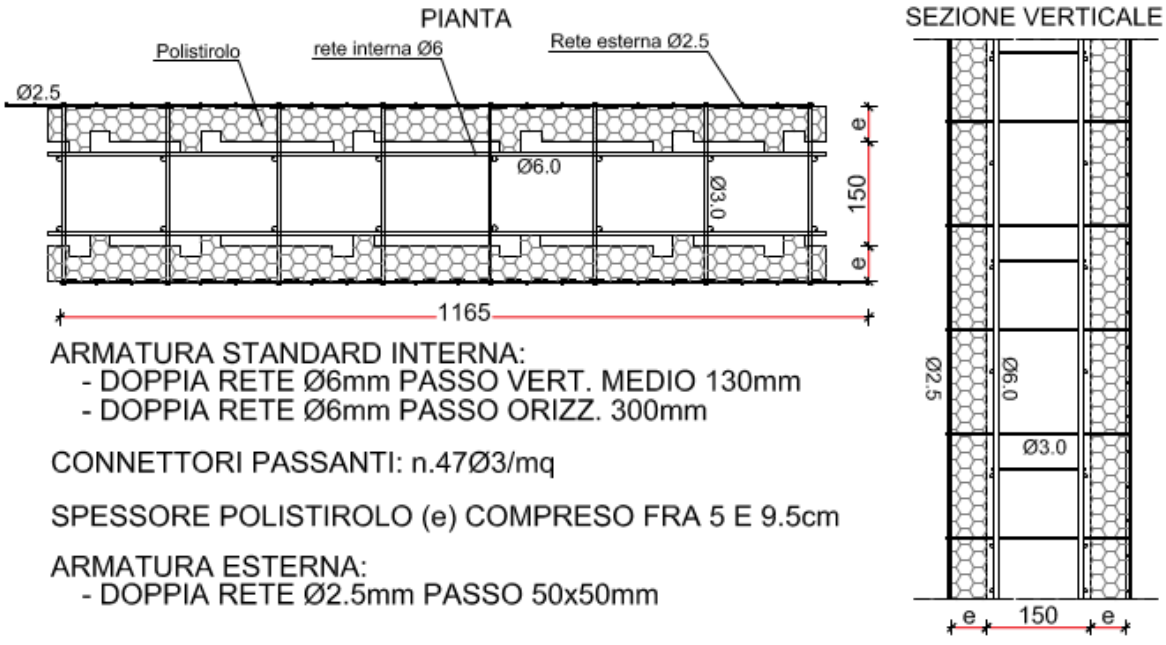
***Il Pannello Nidyon NIPAP** è composto da un singolo strato di EPS, di spessore variabile fra 60 e 160 mm (in funzione delle differenti esigenze di isolamento), il quale è inserito fra 2 reti elettrosaldate di acciaio. Le reti sono costituite da fili di acciaio zincato di diametro 2.5 mm e passo 5x5 cm, collegate fra loro utilizzando 47 connettori metallici per mq con diametro 3.0 mm, anch'essi zincati. Il Pannello Nidyon NIPAP, posato in opera ed opportunamente puntellato, viene completato con le armature integrative e mediante l'applicazione di calcestruzzo a "spritz beton", realizzando due lastre di calcestruzzo su entrambi i lati dei pannelli, consentendo di ottenere pareti classificabili come "strutture a bassa percentuale di armatura" .*



Nella intercapedine del cassero viene gettata la parete portante di calcestruzzo,; gli spessori dei pannelli variano da 15 a 20 cm come riportato nella seguente tabella per differenti valori dello spessore di EPS al quale corrispondono diverse trasmittanze .

Dati tecnici delle tipologie più ricorrenti

Tipologia di parete	Caratteristiche generali	Trasmittanza Termica [W/mq°K]	Massa media Superficiale [kg/m^2]	Sfasamento termico [h]
NIPAD 5-15-5	spessore cls 15 cm, EPS-R.F. 150 kPa	0,340	365	9,06
NIPAD 6-15-6	spessore cls 15 cm, EPS-R.F. 150 kPa	0,290	365	9,23
NIPAD 7-15-7	spessore cls 15 cm, EPS-R.F. 150 kPa	0,240	365	9,41
NIPAD 10-15-5	spessore cls 15 cm, EPS-R.F. 150 kPa	0,225	365	9,51
NIPAD 8-15-8	spessore cls 15 cm, EPS-R.F. 150 kPa	0,210	365	9,60
NIPAD 12-15-5	spessore cls 15 cm, EPS-R.F. 150 kPa	0,195	365	9,75
NIPAD 9-15-9	spessore cls 15 cm, EPS-R.F. 150 kPa	0,180	365	9,80
NIPAD 13-15-6	spessore cls 15 cm, EPS-R.F. 150 kPa	0,175	365	9,85
NIPAD 5-20-5	spessore cls 20 cm, EPS-R.F. 150 kPa	0,340	485	10,02
NIPAD 6-20-6	spessore cls 20 cm, EPS-R.F. 150 kPa	0,290	485	10,20
NIPAD 7-20-7	spessore cls 20 cm, EPS-R.F. 150 kPa	0,240	485	10,36



ARMATURA STANDARD INTERNA:
- DOPPIA RETE Ø6mm PASSO VERT. MEDIO 130mm
- DOPPIA RETE Ø6mm PASSO ORIZZ. 300mm

CONNETTORI PASSANTI: n.47Ø3/mq

SPESSORE POLISTIROLO (e) COMPRESO FRA 5 E 9.5cm

ARMATURA ESTERNA:
- DOPPIA RETE Ø2.5mm PASSO 50x50mm

E' necessario ripristinare in opera la continuità delle armature orizzontali in quantità almeno pari a 2 cmq/m.

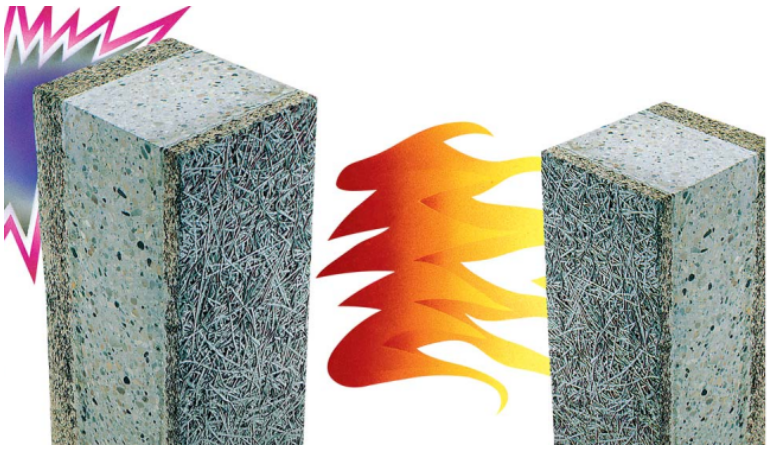
Spessori delle pareti di 15 cm si adattano bene a strutture modulari di 3 o 4 piani in zone ad alta sismicità in alternativa a strutture intelaiate in cemento armato .

- Celenit : Calcestruzzo isolato

Il sistema consiste nell'esecuzione di pareti portanti mediante getti di calcestruzzo all'interno di due pannelli Celenit in fibre di legno mineralizzate e cemento disposti parallelamente e trattenuti da opportuni elementi (grandi casseri, distanziatori, staffe). I pannelli isolanti restano così incorporati nel getto formando un unico blocco monolitico dove il nucleo di calcestruzzo gettato contemporaneamente per tutte le pareti longitudinali e trasversali determina l'effetto scatolare caratterizzato da elevata rigidità e stabilità laterale. Il suo utilizzo può essere preminente in zone sismiche.

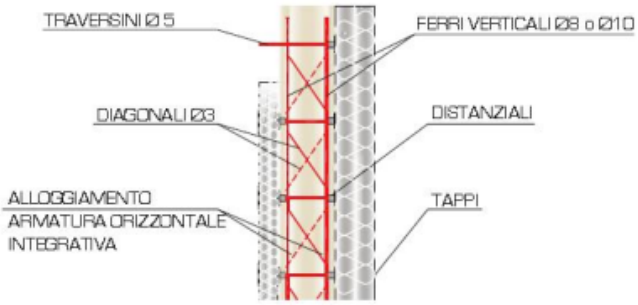
Il sistema permette l'inserimento nel getto di qualsiasi tipo di armatura quali: reti elettrosaldate, armature orizzontali e verticali senza alcuna limitazione derivante dalla presenza di nervature e dalla necessità di ripresa delle armature verticali. Il getto del calcestruzzo risulta agevole in quanto non deve seguire percorsi obbligati.

Può essere eseguito a tutta altezza. Oltre all'esperienza maturata in decenni di realizzazioni, le ricerche hanno dimostrato che la qualità del calcestruzzo maturato entro un cassero in Celenit presenta incrementi fino al 30% sia della ***RESISTENZA A COMPRESSIONE*** *sia del* ***MODULO ELASTICO.*** *Si è indagato sulla forza di* ***ADESIONE*** *del pannello Celenit al calcestruzzo che si è dimostrata ottima e totale il calcestruzzo penetrando negli alveoli del Celenit realizza una struttura monolitica e il paramento isolante in Celenit sottoposto a scorrimento presenta rottura al suo interno ma non il distacco dal nucleo in calcestruzzo. Il coinvolgimento strutturale del pannello Celenit è stato verificato su pareti sperimentali sotto l'azione di carichi eccentrici dimostrando un sensibile aumento della* ***CAPACITÀ PORTANTE*** *del manufatto riconducibile oltre che ad un miglioramento delle qualità del conglomerato, alla capacità portante ed irrigidente del cassero.*



-Plastbau

è un elemento cassero a misura per pareti portanti in cemento armato , formata da due pannelli EPS ad alta densità uniti e distanziati tra loro da tralicci metallici che costituiscono l'armatura del cls gettato al loro interno; i pannelli di larghezza 120 cm ed altezza 300 cm vengono accostati e posati costituiscono una struttura rigida pronti per il getto di cls al loro interno . Sono dei pannelli molto maneggevoli il loro peso è di circa 22 kg e possono essere movimentati facilmente da due persone.



Le pareti possono avere spessori che variano da 12 cm a 30 cm

Tabella **MURO PLASTBAU 3**

EPS lastra	EPS lastra	Ferro	Distanza interna fra le lastre cm	Distanza interna fra le lastre cm	Distanza interna fra le lastre cm	Distanza interna fra le lastre cm	Distanza interna fra le lastre cm
Interna cm	Esterna cm	Verticale ø	12	15	20	25	30
			U=W/m²K	U=W/m²K	U=W/m²K	U=W/m²K	U=W/m²K
5	5	8/10	0,322	0,321	0,317	0,315	0,313
	7,5		0,275	0,274	0,272	0,270	0,269
	10		0,239	0,239	0,238	0,236	0,235
	15		0,196	0,195	0,167	0,146	
	20		0,167	0,167	0,166		
	25		0,146	0,145			
7,5	5	8/10	0,254	0,253	0,251	0,250	0,199
	7,5		0,224	0,223	0,222	0,221	0,171
	10		0,200	0,199	0,198	0,198	
	15		0,169	0,168	0,147		
	20		0,147	0,147			
	25		0,130	0,130			
10	5	8/10	0,178	0,178	0,177	0,176	0,133
	7,5		0,163	0,163	0,162	0,161	
	10		0,150	0,149	0,149	0,129	
	15		0,132	0,131	0,118		
	20			0,118			

3- Le strutture Peda

Esistono delle linee guida emanate dal ministero dei lavori pubblici :
"LINEE GUIDA PER SISTEMI COSTRUTTIVI A PANNELLI PORTANTI BASATI SULL'IMPIEGO DI BLOCCHI CASSERO E CALCESTRUZZO DEBOLMENTE ARMATO GETTATO IN OPERA" *che definiscono le indicazioni progettuali e costruttive, per la progettazione ed il calcolo di edifici realizzati con sistemi costruttivi a pannelli portanti basati sull'impiego di blocchi cassero e calcestruzzo debolmente armato gettato in opera. Tali sistemi devono essere caratterizzati da uno sviluppo esteso a buona parte del perimetro della pianta strutturale ed essere inoltre dotati di idonei provvedimenti per garantire la continuità strutturale così da produrre un efficace comportamento scatolare. Si realizza la condizione PEDA , una struttura è da considerarsi come struttura a pareti estese debolmente armate quando nella direzione considerata si ha un primo periodo di oscillazione < Tc e vi sono almeno due pannelli che hanno una lunghezza > 4 m o dei 2/3 H intendendo con H altezza di interpiano in grado di far fronte al 20% dell'azione sismica orizzontale .*

Le disposizioni specifiche dell'eurocodice 8 per le grandi pareti debolmente armate:

(1)Per garantire che lo snervamento a flessione preceda il raggiungimento dello stato limite ultimo (SLU) per taglio, la forza di taglio V'_{Ed} ottenuta dall'analisi deve essere aumentata.
(2) Il requisito 1 del presente sottopunto si ritiene soddisfatto se ad ogni piano della parete la forza di taglio di progetto V_{Ed} è ottenuta dalla forza di taglio calcolata dall'analisi, V'_{Ed}, in accordo con la seguente espressione:
$V_{Ed} = V'_{Ed} * (q+1)/2$
(3)P Le azioni assiali dinamiche aggiuntive sviluppate in pareti grandi dovute all'innalzamento dal terreno, o dovute all'apertura e chiusura di fessure orizzontali, devono essere tenute in conto nella verifica agli stati limite ultimi SLU della parete per flessione con azione assiale.
(4) A meno che non siano disponibili i risultati di un calcolo più preciso, la componente dinamica della forza assiale nella parete in ***(3)****P del presente sottopunto può essere considerata il 50% della forza assiale nella parete dovuta ai carichi gravitazionali presenti nella situazione sismica di progetto. Si raccomanda che questa forza sia presa con il segno più o meno, il più sfavorevole tra i due.*
(5) Se il valore del coefficiente di comportamento q non è maggiore di 2,0, l'effetto della forza assiale dinamica in ***(3)*** *e* ***(4)*** *del presente sottopunto può essere trascurato.*

I meccanismi di collasso delle strutture in oggetto sono prevalentemente legati ai meccanismi di rottura per taglio o taglio-flessione, tali strutture si devono considerare appartenenti ad una classe di bassa duttilità. Il fattore di struttura q_0 no n può essere superiore a 2

$q = q_0 * K_S * K_R$

K_S= *1,2 per strutture regolari in pianta*

K_S= *1,1 per strutture irregolari in pianta*

K_R= *1 per strutture regolari in altezza*

K_R= *0,8 per strutture irregolari in altezza*

Lo spessore equivalente del pannello può essere calcolato, in prima istanza, diffondendo nella lunghezza della base b del pannello le aree del calcestruzzo A_{ci} *gettato in opera, ossia con la relazione* $t = (A_{c,eff} / b)$ *essendo* $A_{c,eff} = \Sigma A_{ci}$ *pari alla totale area del calcestruzzo gettato in opera nella sezione trasversale.*

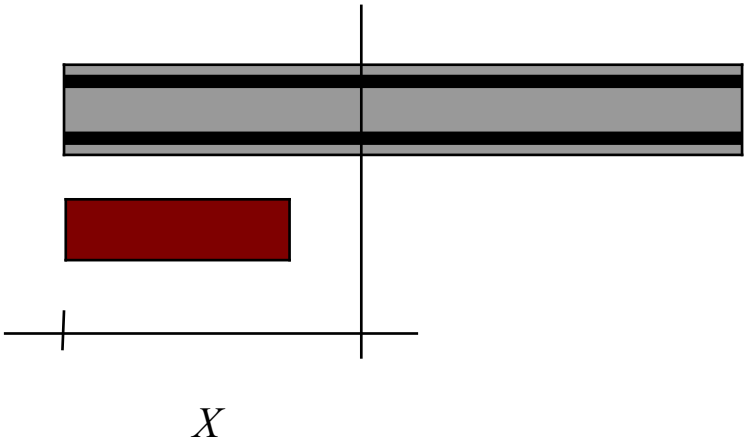
Per la verifica delle pareti si utilizzeranno i metodi previsti nelle Norme Tecniche vigenti per le pareti appartenenti alla classe di duttilità bassa. Per tali elementi la forza normale di compressione non deve eccedere il 40% del carico limite per compressione semplice $fcd*A_{c,eff}$, *essendo* $A_{c,eff} = \Sigma_{Aci}$ *(somma delle aree del calcestruzzo gettato in opera nella sezione trasversale). Tale limitazione (40%) va ridotta al 25%, nel caso si utilizzino armature disposte su un solo strato nello spessore della sezione.*

Le verifiche da eseguire sulla parete sono :

- pressoflessione nel piano
- pressoflessione ed instabilità fuori del piano
- taglio

- Pressoflessione nel piano

La verifica a pressoflessione viene eseguita in modo analogo alla verifica a pressoflessione per pilastri in cemento armato; inizialmente riportiamo il calcolo del momento plastico di rottura della sezione



X

*0,8*0,85*fcd*t*X + fyd*as*X - fyd *as*(B-X) = P*

P sforzo normale

*X = (P+fyd*as*B)/(0,8*0,85*fcd*t +2* fyd*as)*

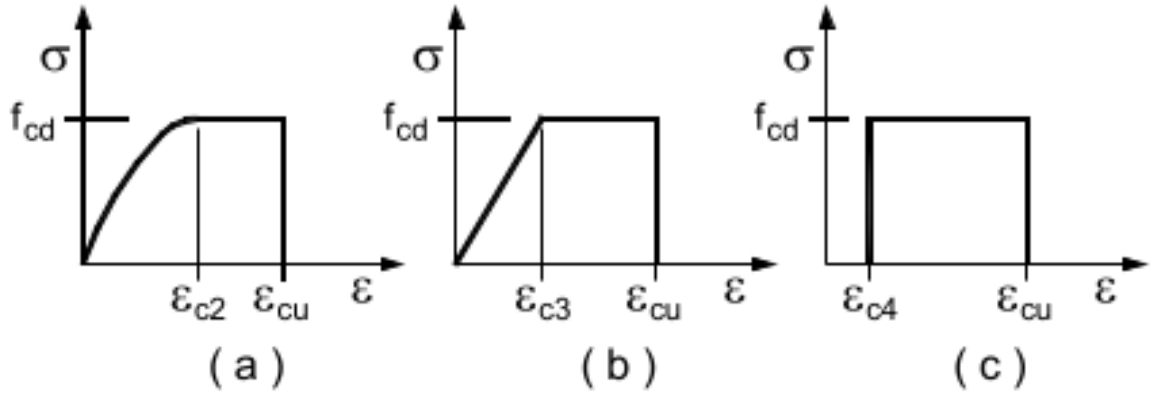
il momento plastico è calcolato rispetto al baricentro geometrico del pannello

M_{PL}*=0,8*0,85*fcd*t*X*(B/2-0,4*X)+fyd*as*X*(B/2-X/2) - fyd*as*(B-X)*X /2*

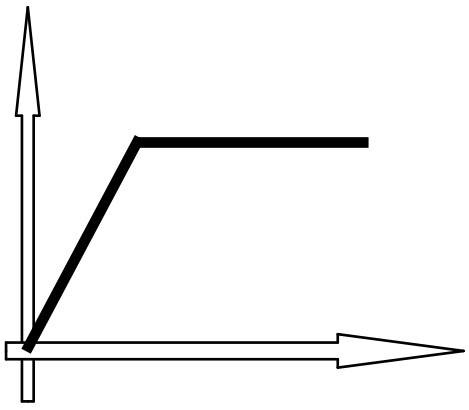
as area di ferro linearizzata As = As/B

i diagrammi tensione deformazione per calcestruzzo ed acciaio

CLS



Acciaio



Per il cls $\varepsilon_{cu} = 0{,}0035$; $\varepsilon_{c2} = 0{,}002$; $\varepsilon_{c3} = 0{,}00175$; $\varepsilon_{c4} = 0{,}0007$;
$fcd = 0{,}83 * Rck/1{,}5$

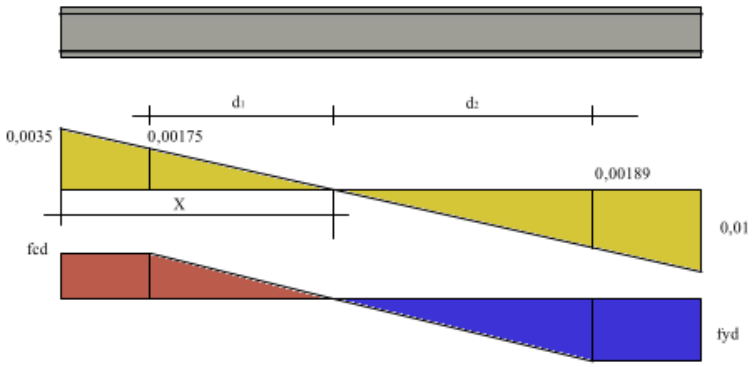
il modulo elastico a compressione $Ec = 22000 * (fcm/10)^{0,3}$ N/mmq
per un calcestruzzo leggero $Ec = 22000 * (fcm/10)^{0,3} * \eta_e$ N/mmq
$\eta_e = (1800/2200)^2 = 0{,}67$

per l'acciaio $fyd = 450/1{,}15 = 391$N/mmq $Es = 206000$ N/mmq
$\varepsilon_{Su} = 0{,}01$; $\varepsilon_e = 391/206000 = 0{,}00189$

La verifica a pressoflessione del pannello di calcestruzzo nella ipotesi di comportamento elastoplastico ideale del cls :

-la rottura avvenga nel cls ovvero $\varepsilon_{cu} = 0{,}0035$ $X > 0{,}259 * B$
-la rottura avvenga prima nell'acciaio $\varepsilon_S = 0{,}01$ $X < 0{,}259 * B$

nel primo tentativo si ipotizza la rottura bilanciata ovvero che si rompano contemporaneamente acciaio e cls



dall'equilibrio delle tensioni normali per $\varepsilon_{cu} = 0{,}0035$; $\varepsilon_S = 0{,}01$

$0{,}85 * fcd * t * (X - d_1) + 0{,}85 * fcd * t * d_1/2$ *Compressione nel cls*

$as * (B - X - d_2) * fyd + as * fyd * d_2/2$ *Trazione nell'acciaio*

$as * fyd * (X - d_3) + as * fyd * d_3/2$ *Compressione nell'acciaio*

l'equazione dalla quale ricavare la X

$P = 0{,}85 * fcd * t * (X - d_1) + 0{,}85 * fcd * t * d_1/2 + as * fyd * (X - d_3) + as * fyd * d_3/2 +$

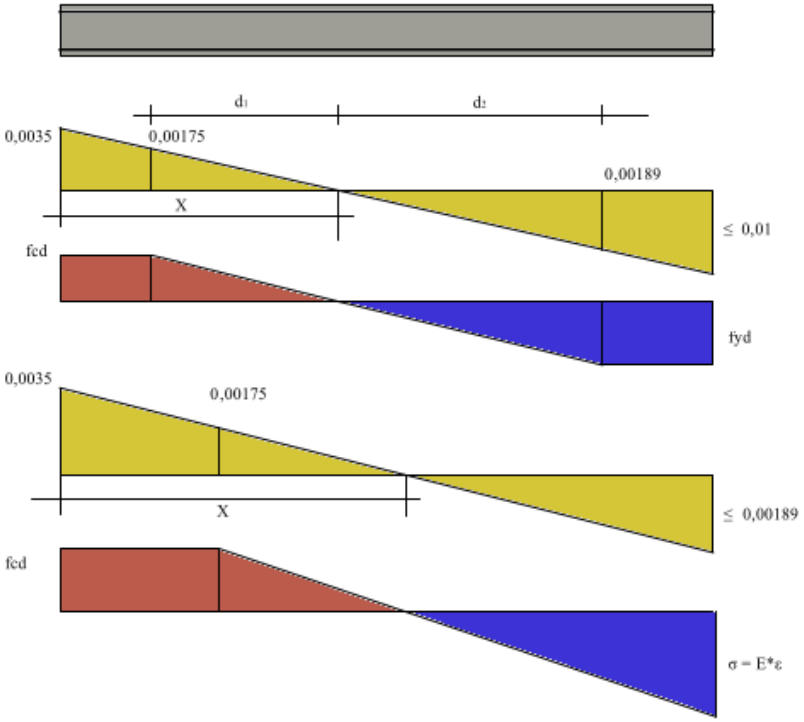
$-[as * (B - X - d_2) * fyd + as * fyd * d_2/2]$

$d_1 = X * 0{,}00175/0{,}0035$; $d_2 = (B - X) * 0{,}00189/0{,}01$; $d_3 = X * 0{,}00189/0{,}0035$

*IF X > 0,259*B si rompe prima il cls*

*IF X < 0,259*B si rompe prima l'acciaio*

-rottura nel cls X > 0,259*B



dall'equilibrio delle tensioni normali per ε_{cu} *=0,0035 ; 0,00189 <* ε_S *≤0,01*

*0,85*fcd *t* (X-*d_1*) + 0,85*fcd*t**d_1*/2 Compressione nel cls*

as(B-X-*d_2*)*fyd + as *fyd**d_2*/2 Trazione nell'acciaio*

*as * fyd *(X-*d_3*) + as*fyd**d_3*/2 Compressione nell'acciaio*

l'equazione dalla quale ricavare la X è una equazione di primo grado

*P = 0,85*fcd *t* (X-*d_1*) + 0,85*fcd*t**d_1*/2 + as * fyd *(X-*d_3*) + as*fyd**d_3*/2 +*

-[as(B-X-*d_2*)*fyd + as *fyd**d_2*/2]*

d_1 = X 0,00175/0,0035 ; d_2 = X* 0,00189/0,0035 ; d_3 = X* 0,00189/0,0035*

nota la X il momento calcolato rispetto al baricentro geometrico della sezione

$Mrd = 0,85*fcd *t* (X-d_1)*[B/2-(X-d_1)/2] + 0,85*fcd*t*d_1/2* (B/2-2/3*d_1)+$

$+ as*(B-X-d_2)*fyd *[B/2-(B-X-d_2)/2] + as *fyd*d_2/2*(B/2-2/3*d_2)+$

$as * fyd *(X-d_3)*[B/2-(X-d_3)/2] + as*fyd*d_3/2 *(B/2-2/3*d_3)$

chiaramente determinata la X bisogna vedere se soddisfa il diagramma delle deformazioni ipotizzato ovvero se $0,00189 < \varepsilon_S \leq 0,01$ *ed* $\varepsilon_{cu} = 0,0035$;

se risulta $\varepsilon_{cu} = 0,0035$ *ed* $\varepsilon_S < 0,00189$

le risultanti degli sforzi di trazione e compressione

$0,85*fcd *t* (X-d_1) + 0,85*fcd*t*d_1/2$ *Compressione nel cls*

$as * fyd *(X-d_3) + as*fyd*d_3/2$ *Compressione nell'acciaio*

$1/2*as*(B-X)*Es*\varepsilon_s$ *Trazione nell'acciaio*

l'equazione di equilibrio dalla quale ricavare la X

$P = 0,85*fcd *t* (X-d_1) + 0,85*fcd*t*d_1/2 + as * fyd *(X-d_3) + as*fyd*d_3/2 +$

$- 1/2*as*(B-X)*Es*\varepsilon_s$

$d_1 = X* 0,00175/0,0035$; $d_3 = X* 0,00189/0,0035$; $\varepsilon_S = 0,0035* X/(B-X)$
questa è una equazione di secondo grado dalla quale ricavare la X e quindi il momento resistente

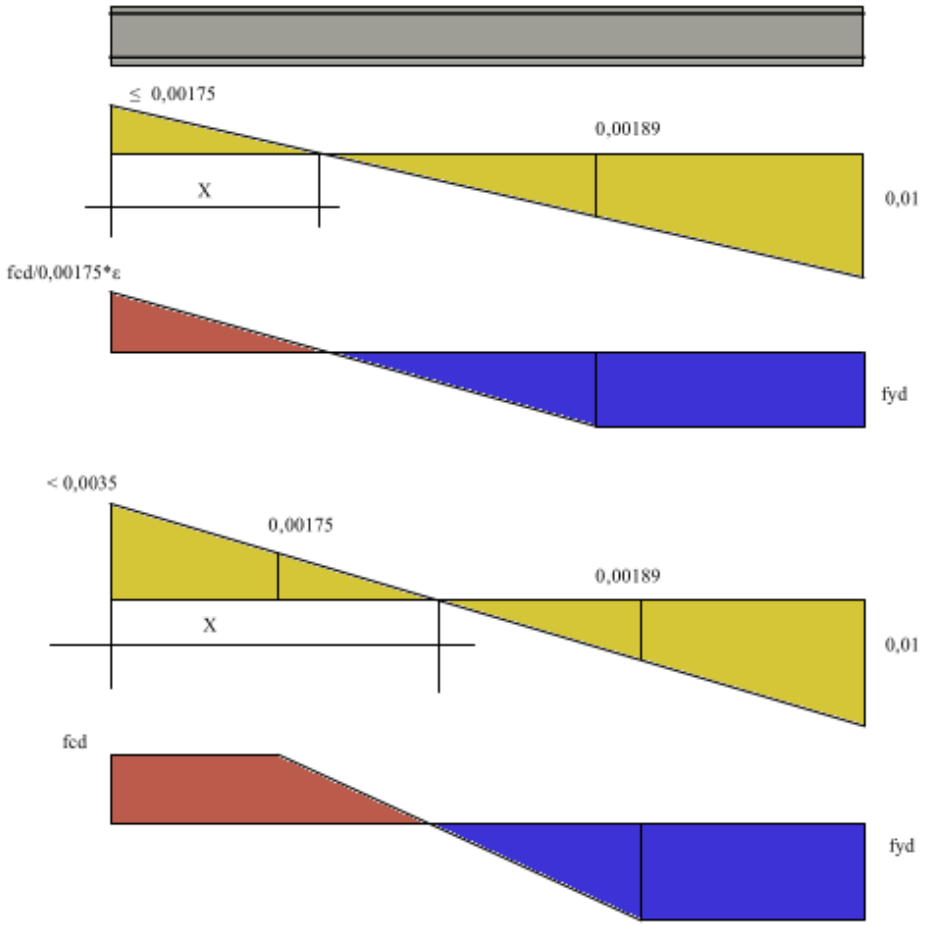
$Mrd = 0,85*fcd *t* (X-d_1)*[B/2-(X-d_1)/2] + 0,85*fcd*t*d_1/2* (B/2-2/3*d_1)+$

$as * fyd *(X-d_3)*[B/2-(X-d_3)/2] + as*fyd*d_3/2 *(B/2-2/3*d_3) +$

$+1/2*as*21/3* (B-X)^2 *Es*\varepsilon_s$

In una sezione ***pressoinflessa*** *come un pilastro è predominante lo sforzo normale di compressione per cui solitamente la rottura avviene sempre prima nel cls compresso e non nell'acciaio teso.*

-rottura nell'acciaio $X < 0{,}259*B$



dall'equilibrio delle tensioni normali per $0{,}00175 < \varepsilon_c < 0{,}0035$; $\varepsilon_S = 0{,}01$

$0{,}85*fcd*t*(X-d_1) + 0{,}85*fcd*t*d_1/2$ *Compressione nel cls*

$as*(B-X-d_2)*fyd + as*fyd*d_2/2$ *Trazione nell'acciaio*

$as*fyd*(X-d_3) + as*fyd*d_3/2$ *Compressione nell'acciaio*

l'equazione dalla quale ricavare la X

$P = 0{,}85*fcd*t*(X-d_1) + 0{,}85*fcd*t*d_1/2 + as*fyd*(X-d_3) + as*fyd*d_3/2 +$

$-[as*(B-X-d_2)*fyd + as*fyd*d_2/2]$

$d_1 = (B-X)*0{,}00175/0{,}01$; $d_2 = (B-X)*0{,}00189/0{,}01$; $d_3 = (B-X)*0{,}00189/0{,}01$

il momento resistente del pannello

$Mrd = 0,85*fcd*t*(X-d_1)*[B/2-(X-d_1)/2] + 0,85*fcd*t*d_1/2*(B/2-2/3*d_1)+$

$+ as*(B-X-d_2)*fyd*[B/2-(B-X-d_2)/2] + as*fyd*d_2/2*(B/2-2/3*d_2)+$

$as*fyd*(X-d_3)*[B/2-(X-d_3)/2] + as*fyd*d_3/2*(B/2-2/3*d_3)$

se $\varepsilon_c<0,00175$; $\varepsilon_S=0,01$
ipotesi molto remota in una sezione pressoinflessa

$0,85*\sigma c*t*X/2$ *Compressione nel cls*

$as*(B-X-d_2)*fyd + as*fyd*d_2/2$ *Trazione nell'acciaio*

$as*Es*\varepsilon_S*X/2$ *Compressione nell'acciaio*

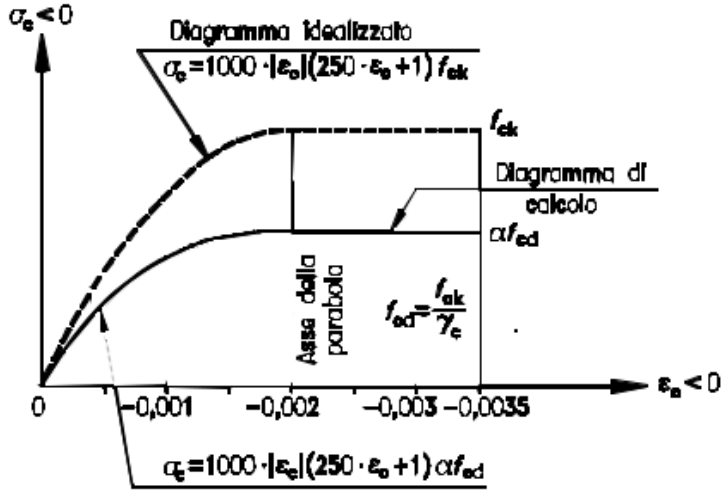
da questa equazione di equilibrio possiamo calcolare la X
$P = 0,85*fcd*t*d_X/2 + as*Es*\varepsilon_S*X/2 -[as*(B-X-d_2)*fyd + as*fyd*d_2/2]$

$d_2 =(B-X)*0,00189/0,01$; $\sigma c= fcd/0,00175*\varepsilon_C$; $\varepsilon_C=\varepsilon_S = X/(B-X)*0,01$;

il momento resistente calcolato rispetto al baricentro geometrico del pannello B/2

$Mrd = 0,85*\sigma c*t*X/2*(B/2-2/3*X) + as*Es*\varepsilon_S*X/2*(B/2-2/3*X)+$
$+ as*(B-X-d_2)*fyd*[B/2-(B-X-d_2)/2] + as*fyd*d_2/2*(B/2-2/3*d_2)$

Se avessimo utilizzato un diagramma parabola rettangolo per il cls la risultante degli sforzi di compressione andava calcolata mediante la risoluzione di un integrale $C = \int \sigma dA$ *assumendo come incognita nella equazione di equilibrio* $\xi = X/B$



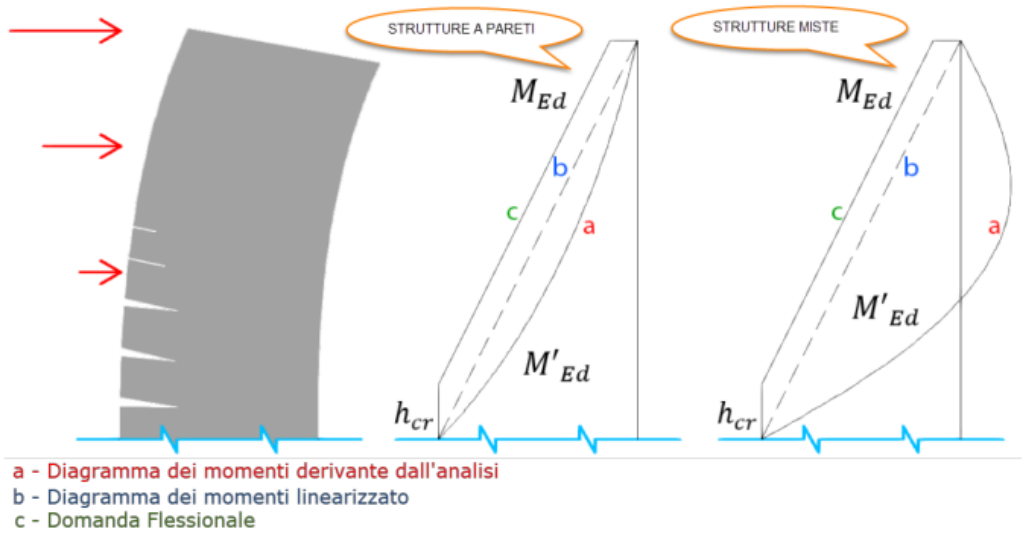
Le NTC 2018 chiariscono, innanzitutto, che SOLO per pareti snelle sia in CD "A" che in CD "B", la DOMANDA FLESSIONALE si ottiene per traslazione verso l'alto dell'inviluppo del diagramma dei momenti derivante dall'analisi e assunto, in via semplificata, come lineare. In analogia con quanto già indicato nelle NTC 2008, in accordo con l'inclinazione degli elementi compressi nel meccanismo resistente a taglio, la traslazione viene assunta pari ad h_{CR}, altezza della zona inelastica dissipativa di base.

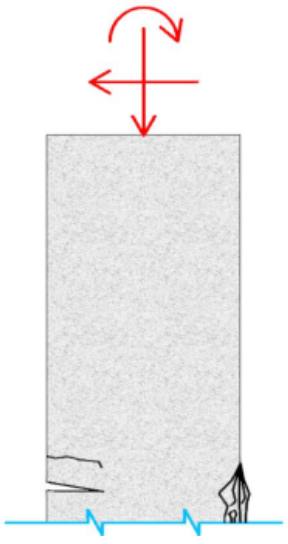
h_{CR} *max* $(L_W ; H_W/6)$ *; purchè* $h_{CR} \leq$

$2*L_W$
H_S *per* $n \leq$ *6 piani*
$2*H_S$ *per* $n >$ *7 piani*

H_S *altezza libera di piano*

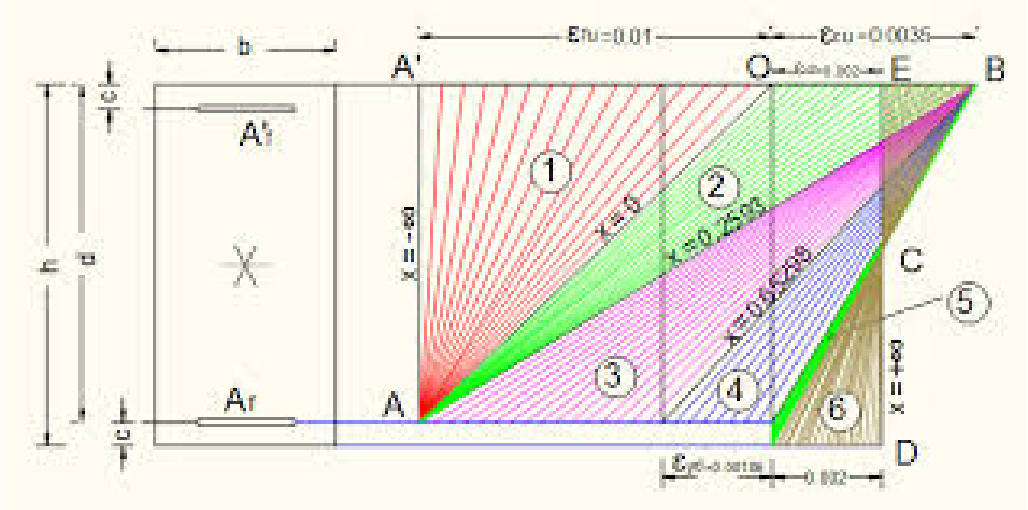
L_W *max dimensione della parete*
H_W *altezza max della parete*





lesioni di pressoflessione nella parete

Per le pareti estese debolmente armate il comportamento statico e dinamico è quello di mensola incastrata alla base quindi le sollecitazioni flettenti sono rilevanti ,e le tensioni di compressione derivanti dallo sforzo normale sono ridotte siamo effettivamente nella seconda , terza regione e IV regione.



- Pressoflessione ed instabilità fuori del piano

Al fine di prevenire i fenomeni di instabilità delle pareti fuori piano, in prima istanza, si dovrà rispettare il seguente limite:

$\lambda \leq \lambda_{lim}$ *essendo* $\lambda_{lim} = 15,4*C/\sqrt{v}$ *dove*

$v = N_{ED}/(A_{Ceff} * f_{CD})$

N_{ED} *carico assiale ottenuto dalla combinazione più gravosa e comprensivo dell'azione sismica*

$C = 1,7 - r_M$ *dipende dalla distribuzione dei momenti* $0,7 \leq C \leq 2,7$

$r_M = M_{01}/M_{02}$ *rapporto tra i momenti del primo ordine alla estremità della parete*

la snellezza $\lambda = L_0/i$

L_0 *lunghezza libera di inflessione pari a 0,7*H per parete incastrata agli estremi pari ad H per parete semplicemente appoggiata*

i raggio di inerzia $i = (J/Ac)^{1/2}$

J momento di inerzia minimo della sezione omogenea con armature fessurata
Ac area efficace omogenea della parete

se trascuriamo le armature $i = t/\sqrt{12}$

Le verifiche di stabilità degli elementi snelli devono essere condotte attraverso un'analisi del secondo ordine che tenga conto degli effetti flessionali delle azioni assiali sulla configurazione deformata degli elementi stessi. Si deve tenere adeguatamente conto delle imperfezioni geometriche e delle deformazioni viscose per carichi di lunga durata. Si devono assumere legami fra azioni interne e deformazioni in grado di descrivere in modo adeguato il comportamento non lineare dei materiali e gli effetti della fessurazione delle sezioni. Cautelativamente il contributo del calcestruzzo teso può essere trascurato.

Il momento del secondo ordine può essere calcolato considerando la parete appoggiata ai solai sollecitata dalla azione sismica orizzontale , in analogia alle tamponature

L'equazione differenziale

$EIV^{II} - PV^{II} = q \;\; ; \;\; V^{IV} - \alpha^4 V^{II} = q/EI \;\; ; \;\; \alpha = (P/EI)^{1/4}$

V(z) deformata
P sforzo normale v imperfezione
q = (Sa*Wa)/Qa
Sa *accelerazione massima adimensionalizzata rispetto all'accelerazione di gravità corrispondente allo stato limite in esame*
Wa *peso sismico dell'elemento a metro lineare*
Qa= 2 *fattore di comportamento dell'elemento.*

EI rigidezza dimezzata per tener conto della fessurazione ;

$M = M^{I} + M^{II} \qquad M(z) = - EI*V^{II}(z)$

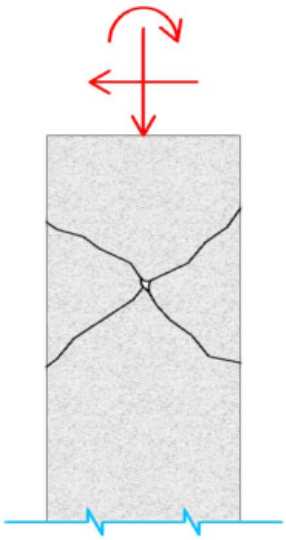
$M^{I} = q*L^2/8 + P*v \;\; ; \;\; M^{II} = P* V(L/2)$

- Taglio

La verifica di resistenza a taglio si effettuerà in accordo a quanto stabilito nelle Norme Tecniche vigenti considerando diverse modalità di rottura:

-Taglio-Compressione;
-Taglio-Trazione;
-Taglio-Scorrimento;

-Taglio-Compressione;



Possibile rottura taglio-compressione cls dell'anima

*La determinazione della resistenza viene condotta in accordo con la definizione della resistenza a taglio-compressione della sezione in c.a., assumendo un braccio delle forze interne pari a 0,8*L_W e un'inclinazione delle diagonali compresse pari a 45°. Nelle zone dissipative tale resistenza va ridotto del 60%.*

$V_{RD} = 0{,}9*d*b_W*\alpha_C*fcd*\upsilon*(cot g\alpha+cot g\theta)/(1+cot g^2\,\theta) = 0{,}8*L_W*t*\alpha_C*fcd*\upsilon/2$

$0{,}9*d = 0{,}8*L_W$; bw= t spessore setto

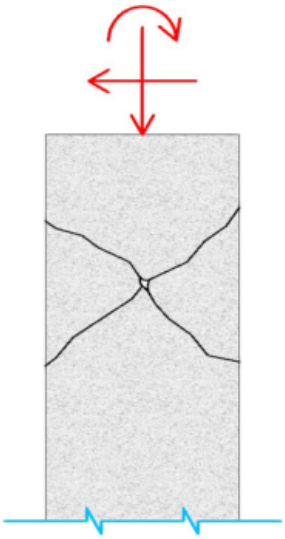
$\theta = 45°$; $\alpha = 90°$

$fcd*\upsilon$ *resistenza di progetto a compressione ridotta del calcestruzzo d'anima* $\upsilon = 0{,}5$

$\alpha_C =$ *1 per membrature non compresse*

$\alpha_C = 1 + \sigma_{CP}/fcd$	$0 < \sigma_{CP} < 0{,}25*fcd$
$\alpha_C = 1{,}25$	$0{,}25fcd < \sigma_{CP} < 0{,}5*fcd$
$\alpha_C = 2{,}5*(1 - \sigma_{CP}/fcd)$	$0{,}5fcd < \sigma_{CP} < fcd$

-Taglio-Trazione;



La resistenza di progetto a taglio trazione consiste nel calcolo della area di armature verticali da disporre ovvero le staffe nella trave

per $\alpha_S \geq 2$ *dove* $\alpha_S = M_{ED}/(V_{ED}*L_W)$

$V_{RSD} = 0,8*L_W*fyd*As/s*(cotg\alpha+cotg\theta)*sin\alpha = 0,8*L_W*fyd*As/s$

As area della armatura trasversale
s interasse delle armature

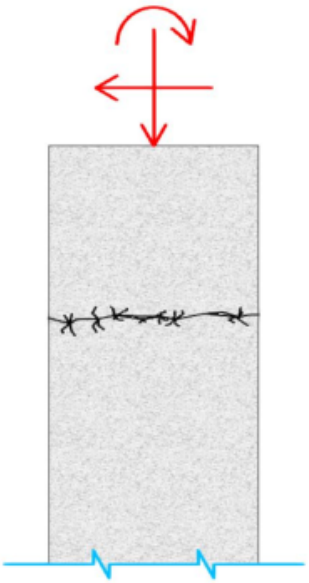
se invece risulta $\alpha_S < 2$ *come riportato nelle NTC 2018*

$$V_{ED} \leq V_{RDC} + 0,75*\rho_h * f_{yd,h} *b_W*L_W*\alpha_S$$

$$\rho_h * f_{yd,h} *b_W*z \leq \rho_V * f_{yd,v} *b_W*z + min\ N_{ED}$$

ρ_h ; ρ_V *rapporti di armatura orizzontali e verticali rispetto all'area della sezione*
$f_{yd,h}$; $f_{yd,v}$ *resistenza fyd dell'acciaio orizzontale e verticale*
N_{ED} *forza assiale di progetto*
V_{RDC} *resistenza a taglio di elementi non armati pari a zero quando lo sforzo normale è di trazione*

-Taglio-Scorrimento



Sui possibili piani di scorrimento deve risultare :

$V_{ED} \leq V_{RDS}$ *dove il taglio resistente è somma di tre aliquote*

- effetto spinotto

$V_{dd} = min\ [1{,}3*\sum A_{sj}*\sqrt{(fcd*fyd)};\ 0{,}25*fyd*\sum A_{sj}]$

- armature inclinate (la armatura è una doppia rete metallica)

$V_{id} = fyd*\sum A_{sj}*cos\varphi_i$

- resistenza per attrito

$V_{fd} = min\ [\mu_F*(fyd*\sum A_{sj} + N_{ED})*\xi + M_{ED}/z\ ;\ 0{,}5*\eta*fcd*\xi*L_w*b_{W0}]$

μ_F *coefficiente di attrito calcestruzzo calcestruzzo = 0,60*

ξ *= X/d altezza normalizzata della zona compressa all'altezza della sezione*

$\eta = (1-fck/250)*\alpha_J$

$\alpha_J = 0{,}6$

4- Deformabilità e Modellazione FEM

Per quanto concerne la rigidezza della nostra parete , lo spostamento orizzontale si compone di due aliquote rispettivamente tagliante e flessione

$\delta = F*L^3/(\beta*EI) + 6/5*F*L/(G*A)$

β dipende dalle condizioni di vincolo pari a 3 per mensola incastrata alla base

la rigidezza $K = 1/[L^3/(\beta*EI) + 6/5*L/(G*A)]$

per tener conto della fessurazione possiamo dimezzare i moduli di elasticità normale e tangenziale

$Ec = 22000* (fcm/10)^{0,3}$ *N/mm*

$G = 0,5 * E/(1+1/m)$

per un calcestruzzo leggero $Ec = 22000* (fcm/10)^{0,3} *\eta_e$ *N/mmq*

$\eta_e = (1800/2200)^2 = 0,67$

la rigidezza di una parete in calcestruzzo leggero è circa il 70% della rigidezza di un cls normale a parità di resistenza caratteristica Rck

STATO LIMITE DI DANNO

Gli spostamenti di interpiano ottenuti dall'analisi strutturale in presenza dell'azione sismica di progetto relativa allo SLD devono soddisfare la seguente limitazione:

$dr < 0,002\ h$

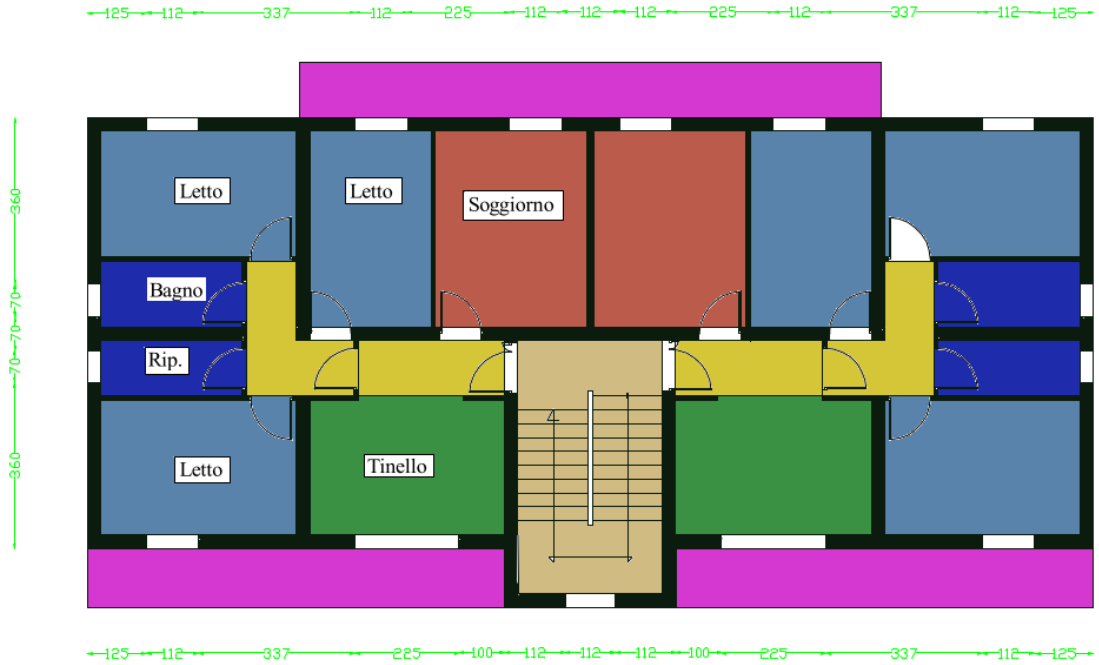
dove: dr è lo spostamento interpiano, cioè la differenza tra gli spostamenti al solaio superiore ed inferiore e h è l'altezza del piano.

Eseguiamo adesso una modellazione FEM per un edificio PEDA a 3 piani con pareti aventi spessore di 15 cm altezza interpiano 300 cm , utilizzando cls leggero strutturale e cls normale con la medesima resistenza caratteristica

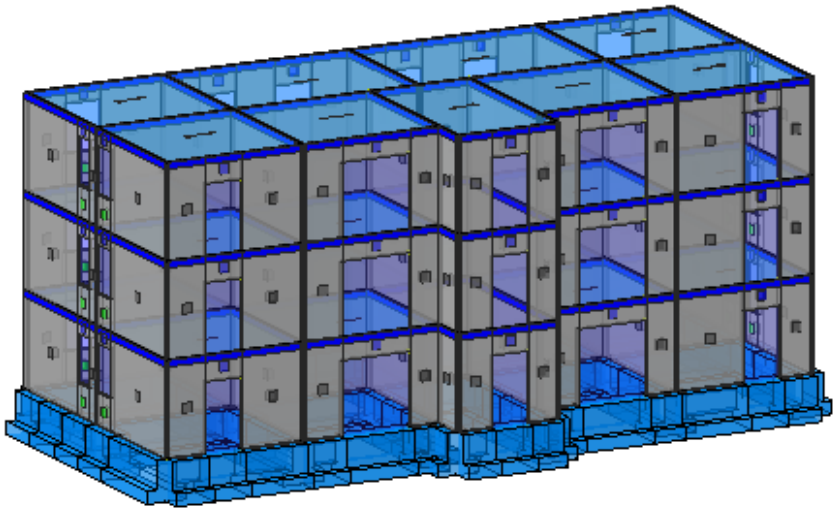
C30/37 ; Rck 300 daN/cmq peso specifico 2200 kg/mc

LC 30/33 Rck 300 daN/cmq peso specifico 1650 kg/mc ;

La pianta del nostro edificio



La modellazione FEM



I periodi di vibrazione per cemento armato normale e calcestruzzo leggero

Periodi Fondamentali Analisi Statica

Scenario di calcolo: **Set_NT_SLV_SLD_A2_(STR/GEO)_2018**

Il calcolo del periodo fondamentale è ottenuto considerando un sistema di forze statiche (Fi) proporzionale a quello di norma, calcolati gli spostamenti (qi) per ogni direzione d'ingresso del sisma si applica la formula $\omega^2=(\Sigma Fi*qi)/(\Sigma Mi*qi^2)$, con Mi=Wi/g, da cui $T=2\pi/\omega$. Rispetto alla 7.3.6 NTC2018 fornisce valori più precisi in quanto porta in conto la distribuzione reale delle rigidezze e masse, essa è applicabile a tutti i tipi di struttura e supera i limiti della 7.3.6

Comb	PosMasse	T0	$S_d(T0)*\lambda$
		s	m/s^2
SISMAX1_SLV	1	0.136	0.4358
	2	0.137	0.4362
	3	0.137	0.4365
	4	0.137	0.4362
SISMAY1_SLV	1	0.198	0.4644
	2	0.198	0.4644
	3	0.198	0.4644
	4	0.198	0.4644
SISMAX2_SLV	1	0.136	0.4358
	2	0.137	0.4362
	3	0.137	0.4365
	4	0.137	0.4362
SISMAY2_SLV	1	0.198	0.4644
	2	0.198	0.4644
	3	0.198	0.4644
	4	0.198	0.4644
SISMAX_SLD	1	0.136	0.1549
	2	0.137	0.1550
	3	0.137	0.1551
	4	0.137	0.1550
SISMAY_SLD	1	0.198	0.1562
	2	0.198	0.1562
	3	0.198	0.1562
	4	0.198	0.1562

Periodi Fondamentali Analisi Statica

Scenario di calcolo: **Set_NT_SLV_SLD_A2_(STR/GEO)_2018**

Il calcolo del periodo fondamentale è ottenuto considerando un sistema di forze statiche (Fi) proporzionale a quello di norma, calcolati gli spostamenti (qi) per ogni direzione d'ingresso del sisma si applica la formula $\omega^2=(\Sigma Fi*qi)/(\Sigma Mi*qi^2)$, con Mi=Wi/g, da cui $T=2\pi/\omega$. Rispetto alla 7.3.6 NTC2018 fornisce valori più precisi in quanto porta in conto la distribuzione reale delle rigidezze e masse, essa è applicabile a tutti i tipi di struttura e supera i limiti della 7.3.6

Comb	PosMasse	T0	$S_d(T0)*\lambda$
		s	m/s^2
SISMAX1_SLV	1	0.126	0.4259
	2	0.126	0.4261
	3	0.126	0.4263
	4	0.126	0.4261
SISMAY1_SLV	1	0.186	0.4644
	2	0.186	0.4644
	3	0.186	0.4644
	4	0.186	0.4644
SISMAX2_SLV	1	0.126	0.4259
	2	0.126	0.4261
	3	0.126	0.4263
	4	0.126	0.4261
SISMAY2_SLV	1	0.186	0.4644
	2	0.186	0.4644
	3	0.186	0.4644
	4	0.186	0.4644
SISMAX_SLD	1	0.126	0.1507
	2	0.126	0.1508
	3	0.126	0.1508
	4	0.126	0.1508
SISMAY_SLD	1	0.186	0.1562
	2	0.186	0.1562
	3	0.186	0.1562
	4	0.186	0.1562

i taglianti di piano

Combinazione: 2-I-1 (SISMAX1_SLV)

Piano	Fx	Fy	Fz	dx	dy	Θ
	kg	kg	kg	mm	mm	
0	271879	0	679836	0.00	0.00	--
1	-266879	-148	-577045	0.08	0.02	0.000056
2	-217245	-159	-353557	0.16	0.03	0.000045
3	-118468	56	-133989	0.23	0.05	0.000029

Combinazione: 3-I-1 (SISMAY1_SLV)

Piano	Fx	Fy	Fz	dx	dy	Θ
	kg	kg	kg	mm	mm	
0	-0	289744	679836	0.00	0.00	--
1	-216	-290020	-587338	0.00	0.28	0.000186
2	-211	-235460	-360973	0.00	0.57	0.000151
3	-421	-128780	-135991	0.00	0.86	0.000102

per calcestruzzo leggero

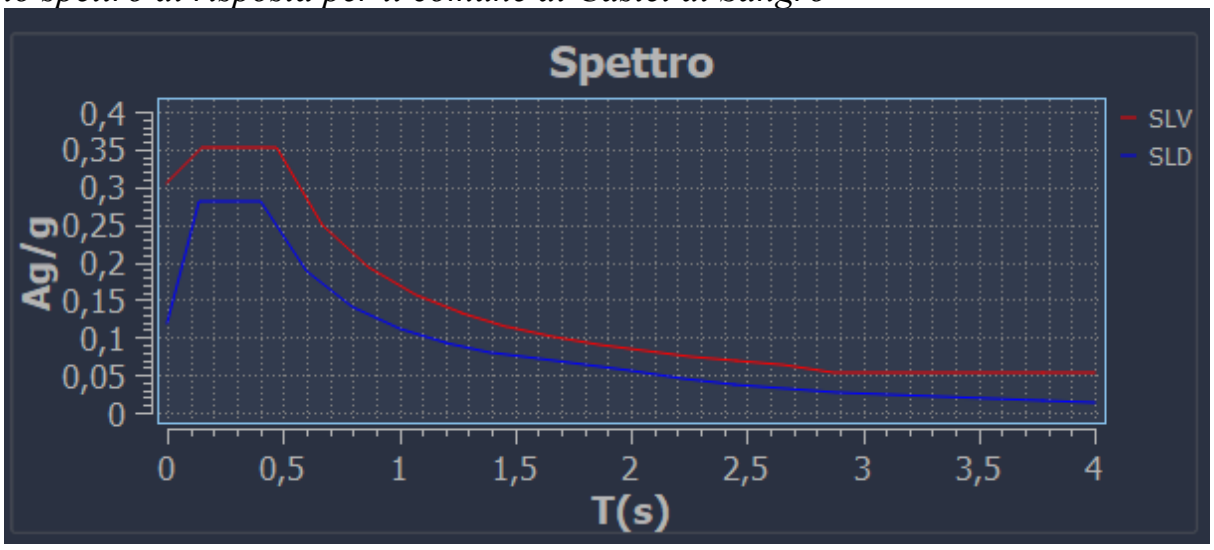
Combinazione: 2-I-1 (SISMAX1_SLV)

Piano	Fx	Fy	Fz	dx	dy	Θ
	kg	kg	kg	mm	mm	
0	230747	0	582133	0.00	0.00	--
1	-226469	-125	-509022	0.07	0.01	0.000056
2	-185439	-137	-318431	0.15	0.03	0.000046
3	-103802	54	-131345	0.22	0.05	0.000030

Combinazione: 3-I-1 (SISMAY1_SLV)

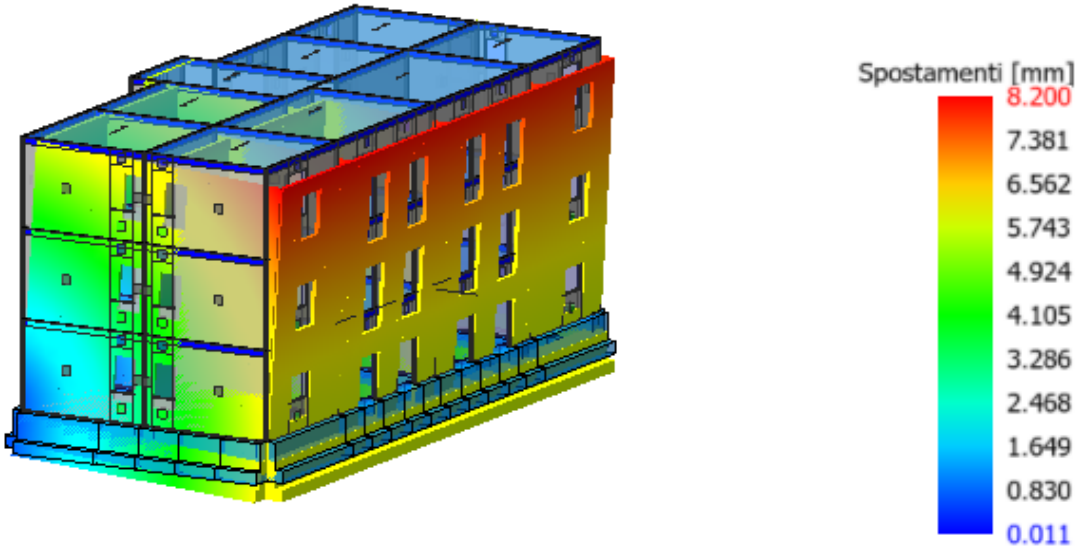
Piano	Fx	Fy	Fz	dx	dy	Θ
	kg	kg	kg	mm	mm	
0	-0	251646	582133	0.00	0.00	--
1	-172	-251911	-517944	0.00	0.25	0.000172
2	-172	-205794	-324874	0.00	0.52	0.000142
3	-360	-115464	-133208	0.00	0.78	0.000102

lo spettro di risposta per il comune di Castel di Sangro

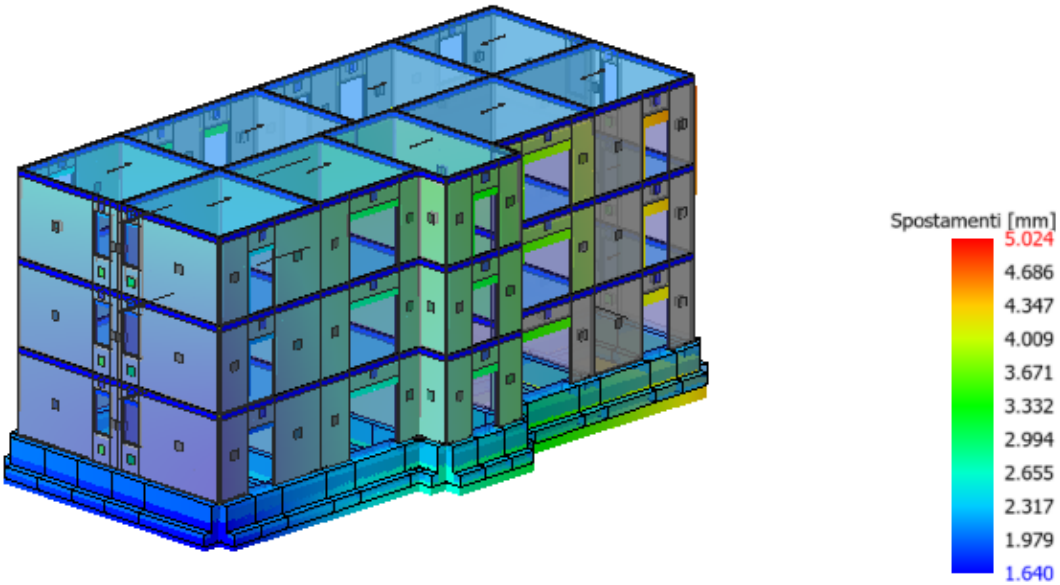


la differenza nei taglianti di piano è modesta dell'ordine di 40000 daN sia in direzione X che in direzione Y

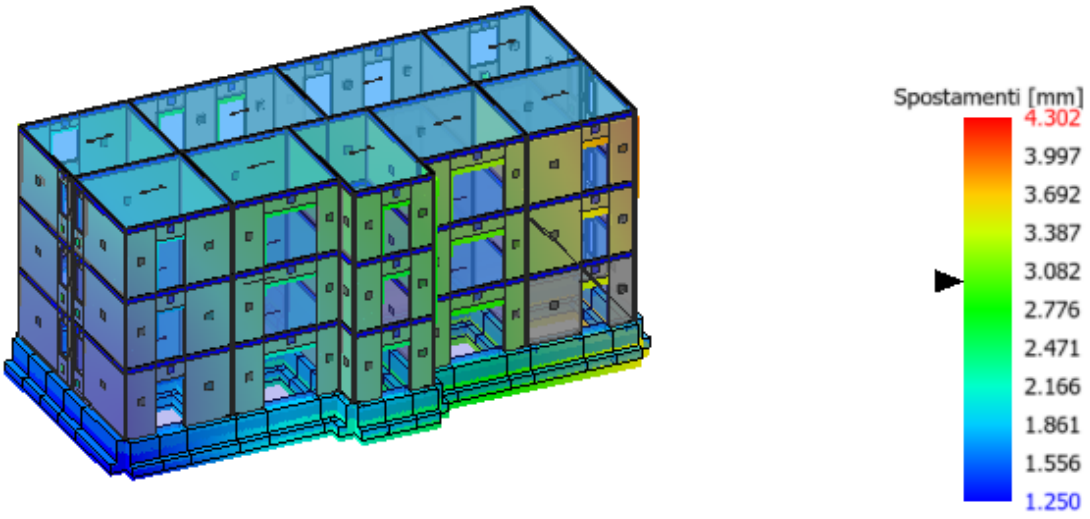
deformate per sisma y



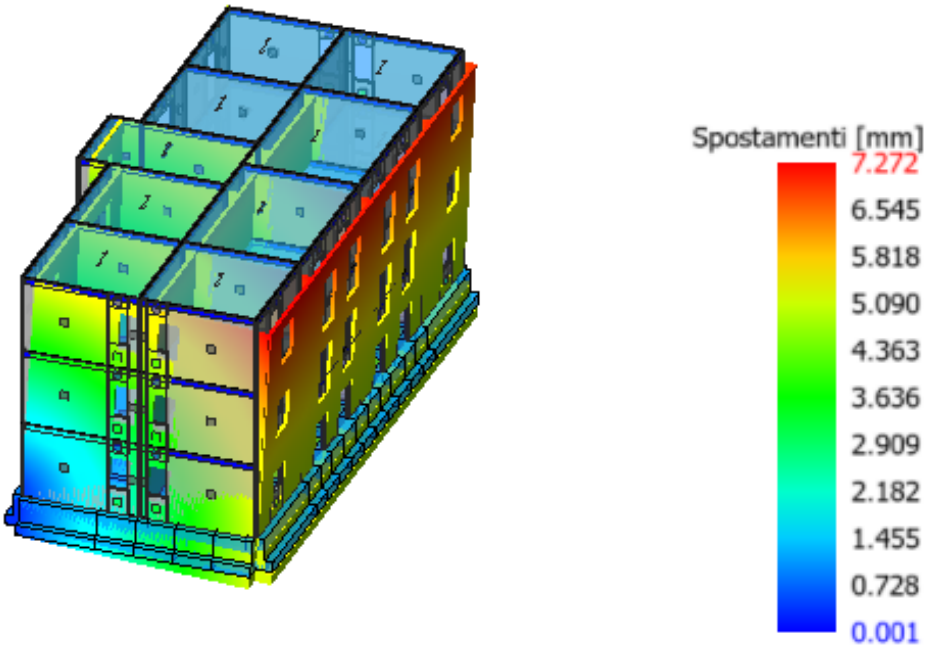
sisma x



per cls leggero sisma x



sisma y



La struttura peda in cls leggero più deformabile subisce spostamenti minori rispetto a quella in cemento armato normale in conseguenza di una azione sismica più bassa ;il cls leggero utilizzato ha la stessa resistenza caratteristica Rck del cls normale con la stessa armatura metallica doppia rete ferri del diametro di 12 mm ad interasse 15 cm la struttura in cls leggero è verificata per ogni elemento strutturale mentra la struttura in cls normale ha un pannello non verificato

5-Conclusioni

Utilizzare del calcestruzzo leggero per edifici modesti 2-3 piani fuori terra è poco conveniente poichè il calcestruzzo leggero ha dei costi più elevati anche se arreca un minore danno ambientale : per strutture peda di 7 -8 impalcati dove lo spessore della parete diventa significativo 25-30 cm la riduzione della massa e quindi dei taglianti di piano può essere molto importante poichè ad essa corrisponde una diminuzione di armatura metallica , una maggiore deformabilità e quindi un comportamento più duttile . Le tecniche della bioedilizia prevedono la realizzazione di un isolamento termico dell'involucro esterno attraverso un cassero a perdere , per maggiore libertà progettuale non vengono disposti setti interni ma pilastri integrando il sistema a pareti con sistema a telaio maggiorando quindi anche il fattore di comportamento. In zona ad alta sismicità è conveniente strutturalmente realizzare edifici a pareti , poichè il sistema tradizionale intelaiato concentra le sollecitazioni e gli elementi strutturali assumono dimensioni esorbitanti inoltre si evita la problematica legata alla rottura delle tamponature che sono sostituite da pareti in cls di esiguo spessore invisibile perfettamente coibentate.

Bibliografia

Norme tecniche sulle costruzioni 2018
Linee guida per i sistemi costruttivi a pannelli portanti
Eurocodice 8

Gli edifici isolati

1- Introduzione

2- L'isolatore sismico

3- Dimensionamento di un sistema di isolamento

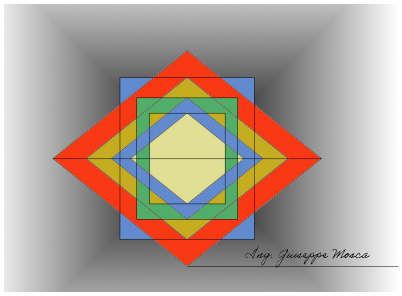
4-Il calcolo e la modellazione di un edificio isolato

5-L'adeguamento sismico di edifici esistenti

6- L'isolamento sismico dei beni monumentali e archeologici

7-Gli edifici isolati ad ogni impalcato

8- Conclusioni



Ing. Giuseppe Mosca

N.B. Mi scuso a priori di eventuali imprecisioni o errori che se segnalati contribuiscono al miglioramento degli appunti

1- Introduzione

Gli edifici con isolamento sismico alla base sono stati introdotti in Italia verso la fine degli anni 90 durante la ricostruzione del terremoto che ha colpito la regione Marche nel 1997 ed oggi dopo circa 24 anni rappresentano una soluzione costruttiva largamente impiegata sia per le nuove costruzioni in cemento armato che per l'adeguamento di edifici esistenti. La normativa italiana sulle costruzioni attraverso l'ordinanza OPCM 3274 del 2003 modificò gli spettri di riposta di progetto cambiando le accelerazione al suolo che per circa 30 anni hanno suddiviso il territorio italiano in 3 zone sismiche I , II e III categoria alle quali corrispondevano i seguenti valori di

$Ag = 1m/sec^2$;
$Ag = 0,7m/sec^2$;
$Ag = 0,4m/sec^2$;

L'ordinanza 3274 suddivise l'Italia in 4 zone
Zona 1 $Ag = 0,35*g$
Zona 2 $Ag = 0,25g$
Zona 3 $Ag = 0,15g$
Zona 4 $Ag = 0,05g$

Tutte le strutture in cemento armato presenti in Italia erano inadeguate alle nuove norme un eventuale sisma di forte intensità le avrebbe danneggiate in modo quasi irreparabile ; nella progettazione di nuove edifici in c.a, a 3-4-5 piani le azioni sismiche soprattutto in zona 1 e zona 2 davano per strutture intelaiate in c.a, sezione esorbitanti degli elementi strutturali per cui ci si orientava verso altri sistemi resistenti quali pareti di taglio e nuclei irrigidenti con strutture molto pesanti e rigide quindi forze sismiche elevate . Gli isolatori sismici rendono la struttura più deformabile ovvero ne diminuiscono la rigidezza a parità di massa si hanno periodi fondamentali di oscillazione più elevati e quindi un drastico abbattimento dell'accelerazione Sd(T) ovvero forze inerziali ridotte; si può ipotizzare di progettare il sistema di isolamento sismico in modo che $Sd(T) = 1 \div 0,7\ m/sec^2$ e quindi adeguare un edificio esistente oppure progettare un nuovo edificio in cemento armato con sezioni usuali che non complicano la fase di costruzione in cantiere e non si hanno strutture in c.a. mastodontiche per le quali si urla al danno ambientale ma telai sottili che l'occhio umano è stato sempre abituato a vedere. La critica che si può muovere a questa tipologia di edifici è che agiscono su qualcosa di teorico quale lo spettro proposto dalle NTC , a differenza di edifici a nucleo o con pareti irrigidenti per i quali interviene la sola massa ; inoltre il terremoto è qualcosa di molto violento ovvero la scossa sismica è di intensità elevata in una frazione di tempo ridotta gli edifici non oscillano dolcemente e si adagiano armonicamente sugli isolatori ma ricevono una forza di impulso orizzontale elevata e rompono il sistema di isolamento che per questioni di ispezionabilità viene realizzato in corrispondenza del primo impalcato e non in fondazione con isolatori laterali e pareti .

2- L'isolatore sismico

Per dispositivi antisismici e di controllo delle vibrazioni si intendono degli elementi in grado di modificare la risposta sismica del nostro edificio ed in generale il comportamento dinamico incrementando il periodo fondamentale di vibrazione, modificando la forma dei modi di vibrare aumentando la dissipazione di energia limitando quindi la forza sismica trasmessa alla struttura in generale migliorando la risposta sismica del nostra edificio . Se definiamo una domanda

D lavoro compiuto dalla forza sismica quale il taglio alla base in conseguenza dello spostamento del punto di applicazione

$D = E_i = F_S * \Delta$

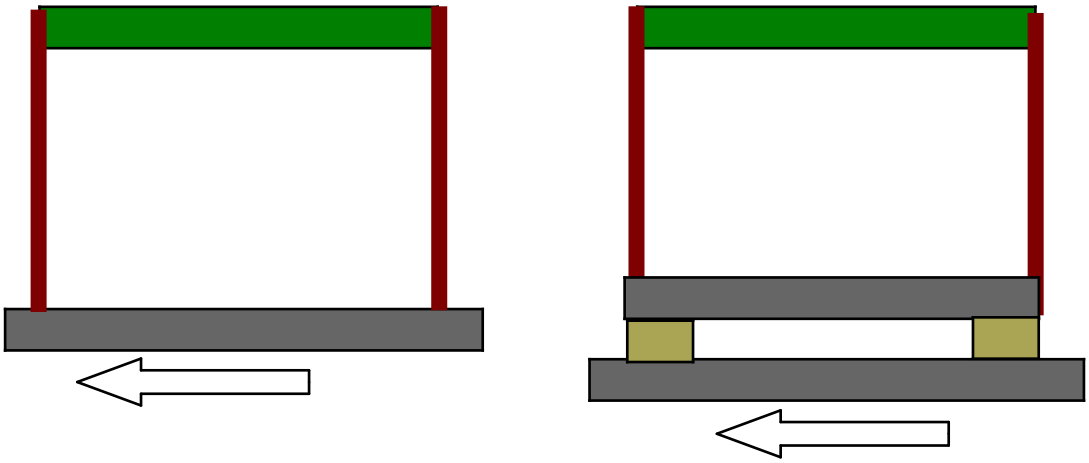
ed una capacità C come somma dell'energia cinetica E_C *, dell'energia elastica* E_E *, e della energia dissipata* E_D

$C = E_C + E_E + E_D$ *dove* $E_D = E_H + E_V$

E_H *meccanismo isteretico ;* E_V *meccanismo viscoso ;*

deve essere $D \leq C$

L'isolamento alla base consente di disaccoppiare il moto del nostro edificio da quello del terreno riducendo l'energia in ingresso a parità di capacità C determinando una sensibile riduzione delle accelerazioni anche ai piani più alti e quindi della forza sismica. Se pensiamo al moto dell'oscillatore semplice



L'equazione del moto dinamico in assenza di viscosità

$M * Y'' + K * Y = M * Sd(T)$ $\omega^2 = K/M$

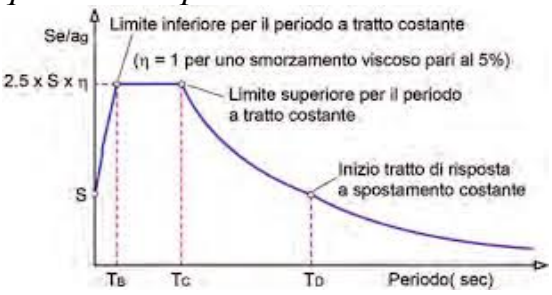
L'integrale generale di questa equazione differenziale è ben noto

$Y(t) = Sd(T)/\omega^2 * (1-\cos\omega t)$ *l'accelerazione* $Y'' = Sd(T)*\cos\omega t$

il periodo fondamentale di vibrazione $T = 2\pi/\omega = 2\pi*\sqrt{M/K}$
la rigidezza K per comportamento shear- type

Struttura non isolata $K = 12EI/H^3$
Struttura isolata $K = 1/[1/K_{is} + H^3/(12EI)]$

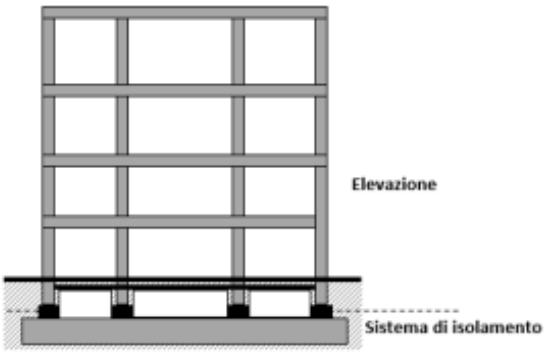
essendo $K_{is} << 12EI/H^3$ *la rigidezza complessiva della struttura isolata è minore della rigidezza del sistema isolato si ha quindi un periodo di oscillazione maggiore al quale corrispondente una minore ordinata dello spettro di risposta.*



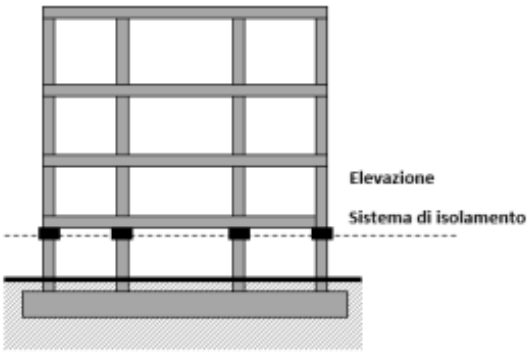
$Y(t) = Sd(T)*[1/K_{is} + H^3/(12EI)]/M * (1-\cos\omega t) =$

$= M*Sd(T)/K_{is}*(1-\cos\omega t) + M*Sd(T)*H^3/12EI * (1-\cos\omega t)$

Le prime applicazioni (in Italia) a partire dagli anni '80 prevedevano la collocazione dei dispositivi direttamente sulle fondazioni ; per garantire le operazioni di manutenzione ordinaria e straordinaria, i dispositivi devono essere ispezionabili e quindi è necessario l'accesso diretto; questo comportava la necessità di creare appositi locali interrati. La tendenza attuale, ormai consolidata, è quella di collocare i dispositivi nella zona interrata , in cui normalmente sono presenti i locali pertinenziali (autorimesse, cantine, locali tecnologici, ecc. ..), consentendo l'ispezione diretta (e la loro sostituzione all'occorrenza) dei dispositivi posti ad intradosso del solaio di piano terra.



(A)



(B)

Esistono due tipologie di isolatori sismici :
- Isolatori elastomerici
-Isolatori sismici a pendolo scorrevole

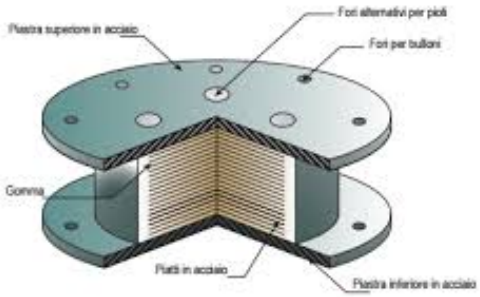
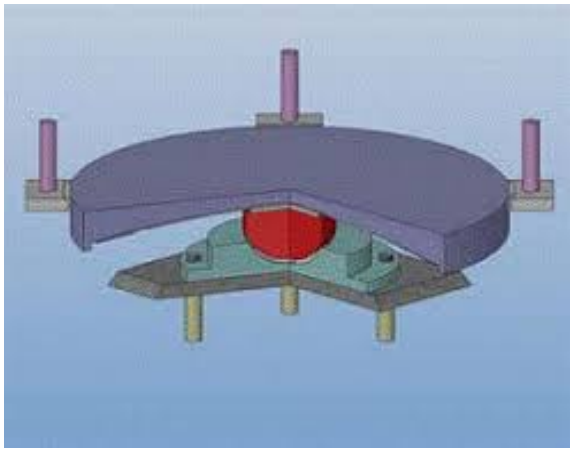
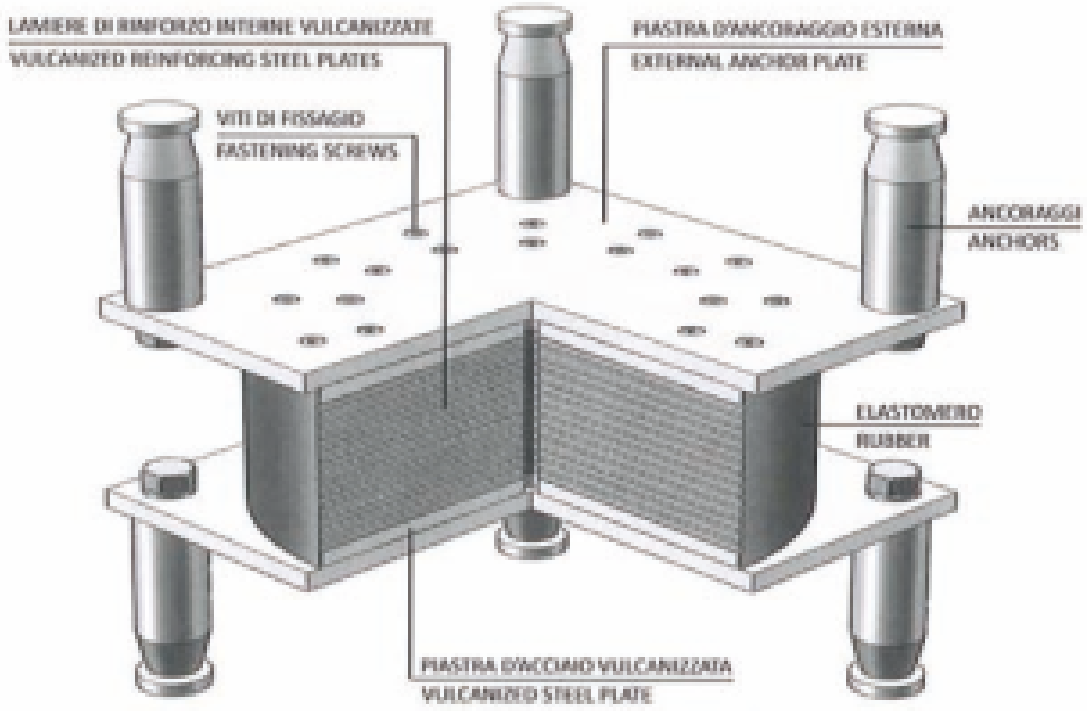


Figura 2.1
Isolatore elastomerico con lamierini di acciaio

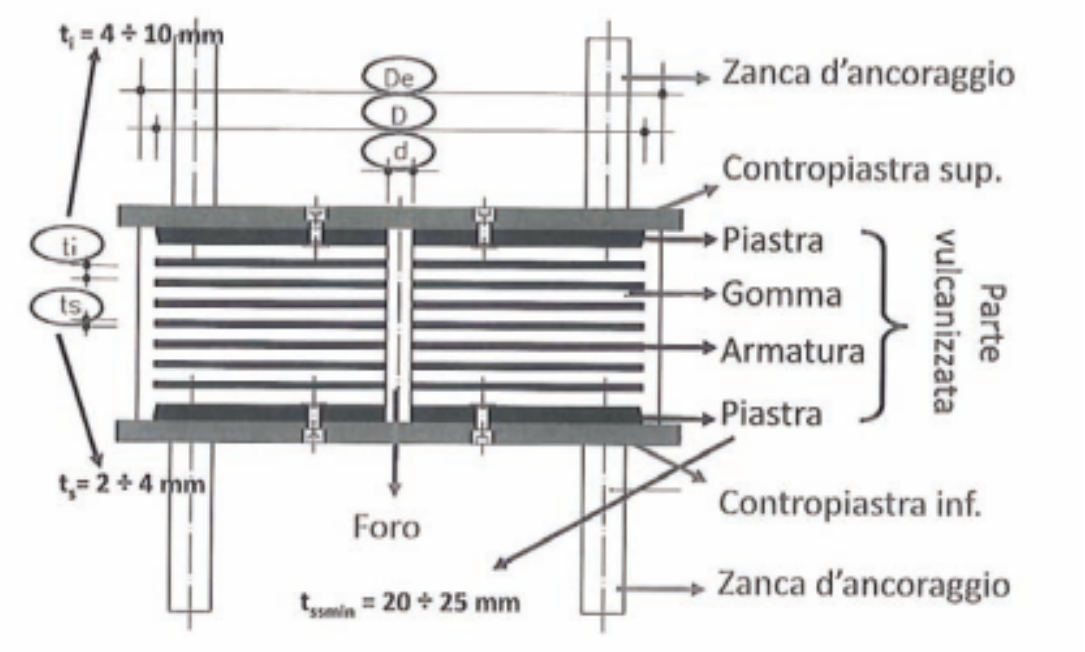


-Isolatore elastomerico
HDRB High Dumping Rubber Bearings. Appoggi in gomma ad alta rigidezza verticale con mescola dissipativa e MLRB Multy Layer Rubber Bearings. Appoggi in gomma a basso fattore di smorzamento (mescola poco dissipativa).



− isolatori in gomma a basso smorzamento o low damping rubber bearing (LDRB);
− isolatori in gomma ad alto smorzamento o high damping rubber bearing (HDRB);
− isolatori in gomma-piombo o lead rubber bearing (LRB)

-Gli HRDB e gli MLRB hanno buona capacità di ricentraggio.
-Gli HRDB hanno capacità elevata di dissipare energia fino al 30 %.
-Gli MLRB hanno basso fattore di smorzamento (dell'ordine del 4%).
Posti al disotto di un edificio o di un impalcato hanno l'effetto di aumentare il periodo proprio della struttura dissipando energia.



Gli isolatori in materiale elastomerico e acciaio sono costituiti da strati alterni di materiale elastomerico (di spessore variabile tra 8 mm e 20 mm) e di acciaio (spessore 2÷3 mm). I lamierini di acciaio vengono vulcanizzati negli strati di gomma e svolgono una funzione di confinamento dell'elastomero, riducendone la deformabilità per carichi ortogonali alla giacitura degli strati (carichi verticali) e lasciando inalterata la deformabilità per carichi paralleli alla giacitura degli strati (carichi orizzontali). Gli accorciamenti subiti dal dispositivo per effetto del solo carico verticale di competenza sono di circa 1÷3 mm.
Per il calcolo degli sforzi e deformazione nella gomma si utilizza un modulo di elasticità tangenziale G dinamico G_{DIN} *che si compone di due aliquote viscosa ed elastica*

$G_{DIN} = G' + i*G''$ *con* $i^2 = -1$ $i = \sqrt{-1}$ *numero immaginario*

G' contributo elastico $G' = \sigma_0/\varepsilon_o * \cos\delta$
G'' contributo viscoso $G'' = \sigma_0/\varepsilon_o * \sin\delta$

$G_{DIN} = \sigma_0/\varepsilon_o * (\cos\delta - i*\sin\delta) = \sigma_0/\varepsilon_o * e^{ix}$

σ_0 *ampiezza della tensione*
ε_o *ampiezza della deformazione*
δ *sfasamento tra tensione e deformazione*

Il modulo dinamico deriva dallo studio del moto dinamico dell'oscillatore elastomerico e quindi dello strato di gomma durante un terremoto regolato da una equazione del tipo

$m*Y'' + c*Y' + G*A/t*Y = m*Sd(T)$

la rigidezza a taglio $K = G*A/t$

t spessore dello strato in gomma;
m massa che deriva da un carico verticale V presente sull'isolatore che genera una tensione verticale $\sigma = V/A$
c coefficiente di smorzamento viscoso
L' equazione diventa

$Y'' + \omega'^2 * Y' + \omega^2 * Y = Sd(T)$ $\qquad \omega^2 = G*A/(m*t)$; $\omega'^2 = c/m$

L'integrale generale della equazione omogenea associata

$Y(t) = C*e^{pt} + D*e^{qt}$ *l'integrale particolare* $Y_o = Sd(T)/\omega^2 = Sd(T)*m*t/(G*A)$
p e q soluzione della equazione caratteristica che per sistema sottosmorzato

$p = -c/(2m) + i * [G*A/(m*t) - (c/2m)^2]^{1/2}$

$q = -c/(2m) - i * [G*A/(m*t) - (c/2m)^2]^{1/2}$

posto $\varphi = [G*A/(m*t) - (c/2m)^2]^{1/2}$ *tenendo presente le formule di eulero*

$e^{it} = sint + i*sint$; $e^{-it} = cost - i*sint$;

l'integrale generale diventa

$Y(t) = e^{-(c/2m)*t} * (A*cos\varphi t + B*sin\varphi t) + Sd(T)*m*t/(G*A)$

imponendo le condizioni ai limiti al tempo t = 0 Y = 0 ed Y'=0

$Y(t) = Sd(T)*m*t/(G*A)*[1 - e^{-(c/2m)*t} * cos\varphi t]$ *di conseguenza*

$G_{DIN} = Sd(T)*m*t/(Y*A) - Sd(T)*m*t/(Y*A)*e^{-(c/2m)*t} * cos\varphi t$

$Sd(T)*M/A = \tau$ $\qquad G_{DIN} = \tau/\gamma - \tau/\gamma * e^{-\xi*t} * cos\varphi t$
$Y/t = \gamma$ *deformazione* $\qquad 5\% < \xi = c/(2m) < 30\%$
vi è quindi una componente elastica ed una viscosa che cambia di segno in funzione di $cos\varphi t$

dalla figura , per uno strato di gomma circolare con diametro D definiamo

Area strato di gomma $A = \pi * D^2_e/4$; $A = \pi*(D^2_e-d^2)/4$;

Sup. laterale totale strato di gomma $S = \pi*D*t_i$; $S = \pi*(D-d)*t_i$;

Area lamierino $A' = \pi*D^2/4$;

Spessore totale gomma $t_e = t_i*n_g$;

Fattore di forma primario (instabilità locale) $S_1 = A'/L = D/(4*t_i)$

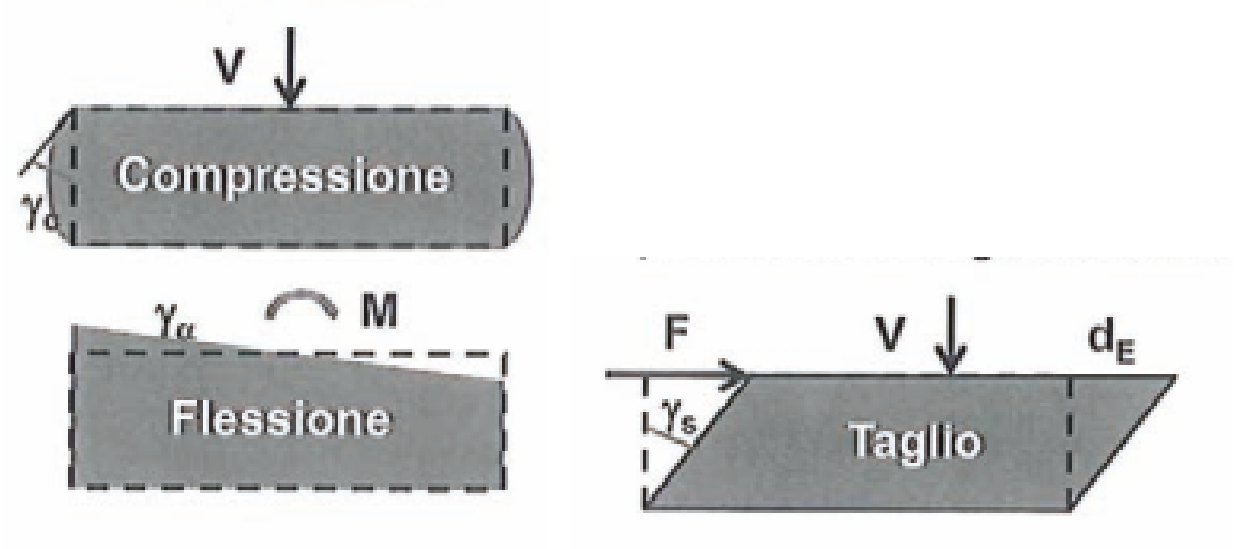
Fattore di forma secondario (instabilità globale) $S_2 = D/t_e$

Rigidezza equivalente $K_e = G_{DIN} * A/t_e$

Modulo di compressibilità assiale $E_C = 1/(6G_{DIN}*S_1{}^2)+4/(3E_b)$ NB

Rigidezza verticale $K_V = Ec * A'/t_e$

Ogni strato di gomma è sollecitato a taglio compressione e flessione , nella ipotesi di deformazione lineare dei singoli strati gomma e di deformazione della superficie laterale secondo degli archi di circonferenza , le deformazioni angolari



$\gamma_S = d_E/t_e = F/(G_{DIN}*A_r)$ *deformazione dovuta al taglio*

$\gamma_C = 1{,}5*V/(S_1*G_{DIN}*A_r)$ *deformazione dovuta alla compressione*

$\gamma_\alpha = (3*\alpha*D^2/4)/(2*t_i*t_e)$ *deformazione dovuta alla flessione* $\alpha = \sqrt{(\alpha^2_X+\alpha^2_Y)}$

A_r *area ridotta* $A_r = (\varphi-\sin\varphi)*D^2/4$; $\varphi = 2*\arccos d_E/D$

NB $E_C = 1[1/(1/(6G_{DIN}*S_1{}^2)+4/(3E_b))] = 1/1*(1/(6G_{DIN}*S_1{}^2)+4/(3E_b))/1$

La deformazione dovuta al taglio è immediata per quanto concerne quella dovuta alla compressione , la tensione tangenziale dovuta al carico normale V

$\tau_V = 1{,}5*V/(S_1*A_r)$ *la deformazione* τ/G $\gamma_C = 1{,}5*V/(S_1*G_{DIN}*A_r)$

per la deformazione dovuta alla flessione ovvero la tensione tangenziale

$\tau_\alpha = 3/8*G*D^2/(t_e*h_g)*tg\alpha = 3G*D^2/(4*t_e*t_i)*\alpha$ $\gamma_\alpha = (3*\alpha*D^2/4)/(2*t_i*t_e)$

nella ipotesi di piccoli spostamenti $\alpha=tg\alpha$ $h_g = t_i/2$
α= rotazione del pilastro alla base
le deformazione di taglio per lo spostamenti sismico locale deve soddisfare la seguente limitazione

$\gamma_S \leq \gamma_{S,max}$ *dove* $\gamma_{S,max} = 2\gamma^*/3 \leq 2$

γ valore massimo della deformazione angolare raggiunto durante le prove relative all'aderenza tra acciaio ed elastomero*

la deformazione a taglio totale

$\gamma_t = \gamma_S + \gamma_C + \gamma_\alpha \leq \gamma_{tmax} = 5$

La verifica di instabilità $V \leq V_{cr}/2$ *con* $V_{cr} = G*A_r*S_1*D/t_e$
prodotto della rigidezza per lo spostamento max

La tensione negli inserti $\sigma_V = 1{,}3*V*(t_1+t_2)/(A_r*t_S) \leq fyk$
si effettua una ripartizione in funzione della deformazione della lamina e delle due piastre estreme

La rigidezza equivalente $K = V/d$ $K_e = G_{DIN}*A*\gamma/d = G_{DIN}*A*/t_e$ $\gamma = d/t_e$

Coefficiente di smorzamento viscoso equivalente $\xi = W_d/(2*\pi*F*d)$

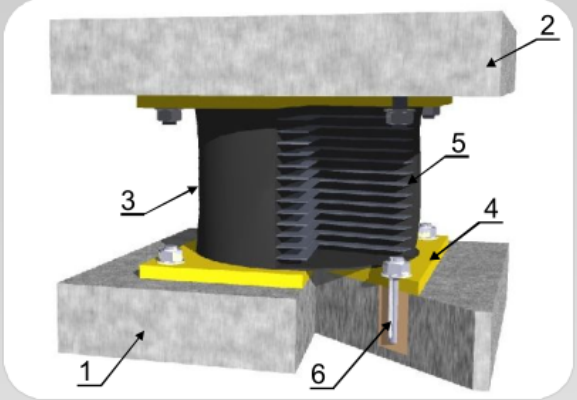
Il modulo dinamico di taglio $G_{DIN} = F*t_e/(A*d)$

$3{,}5$ daN/cmq $\leq G_{DIN} \leq 14$daN/cmq

Caratteristiche fisico-meccaniche delle mescole *Rubber compound phisical-mechanical characteristic*		Mescola / *Compound*			
		Normale nd / *Normal nd*	Morbida / *Soft*	Normale / *Normal*	Dura / *Hard*
Durezza / *Hardness*	Shore A3	50±3	40±3	60±3	75±3
Resistenza a rottura / *Tensile strength*	N/mm²	20	20	20	18
Allungamento a rottura / *Tensile strain*	%	600	750	600	500
Modulo di elasticità G / *G Modulus*	N/mm²	0,9	0,4	0,8	1,4
Smorzamento viscoso equivalente del solo elastomero/ *Viscous damping of the rubber*	%	4	10	10	16

Le NTC 2018 sugli isolatori elastomerici fanno le seguenti prescrizioni :

"Gli isolatori debbono avere pianta con due assi di simmetria ortogonali, così da presentare un comportamento il più possibile indipendente dalla direzione della azione orizzontale agente. Ai fini della determinazione degli effetti di azioni perpendicolari agli strati, le loro dimensioni utili debbono essere riferite alle dimensioni delle piastre in acciaio, depurate di eventuali fori, mentre per gli effetti delle azioni parallele alla giacitura degli strati si considererà la sezione intera dello strato di gomma.
Le piastre di acciaio devono essere conformi a quanto previsto nelle norme per gli apparecchi di appoggio, con un allungamento minimo a rottura del 18% e spessore minimo pari a 2 mm per le piastre interne e a 20 mm per le piastre esterne.
Si definiscono due fattori di forma:
-S_1** fattore di forma primario, rapporto tra la superficie A' comune al singolo strato di elastomero ed alla singola piastra d'acciaio, depurata degli eventuali fori (se non riempiti successivamente), e la superficie laterale libera L del singolo strato di elastomero, maggiorata della superficie laterale degli eventuali fori (se non riempiti successivamente) ossia **S_1=A'/L;
***-S_2** fattore di forma secondario, rapporto tra la dimensione in pianta D della singola piastra in acciaio, parallelamente all'azione orizzontale agente, e lo spessore totale te degli strati di elastomero ossia S_2 = D/te.*
Gli isolatori in materiale elastomerico ed acciaio sono individuati attraverso le loro curve caratteristiche forza -spostamento, generalmente non lineari, tramite i due parametri sintetici: la rigidezza equivalente Ke, il coefficiente di smorzamento viscoso equivalente ξe.
La rigidezza equivalente Ke, relativa ad un ciclo di carico, è definita come rapporto tra la forza F corrispondente allo spostamento massimo d raggiunto in quel ciclo e lo stesso spostamento (Ke = F/d) e si valuta come prodotto del modulo dinamico equivalente a taglio G_{DIN} per A/t_e.
Il coefficiente di smorzamento viscoso equivalente ξe si definisce come rapporto tra l'energia dissipata in un ciclo completo di carico
Ed e 2πFd, ossia ξe = Ed /(2π Fd).
La rigidezza verticale Kv è definita come rapporto tra la forza verticale di progetto Fv e lo spostamento verticale dv (Kv = Fv/dv)."
Riportiamo le caratteristiche degli isolatori



Schema tipico di installazione

1. Struttura di fondazione
2. Struttura isolata
3. Isolatore antisismico elastomerico TecIG
4. Piastre di supporto
5. Armature
6. Tirafondi per il fissaggio alle strutture

esistono differenti dispositivi non li riportiamo tutti

DISPOSITIVO	Fzd KN	Ned KN	Kb KN/mm	Kv KN/mm	Tq mm	Dg mm	Htot mm	Lpc mm
Tec IG 300/52 N	2700	950	1,09	1004	52	300	136	350
Tec IG 350/52 N	3600	1000	1,54	1353	50	350	137	400
Tec IG 400/50 N	4700	2400	2,01	2107	50	400	137	450
Tec IG 450/54 N	7550	3100	2,36	2342	54	450	156	500
Tec IG 500/54 N	9400	4500	2,91	3284	54	500	166	550
Tec IG 550/56 N	9900	5600	3,39	3645	56	550	164	600
Tec IG 600/56 N	10500	6500	4,04	4163	56	600	170	650
Tec IG 650/54 N	11000	7400	4,92	4895	54	650	164	700
Tec IG 700/60 N	11500	9500	5,13	4962	60	700	180	750
Tec IG 750/60 N	12500	10500	5,89	6202	60	750	190	800
Tec IG 800/60 N	15000	13000	6,7	7604	60	800	190	850
Tec IG 850/60 N	19000	15000	7,56	9169	60	850	190	900
Tec IG 900/60 N	22000	17000	8,48	9058	60	900	190	950
Tec IG 1000/70 N	23000	20000	8,97	9137	70	1000	200	1050

Caratteristica	Mescola morbida	Mescola media	Mescola dura
Modulo elastico tangenziale "Gdin"	0.4 MPa	0.8 MPa	1.4 MPa
Coefficiente di smorzamento "S"	15%	15%	15%

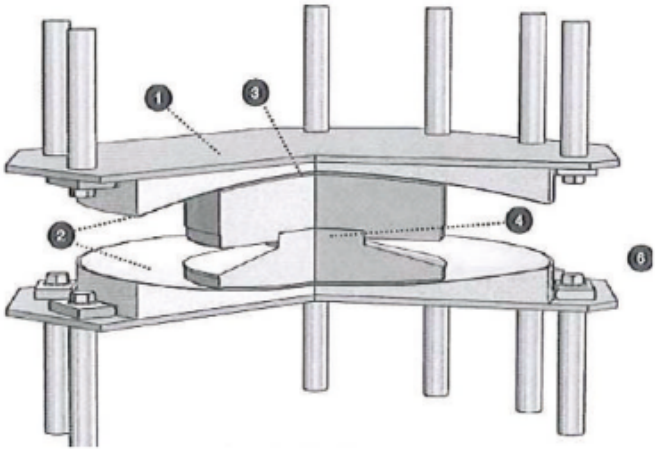
LEGENDA

Fzd (KN)	Carico verticale massimo allo SLU in assenza di sisma
Ned (KN)	Carico verticale agente sull'isolatore in presenza di Sisma (SLC)
Kb (KN/mm)	Rigidezza orizzontale
Kv (KN/mm)	Rigidezza verticale
Tq (mm)	Spessore totale strati in gomma
Dg (mm)	Diametro isolatore
Htot (mm)	Altezza totale incluse piastre di collegamento
Lpc (mm)	Lato piastra di collegamento

-Isolatori sismici a pendolo scorrevole

Gli isolatori antisismici a pendolo scorrevole, permettono lo spostamento relativo della sovrastruttura rispetto alla sottostruttura, con lo relativo scorrimento di una o due superfici sferiche relazionate ad un dispositivo di rotazione.

Nel caso di due superfici sferiche Il raggio di curvatura di queste determina il periodo proprio di vibrazione della struttura. Inoltre il periodo è indipendente dalla massa gravante. Si ottiene di conseguenza l'eliminazione degli effetti torsionali intorno all'asse verticale durante il terremoto. Lo smorzamento viscoso ξ è funzione dell'attrito dinamico μ, inoltre gli isolatori sismici a pendolo scorrevole sono autocentranti.



1 *Piastra superiore di ancoraggio*

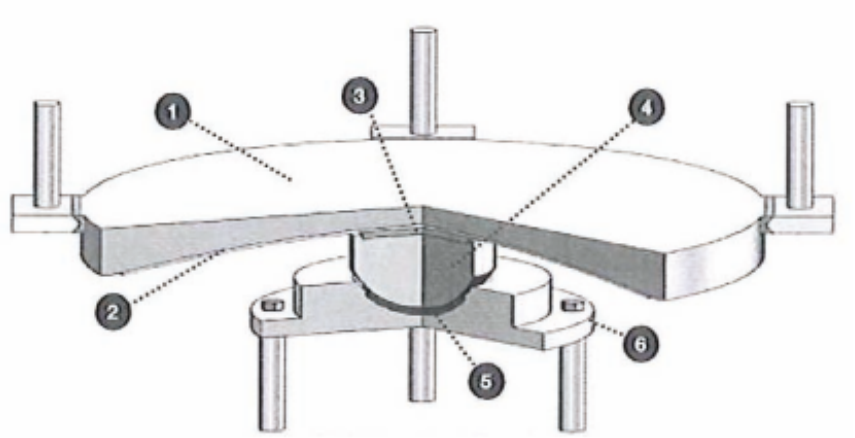
2 *Superficie di scorrimento principale*

3 *Materiale di scorrimento*

4 *Articolazione di rotazione*

5 *Superficie di scorrimento secondaria (rotazione)*

6 *Piastra inferiore*



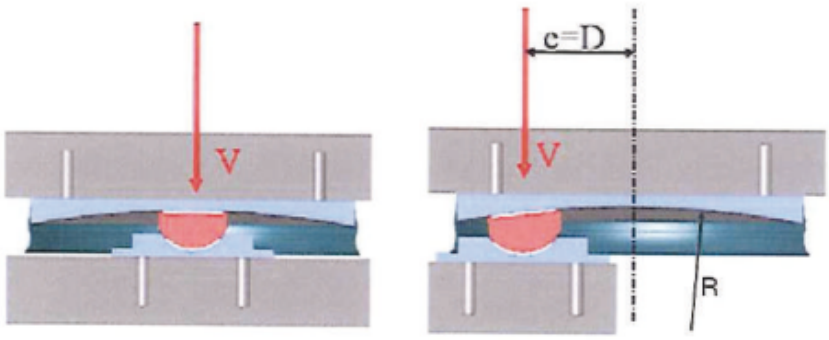


Figura 22 - Spostamento della risultante con un isolatore a pendolo scorrevole dotato di una sola superficie di scorrimento

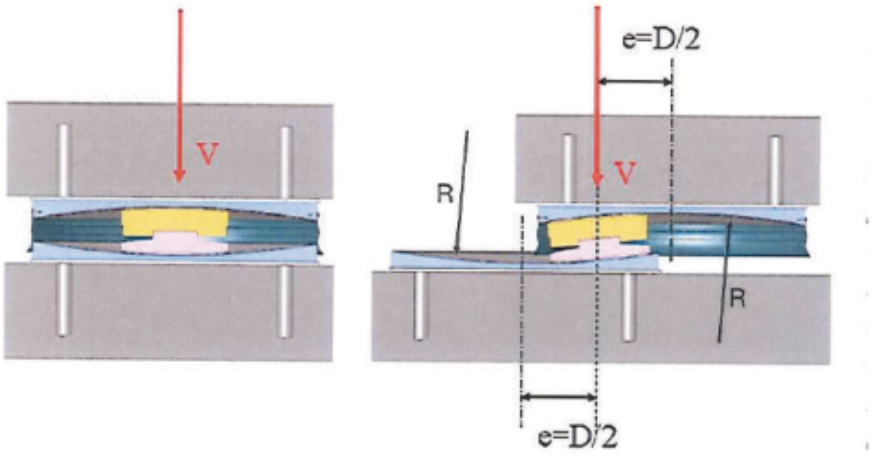
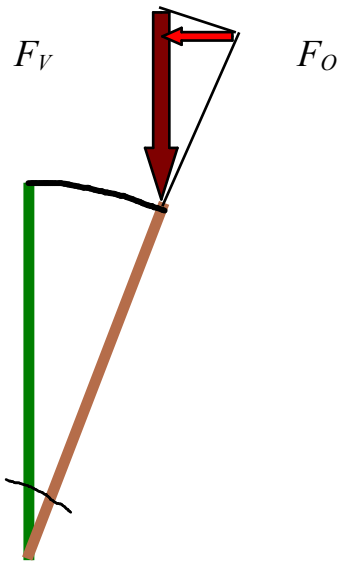


Figura 23 - Spostamento della risultante in un isolatore a pendolo scorrevole dotato di due superfici di scorrimento



In un pendolo scorrevole privo di attrito , la forza verticale ha una componente orizzontale ed una componente dirette secondo l'asse del pendolo

$F_V = m*g$; $F_o = mg*\sin\theta*\cos\theta$

nella ipotesi di piccoli spostamenti l'equazione del moto

$m*X'' + mg*\sin\theta*\cos\theta = 0$ $m*X''+ mg*\theta = 0$

$X'' = R*\theta''$; $\theta'' + g/R*\theta = 0$ *la rigidezza* $K = g/R$ $T = 2*\pi*\sqrt{R/g}$

vi è una forza di attrito dinamico dovuta al peso mg

$F_a = \mu*mg = K_a*d$

l'equazione diventa

$m*X'' + mg*\sin\theta*\cos\theta + K_a*d = 0$ $d = R*\theta$

$m*R*\theta'' + (mg + K_a*R)*\theta = 0$

si definisce una rigidezza efficace $K_e = g/R + \mu*mg/d$

Lo smorzamento è legato all'attrito dinamico ma anche al periodo T

$\xi = 2*\mu/[\pi*(\mu+D/R)]$

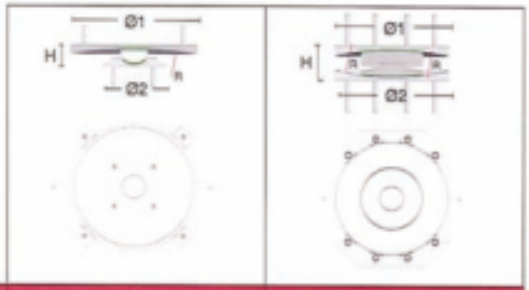
è consigliato $\xi \leq 30\%$

Si riportano le caratteristiche degli isolatori a pendolo scorrevole

APS

Isolatori a pendolo scorrevole
Friction pendulum isolators

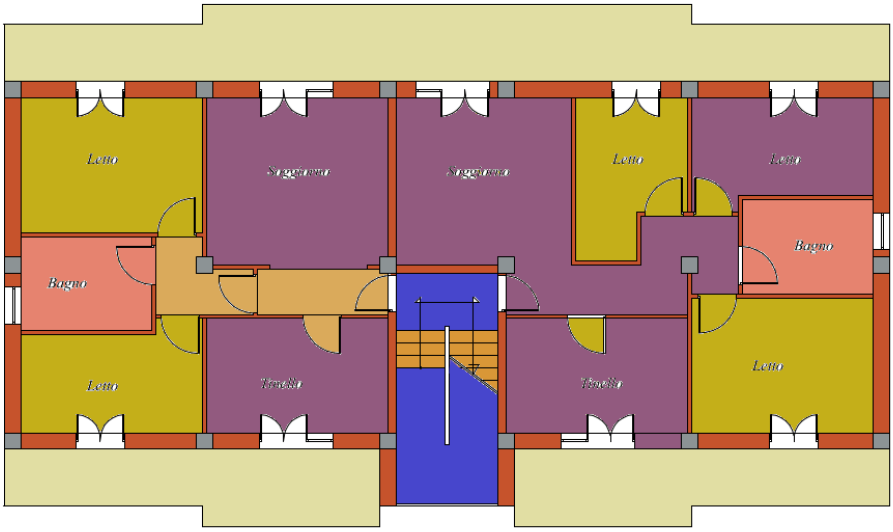
R = Raggio / *Radius*
Disp. = Spostamento / *Displacement*
SLU = Portata max SLU / *Max load ULS*
SLS = Portata max SLS / *Max vertical load SLS*
Kv = Rigidezza verticale / *Vertical stiffness*
Kg = Peso / *Weight*
Ø1 = Diametro superiore / *Upper diameter*
Ø2 = Diametro inferiore / *Lower diameter*
H = Altezza / *Height*

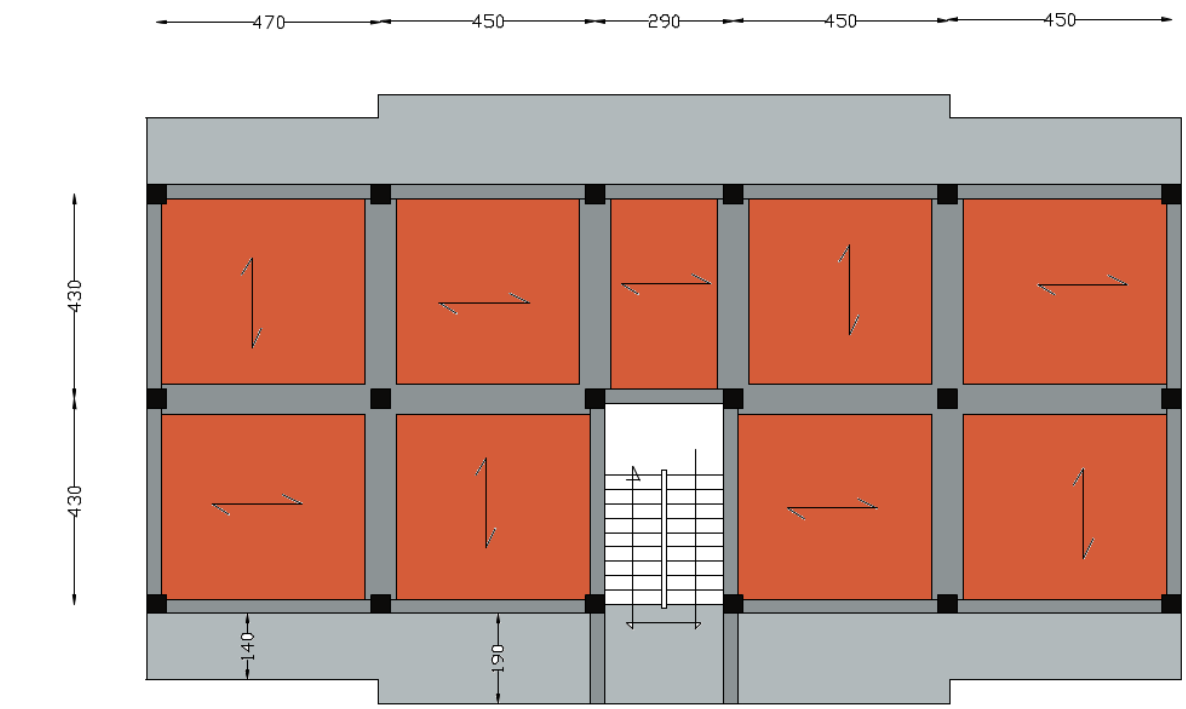


NOME / NAME	R	Disp	SLU	SLS	Kv	APS 1				APS 2			
						Kg	Ø1	Ø2	H	Kg	Ø1	Ø2	H
	(mm)	(mm)	(kN)	(kN)	(kN/mm)		(mm)	(mm)	(mm)		(mm)	(mm)	(mm)
APS 1000/300	4000	±150	1000	700	2100000	100	500	200	100	90	350	350	110
APS 1000/400	4000	±200	1000	700	2100000	135	600	200	100	115	400	400	110
APS 1000/500	4000	±250	1000	700	2100000	190	700	200	100	150	450	450	110
APS 1000/600	4000	±300	1000	700	2100000	265	800	200	100	190	500	500	110
APS 1000/700	4000	±350	1000	700	2100000	360	900	200	100	240	550	550	110
APS 1000/800	4000	±400	1000	700	2100000	480	1000	200	100	305	600	600	110
APS 1500/300	4000	±150	1500	1000	2100000	125	530	230	105	120	380	380	120
APS 1500/400	4000	±200	1500	1000	2100000	165	630	230	105	150	430	430	120
APS 1500/500	4000	±250	1500	1000	2100000	225	730	230	105	185	480	480	120
APS 1500/600	4000	±300	1500	1000	2100000	305	830	230	105	235	530	530	120
APS 1500/700	4000	±350	1500	1000	2100000	410	930	230	105	295	580	580	120
APS 1500/800	4000	±400	1500	1000	2100000	550	1030	230	105	365	630	630	120

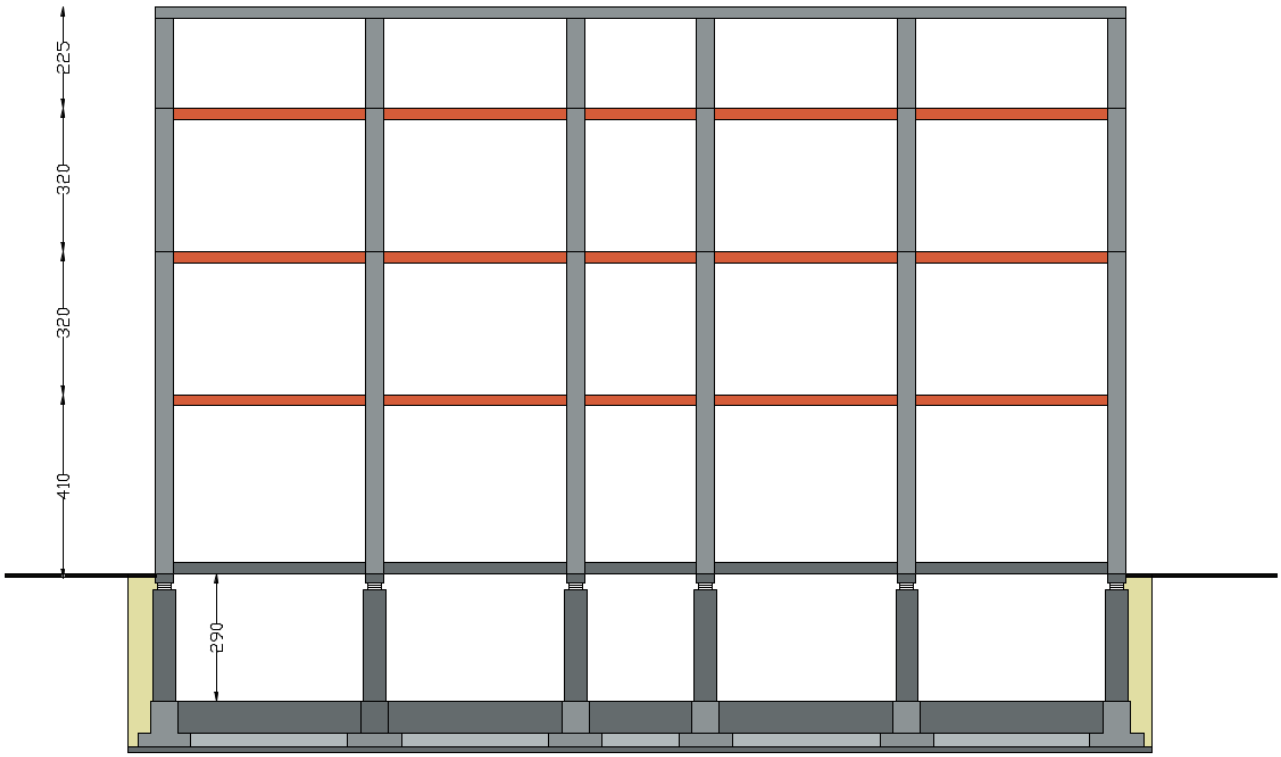
3- Dimensionamento di un sistema di isolamento elastomerico

Consideriamo un edificio in cemento armato a destinazione residenziale che si compone di 5 impalcati, un semiinterrato garage piano terra attività commerciali copertura con pilastri aventi tutti dimensione 40x40 cm tranne al piano seminterrato dove hanno dimensioni 100x100 cm . Riportiamo la pianta, la carpenteria e la sezione con isolatori elastomerici.





Solaio 20+5
Travi a spessore 65x25
Travi di bordo 30x50
Pilastri 40x40
Bassa duttilità



Calcoliamo la massa del nostro edificio ovvero il peso sismico di ogni impalcato

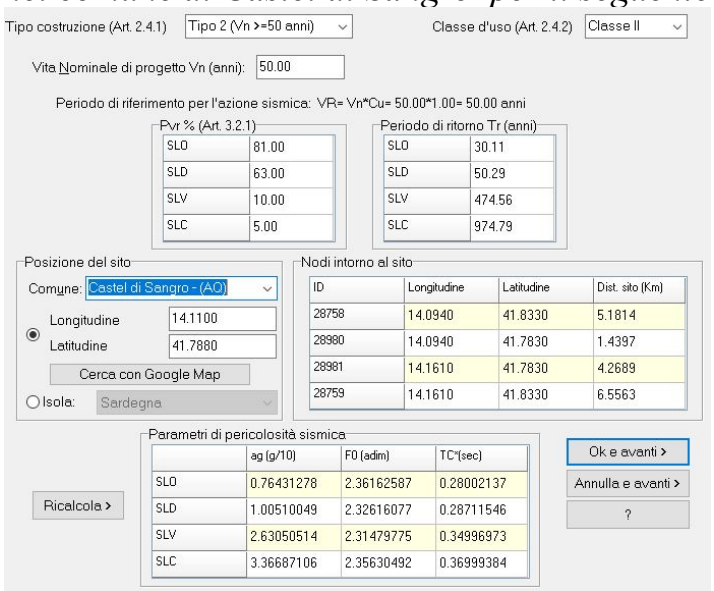
Peso solaio a 500 daN/mq *87525*
Carico accidentale 200 daN/mq *10500*
Tompagni 800 daN/ml *47840*
Pilastri 1280 daN *23040*
Travi a spessore 400 daN/ml *22760*
Travi emergenti 375 daN *22425*
Sbalzi 650 daN/mq *48880*
Carico accidentale 400 daN/mq *9024*
Scala 800 daN/mq *13920 + 2088*

	Peso sismico Kg	*Altezza piani*
Copertura	*≈87525*	*15*
IV Impalcato	*244000*	*13,5*
III Impalcato	*244000*	*10,3*
II Impalcato	*244000*	*7,1*
I Impalcato	*186654*	*3*
W su isolatori	*1.006.180 kg*	
Fondazione	*70880*	*0*
totale	*1.077.060*	

Il periodo fondamentale di oscillazione del nostro edificio lo possiamo determinare attraverso le formule

$T = 0{,}075 * H^{3/4} = 0{,}54$ sec $H = 14$ m

*Progettiamo il nostro sistema di isolamento per un periodo 3*T = 1,623 sec nel comune di Castel di Sangro per il seguente spettro di risposta*



Categoria di sottosuolo (Art. 3.2.2) B — Categoria topografica (Art. 3.2.2) T1

Rapporto h/H altezza pendio: 1.00 — Coeff. amplif. topografica St: 1.00

Coeff. smorzamento (%) ξ: 5.00 => η= 1.000

Parametri spettri orizzontali e Fv

	S	TB	TC	TD	Fv	Cc	Ss
SLO	1.200	0.132	0.397	1.906	0.881	1.419	1.200
SLD	1.200	0.135	0.405	2.002	0.996	1.412	1.200
SLV	1.156	0.158	0.475	2.652	1.603	1.357	1.156
SLC	1.083	0.166	0.497	2.947	1.846	1.342	1.083

Ricalcola =>

Parametri spettri verticali

Ss	TB	TC	TD
1.000	0.050	0.150	1.000

Ok e avanti >

Annulla e avanti >

?

Tipo comportamento: ○ Non dissipativo ◉ Dissipativo

Classe di duttilità: ○ Alta (CD'A') ◉ Media (CD'B')

Fattori di comportamento q (par. 7.3 NTC)

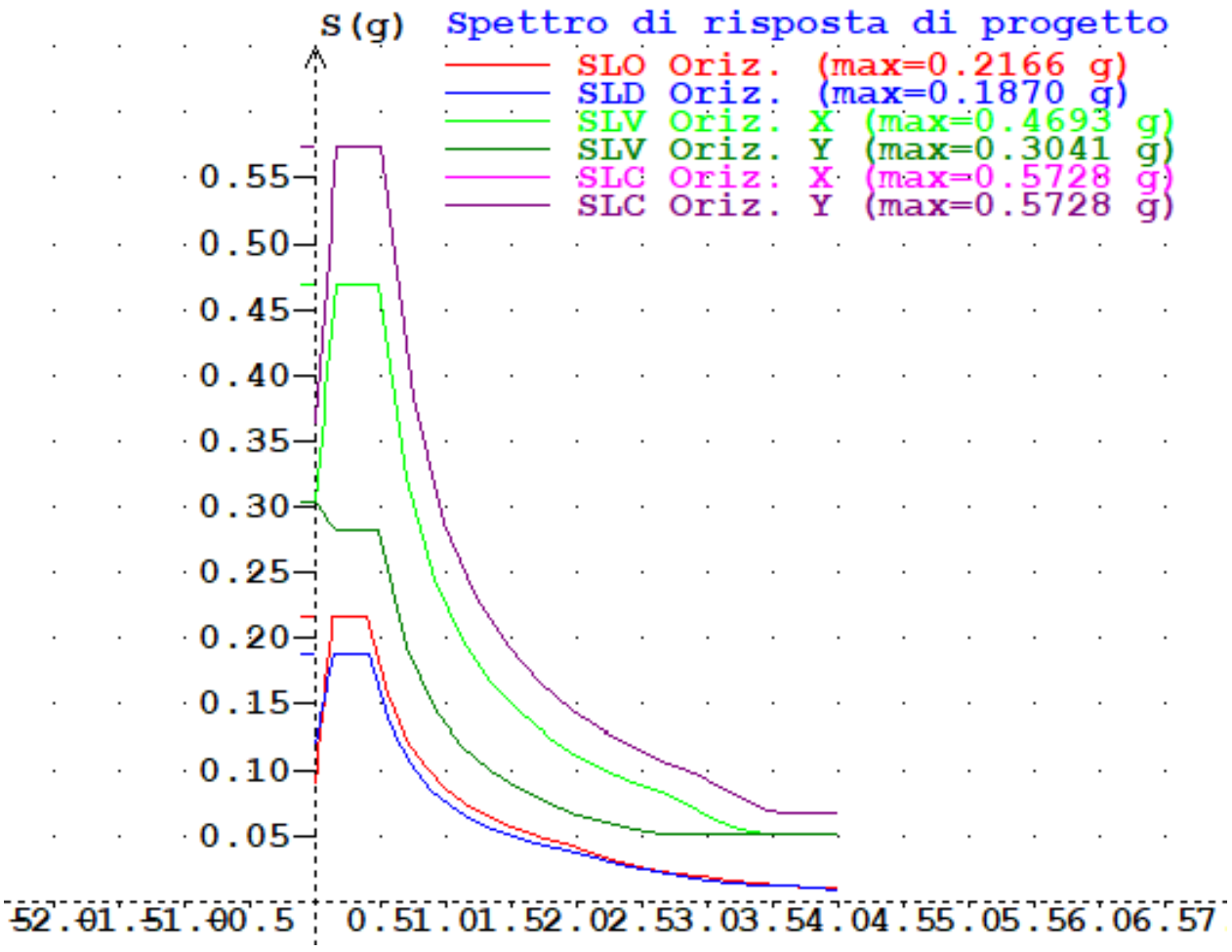
	SLO	SLD	SLV	SLC
Direz. X1	1.000	1.500	1.500	1.500
Direz. Y1	1.000	1.500	2.500	1.500
Direz. Z	1.000	1.500	1.500	1.500

Calcola q per SLV

Calcola q per SLV

Regolarità edificio: ☑ In pianta ☑ In altezza

< Indietro



La pulsazione $\omega = \sqrt{K/M}$ *il periodo* $T = 2*\pi*\sqrt{M/K}$

$T^2 = 4*\pi^2 * M/K$ *la rigidezza del sistema di isolamento*

$K_{is} = 4*\pi^2 * 1006000/1{,}623^2 = 1.507.720\ daN/m \approx 15000\ KN/m$

$1N = 1kg*1m/sec^2$;

Spostamento 200 mm

SI-S	V kN	F_{zd} kN	K_e kN/mm	K_v kN/mm	D_g mm	t_e mm	h mm	H mm	Z mm	W kg
SI-S 300/100	105	960	0.28	304	300	100	188	238	350	100
SI-S 350/100	250	1500	0.39	389	350	100	178	228	400	128
SI-S 400/100	590	2650	0.50	623	400	100	178	228	450	166
SI-S 450/102	900	3570	0.62	725	450	102	190	240	500	220
SI-S 500/102	1420	5550	0.77	1038	500	102	190	240	550	270
SI-S 550/105	1830	6890	0.91	1148	550	105	187	237	600	316
SI-S 600/104	2230	8750	1.09	1313	600	104	180	230	650	362
SI-S 650/108	2760	10430	1.23	1424	650	108	181	231	700	418
SI-S 700/100	3110	11370	1.54	1722	700	100	177	237	750	535
SI-S 800/100	5040	14990	2.01	2711	800	100	177	237	850	694
SI-S 900/108	6670	21220	2.36	2954	900	108	190	250	950	905
SI-S 1000/112	8390	22590	2.81	3322	1000	112	200	280	1050	1327
SI-S 1100/112	11590	27460	3.39	4577	1100	112	200	280	1150	1600
SI-S 1200/112	13570	28700	4.04	5160	1200	112	196	276	1250	1865

Legenda	
V	Carico verticale agente sull'isolatore in presenza di sisma
F_{zd}	Carico verticale massimo allo SLU in esercizio
K_e	Rigidezza orizzontale equivalente
K_v	Rigidezza verticale
D_g	Diametro elastomero
t_e	Spessore totale gomma
h	Altezza escluse piastre di ancoraggio
H	Altezza totale incluse piastre di ancoraggio
Z	Lato piastre di ancoraggio
W	Peso isolatore escluse zanche

PROPRIETA'	MESCOLA		
	MORBIDA (SOFT - S)	NORMALE (NORMAL - N)	DURA (HARD - H)
Durezza (Shore A)	40	60	75
Modulo di elasticità tangenziale G_{dr} a $\gamma = 1$ (MPa)	0.4	0.8	1.4
Coefficiente di smorzamento viscoso equivalente ξ a $\gamma = 1$ (%)	10 / 15	10 / 15	10 / 15

Utilizziamo un isolatore elastomerico SI-S 500/015 con rigidezza K = 91000 daN/m

La rigidezza complessiva nelle due direzioni X ed Y

K_{XIS} = 91000*18 = 1.638.000 kg/m ; K_{YIS} = 91000*18 = 1.638.000 kg/m ;

il periodo fondamentale $T = 2*\pi*\sqrt{[100600/1638000]} = 1,59$ sec $\approx 1,623$ sec

La struttura presenta due assi di simmetria il baricentro degli isolatori coincide con il baricentro geometrico dell'impalcato ; se assumiamo un sistema di riferimento avente origine nello spigolo sinistro

$X_{GR} = 10,85$ m ; $Y_{GR} = 4,50$ m ;

Dallo spettro l'accelerazione che corrisponde al periodo T = 1,59 sec
Dalla formula dello spettro di risposta per lo SLV

$T_C \leq T < T_D$ $\quad Se(T) = Ag*S*\eta*Fo*(T_C/T) = 0,944$ m/sec^2

$Ag=2,630$ m/sec^2 ; $S = 1,156$; $Fo = 2,314$; $T_C= 0,349$sec ;

$\eta = [10/(5+\zeta)]^{1/2} = 0,707$ $\quad$ *si assume uno smorzamento* $\xi = 15\%$

La forza sismica globale sul sistema di isolatori elastomerici

$F = M*Se(T)=1006000*0,236 = 94964$ daN

Su ciascun isolatore vi è una forza orizzontale nelle due direzioni di 5280 daN
Lo spostamento orizzontale $\delta= 5280/91000 = 5,80$ cm
Gli spostamenti max nelle due direzioni $E_X+0,30*E_Y$; $E_Y+0,30*E_X$;

$\delta= \sqrt{(\delta^2_x + 0,3*\delta^2_y)} =$ ***6,05 cm << 200 mm***

Per lo stato limite di collasso SLC

$Ag=3.366$ m/sec^2 ; $Fo = 2,356$; $T_C= 0,497$ sec ; $Se(T) =2,20$ m/sec^2

$F = 221320$ daN $\quad \delta=$ ***13,50 cm < 200 mm***

Riportiamo in fase di dimensionamento le verifiche delle deformazioni
$V = 55000$ daN ; $F = 5280$ daN

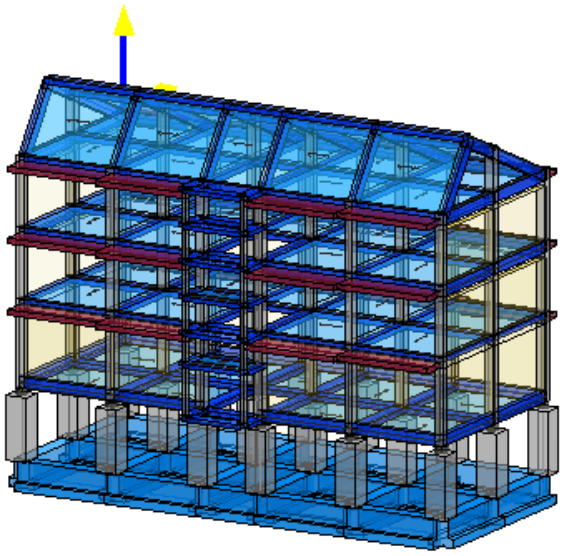
$\gamma_S = d_E/t_e = F/(G_{DIN}*A_r)=0,26$ $\gamma_C = 1,5*V/(S_1*G_{DIN}*A_r)=3.24$ $\gamma_\alpha = (3*\alpha*D^2/4)/(2*t_i*t_e) = 0,22$

$A_r =(\varphi-\sin\varphi)*D^2/4 =1384$ cmq ; $t_e = 105$mm ; $\alpha=\sqrt{(0.003^2+0.0018^2)}= 0.0018$ *dai calcoli* $t_i=0,875$
$0,26 \leq \gamma_{S,max}$ *dove* $\gamma_{S,max} = 2\gamma*/3 \leq 2$ $\gamma_t = \gamma_S+\gamma_C+\gamma_\alpha = 3,72 \leq \gamma_{tmax} = 5$

$V \leq V_{cr}/2$ con $V_{cr}= G*A_r*S_1*D/t_e = 132854$ $\quad 55000 < 132854/2=66427$daN

4-Il calcolo e la modellazione di un edificio isolato

Attraverso il software Iperspace Bim personal edition 1 eseguiamo la modellazione FEM e calcoliamo il nostro edificio riportando i valori dei taglianti di piano con i relativi spostamenti per la combinazione sismica



Nella modellazione abbiamo omesso la soletta rampante della scala è stato aggiunto un carico verticale sulle travi anche perchè non modifica sostanzialmente la rigidezza del nostro edificio .

Combinazione 5-I-4 (SISMAX1_SLV)

Piano	Fx	Fy	Fz	dx	dy	Θ
	kg	kg	kg	mm	mm	
0	-50958	-711	1021256	-0.00	0.00	--
1	50958	711	-974276	0.03	-0.00	0.000186
2	991	-812	-1059	32.55	0.29	0.010338
3	41407	305	-749688	32.51	0.37	0.001214
4	1086	-1056	819	36.18	0.23	0.000000
5	29977	436	-523306	35.96	0.23	0.002445
6	525	615	2801	38.25	0.15	0.000000
7	18826	280	-315048	37.92	0.08	0.003489
8	5531	75	-47671	39.11	-0.14	0.003468

Combinazione 6-I-1 (SISMAY1_SLV)

Piano	Fx	Fy	Fz	dx	dy	Θ
	kg	kg	kg	mm	mm	
0	460	-50657	1020981	-0.00	0.00	--
1	-460	50657	-974001	0.00	0.05	0.000327
2	55	-442	-2020	1.86	31.80	0.055509
3	-806	41693	-749575	-0.04	32.70	0.026995
4	61	-686	-1582	2.09	36.97	0.006860
5	-463	30922	-523247	-0.03	37.72	0.023792
6	26	437	790	2.23	40.25	0.000000
7	-150	19744	-315495	-0.01	40.78	0.023014
8	-83	5637	-47589	-1.25	42.59	0.006173

Combinazione 7-I-1 (SISMAX2_SLV)

Piano	Fx	Fy	Fz	dx	dy	Θ
	kg	kg	kg	mm	mm	
0	-49094	12039	928024	0.00	0.00	--
1	49094	-12039	-881044	0.03	-0.01	0.000166
2	1078	-407	-1146	34.82	-0.72	0.013317
3	40066	-7992	-672230	31.68	-6.99	0.082391
4	1183	-521	-157	38.67	-0.94	0.000701
5	29091	-4823	-471424	35.01	-7.91	0.078716
6	581	206	1069	40.85	-1.10	0.000000
7	18299	-2051	-285424	36.90	-8.46	0.080870
8	5286	60	-45955	37.05	-9.67	0.003518

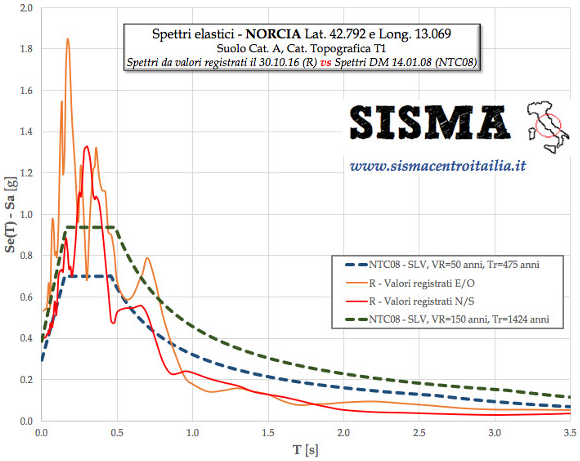
Piano	Fx	Fy	Fz	dx	dy	Θ
	kg	kg	kg	mm	mm	
0	432	-49503	926834	0.00	0.00	--
1	-432	49503	-879854	0.00	0.05	0.000290
2	423	-50	-2061	12.36	28.81	0.058270
3	2785	39504	-671431	1.11	31.66	0.140624
4	481	-158	-2360	13.70	33.47	0.037027
5	2408	28951	-471012	1.17	36.29	0.130081
6	253	17	-784	14.44	36.42	0.025651
7	1113	18440	-285743	1.24	39.10	0.130258
8	149	4905	-45634	-1.77	41.03	0.011091

Dai risultati si vede che la forza che agisce sul sistema di isolamento è pari a circa 100000 daN somma delle forze a tutti gli impalcati come previsto in fase di dimensionamento ; lo spostamento dei nostri isolatori è circa 4 cm . La struttura è ampiamente verificata per quanto concerne le armature a flessione taglio e a sforzo normale è verificato anche lo stato limite di danno . Riportiamo i periodi di vibrazione

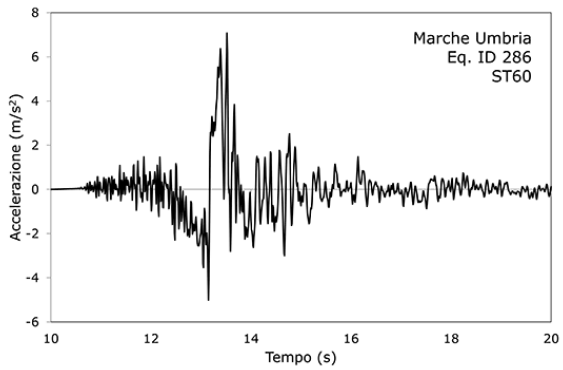
Posizione masse 1
Numero di Frequenze calcolate =40, filtrate=5

N	T(s)	Coeff. Partecipazione		Masse Modali kgm*g		Percentuali	
		Dir=0°	Dir=90°	Dir=0°	Dir=90°	Dir=0°	Dir=90°
1(1)	1.7416	33.501	309.568	11006	939794	1.13	96.46
2(2)	1.7025	-283.420	45.040	787738	19894	80.85	2.04
3(3)	1.5567	131.816	18.168	170395	3237	17.49	0.33
4(4)	0.3924	0.119	33.737	0	11162	0.00	1.15
5(5)	0.3357	-21.336	0.385	4464	1	0.46	0.00
Somma delle Masse Modali [kgm*g]				973604	974088		
Masse strutturali libere [kgm*g]				974280	974280		
Percentuale				99.93	99.98	99.93	99.98

Se confrontiamo le registrazioni del terremoto di Norcia con lo spettro della normativa italiana



*Si vede che effettivamente per strutture aventi periodi fondamentali di vibrazione elevativi la accelerazione Se(T) è ridotta ; vi è un picco di accelerazione pari a circa 1,8*9,81 = 17,65 m/sec² al quale corrisponde una forza di impulso elevata .*
Si dovrebbe eseguire un analisi dinamica non lineare attraverso accelerogrammi considerando un modello bilineare per l'isolatore elastomerico



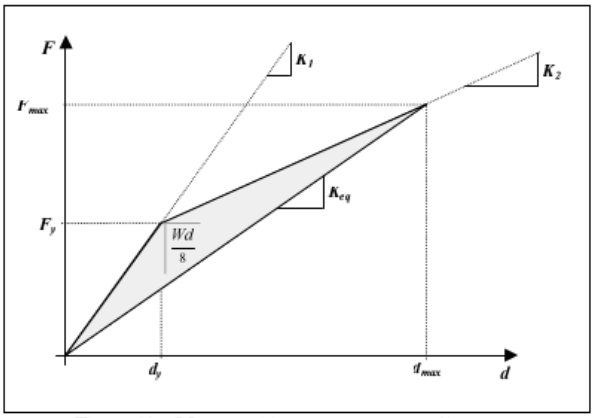


Figura 13: Modello bilineare adottato per l'isolatore

L'analisi dinamica non lineare viene eseguita al passo

$$m\,*Y'' + c*Y' + k*Y = F(t)$$

$$Y'' = (Y_{t-\Delta t} + 2*Y_t + Y_{t+\Delta t})/\Delta t^2 \;\; ; \;\; Y' = (-Y_{t-\Delta t} + Y_{t+\Delta t})/2*\Delta t$$

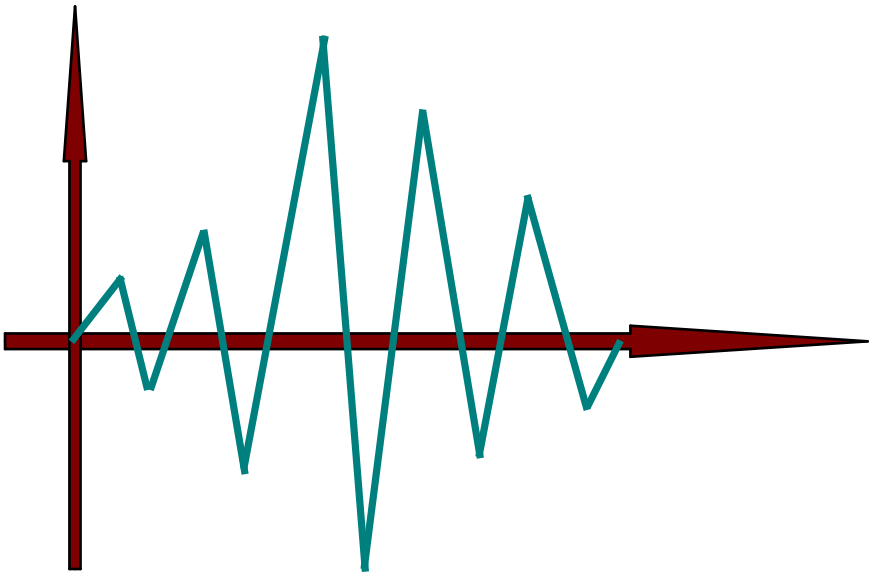
sostituendo

$$m*(Y_{t-\Delta t} + 2*Y_t + Y_{t+\Delta t})/\Delta t^2 + c*(-Y_{t-\Delta t} + Y_{t+\Delta t})/2*\Delta t + K*Y_t = F(t)$$

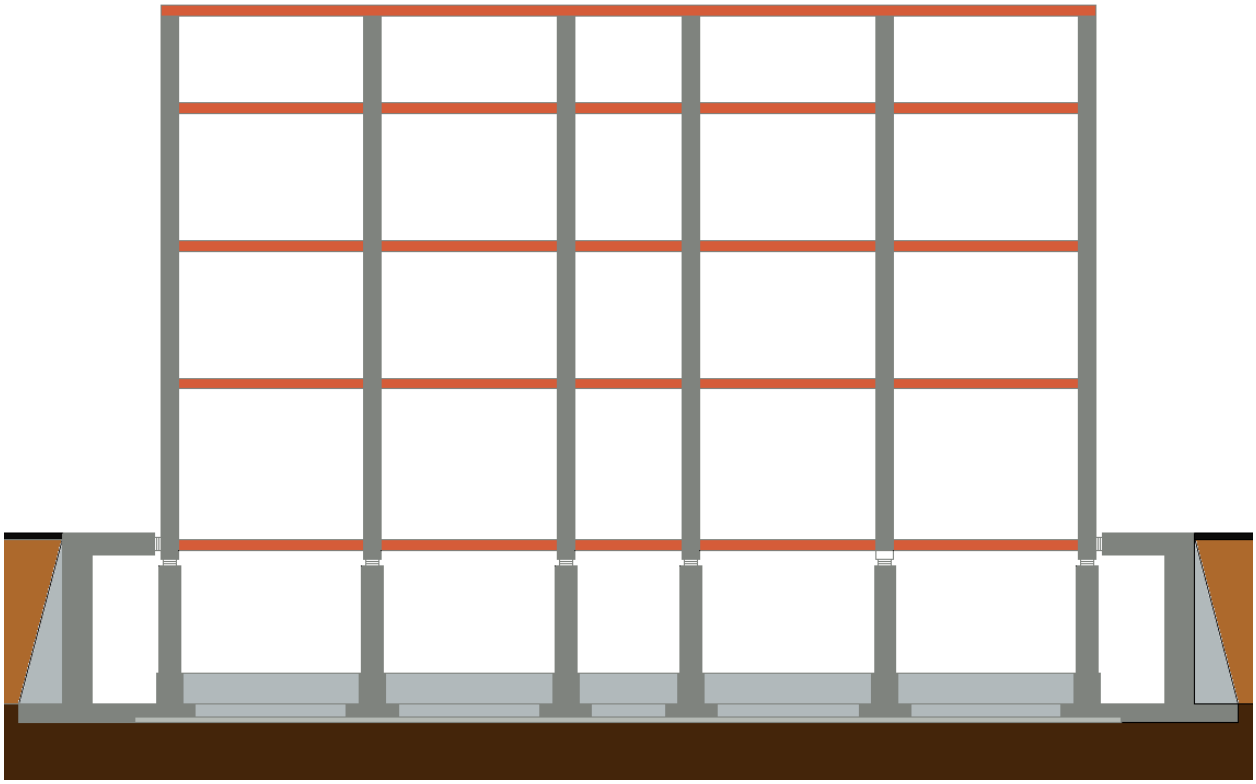
la soluzione al passo del sistema si ottiene

$$[m/\Delta t^2 + c/2*\Delta t\,]*Y_{t+\Delta t} = F(t) - [K - m/\Delta t^2]*Y_t - [m/\Delta t^2 + c/2*\Delta t\,]*Y_{t-\Delta t}$$

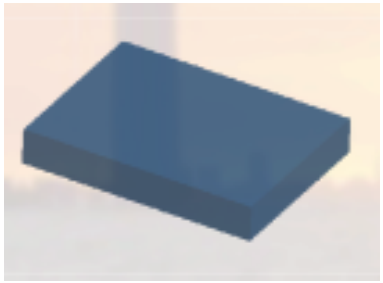
*é nota la funzione F(t) = m*s(t) in funzione del tempo che approssima l'accelerogramma*

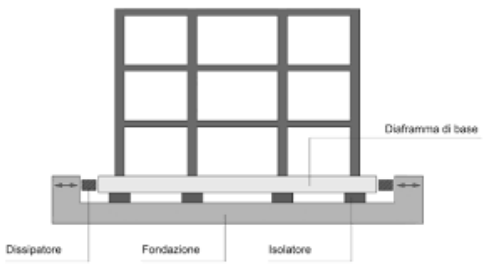


si parte dal tempo t = 0 stabilendo un intervallo di tempo Δt e si determina l'andamento della funzione Y(t); Y'(t) ed Y''(t) con le relative forze da applicare sull'isolatore e la struttura ;quando lo spostamento Y > d_Y si modifica la rigidezza dell'isolatore che diventa K_2 .
Sugli edifici con isolamento sismico personalmente sono un pò scettico una progettazione accurata almeno per le nuove costruzioni dovrebbe prevedere anche degli isolatori sismici laterali che evitano la impulsiva oscillazione sismica del nostro edificio così come riportato in figura .



Gli isolatori laterali devono avere rigidezza assiali ridotta devono consentire al nostro edificio le oscillazioni durante il terremoto per dissipare energia e non devono rompersi per spostamenti eccessivi del primo impalcato ; é evidente che devono avere caratteristiche di deformabilità differenti dagli isolatori posti alla base poiché devono consentire gli spostamenti della struttura quindi devono essere sufficientemente elastici .Si possono utilizzare degli appoggi elastomerici "DISSIPATORI" in gomma non armati di adeguato spessore da sostituire dopo ogni evento sismico se danneggiati ;





5-L'isolamento sismico di edifici esistenti

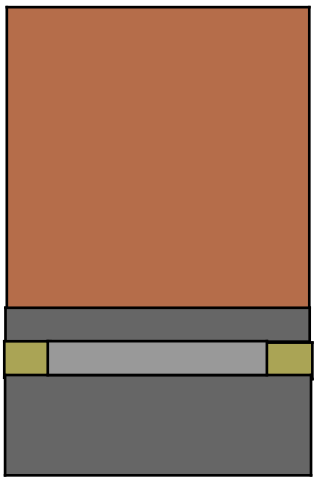
Gli edifici esistenti sono particolarmente vulnerabili alle azioni sismiche in fase di adeguamento è opportuno stabilire quale tipologia di intervento utilizzare,

- irrigidire l'edificio con pareti di taglio , dissipatori ed esoscheletri
- consolidare travi e pilastri con fibrorinforzati o acciaio
- isolare sismicamente il nostro edificio

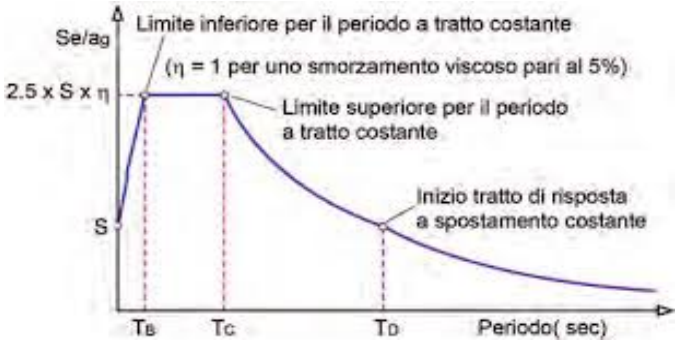
Adeguare sismicamente delle strutture in cemento armato che rappresentano delle brutture architettoniche che trasmettono malessere psicologico al territorio, se poi teniamo presente la vita di nominale di una struttura che è circa 50 anni , prima di intervenire conviene demolire e ricostruire il nostro edificio con tecniche della biodilezia , migliorando il paesaggio urbano con della buona architettura. Isolare sismicamente casermoni edifici sgradevoli architettonicamente, arreca danno all'ambiente urbano ed alle persone che vivono nel territorio per cui per quanto concerne l'esistente in cemento armato se vi è la disponibilità economica è meglio ricostruire che adeguare. L'isolamento sismico trova largo impiego nei beni culturali , salvaguardando il patrimonio artistico e culturale attraverso degli interventi che hanno come obiettivo la riduzione delle azioni sismiche senza intervenire o danneggiare l' edificio storico.

-Isolamento sismico degli edifici in muratura

Gli isolatori sismici sono puntiformi si adattano alle strutture a telaio in cemento armato o acciaio , per le strutture in muratura si dovrebbe progettare un isolatore elastomerico continuo esteso a tutta la parete muraria . Al di sotto della parete muraria va realizzato un cordolo di cemento armato al di sopra della fondazione con uno strato di malta cementizia che consente gli spostamenti orizzontali ;

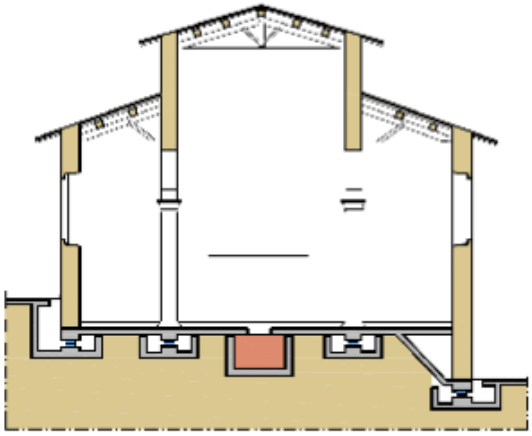


La cordolatura in cemento armato ovvero una trave molto resistente in grado di portare il peso della muratura superiore e vanno inseriti gli isolatori elastomerici; la struttura viene calcolata senza sistema di isolamento determinando le massime forze sismiche che l'edificio in muratura è in grado di sopportare ovvero l'accelerazione corrispondente Sd(T) che inserita nello spettro di risposta ci consente di ricavare il periodo corrispondente e quindi la rigidezza del sistema di isolamento



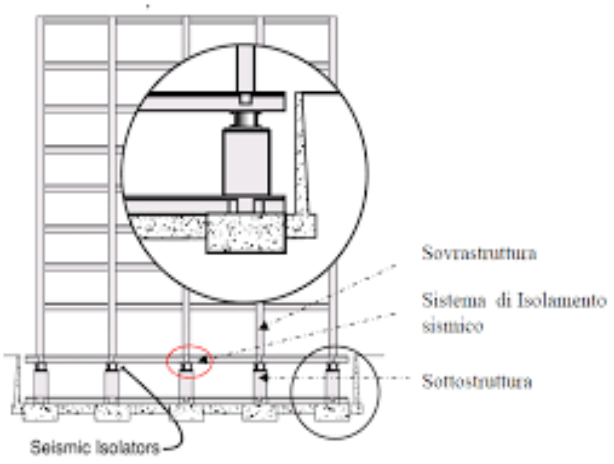
$T = 2*\pi*\sqrt{M/K}$; *la rigidezza* $K = 4*\pi^2 *M/T^2$

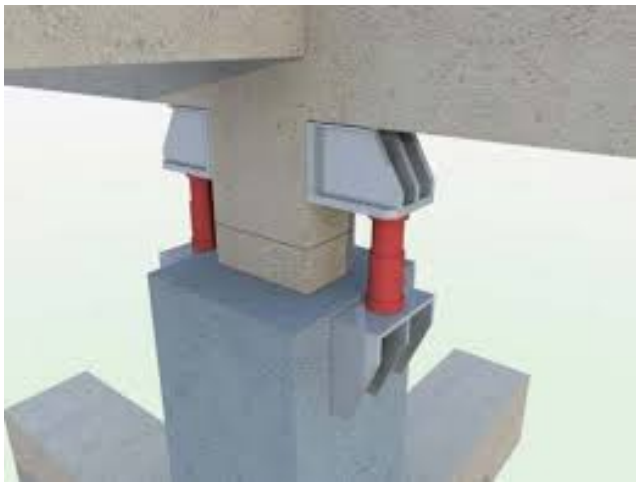
dalla rigidezza si risale al numero ed alla tipologia di isolatore da utilizzare.



-Isolamento sismico di un edificio in cemento armato

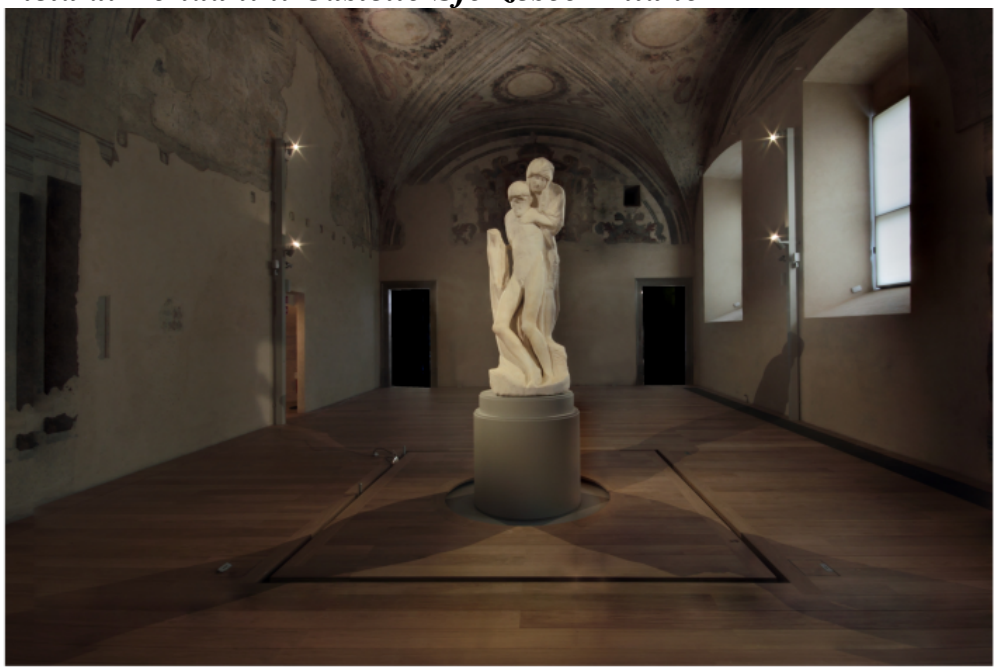
Per gli edifici esistenti in cemento armato si valuta la resistenza alle azioni sismiche del nostro edificio determinando anche per esso la max accelerazione che è in grado di sopportare quindi si determina la rigidezza K del sistema di isolamento . Gli isolatori vengono posizionati al di sotto del primo impalcato , ringrossando i pilastri creando quindi una sottostruttura molto rigida , tagliando il pilastro sorreggendo la struttura con martinetti ed inserendo l'isolatore sismico. E' buona prassi togliere i martinetti ovvero trasferire il carico verticale contemporaneamente a tutti gli isolatori evitando dannosi cedimenti differenziali che possono generare eccessive sollecitazioni flettenti nelle travi.





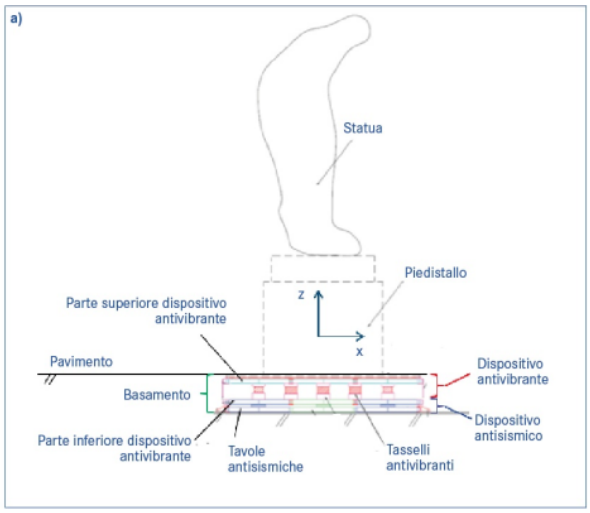
6- L'isolamento sismico dei beni monumentali e archeologici

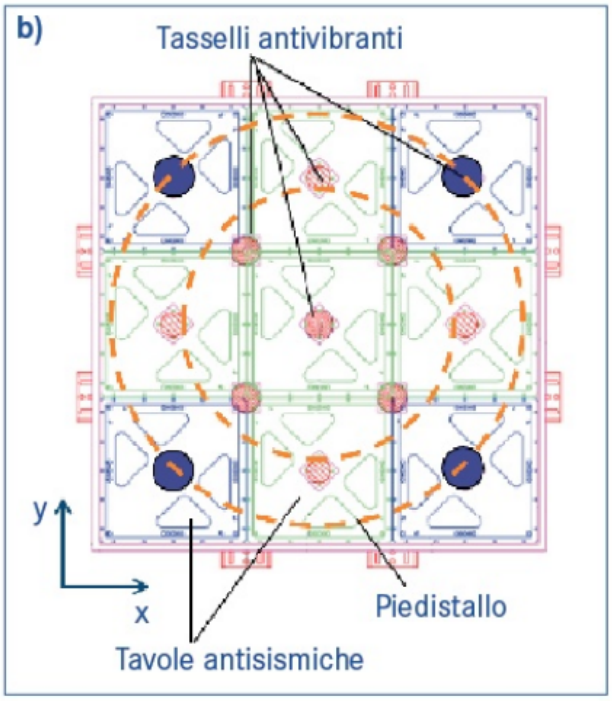
L'isolamento sismico trova impiego nei beni culturali , non solo con l'isolamento alla base di edifici di pregio storico ma anche per statue monumenti ubicati nelle pubbliche piazze che in occasione di eventi sismici possono danneggiarsi o ancora in zone archeologiche. All'interno di strutture museali antisismiche un terremoto può danneggiare le statue per cui si procede all'isolamento parziale dei singoli beni monumentali ; ovviamente prima di garantire la stabilità di un oggetto bisogna fare in modo che l'intero edificio sia antisismico.
Il monitoraggio e la conservazione di statue e monumenti è un tema di fondamentale importanza permolti musei e siti storici. I beni culturali presentano difatti un elevato rischio di danneggiamento causato dall'età, dalle escursioni termiche cui sono soggetti ed infine dalle vibrazioni indotte da terremoti, traffico(sia su strada che su rotaia) o dal vento.
Pietà di Rondanini Castello Sforzesco Milano



Milano è una zona sismica con rischio moderato la statua è stata isolata sismica per preservarla dalle vibrazioni indotte dal traffico quale la vicina metropolitana.

Il basamento della Pietà Rondanini è progettato per svolgere i seguenti compiti:
1) valorizzare la scultura,
2) sorreggerne il peso,
3) isolare la statua dalle vibrazioni indotte dal traffico,
4) mitigare gli effetti di un sisma
5) riportare la scultura nella posizione iniziale a sisma esaurito.
In particolare, per isolare la scultura dalle vibrazioni indotte dalla metropolitana (che principalmente avvengono nel campo di frequenze 16-80 Hz) è necessario un dispositivo caratterizzato da una bassa frequenza propria e da un basso smorzamento al fine di aumentare l'effetto filtrante per tutte le frequenze maggiori di quella di risonanza. Tuttavia, durante un terremoto, le basse frequenze sono quelle prevalentemente eccitate e quindi un basso smorzamento potrebbe compromettere la sicurezza della statua fino a provocarne, nel caso peggiore, la caduta. Al fine di limitare il moto della statua anche in presenza di un sisma, è stato introdotto un secondo dispositivo per proteggere la scultura da eventi sismici.

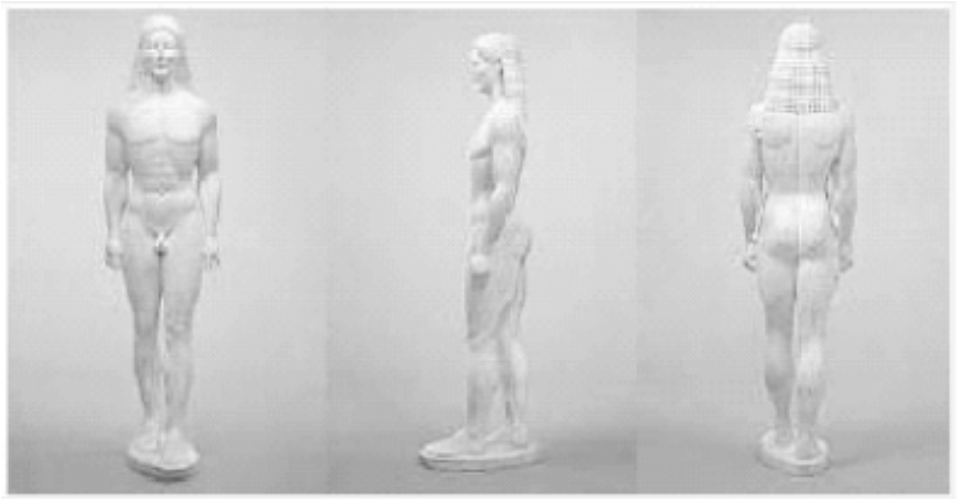




Un dispositivo a cinghia connesso alle guide lineari riporta la scultura nella posizione iniziale a sisma esaurito e ne evita indesiderati movimenti: le cinghie sono precaricate in modo da evitare spostamenti nel caso in cui la forza applicata sia inferiore a 500 N. Il dispositivo per l'isolamento sismico è stato progettato in modo da evitare velocità di spostamento superiori a 2 mm/s durante un terremoto e per avere una frequenza di circa 0.3 Hz per il moto orizzontale del sistema soprastante le tavole antisismiche (ovvero il sistema antivibrante, il piedistallo e la statua).Il dispositivo per l'isolamento dalle vibrazioni indotte dalla metropolitana è costituito da 13 tasselli posti tra il meccanismo per l'isolamento sismico ed il piedistallo della scultura. Per garantire una buona azione di filtro per ogni tipo di vibrazione, la rigidezza dei tas-

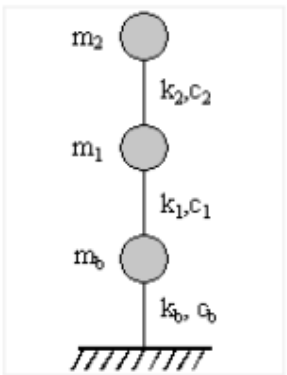
selli è stata selezionata in modo da avere la prima frequenza propria dei moti verticale e orizzontale del sistema (basamento e scultura) a circa 8 Hz e 3 Hz, rispettivamente. Il sistema di isolamento è stato realizzato seguendo uno schema modulare (in particolare il sistema è costituito da 9 moduli) al fine di garantire la massima flessibilità per l'ottimizzazione/sostituzione dei componenti che lo costituiscono.

Progettazione di un sistema di isolamento elastomerico per statue.
Si considera la statua incastrata alla base come una mensola e si esegue una analisi dinamica ; ai fini della verifica del vincolo di incastro va eseguita una verifica al ribaltamento della statua individuando il centro di rotazione tenendo presente il diagramma delle pressioni con parzializzazione della sezione.

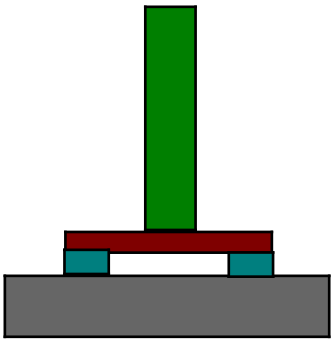


Si considera innanzitutto il caso di un oggetto disposto su di un isolatore lineare, caratterizzato cioè da una relazione forza-spostamento lineare. La valutazione della risposta dinamica del sistema richiede il calcolo delle pulsazioni proprie e delle forme modali. Tale calcolo viene svolto adottando una tecnica perturbativa, che utilizza come soluzione di partenza quella valida per l'oggetto incastrato alla base.
L'equazione del moto in forma matriciale

$M*Y''+ c*Y + K*Y = m*Sd(t)$



Una progettazione semplice ed immediata consiste nel calcolare il peso sismico della statua W (z)



*La forza sismica sulla statua applicata lungo la sua altezza F(z) = W(z)*Sd(T) , tale forza deve assicurare la stabilità della statua nei confronti dello stato limite ultimo ovvero non deve ribaltare e nei confronti dello stato limite di danno non deve subire danni per effetto delle vibrazioni. E' evidente che la statua va trattata come un elemento non strutturale quindi si determina l'accelerazione dalla formula*

$$\alpha*S*(1+Z/H)*ap/[(1+(ap-1)*(1-Ta/(a*T_1))^2] \geq \alpha*S \quad per\ Ta<a*T_1$$

$$S_a \qquad \alpha*S*(1+Z/H)*ap \qquad per\ a*T_1<Ta< b*T_1$$

$$\alpha*S*(1+Z/H)*ap/[(1+(ap-1)*(1-Ta/(a*T_1))^2] \geq \alpha*S \quad per\ Ta>b*T_1$$

-S coefficiente che tiene conto della categoria del sottosuolo e delle condizioni topografiche
-α rapporto tra accelerazione max ag su terreno di tipo A e accelerazione di gravità g
-Ta periodo fondamentale di vibrazione elemento non strutturale
-T_1 periodo fondamentale di vibrazione della costruzione nella direzione considerata
-Z quota del baricentro dell'elemento non strutturale
-H altezza della costruzione a partire dal piano di fondazione
- a, b,ed ap sono definiti nella seguente tabella in accordo con il periodo di vibrazione della costruzione

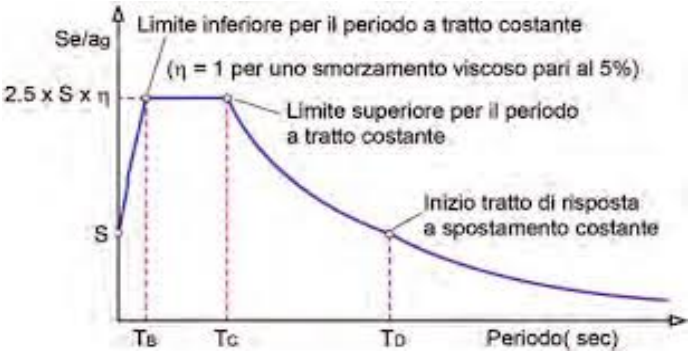
Tabella C7.2.II- *Parametri a, b, a_p in accordo con il periodo di vibrazione della costruzione T_1.*

	a	b	a_p
T_1< 0,5 s	0.8	1,4	5,0
0,5 s < T_1 < 1,0 s	0.3	1,2	4,0
T_1 > 1,0 s	0.3	1,0	2,5

Il periodo fondamentale di vibrazione dell'elemento non strutturale $T_1=2*\pi*\sqrt{M/K}$

M massa della statua
K rigidezza del sistema di isolamento

Se la statua è situata in una piazza o è un monumento all'aperto, in funzione dello spettro di risposta si determina il periodo fondamentale e quindi la rigidezza degli isolatori

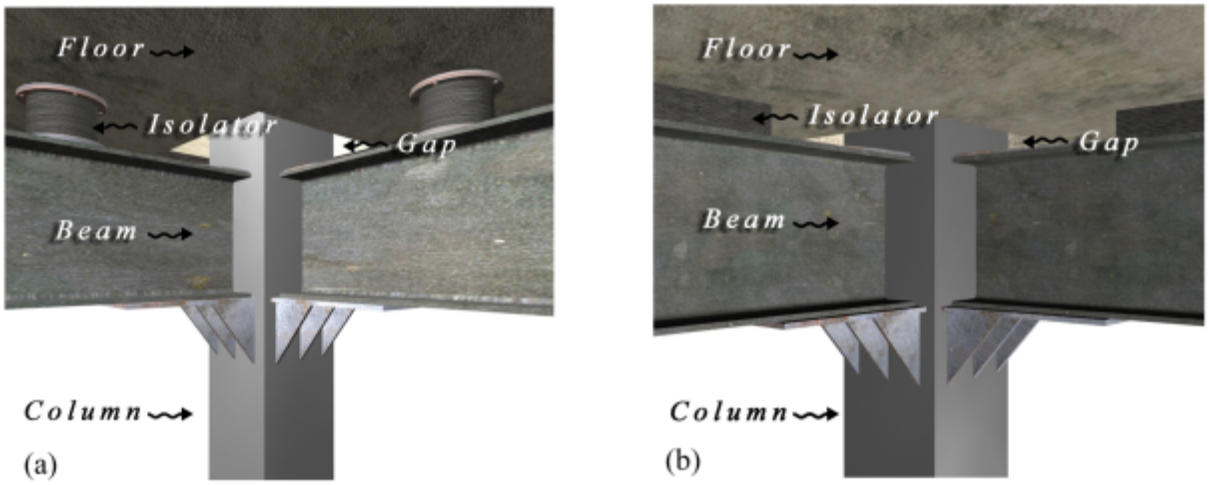


$K=(2*\pi)^{2}*M/T^{2}$

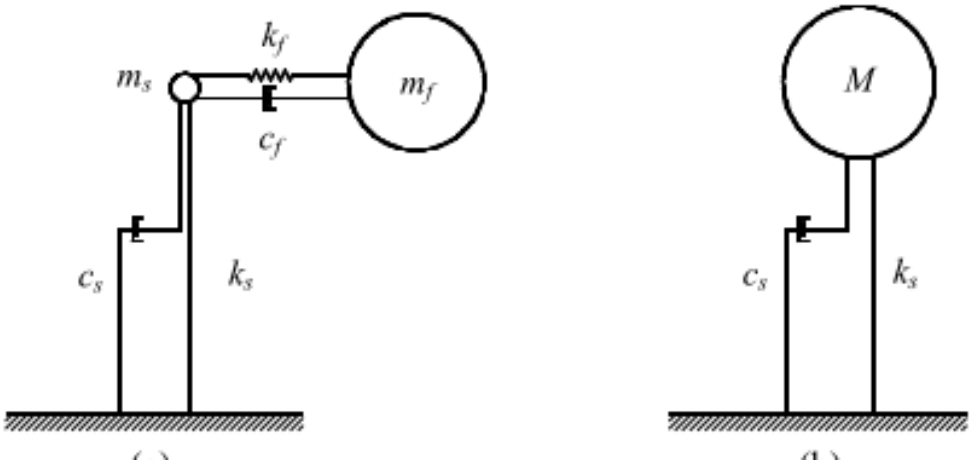
Determinata la forza sismica orizzontale agente sulla statua si progetta l'isolatore si valutano gli spostamenti, in modo che non vengano arrecati danni alla statua ; va eseguita chiaramente per lo stato limite di collasso una verifica a ribaltamento.

7-Gli edifici isolati ad ogni impalcato

Nelle strutture in acciaio si può applicare un sistema di isolamento sismico ad ogni impalcato così come riportato in figura:



Il principio dinamico di funzionamento è il seguente



La massa $M = m_s + m_f$

m_s massa struttura;
m_f massa solaio ;
k_s rigidezza struttura
k_f rigidezza isolatori solaio
c_S smorzamento struttura
c_f smorzamento isolatori solaio

in assenza di isolamento sismico le equazioni del moto dinamico

$$M*Y'' + c*Y' + K*Y = M*Sd(T)$$

in presenza di isolatori sismici in corrispondenza del solaio , lo spostamento totale Y del solaio

$$Y = Y_s + Y_f$$

Nella ipotesi che la struttura sia ferma il moto del solo solaio

$$m_f*Y''_f + c_f*Y'_f + K_f*Y_f = m_f*Y''_S$$

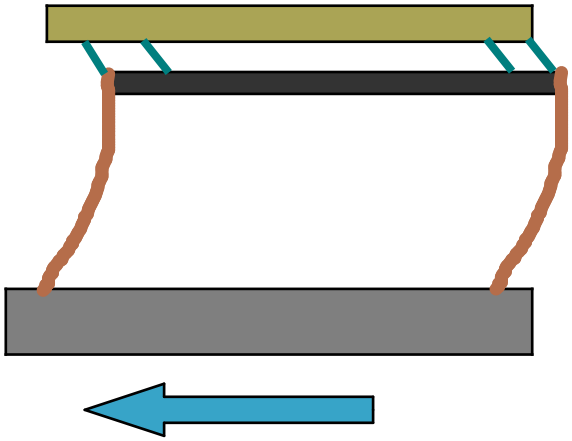
il moto della struttura

$$(m_f + m_S)*Y''_S + c_S*Y'_S + K_S*Y_S = M*Sd(T)$$

sommando le due equazioni

$$m_f*Y''_S + m_f*Y''_f + c_S*Y'_S + c_f*Y'_f + K_f*Y_f + K_S*Y_S = M*Sd(T)$$

è chiaro che struttura e solaio sono in opposizione di fase



$M*Sd(t)$

In assenza di smorzamento (l'integrazione delle equazioni è immediata)

-impalcato

$m_f *Y''_f + K_f*Y_f = m_f *Y''_S$

$Y_f = Y''_S /\omega_f^2 *(1-cos\omega_f t)$; $\omega_f^2 = K_f/ m_f$

-struttura

$M *Y''_S + K_S*Y_S = M *Sd(T)$

$Ys = Sd(T) /\omega_s^2 *(1-cos\omega_s t)$; $\omega_S^2 = K_S/ (m_f + m_S)$

$Y''s = Sd(T) *cos\omega_s t$

$Y_f = Sd(T) *cos\omega_s t/\omega_f^2 *(1-cos\omega_f t)$

lo spostamento complessivo della nostra struttura

$Y = Y_S - Y_f = Sd(T) /\omega_s^2 *(1-cos\omega_s t)- Sd(T) *cos\omega_s t/\omega_f^2 *(1-cos\omega_f t) =$

$= Sd(T) [(1-cos\omega_s t)/\omega_s^2 -cos\omega_s t*(1-cos\omega_f t)/(\omega_s^2*\omega_f^2)$

Dallo spettro di risposta dobbiamo individuare l'accelerazione Sd(T) e quundi il periodo fondamentale del sistema nel suo complesso dobbiamo definire una rigidezza globale

$F= K*Y = K_s*Y_s + K_f*Y_f$; $F = F_s + F_f$; $Y = Y_s + Y_f$

$Y = F_s /K_s + F_f /K_f$; $F/K = F_s /K_s + F_f /K_f$;

Definiamo un rapporto

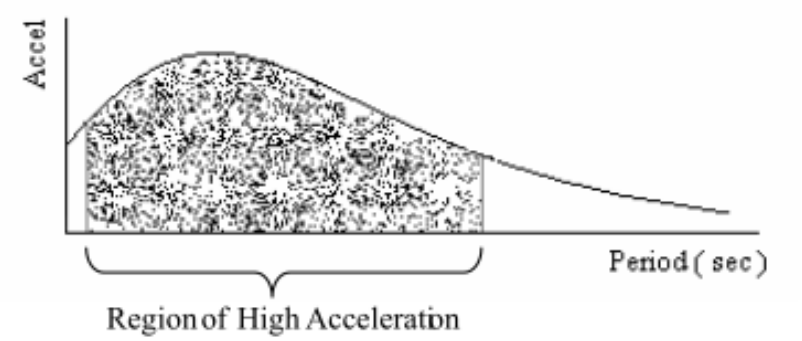
$\lambda = F_f / F_s \quad F = F_s (1+\lambda) \;\; ; \;\; F_s = F /(1+\lambda) \; ; \; F_f = F^* \, 1/(K_s *(1+\lambda))/(1+\lambda) \; ;$

la rigidezza $K = 1/[1/(K_s *(1+\lambda)) + \lambda/(K_s *(1+\lambda))]$

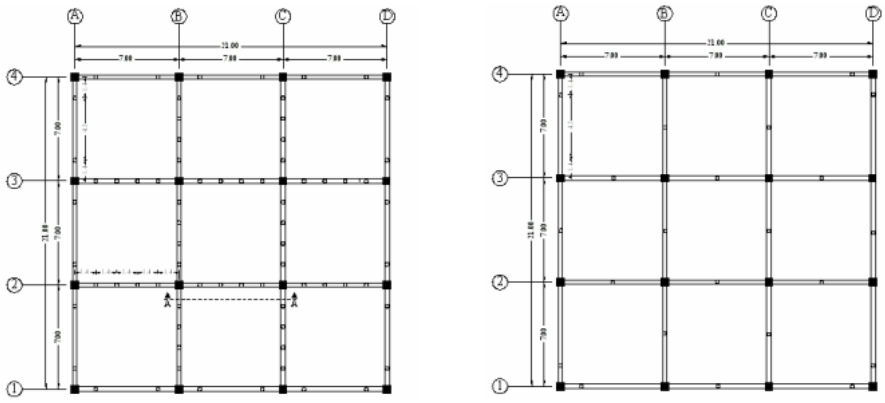
il valore di $\lambda = m_f * Y''_f / m_s * Y''_s = m_f * m_s * \cos\omega_f t \, / \omega_f^2 \qquad \omega_f^2 = K_f / \, m_f$

$Y''s = Sd(T) * \cos\omega_s t \;\; ; \; Y''_f = Sd(T) * \cos\omega_s t / \omega_f^2 * \cos\omega_f t$

Nota la rigidezza complessiva struttura +impalcato si ricava il periodo fondamentale $T = 2*\pi* \sqrt{[(m_f + m_s)/K]}$ *e quindi Sd(T)*

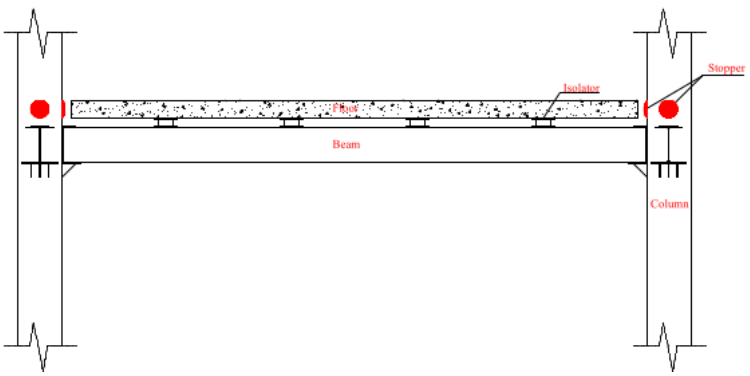


Le pratiche applicazioni riguardano edifici in acciaio isolati ad ogni impalcato mediante isolatori elastomerici



(a) case 1 (b) case 2

Figure 4. Isolators locations on beams for each story



8- Conclusioni

L'isolamento sismico degli edifici è una tecnica costruttiva ormai largamente diffusa in Italia , mediante la quale si possono realizzare nuove costruzioni in acciaio cemento armato muratura ed adeguare sismicamente edifici esistenti a costi ridotti. L'efficacia di un sistema di isolamento dipende dagli isolatori , ma soprattutto dai danni arrecati alla struttura sovrastante; è più semplice ed economico sostituire degli isolatori che riparare un edifici in cemento armato o muratura. Se confrontiamo la massa e la rigidezza della sottostruttura della sovrastruttura con gli isolatori ci accorgiamo che rappresentano dei collegamenti puntuali evidente punto di debolezza del nostro edificio per cui vanno progettati con la dovuta cautela anche perché le accelerazioni di picco durante un evento sismico sono molto elevate. Questi appunti rappresentano una composizione di vari articoli e pubblicazioni reperibili su internet integrati da mie considerazioni .Rappresentano un occasione di approfondimenti e di studio per l'autore che sia durante il percorso di studi universitario che nella attività professionale non ha mai avuto la possibilità di progettare un edificio isolato.

BIBLIOGRAFIA

Isolamento antisismico e dispositivi. Maurizio Cossato
Building with local isolations system
L'adeguamento sismico di edifici esistenti in c.a.
NTC 2018

Lo stato limite per sezioni in C.A.

1-Introduzione

2- I materiali calcestruzzo e acciaio

3- SLU per momento e sforzo normale NTC 2018

4- La verifica a fessurazione NTC 2018

5- SLU per momento e sforzo normale : σ-ε polinomiale

6- La verifica a fessurazione: σ-ε polinomiale

8- La verifica a flessione e pressoflessione deviata

9- La verifica a taglio

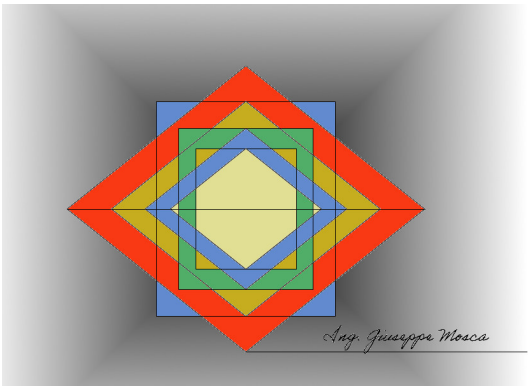
10- La verifica a torsione

11- Il calcolo delle frecce

12- La verifica delle sezioni di forma qualsiasi

13 - La statica grafica

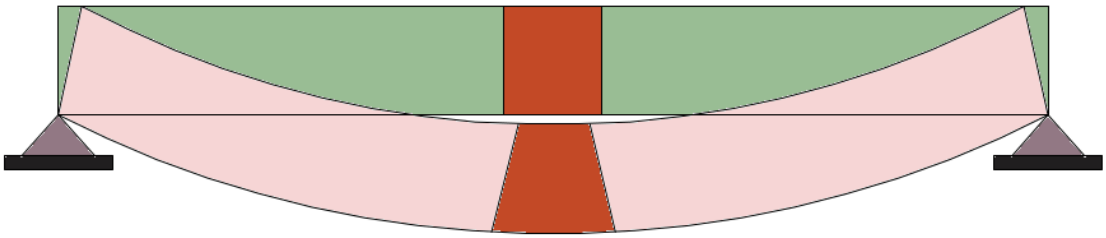
14- Conclusioni



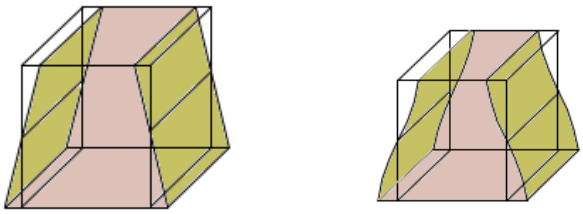
N.B. Mi scuso a priori di eventuali imprecisioni o errori che se segnalati contribuiscono al miglioramento degli appunti

1-Introduzione

Il progetto e verifica delle sezioni in cemento armato trova origine nella formulazione del de Saint Venant e nella formula di Navier applicata al calcestruzzo e alla gabbia-metallica di armatura , le ipotesi sono di perfetta aderenza tra acciaio e cls , $\varepsilon_c = \varepsilon_s$ *stesso coefficiente di dilatazione termica e che nella deformazione della trave le sezioni restino piane sena ingobbamenti tipici della torsione non uniforme . Le basi della teoria statica sul cemento armato sia alle tensioni ammissibili che allo Stato limite ultimo sono queste ovvero il principio di conservazione delle sezioni piane che illustriamo brevemente: la trave subisce una deformazione per effetto della flessione con fibre compresse superiori e fibre tese inferiori*



Il concio di trave subisce una deformazione e si ipotizza che la sezione trasversale nella sua deformazione resti piana ; potrebbe avere una deformazione con andamento parabolico o cubico $\varepsilon = f(E)$ *dove si tiene conto della variabilità del modulo elastico e anche della tensione*



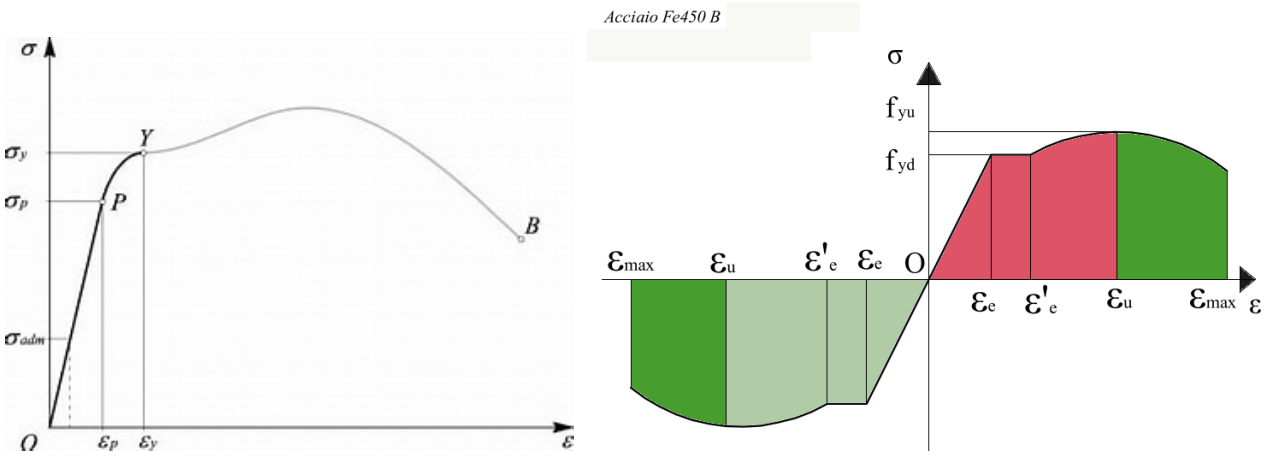
La statica del cemento armato è fondata su questo postulato dove sembra più opportuno una tensione parabolica o cubica anziché una deformazione curvilinea con tensione inversa. La verifica delle sezioni veniva eseguita anche graficamente facendo ricorso ai vettori e ai momenti statici ovvero la statica grafica tipica degli anni 30 quando ancora non si avevano a disposizione calcolatrici e determinare le radici di una equazione di III grado o di secondo grado per era molto complicato le verifiche venivano eseguite con carta e penna . L'avvento della informatica ha rivoluzionato il progetto e calcolo del cemento armato , si è in grado di eseguire la verifica di qualsiasi sezione qualunque soia la sua forma e disposizione delle armature facendo ricorso a modelli a fibre o discretizzazione mediante quadratini risolvendo gli integrali doppi come delle sommatorie, calcolando la trave i cementi armato no come un elemento monodimensionale ma tridimensionale discretizzato anche con metodi iterativi incrementali non lineari.

2-Diagrammi σ-ε dei materiali : rappresentazione polinomiale

La verifica delle sezioni è stata sempre eseguita nella ipotesi di comportamento elastico lineare o elastoplastico ideale , parabola rettangolo, sui vuole rimuovere tale ipotesi rappresentando la curva tensione deformazione con un polinomio cubico o di grado superiore.

Acciaio

Il diagramma tensione deformazione per l'acciaio risultato di una prova di trazione è ben noto , l'acciaio è un materiale isotropo che ha lo stesso comportamento sia a trazione che a compressione. Tale diagramma lo possiamo approssimare con un tratto lineare una fase plastica a tensione di snervamento costante e un tratto curvo.



Il modulo elastico dell'acciaio E_S = 206000 N/mmq , le deformazioni

$$\varepsilon_e = 391/206000 = 0{,}000189 \ ;$$

*Le **NTC 2018** per l'acciaio da cemento armato*

Tensione snervamento $f_{yd} = 450$ N/mmq
Tensione di rottura $f_{yr} = 540$ N/mmq
Allungamento a rottura $\varepsilon_{max} \geq 7{,}5\%$

Il coefficiente parziale per l'acciaio $\gamma_m = 1{,}15$

Per l'acciaio utilizziamo la seguente rappresentazione analitica

Lineare $\sigma = E^*\varepsilon$ $0 \leq \varepsilon \leq 0{,}00189$

Costante $\sigma = fyd = 391$ N/mmq $0{,}00189 \leq \varepsilon \leq 0{,}01$

Quadratica $\sigma = a_1^*\varepsilon_s^{\,2} + a_2^*\varepsilon_s + a_3$ $0{,}01 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_u$

Le costanti a_1 , a_2, a_3 *vanno determinate in funzione del diagramma ovvero di*

$$\varepsilon'_e = 0{,}01 \; ; \; \varepsilon_u = 0{,}02 \; ; \; f_{yr} = 540/1{,}15 = 470 \text{ N/mmq} \; ; \; f_{yd} = 391 \text{ N/mmq}$$

Per $\varepsilon'_e = 0{,}01$ $\quad 391 = a_1 * 0{,}01^2 + a_2 * 0{,}01 + a_3$

Per $\varepsilon'_u = 0{,}02$ $\quad 470 = a_1 * 0{,}02^2 + a_2 * 0{,}02 + a_3$

Per $\varepsilon'_u = 0{,}02$ $\quad d\sigma/d\varepsilon = 0 \quad 2 * a_1 * \varepsilon_s + a_2 = 0$;

La equazione la scriviamo per un arco di parabola e poi trasliamo il sistema di riferimento

$Y' = -a * X^2$ *per* $X = 0{,}01$ $Y' = (470-391) = 79$ $a = -790000$

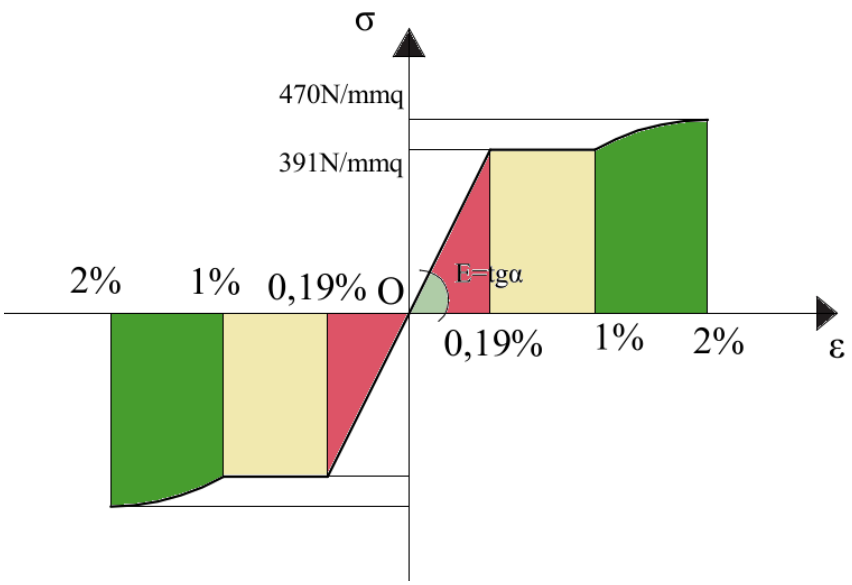
$Y' = (\sigma - 470)$; $X = (\varepsilon - 0{,}02)$; $(\sigma - 470) = -790000 * (\varepsilon - 0{,}02)^2$

$\sigma = -790000 * \varepsilon^2 + 31600 * \varepsilon + 470 - 316 = -790000 * \varepsilon^2 + 31600 * \varepsilon + 154$

Per $\varepsilon'_e = 0{,}01$ $\sigma = 391$ *N/mmq ; per* $\varepsilon'_u = 0{,}02$ $\sigma = 470$ *N/mmq ;*

La rappresentazione analitica del diagramma di calcolo per l'acciaio

Lineare	$\sigma = E * \varepsilon$ $E = 206000$ *N/mmq*	$0 \le \varepsilon \le 0{,}00189$
Costante	$\sigma = fyd = 391$ *N/mmq*	$0{,}00189 \le \varepsilon \le 0{,}01$
Quadratica	$\sigma = -790000 * \varepsilon^2 + 31600 * \varepsilon + 154$	$0{,}01 \le \varepsilon \le 0{,}02$



Calcestruzzo

Consideriamo il diagramma tensione deformazione riportato sull'eurocode 2 per la sola compressione

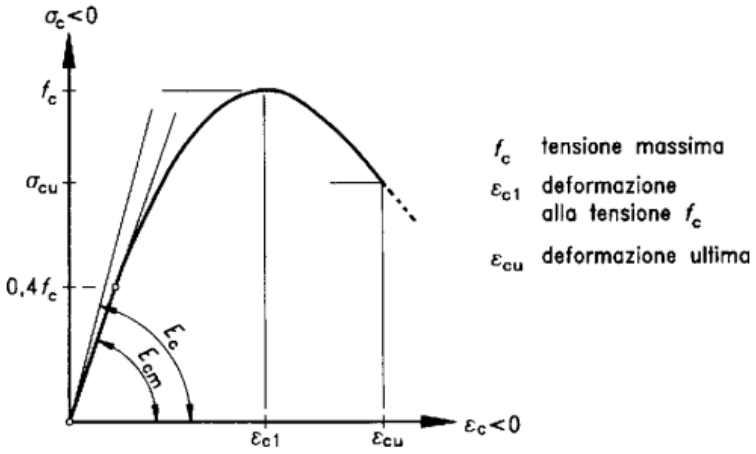


Fig. 3.1 – Diagramma tensioni-deformazioni per compressione monoassiale

Il diagramma come riportato in figura si compone di 3 tratti

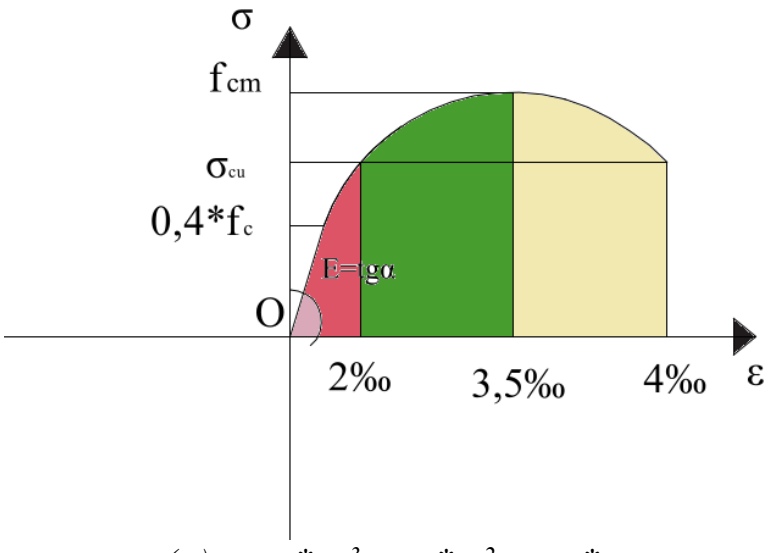
Rck 350 C35

Lineare $\sigma \leq 0{,}4 * f_{cm}$ $f_{ck} = 0{,}83*Rck$ $f_{cm} = f_{ck}+8 = 37\ N/mmq$

Cubico $0{,}4 * f_{cm} \leq \sigma \leq \sigma_{cu}$ $\sigma_{cu} = fck/1{,}5$

Cubico $\varepsilon_{c1} \leq \varepsilon_C \leq \varepsilon_{Cmax}$ $f_c = f_{cm}/1{,}5$

$\varepsilon_{c1} = 0{,}002$; $\varepsilon_{cu} = 0{,}0035$ $\varepsilon_{Cmax} = 0{,}004$



$\sigma(\varepsilon_s) = a_1*\varepsilon_C{}^3 + a_2*\varepsilon_C{}^2 + a_3*\varepsilon_C + a_4$

Lineare $\sigma = E^*\varepsilon_C$ $\sigma \leq 0{,}4^*f_{cm}/1{,}5$ $\varepsilon_C = 0{,}0002817$

$\sigma \leq 9{,}86$ *N/mmq* $E = 350000$ *daN/mmq*

Cubico $\sigma(\varepsilon_C) = a_1^*\varepsilon_C^3 + a_2^*\varepsilon_C^2 + a_3^*\varepsilon_C + a_4$

Le 4 costanti le ricaviamo dalle seguenti condizioni

$98{,}6 = a_1^*(0{,}0002817)^3 + a_2^*(0{,}0002817)^2 + a_3^*(0{,}0002817) + a_4$

$193{,}6 = a_1^*(0{,}002)^3 + a_2^*(0{,}002)^2 + a_3^*(0{,}002) + a_4$

$246{,}6 = a_1^*(0{,}0035)^3 + a_2^*(0{,}0035)^2 + a_3^*(0{,}0035) + a_4$

$193{,}6 = a_1^*(0{,}004)^3 + a_2^*(0{,}004)^2 + a_3^*(0{,}004) + a_4$

Il sistema lo risolviamo on line

$a_1 = -16622026177{,}93$; $a_2 = 87242582{,}02$; $a_3 = -58038{,}76$; $a_4 = 93{,}68$

$\sigma(\varepsilon) = -16622026177{,}93^*\varepsilon_C^3 + 87242582{,}02^*\varepsilon_C^2 - 58038{,}76\ a^*\varepsilon_C + 93{,}68$

3- Stato limite Ultimo per momento e sforzo normale

I primi elementi strutturali in cemento armato risalgono alla fine del 1800 e inizi 1900 realizzati Francia dove si ebbe la intuizione di far assorbire gli sforzi di trazione nel conglomerato ad armature metalliche ; la statica del cemento armato si fonda sulle ipotesi seguenti :

- Principio di conservazione delle sezioni piane
- Stesso coefficiente di dilatazione termica per acciaio e cls $\alpha = 0{,}00001$
- Aderenza perfetta tra barre di acciaio e cls senza scorrimenti relativi $\varepsilon_C = \varepsilon s$

Il calcolo progetto e verifica di sezioni in cemento armato per molti anni in Italia fino al 1996 con la introduzione del DM 16 gennaio è stato eseguito con il metodo alle tensioni ammissibili nella ipotesi di elasticità lineare, in questo paragrafo ci occuperemo della verifica di sezioni rettangolari e a T in cemento armato con il metodo agli stati limite ultimi come definite nelle NTC 2018 , per poi eseguire la verifica con formulazione cubica del diagramma tensioni deformazioni per il cls come da eurocode 2 e per l'acciaio come visto nel paragrafo 3. Il calcolo del momento di fessurazione per flessione e pressoflessione lo eseguiremo nella ipotesi di elasticità lineare e per formulazione cubica. Nell'ultimo paragrafo riporteremo le verifiche alle tensioni ammissibili attraverso la statica grafica come si facevano negli anni 60 prima dell'avvento delle macchine calcolatrici

Riportiamo i diagrammi dei materiali:
NTC 2018

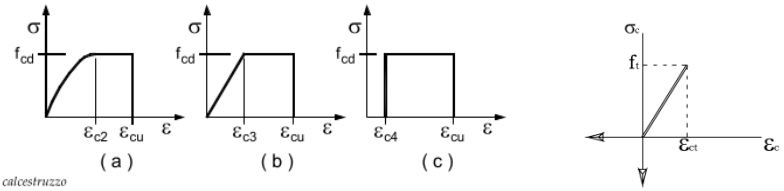


Fig. 4.1.1 – *Modelli σ-ε per il calcestruzzo*

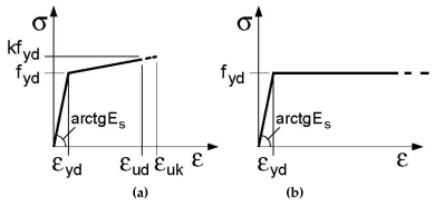
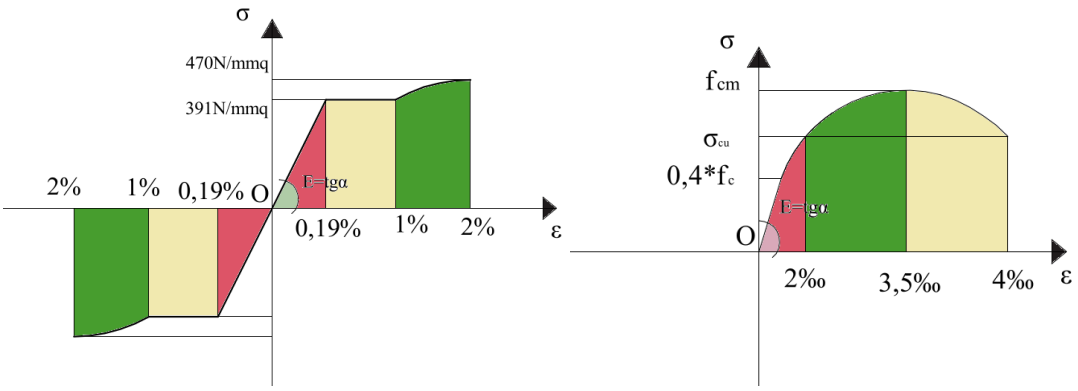


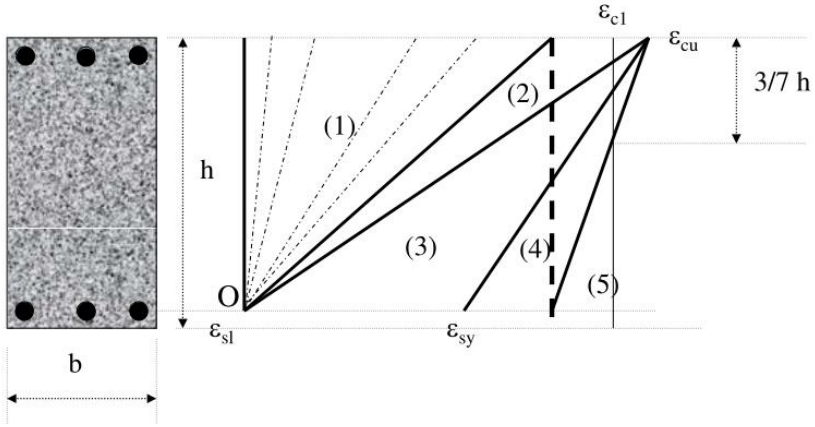
Fig. 4.1.3 – *Modelli σ-ε per l'acciaio*

Acciaio -cls , per la trazione comportamento lineare



Verifica SLU NTC 2018

Le verifiche allo stato limite ultimo per sezioni rettangolari in cemento armato sono essenzialmente a flessione e pressoflessione e sono comprese nelle regioni 2 , 3, 4 , per la tensoflessione , trazione e compressione si fa riferimento alle regione 1 e 5



Le verifiche sono molto semplici fondate al solito su due equazioini di equilibrerio per sollecitazioni semplici :

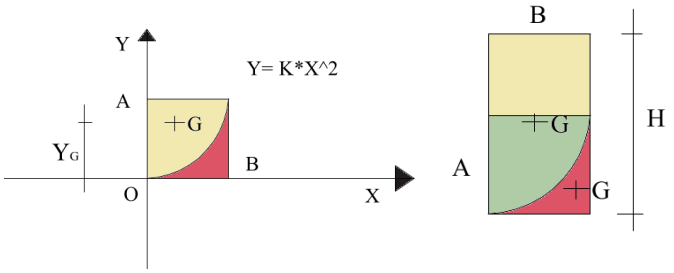
Traslazione $b*\int\sigma dy - \sum\sigma_s*A_{si} + \sum\sigma_s*A'_{si} = P$

Da questa equazione si ricava la posizione dell'asse neutro e il momento di rottura

della sezione rispetto al baricentro geometrico G

Rotazione $M_{RD}= b*\int\sigma*ydy + \sum\sigma_s*A_{si} *(H/2-c)+ \sum\sigma_s*A'_{si} (H/2-c)$

Il diagramma utilizzato per il cls è parabola rettangolo è opportuno fare delle considerazioni sull'area e baricentro.



L'area campita in rosso dell'arco sotteso dalla parabola $Y=k*x^2$

$\int k*x^2*dx = k*x^3/3 = A*B/3$; *superficie gialla* $S= 2AB/3$; $Y_G = 0,45A$

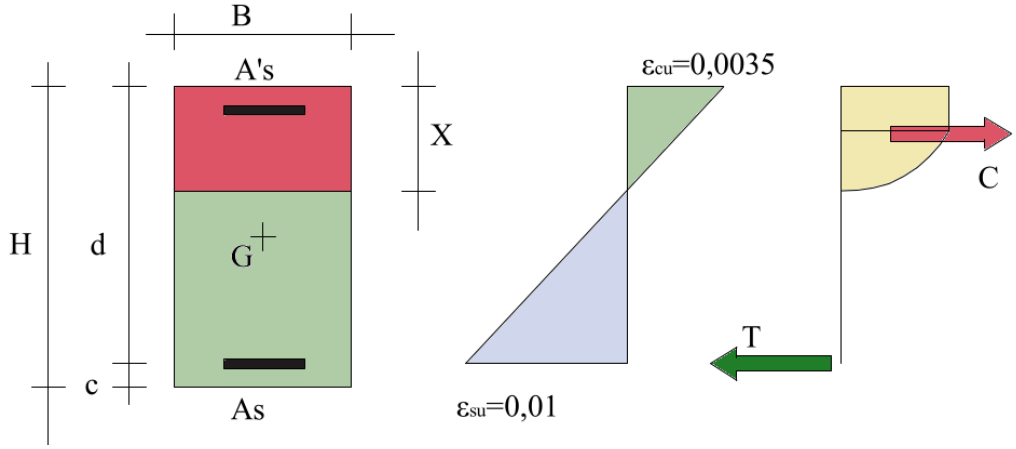
area parabola rettangolo $B*H-A*B/3$

Il baricentro $Y_G = \int k^2*x^4*dx$ */area* $= 3/5*A$ *area sottesa* $= AB/3$

$Y_G = (A*B*A/2- 3/5*A*AB/3)/(2/3*A*B) = A*(1/2-1/5)*3/2 = 0,45*A$

Verifica a flessione rottura bilanciata $x = 0,259*h$

Il metodo delle tensioni ammissibili era fondato sulla verifica puntuale delle tensioni di calcolo che dovevano essere nel rispetto della normativa inferiori alla tensione ammissibile utilizzato nella verifica allo stato limite di esercizio dove si confrontano le frecce le frequenze di vibrazione le tensioni la apertura delle fessure con valori ammissibili. Nella verifica allo stato limite ultimo la rottura si attinge per superamento della max deformazione nel cls pari a 0,0035 o nell'acciaio pari a 0,01 , la rottura bilanciata prevede per flessione e pressoflessione la max deformazione sia nell'acciaio teso che nella fibra superiore di cls secondo il diagramma riportato in figura.



Dalla similitudine tra triangoli $0,01/(d-x)= 0,0035/x$

$0,01*x = 0,0035*d-0,0035*x \quad ; \quad x = 0,0035/(0,01+0,0035)= 0,2593d$

Dal diagramma parabola rettangolo $0,002/m = 0,0035/0,2593d \quad m = 0,14817d$

La risultante degli sforzi di compressione per il cls

$C = 2/3*fcd *b*0,14817d + fcd *b*(0,2593-0,14817)*d = 0,20991*fcd *b*d$

Il coefficiente Ψ *tabellato* $\Psi= 0,8095 \quad C= \Psi*fcd*b*x$

Il momento dovuto alla sola compressione

$M_{CRD} = 2/3*fcd *b*(0,14817d)^2 *4/5+ fcd *b*0,11113*d^2*(0,2593-0,11113/2)=$

$= 0,03727*fcd*b*d^2$

La distanza del baricentro degli sforzi di compressione dall'asse neutro

$(1- \lambda)*x = 0,684x \qquad \lambda= 0,416$

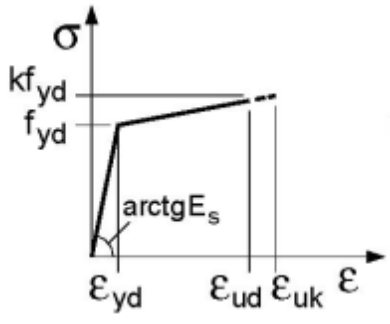
Il momento di rottura della sezione

$M_{RD} = 0,03727*fcd *b*d^2 + f_{yd} *A_s * (d-x) + f_{yd} *A'_s*(x-c) =$

$M_{RD} = 0,03727*fcd *b*d^2 +0,7407\, f_{yd}*A_s +0,2093\, f_{yd} *A'_s$

*Il copriferro 2 -3 cm pari a 0,05*d*

Per rottura bilanciata le armature sono entrambe snervate ; se utilizziamo il,diagramma tensione deformazione per l'acciaio bilineare con k pari al rapporto di sovraresistenza $k =(f_T/f_Y)= (540/450)=1,2\approx1,25$ *come da NTC*



La tensione di calcolo allo snervamento

f_{yd}= 450/1,15 = 391N/mmq $k*f_{yd}$= 488 ≈490N/mmq

La deformazione ε_{YD} = 0,00189 ; ε_{UD} = 0,01 ; ε_{UD} = 0,0125 = 1,25%

Per la armatura compressa E_{S2} = 12207 N/mmq .

La tensione $\sigma_S = f_{yd}+E_{S2}*(\varepsilon_S- 0,00189)$ $\varepsilon_S/(0,2093*d)= 0,0035/0,2593d$

ε_S=0,00282 $\sigma_S = f_{yd}+E_{S2}*(\varepsilon_S- 0,00189)$ = 402 N/mmq

$M_{RD} = 0,03727*fcd *b*d^2 +0,7407 f_{yd}*A_s +0,2093 *1,028*f_{yd} *A'_s$

In rottura bilanciata possiamo eseguire il progetto della sezione a flessione semplice determinando la altezza , e le armature in trazione e compressione

$M = M_O + \Delta M$; $d = r*\sqrt{M/b}$ $A_S = M_O /(0,9*d*k*f_{yd})$ armatura tesa

$\Delta M = A'_s*(d-c)$ Armatura tesa ($A_S +A'_s$) , Armatura compressa A'_s

Si esegue prima il progetto per sezione a semplice armatura per una aliquota del momento M pari a M_O =(50% -80%)M e poi si aggiunge armatura in trazione e compressione per il momento ΔM =(50% -20%)M
Per sezione a semplice armatura

$M = C*d' = T*d'$

dove d' braccio della coppia interna d'= d- 0,10786*d =0,9*d

$T = As*k*f_{yd}$; $A_S = M_O /(0,9*d*k*f_{yd})$

Per la compressione $C= \Psi*fcd*b*x$; Ψ= 0,8095

$M = 0,9*\Psi*fcd*b*0,2593*d^2$

La altezza utile della sezione $d = [M/(\Psi*fcd*b*0,2593*0,9)]^{1/2} = r*\sqrt{M/b}$

Dove $r = 1/[\Psi*fcd*0,2593*0,9]^{1/2}$ fcd = 0,85*0,83*rck/1,5

La resistenza caratteristica del cls C25/30; C30/35; C35/40; C40/45

Il primo valore corrisponde alla resistenza cubica fcd = 0,85*rck/1,5

Il secondo a quella cilindrica fcd = 0,85*0,83*rck/1,5 γ_C = 1,5 coefficiente parziale

Possiamo tabellare i valori di r in funzione di f_{cd} o utilizzare direttamente la formula

C	fcd	r
30	141	0,193
35	164	0,179
40	188	0,1678
45	212	0,158
50	235	0,150
55	259	0,142

*r = 1/[0,8095*141*0,2593*0,9]^(1/2) Per M = 800*5²/12 ≈1670 daN*m*

d = 0,193√(167000/20)= 17,63 cm ;*

Per la armatura in compressione se il momento di calcolo

*M = M_O + ΔM = 0,6*M +0,4*M = 16000 daN*m trave sezione 30x50 cm*

*As = 96000000/(0,9*391*1,25*470)= 464 mmq 3ϕ 14*
*A's = 64000000/(391*1,25*440)= 297 mmq = 2ϕ 14*

Armatura superiore 2ϕ 14 , Armatura inferiore 5ϕ 14

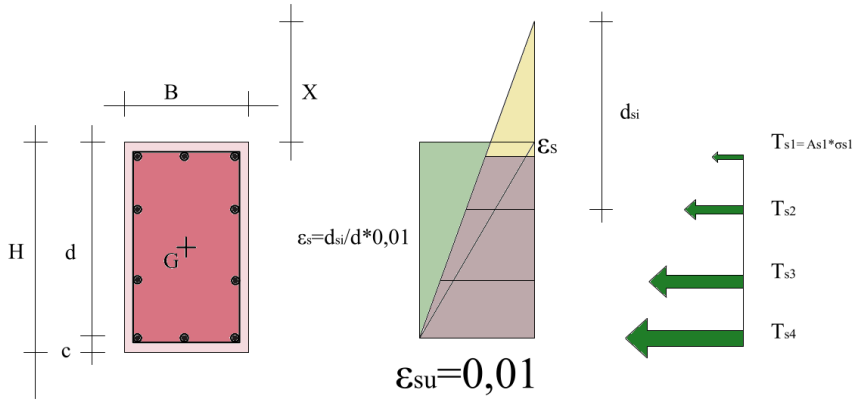
Eseguiamo le verifiche partendo dalla prima regione

Tensoflessione I regione

$\sum\sigma_{SI} * A_{SI} = T$ equilibrio traslazione $M_{RD} = \sum\sigma_{SI} * A_{SI} * d_{GI}$

Per trazione semplice la armatura metallica $A_S = T/(1,25 * f_{yd})$

$N_{RD} = A_S * 1,25 * f_{yd} \geq N_{SD}$



La rottura si attinge per max deformazione nell'acciaio al bordo inferiore ε_{su}=1 %

Per $\varepsilon_S \leq 0,001898$ $\sigma_{SI} = 206000 * \varepsilon_S$

$0{,}001898 < \varepsilon_S \leq 0{,}01 \qquad \sigma_S = f_{yd} + 12207*(\varepsilon_S - 0{,}00189)$

La equazione di equilibrio alla traslazione

$$\sum([206000*\varepsilon_{SI}*A_{SI} + (f_{yd} + 12207*(\varepsilon_{SI} - 0{,}00189)] = T \qquad (A)$$

La incognita è la deformazione dell'acciaio al bordo superiore ovvero la x

La deformazione nel livello di armatura i-mo $\varepsilon_{SI}/d_{SI} = 0{,}01/(d+c+x)$

$\varepsilon_{SI} = 0{,}01*d_{SI}/(d+c+x) = 0{,}01*(x+d_{GI})/(d+c+x) = \qquad d_{SI} = x+d_{GI}$

Nella equazione di primo grado (A) l'unica incognita è la x

$$\sum([206000*\ 0{,}01*(x+d_{GI})*A_{SI} + (f_{yd}*(d+c+x) + 12207*(0{,}01*(x+d_{GI}) - 0{,}00189)] =$$

$= T(d+c+x)$ *al solito* $0{,}00189/d_{SI} = 0{,}01/(d+c+x)$

$d_{SI} = (d+c+x)*0{,}189$ *I tentativo* $0 < x < 0{,}2d$

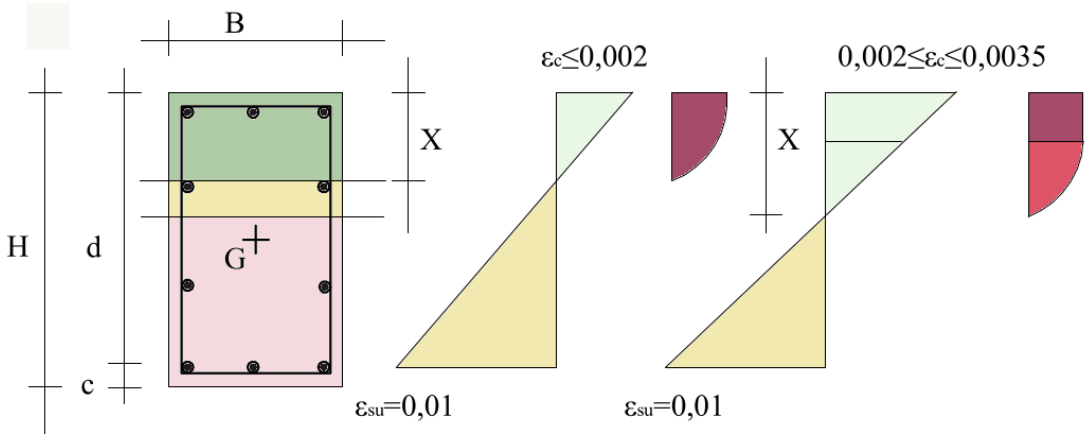
per $d_{SI} \geq (d+c+x)*0{,}189 \qquad \sigma_S = f_{yd} + 12207*(\varepsilon_S - 0{,}00189)$

$d_{SI} < (d+c+x)*0{,}189 \qquad \sigma_S = 206000*\varepsilon_S$

Nota la x il momento di rottura calcolato rispetto al baricentro G

$M_{RD} = \sum\sigma_{SI}*A_{SI}*d_{GI}$ *dove* d_{GI} *distanza dei tondini dalla fibra baricentrica*

Verifica a flessione II Regione



La rottura avviene sempre nell'acciaio teso per il quale $\varepsilon_S = 0{,}01$
La incognita è la x ovvero la profondità dell'asse neutro $\xi = x/d$

$\varepsilon_C/x = 0{,}01/(d-x)$; $\varepsilon_C = 0{,}01*x/(d-x)$; $\varepsilon_C = 0{,}01*\xi/(1-\xi)$;

$\varepsilon'_S = 0{,}01*(x-c)/(d-x) = 0{,}01*\xi/(1-\xi) - c/d*0{,}01/(1-\xi)$

$2/3*b*x*\sigma_c - 1{,}25*f_{yd}*A_S + E_S*\varepsilon_S*A'_S = 0$

$2/3*b*\xi*d*\sigma_c - 1{,}25*f_{yd}*A_S + A'_S*E_S*[0{,}01*\xi/(1-\xi) - c/d*0{,}01/(1-\xi)] = 0$

La tensione $\sigma_C = 1000*|\varepsilon_C|*(-250*\varepsilon_C + 1)*\alpha*f_{cd}$

$\sigma_C = 1000*|0{,}01*\xi/(1-\xi)|*[-250*0{,}01*\xi/(1-\xi) + 1]*\alpha*f_{cd}$

La equazione diventa

$2/3*b*\xi*d*1000*|0{,}01*\xi/(1-\xi)|*[-250*0{,}01*\xi/(1-\xi) + 1]*\alpha*f_{cd} +$

$-1{,}25*f_{yd}*A_S + A'_S*E_S*[0{,}01*\xi/(1-\xi) - c/d*0{,}01/(1-\xi)] = 0$

La unica incognita è ξ e la equazione è di facile soluzione $x = \xi*d$

Se $\varepsilon_C = 0{,}01*\xi/(1-\xi) \leq 0{,}002$ la soluzione è esatta si può calcolare M_{RD}

Se invece $\varepsilon_C = 0{,}01*\xi/(1-\xi) > 0{,}002$ si risolve un altra equazione con diagramma delle tensioni parabola rettangolo e incognita sempre ξ

$0{,}002/m = 0{,}01/(d-x)$ $x = \xi*d$

$C = 2/3*fcd*b*0{,}14817*\xi*d + f_{CD}*b*[\xi*d - 0{,}2*(d-\xi*d)]$

L'equilibrio alla traslazione delle tensioni normali $C + T = 0$

Per $\varepsilon_C > 0{,}002$ $\varepsilon'_S = 0{,}01*\xi/(1-\xi) - c/d*0{,}01/(1-\xi) > 0{,}00189$

$2/3*fcd*b*0{,}14817*\xi d + f_{CD}*b*[\xi d - 0{,}2*(d-\xi d)] +$

$-1{,}25*f_{yd}*A_S + \{f_{yd} + 12207*[(0{,}01*\xi/(1-\xi) - c/d*0{,}01/(1-\xi)) - 0{,}00189]\}*A'_S = 0$

La incognita è sempre $\xi = x/d$, la equazione può essere risolta co software di matematica

Il momento ultimo M_{RD} della sezione per flessione rispetto all'asse neutro

$M_{RD} = C*d_C + T*d_T + C'*d'_T$

Distanza baricentro armatura tesa dall'asse neutro $d_T = d-x = d*(1-\xi)$

Distanza baricentro armatura compressa dall'asse neutro $d'_T = x-c = \xi*d - c$

Distanza baricentro tensioni normali di compressione dall'asse neutro

$d_C = 0{,}45*\xi*d$ *se* $\varepsilon_C \leq 0{,}002$ *viceversa se* $\varepsilon_C > 0{,}002$ $C*d_C = C*d_{C1} + C*d_{C2}$

dove $d_{C1} = 0{,}45*0{,}14817*\xi*d = 0{,}06667*\xi\, d$ $d_{C2} = 0{,}64817\xi\, d$

se $\varepsilon_C \leq 0{,}002$

$M_{RD} = 2/3*b*\xi*d*1000*|0{,}01*\xi/(1-\xi)|*[-250*0{,}01*\xi/(1-\xi)+1]*\alpha*f_{cd}*0{,}45*\xi*d$

$+1{,}25*f_{yd}*A_S*d*(1-\xi) + A'_S*E_S*[0{,}01*\xi/(1-\xi) - c/d*0{,}01/(1-\xi)]*(\xi d - c)$

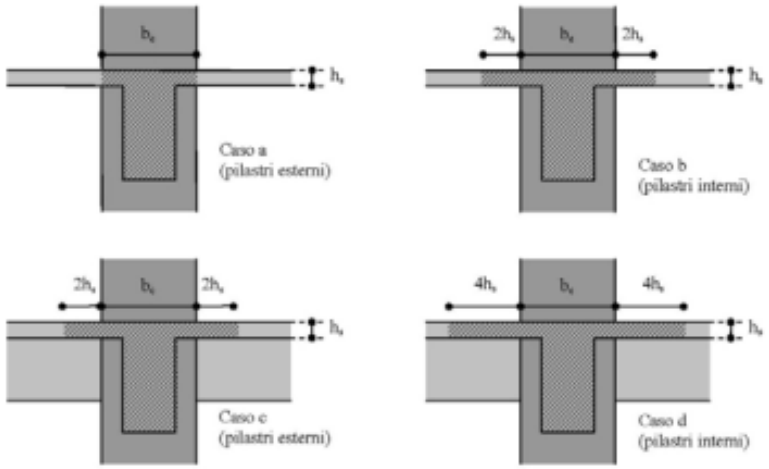
se $\varepsilon_C > 0{,}002$

$M_{RD} = 2/3*fcd*b*0{,}14817*\xi*d*0{,}06667*\xi\, d + f_{CD}*b*[\xi*d - 0{,}2*(d-\xi*d)]*0{,}64817\xi\, d$

$+1{,}25 f_{yd}*A_S*d(1-\xi) + \{f_{yd} + 12207[(0{,}01*\xi/(1-\xi) - c/d*0{,}01/(1-\xi)) - 0{,}00189]\}*A'_S*(\xi d - c)$

Progetto e verifica flessione sezione a T

Nelle strutture di edifici in cemento armato si utilizzano sempre sezioni rettangolari occasionalmente si utilizzano sezione a T , in generale per travi rettangolari con soletta di solaio collaborante; come al solito per il progetto e la verifica determiniamo la altezza e le armature metalliche nella ipotesi di rottura bilanciata. Le NTC 2018 per la flessione prescrivono per la larghezza collaborante di solaio

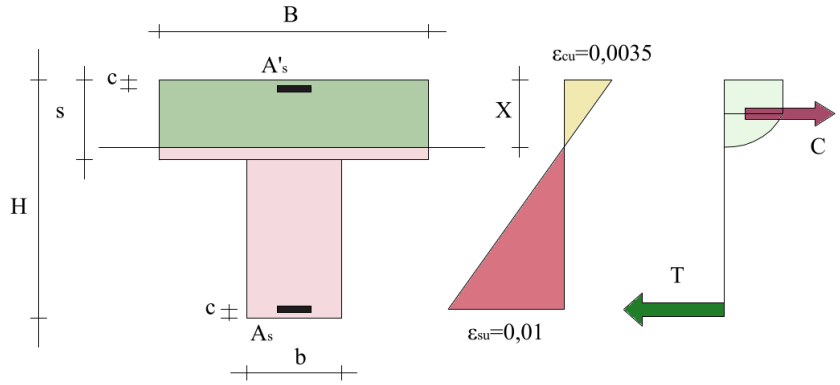


- due volte l'altezza della soletta da ciascun lato, nel caso di travi confluenti in pilastri interni ; $B = b + 2*h$

- due o quattro volte l'altezza della soletta da ciascun lato in cui è presente una trave trasversale di altezza simile, nel caso di travi confluenti rispettivamente in pilastri esterni o interni . $B = b + (2 \div 4)*h$

Nel caso di travi perimetrali si considera unicamente la soletta collaborante dal lato interno; in tal caso si ha una sezione ad L sollecitata a flessione deviata .
La altezza del solaio è di solito 25 cm , la base inferiore della trave 30 cm volendo eseguire la progettazione nella ipotesi di rottura bilanciata l'asse neutro deve tagliare b la soletta altrimenti la altezza della trave sarebbe eccessiva

$x = 0{,}2593*h$ $h = 25/0{,}2593 = 96$ cm $x < 25$ cm



Il progetto della sezione lo si esegue con le stesse formule utilizzate per la sezione rettangolare

$M = M_O + \Delta M$; $d = r*\sqrt{M/b}$ $A_S = M_O/(0{,}9*d*k*f_{yd})$ *armatura tesa*

$\Delta M = A'_s*(d-c)$ *Armatura tesa* $(A_S + A'_s)$ *, Armatura compressa* A'_s

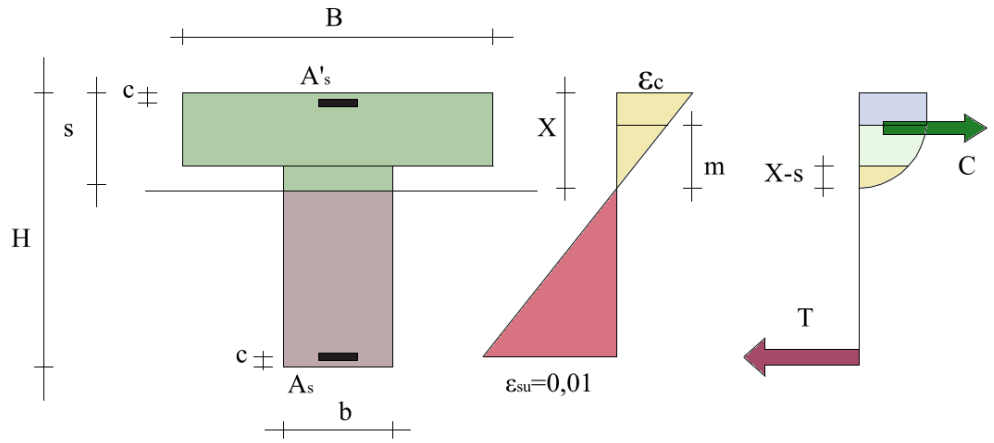
$f_{cd} = 0{,}85*0{,}83*rck/\gamma_C$ $\gamma_C = 1{,}5$ $r = 1/[\Psi*fcd*0{,}2593*0{,}9]^{1/2}$

Si esegue prima il progetto per sezione a semplice armatura per una aliquota del momento M pari a $M_O = (50\% - 80\%)M$ *e poi si aggiunge armatura in trazione e compressione per il momento* $\Delta M = (50\% - 20\%)M$

C	fcd	r
30	141	0,193
35	164	0,179
40	188	0,1678
45	212	0,158
50	235	0,150
55	259	0,142

$r = 1/[0.8095*fcd*0.2593*0.9]^{1/2}$

Il progetto per flessione deviata di una sezione a T è semplice in analogia alla sezione rettangolare si determina il momento di rottura quando l'asse neutro taglia la soletta. Per asse neutro $x > s$



La risultante degli sforzi di compressione nel cls

$C = C_1 + C_2 + C_3 = B*f_{cd}*(s-m) + 2/3*b*\sigma_c(\varepsilon_{c1})*(x-s) +$
$+\{B*fcd*[m-(x-s)] + b*fcd*(x-s)\} - \{1/3*B*fcd*[m-(x-s)] - 1/3*b*\sigma_c(\varepsilon_{c1})*(x-s)\}$

Le deformazioni nel cls $\varepsilon_{C1}/(x-s) = 0,01/(d-x)$; $\varepsilon_{C1} = 0,01*(x-s)/(d-x)$

$0,002/m = 0,01/(d-x)$; $m = 0,2*d*(\xi-1)$ *al solito per* $x = \xi*d$

$\varepsilon_C = 0,01*x/(d-x)$; $\varepsilon_C = 0,01*\xi/(1-\xi)$; $\varepsilon'_S = 0,01*(x-c)/(d-x) > 0,001898$

La equazione di equilibrio alla traslazione orizzontale

$B*f_{cd}*(s-m) + 2/3*b*\sigma_c(\varepsilon_{c1})*(\xi*d-s) + \{B*fcd*[m-(\xi*d-s)] + b*fcd*(\xi*d-s)\} +$
$-\{1/3*B*fcd*[m-(\xi*d-s)] - 1/3*b*\sigma_c(\varepsilon_{c1})*(\xi*d-s)\} - 1,25*f_{yd}*A_S$
$+\{f_{yd} + 12207*[(0,01*\xi/(1-\xi) - c/d*0,01/(1-\xi)) - 0,00189]\}*A'_S = 0$

$\sigma_C = 1000*|\varepsilon_C|*(-250*\varepsilon_C+1)*\alpha*f_{cd}$ $\varepsilon_{C1} = 0,01*(\xi-s/d)/(1-\xi)$

$\sigma_c(\varepsilon_{c1}) = 1000*|0,01*(\xi-s/d)/(1-\xi)|*(-250*0,01*(\xi-s/d)/(1-\xi)+1)*\alpha*f_{cd}$

Ricavato dalla equazione ξ *e quindi* $x = \xi*d$ *possiamo determinare il momento di rottura . E' evidente che la altezza utile della trave d > 100 cm , 120-150 cm cm soletta avente uno spessore di circa 20 cm poiché*

$\varepsilon_C < 0,0035$ $d > 20/0,2593 \approx 80$ *cm*

Il Momento M_{RD} *per la sezione a T calcolato rispetto all'asse neutro*

$M_{RD} = C*d_C + T*d_T + T'*d_T$

$T = 1,25*f_{yd}*A_S$; $d_T = d(1-\xi)$; *copriferro* $c = d*3\% = 0,03d$

$T' = \{f_{yd} + 12207*[(0,01*\xi/(1-\xi) - c/d*0,01/(1-\xi)) - 0,00189]\}*A'_S$ $d_T = d*(\xi-0,03)$

$C=B*f_{cd}*(s-m) + 2/3*b*\sigma_c(\varepsilon_{c1})*(\xi*d -s)+\{B*fcd*[m-(\xi*d -s)] +b*fcd*(\xi*d -s)\}+$
$-\{1/3*B*fcd*[m-(\xi*d -s)]-1/3*b*\sigma_c(\varepsilon_{c1})*(\xi*d -s)\}$

$C*d_C= C_1*d_{C1}+C_2*d_{C2}+C_3*d_{C3}$ $C_1=Bf_{cd}*(s-m)$; $d_{C1}=[\xi d -(s-m)]$;

$C_2=\{Bfcd*[m-(\xi d-s)]+bfcd*(\xi d -s)\}-\{1/3Bfcd*[m-(\xi d -s)]-1/3b*\sigma_c(\varepsilon_{c1})*(\xi d -s)\}$

$d_{C2}=\{Bfcd*0,5*[m-(\xi d-s)]^2+bfcd*0,5*(\xi d-s)^2\}-\{1/3Bfcd*0,6*[m-(\xi d -s)]^2-1/3b*\sigma_c(\varepsilon_{c1})*0,6(\xi d -s)^2\}/$
$/\{Bfcd*[m-(\xi d-s)]+bfcd*(\xi d -s)\}-\{1/3Bfcd*[m-(\xi d -s)]-1/3b*\sigma_c(\varepsilon_{c1})*(\xi d -s)\}$

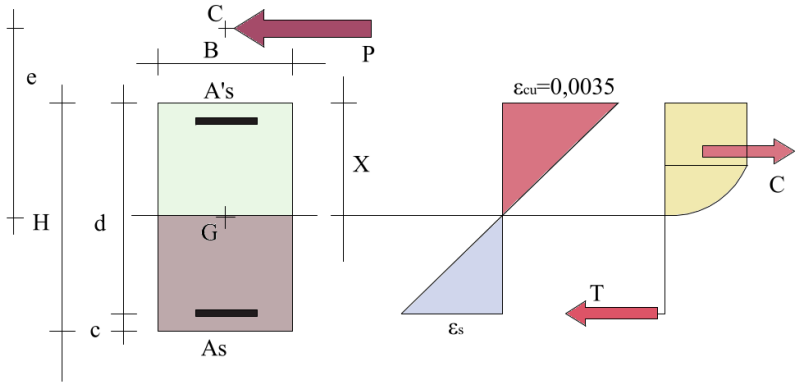
$C_3=2/3*b*\sigma_c(\varepsilon_{c1})*(\xi d-s);$ $d_{C3}=0,45(\xi d-s);$

La determinazione del momento ultimo della sezione a T per flessione retta la si esegue con software inutile addentrarci in calcoli neanche complessi ma assurdi con la calcolatrice più razionale implementare un software in visual basic.

III regione Pressoflessione

La sezione usuale per elementi strutturali in cemento armato sollecitati a pressoflessione quali pilastri è rettangolare , quadrata , la sezione circolare per porticati o per ambienti molto ampi quali sale conferenze , ristoranti hall di ingresso ect . Eseguiremo sia il progetto che la verifica di pilastri rettangolari determinano, la altezza e le armature , mente per la sezione circolare il diametro e la armatura distribuita.

Progetto a pressoflessione sezione rettangolare .



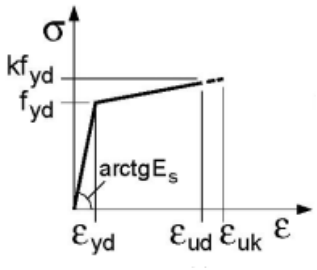
La rottura per pressoflessione avviene sempre nelle terza e quarta regione per i,m raggiugimento della max deformazione del cls compresso pari a 0,0035 ; La armatura è simmetrica ovvero As= A's , per un valore della deformazione dell'acciaio teso compreso tra 0,01 ÷ 0,00198, $\varepsilon_S = 0,0065$; $\varepsilon_S/(d-x) = \varepsilon_C/x$; $x=\xi*d$; $\xi= 0,35d$

Il progetto della sezione lo eseguiamo facendo assorbire il momento flettente alla armatura ,metallica e lo sforzo normale di compressione al cls. Nella ipotesi di comportamento elasto plastico ideale per l'acciaio

$\Psi*fcd*0{,}35d*b = P \quad ; \quad d = P/(\Psi*fcd*0{,}35*b) \qquad \Psi = 0{,}8095$

$As = A's = M/[fyd*(H-2c)]$

Utilizzando il rapporto di sovraresistenza per l'acciaio ovvero diagramma



Dobbiamo determinare $\varepsilon'_S = 0{,}0065 \; ; \; \varepsilon_S/(d-x) = \varepsilon'_S/(x-c) \; ;$

$\varepsilon_S/(d-0{,}35d) = \varepsilon'_S/(0{,}35d-0{,}025d) \; ; \qquad \varepsilon'_S = 0{,}5*\varepsilon_S = 0{,}00325$

La tensione $\sigma_S = f_{yd}+E_{S2}*(\varepsilon_S - 0{,}00189) \; ; \quad \sigma'_S = f_{yd}+E_{S2}*(0{,}5*\varepsilon_S - 0{,}00189) \; ;$
Il momento $M_O \quad As = A's = M_O/[\sigma'_S*(H-2c)] \; ; \quad M_O + \Delta M$

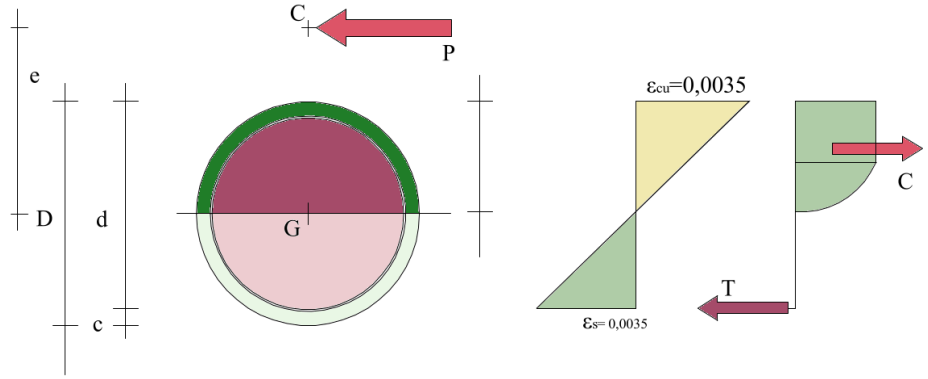
La altezza della sezione $d_O - \Delta d \; ;$

$d_O = P/(\Psi*fcd*0{,}35*b) \qquad \Delta d = [E_{S2}*(0{,}5*\varepsilon_S - 0{,}00189)]/(\Psi*fcd*0{,}35*b)$

$\Delta M = [E_{S2}*(0{,}5*\varepsilon_S - 0{,}00189)]*[(H/2-c)-0{,}45*(d_O - \Delta d)]$

Il progetto della sezione circolare

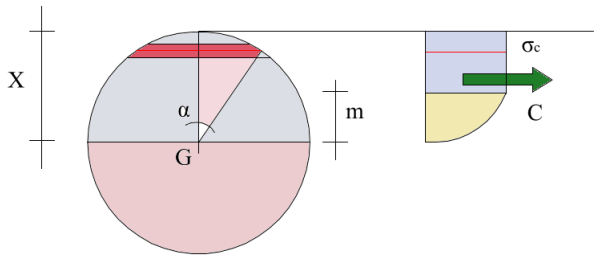
Il progetto della sezione circolare lo possiamo eseguire rapidamente e con formule semplici se ipotizziamo che la deformazione al lembo compresso sia uguale a quella al lembo teso ovvero che $x = \xi*d = R$ *e* $\varepsilon_c = \varepsilon_s = 0{,}0035$
Ipotesi accettabile per la pressoflessione e per valori elevati dello sforzo normale P



L'equilibrio alla traslazione delle tensioni normali :
$C+C'-T = P$ *nella ipotesi di uguale deformazione* $C = P$ *poichè* $C'-T = 0$

La risultante della compressione nel cls la calcoliamo con il teorema di guldino

$C = \Omega * fcd * \pi * R^2/2$ dove $\Omega = \int \sigma dA / fcd * \pi * R^2/2$



$0,002/m = 0,0035/R \quad m = 0,5714 * R$

$C = fcd * R * (1 - 0,5714) * \pi R (1 - 0,5714)/2 + 2/3 * fcd * 0,5714 * R * 0,45 * 0,5714 * \pi R =$

$= 0,2143\, fcd * \pi R^2 + 0,0979\, fcd * \pi * R^2 = 0,3122 * fcd * \pi * R^2 \quad \Omega = 0,6244$

La altezza utile ovvero il raggio R del pilastro

$R = [P/(0,3122 * fcd * \pi)]^{1/2}$

La armatura per unità di lunghezza ovvero a cm $a_s = A_S/[2 * \pi * (R-c)]$

$M = a_s * \sigma_{MC} * \pi * (R-c) * d'c + a_s * \sigma_{MT} * \pi * (R-c) * dt$ *risulta*

$d'c = dt$; *distanza risultante sforzi di trazione dal centro del pilastro*
$\sigma_{MC} = \sigma_{MT}$ *valore medio della tensione armatura* $\sigma_{MC} = \int \sigma(\varepsilon) ds / [\pi (R-c)]$

$ds = r * d\alpha \qquad \sigma_{MC} = R * \int \sigma(\varepsilon) d\alpha / [\pi (R-c)]$

la tensione nell'acciaio

$\sigma(\varepsilon) = f_{yd} + E_{S2} * (\varepsilon_S - 0,00189)$; *per* $\varepsilon_S > 0,00189$

$\sigma(\varepsilon) = E_S * \varepsilon_S$ *per* $\varepsilon_S \leq 0,00189$

$\varepsilon'_S(y) = y * 0,0035/R$; $\varepsilon_S(y) = y * 0,0035/R$; a_s *area di ferro a cm lineare*

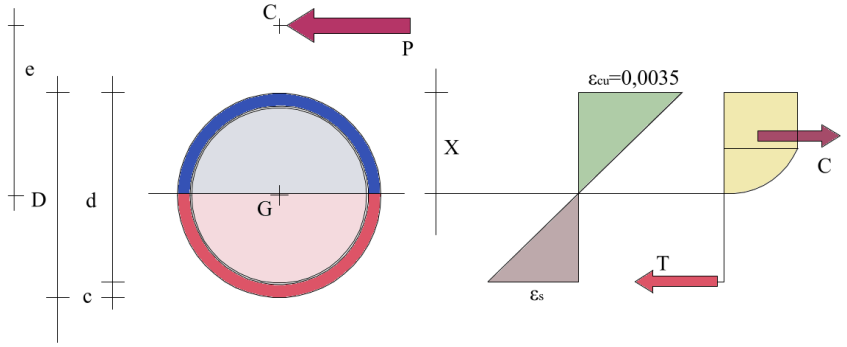
La area di ferro linearizzata $a_s = M/[2(\sigma_{MC} * \pi * (R-c) * d_T)]$

Il numero di barre $n = a_s * 2\pi * (R-c)/$ *area tondino* *area tondino* $= \pi * \phi^2/4$
Con l'ausilio di un software implementando gli integrali il progetto della sezione può essere eseguito all'interno della III regione determinando $R_O - \Delta R$ *tenendo conto della differenza tra lo sforzo di trazione e compressione nella armatura; è complicato*

risolvere l' integrale doppio per il volume delle tensioni e l'integrale curvilineo per le armature. La risoluzione degli integrali è utile per la verifica di sezioni di forma qualsiasi senza utilizzare tabelle obsolete e metodi iterativi umilianti per gli studenti (sezione rettangolare), facendo ricorso a programmi di analisi matematica free reperibili on-line.

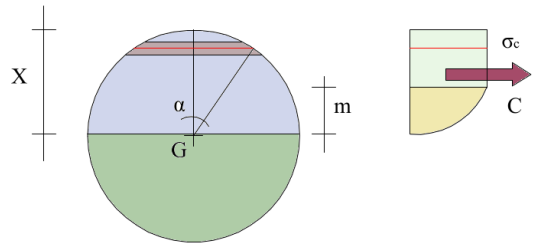
Verifica pilastro circolare a pressoflessione M e P

*La rottura di un elemento strutturale sollecitato a pressoflesione avviene sempre per compressione ovvero max deformazione nel cls , per momenti flettenti ovvero eccentrricità esterne al nocciolo centrale di inerzia della sezione e comunque dell'ordine di grandezza delle dimensioni della sezione la rottura avviene nella terza regione delimitata dalla profondità X=0,2593*d corrispondente alla rottura bilanciata e la profondità X=0,648*d corrispondente allo snervamento dell'armatura tesa $\varepsilon_S > 0{,}00189$ Definiamo una area di ferro a cm lineare $a_s = A_S/[\pi*(D-2c)]$, la verifica la eseguiamo con diagramma delle tensioni parabola rettangolo e profondità asse neutro x =*



$C = \int \sigma dA$ *dove* $dA = D(y)*dydx$ $D(y) = 2*D*\sin\alpha$

$Y = D*\cos\alpha$ $dy = D*\sin\alpha d\alpha$ $C = -\int 2*D^2*\sin\alpha^2\ \sigma(y)dxd\alpha$



L'integrale va suddiviso in due $0{,}0035/x = 0{,}002/m$ $m = 0{,}5714*\xi d$

$C = -\int 2*D^2*\sin\alpha^2\ \sigma(y)dxd\alpha = -f_{cd}*2D^2*\int \sin\alpha^2\ dxd\alpha - 2D^2\int \sin\alpha^2\ \sigma(y)dxd\alpha$

dominio di integrazione

$0 \le y \le \xi * d \quad 0 \le \alpha \le \arccos[(R-\xi d)R] \qquad R*(1-\cos\alpha) = \xi d \quad \cos\alpha = (R-\xi d)R$

dalla risoluzione dell'integrale doppio la risultante degli sforzi di compressione nel cls

$C = \Omega * fcd * [\alpha * R^2 - (R-\xi d) * R * \sin\alpha] \quad$ *dove* $\Omega = \int \sigma dA / \{fcd * [\alpha * R^2 - (R-\xi d) * R * \sin\alpha]\}$

Ω è il rapporto tra il volume delle tensioni di compressione e la parte di cilindro di altezza fcd definita dall'angolo $\alpha \quad V = \{fcd * [\alpha * R^2 - (R-\xi d) * R * \sin\alpha]\}$

l'equilibrio alla traslazione delle tensioni normali :

$$\Omega * fcd * [\alpha * R^2 - (R-\xi d) * R * \sin\alpha] + a'_s * \sigma(\varepsilon) * L_c - a_s * \sigma(\varepsilon) * L_T = P$$

la risultante delle tensoni di compressione nella armatura $a'_s * \sigma(\varepsilon) * L_c$ *in realtà*

$C' = \int a_s \sigma(\varepsilon) dL \quad$ *dove* $L_C = \alpha * D$ *lunghezza arco di armatura compressa*

$T = \int a_s \sigma(\varepsilon) dL \quad$ *dove* $L_T = (\pi - \alpha) D$ *lunghezza arco di armatura tesa*
la tensione nell'acciaio
$\sigma(\varepsilon) = f_{yd} + E_{S2} * (\varepsilon_S - 0{,}00189)$; *per* $\varepsilon_S > 0{,}00189$
$\sigma(\varepsilon) = E_S * \varepsilon_S$ *per* $\varepsilon_S \le 0{,}00189$
$\varepsilon'_S(y) = y * 0{,}0035 / \xi d$; $\varepsilon_S(y) = y * 0{,}0035 / \xi d$; a_s *area di ferro lineare*

Definendo una tensione media nella armatura tesa e compressa

$$\Omega * fcd * [\alpha * R^2 - (R-\xi d) * R * \sin\alpha] + a'_s * \sigma_{MC} * L_c - a_s * \sigma_{MT} * L_T = P$$

$\sigma_{MC} = \int \sigma(\varepsilon) dL / L_c \quad$ *valore medio della tensione armatura compressa*
$\sigma_{MT} = \int \sigma(\varepsilon) dL / L_T \quad$ *valore medio della tensione armatura tesa*

Possiamo risolvere la equazione

$\Omega * fcd * [\alpha * R^2 - (R-\xi d) * R * \sin\alpha] + a'_s * \sigma_{MC} * L_c - a_s * \sigma_{MT} * L_T = P$ *e determinare* $x = \xi d$

dal quale risalire al momento ultimo della sezione per pressoflessione calcolato rispetto al baricentro geometrico

$M_{RD} = C * d_C + C' * d'c + T * dt$

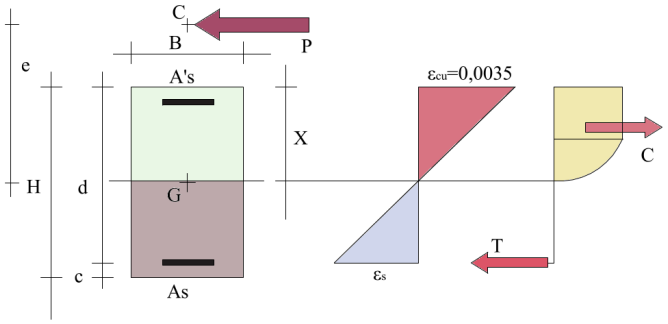
baricentro delle tensioni nel cls dal centro del cerchio $d_C = \int \sigma y dA / \int \sigma dA$
baricentro tensioni armatura compressa dal centro $d'_C = \int \sigma(\varepsilon) * y dL / \int \sigma(\varepsilon) dL$
baricentro tensioni armatura compressa dal centro $d'_T = \int \sigma(\varepsilon) * y dL / \int \sigma(\varepsilon) dL$

Il calcolo degli integrali va eseguito con l'ausilio di un software di analisi matemati-

ca , nella pratica professionale programmi free e commerciali consentono di eseguire la verifica senza problemi determinando anche il momento di rottura ; sono degli approfondimenti teorici molto distanti dalla pratica professionale noto lo sforzo normale e il momento flettente il dimensionamento del pilastro è immediato.

*P = 120000 daN ; M = 30000 DaN*m e = M/P = 25 cm D=70 cm ;*
As= 20ϕ16 ovvero 1ϕ16/10 cm in alternativa As= 12ϕ20 ovvero 1ϕ20/18 cm

$R = [P/(0{,}3122*fcd*\pi)]^{1/2}=27$ *cm ;* $a_s = M/[2(\sigma_{MC}*\pi*(R-c)*d_T)]$
La verifica a pressoflessione per sezione rettangolare nella III Regione



*La rottura per pressoflessione avviene sempre nelle terza regione per il raggiugimento della max deformazione del cls compresso pari a 0,0035; la armatura è simmetrica ovvero As= A's ; al solito la incognita è la x= ξ*d , la deformazione nell'acciaio teso è compresa tra 0,01 ÷ 0,00198,* $\varepsilon_S/(d-x) = \varepsilon_C/x$ *;* $x=\xi*d$ *;*

$$\varepsilon_S = 0{,}0035*(d-x)/x = 0{,}0035*(1-\xi^*)/\xi \;;\; \varepsilon'_S = 0{,}0035*(\xi d - c)/\xi d \quad \Psi = 0{,}8095$$

$$\Psi*f_{cd}*\xi d*b - A_S[f_{yd}+E_{S2}(0{,}0035(1-\xi)/\xi - 0{,}00189)] + A'_S[f_{yd}+E_{S2}(0{,}0035*(\xi d - c)/\xi d - 0{,}00189)] = P$$

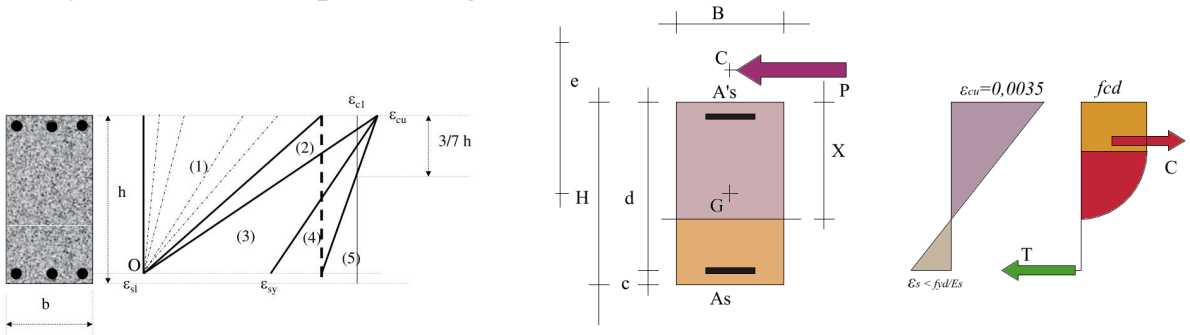
La incognita è ξ che può essere determinata facilmente attraverso la risoluzione della equazione di equilibrio alla traslazione delle tensioni normali

Il momento ultimo della sezione calcolato rispetto al baricentro geometrico

$$M_{RD} = \Psi*f_{cd}*(\xi d)^2*b + \{A_S[f_{yd}+E_{S2}(0{,}0035(1-\xi)/\xi - 0{,}00189)]$$

$$+A'_S[f_{yd}+E_{S2}(0{,}0035*(\xi d - c)/\xi d - 0{,}00189)]\} *(H/2-c)$$

Pressoflessione nella quarta regione



Nella quarta regione buona parte della sezione del pilastro è compressa l'acciaio in-zona tesa è in fase elastica con deformazione pari a $0 < \varepsilon_S \leq 0{,}00189$ *. La verifica a pressoflessione è immediata*

$$\Psi * fcd * \xi d * b - A_S * E_S * \varepsilon_S + A'_S * [f_{yd} + E_{S2} * (\varepsilon'_S - 0{,}00189)] = P$$

$$\varepsilon'_S = 0{,}0035 * (\xi d - c)/\xi d \qquad \Psi = 0{,}8095 \qquad \varepsilon_S = 0{,}0035 * (1 - \xi^*)/\xi$$

$$\Psi * fcd * \xi d * b - A_S * E_S * 0{,}0035 * (1 - \xi^*)/\xi + A'_S * [f_{yd} + E_{S2} * (0{,}0035 * (\xi d - c)/\xi d - 0{,}00189)] = P$$

Calcolata la incognita $x = \xi d$ *; il momento di rottura della sezione*

$$M_{RD} = \Psi f_{cd} * (\xi d)^2 * b + \{A_S E_S * [0{,}0035(1-\xi)/\xi] + A'_S [f_{yd} + E_{S2}(0{,}0035 * (\xi d - c)/\xi d - 0{,}00189)]\} * (H/2 - c)$$

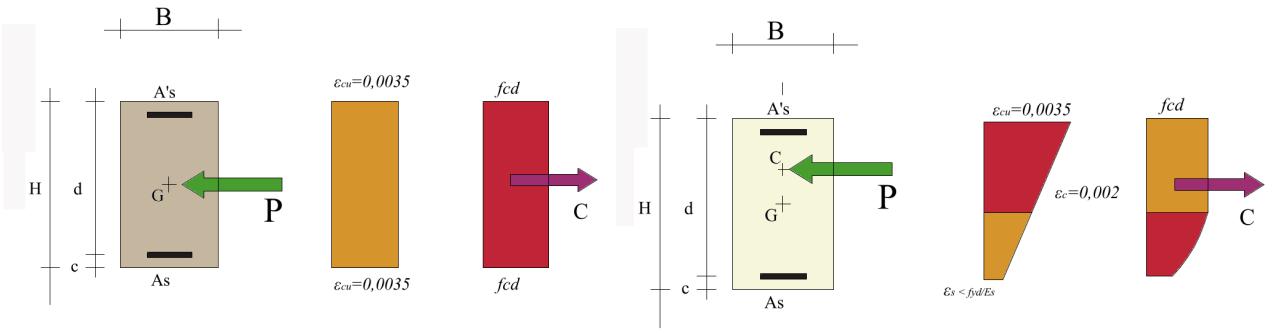
Pressoflessione:sezione interamente reagente

Se la sezione è sollecitata a compressione semplice centrata :

$$P_{RD} = fcd * d * b + A_s * [f_{yd} + E_{S2} * (0{,}0035 - 0{,}00189)] + A'_s * [f_{yd} + E_{S2} * (0{,}0035 - 0{,}00189)]$$

$$[f_{yd} + E_{S2} * (0{,}0035 - 0{,}00189)] = (f_{yd} + 20) = 1{,}05 * f_{yd}$$

$$P_{RD} = fcd * d * b + A_s * 1{,}05 * f_{yd} + A'_s * 1{,}05 * f_{yd} \leq P_{SD}$$



Se nella sezione vi è un momento flettente M tale da non parzializzare la sezione Le deformazioni nell'acciaio teso e compresso

$$\varepsilon_S = 0{,}0035 * \xi d/d \qquad \varepsilon'_S = 0{,}0035 * \xi d/(\xi d - c) \qquad x = \xi d \text{ ; con } \xi > 1$$

La equazione di equilibrio alla traslazione delle tensioni normali

$$\Psi * fcd * d * b + A_s * E_S * \varepsilon_S - A'_s * [f_{yd} + E_{S2} * (\varepsilon'_S - 0{,}00189)] = P$$

$$\Psi * fcd * d * b + A_s * E_S * 0{,}0035 * \xi d/d - A'_s * [f_{yd} + E_{S2} * (0{,}0035 * \xi d/(\xi d - c) - 0{,}00189)] = P$$

Ψ è un coefficiente pari a $\Psi=b*\int\sigma\, dy/(fcd*d*b)$

Rapporto tra l'area del diagramma delle tensioni normali e il rettangolo di lati d e fcd

$C=b*X*\alpha*fcd*[0,80953 -2/3*(1-H/X)]$

Il rapporto tra l'area parabola rettangolo e l'area rettangolare $\psi=0,80953$, *all'area degli sforzi di compressione va sottratta l'area marrone* $-2/3*(1-H/X)$
$\psi=0,80953- 2/3*(1-H/X)$ *Il momento di rottura della sezione rispetto al baricentro*

$M_{RD}=\Psi f_{cd}*d*b*(H/2-\lambda_G)+\{A_s*E_S*0,0035*\xi d-A'_s*[f_{yd}+E_{S2}*(0,0035*\xi d/(\xi d-c)-0,00189)]]\}*(H/2-c)$

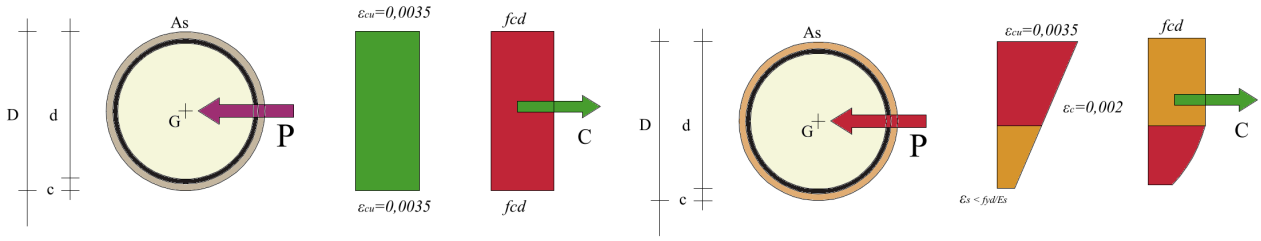
λ_G *distanza del punto di applicazione della risultante delle compressioni dal bordo superiore*

$$\lambda_G=b*\int\sigma*ydy/(fcd*d*b)$$

la distanza del punto di applicazione degli sforzi di compressione dal bordo superiore compresso

$\lambda_G=[0,3367*X^2-0,26733*(X-H)^2+2/3*(X-H)*H)]/[0,80953\ X -2/3*(X-H)]$

La verifica di un pilastro circolare a compressione semplice o il progetto della sezione



Se la sezione è sollecitata a compressione semplice centrata :

$P_{RD}= fcd*\pi*R^2 +2*\pi*R*a_s*1,05*f_{yd}$ *il rapporto di armatura* $\rho=2*\pi*R*a_s/\pi*R^2$

$[f_{yd}+E_{S2}*(0,0035- 0,00189)]= (f_{yd}+20) = 1,05*f_{yd}$ $0,005<\rho<0,015$

Se lo sforzo normale è eccentrico con $e \approx\leq H/6$ *con sezione interamente reagente*

Le deformazioni nell'acciaio teso e compresso

$$\varepsilon_S=0{,}0035*\xi d/d \qquad \varepsilon'_S=0{,}0035*\xi d/(\xi d-c) \qquad x=\xi d \ ; \text{ con } \quad \xi>1$$

La equazione di equilibrio alla traslazione delle tensioni normali

$$\Psi * fcd*\pi*R^2+\int\sigma_{S1}*a_s*dL \ +\int\sigma_{S2}*a_s*dL = P$$

$$\text{per } \quad \varepsilon_S \le 0{,}00189 = fyd/206000 \qquad \sigma_{S1}=A_s*E_S*0{,}0035*\xi d/d$$

$$\text{per } \quad \varepsilon_S > 0{,}00189 \qquad \sigma_{S2}=A'_s*[f_{yd}+E_{S2}*(0{,}0035*\xi d/(\xi d-c)- 0{,}00189)]$$

$$\Psi \text{ è un coefficiente pari a} \qquad \Psi=\int\sigma\, dA/(fcd*\pi*R^2)$$

Rapporto tra il volume delle tensioni normali e il volume del cilindro $V= fcd*\pi*R^2$
Gli estremi di integrazione dipendono per l 'acciaio dalla distanza s dal bordo più compresso $0{,}00198/s = 0{,}0035/\xi*D \qquad x = \xi*D \quad con \quad \xi>1 \quad s = 0{,}56567*\xi*D$

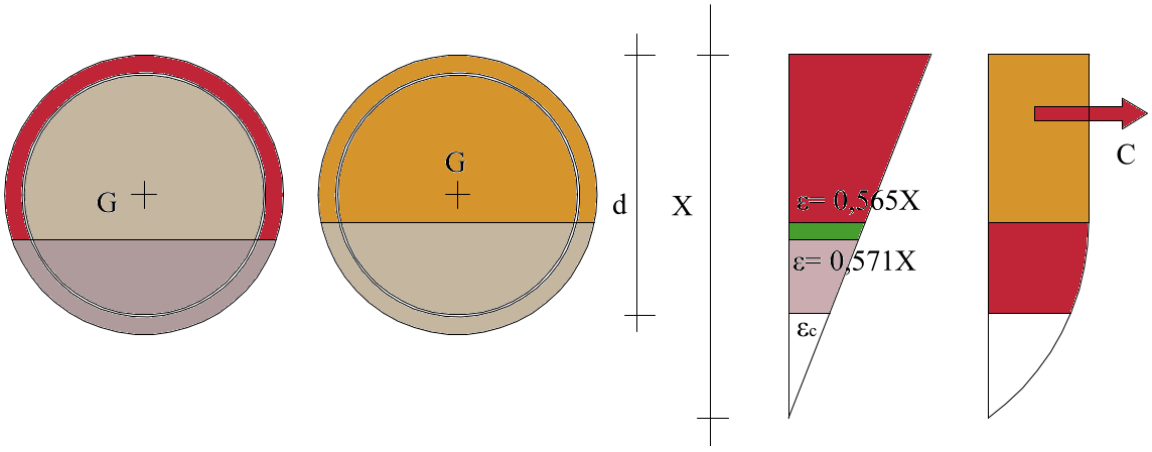
E per il cls dipendono dalla distanza m dal bordo più compresso

$$0{,}002/m = 0{,}0035/\xi*D \qquad x = \xi*D \quad con \quad \xi>1 \quad m = 0{,}5714*\xi*D$$

$$\Psi=[fcd*A_1+\int\sigma\, dA_2\,]/(fcd*\pi*R^2)$$

Le aree A_1 *e* A_2 *definiscono le due zone della sezione a tensione costante e variabile*

$$\sigma_C=1000*|\varepsilon_C|*(-250*\varepsilon_C+1)*\alpha*f_{cd} \qquad \varepsilon_C= y*0{,}0035/(\xi*D)$$



La area di un segmento circolare $A = 0{,}666*c*f$ *c corda f freccia*
La lunghezza di un arco circolare $L = R*\alpha \qquad \alpha =2\text{arctg}\,[2(f-R)/c]$

Il momento di rottura della sezione rispetto al baricentro

$M_{RD}=\Psi*fcd*\pi*R^2*(R-\lambda_G)+ [\int\sigma_{S1}*a_s*dL_1*\lambda_{S1}+\int\sigma_{S2}*a_s*dL_2*\lambda_{S2}$

λ_G *distanza del punto di applicazione della risultante delle compressioni dal bordo superiore*

$$\lambda_G=\int\sigma*ydA/(fcd*d*b)$$

la distanza del punto di applicazione degli sforzi di compressione dal bordo superiore compresso

λ_{S1} *e* λ_{S2} *rispettivamente le distanze*

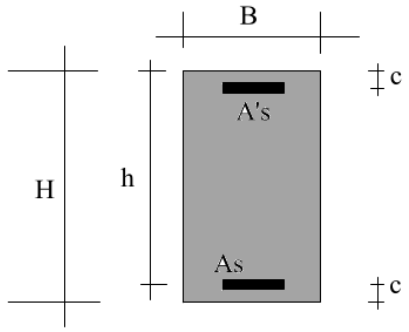
Il dominio di rottura

La costruzione del dominio di rottura la eseguiamo per 3 tipi di sezione sempre nella ipotesi di flessione e pressoflessione retta con sforzo normale P e momento flettente M .

-Rettangolare
-Circolare
-Sezione a T

-Sezione rettangolare

Costruiamo il dominio di rottura per una sezione in cemento armato a doppia armatura simmetrica $A_S = A'_S$ *;*



per la costruzione del dominio di rottura si considerano dei punti significativi , immediati sono quelli relativi alla trazione semplice e compressione semplice

$T = 1{,}25*f_{YD}*A_S$ *;* $N = B*H*\alpha*f_{cd} + 1{,}05*f_{YD}*A_S$ *sull'asse delle ascisse*
Si potrebbero definire i punti relativi alle varie regioni per
$X = 0{,}259*h$ *;* $X = 0{,}648*H$ *, ed il punto al quale corrisponde il max momento*

Punto 1
$P = \alpha*fcd*b*0{,}259*h* 0{,}80953$ *;* $\varepsilon'_S/(0{,}259*d-c)= 0{,}01/(d-0{,}259d)$

$M = \alpha*fcd*b*0,259*h* 0,80953 *(H/2-0,416*0,259*h) +1,25*f_{YD}*A_S *(H/2-c) +$

$A_S *1,03*f_{yd}*(H/2-c)$; $c = 0,05*d$

$\varepsilon'_S/(0,259*d-c)= 0,01/(d-0,259d)$; $\varepsilon'_S =0,0028$ $[f_{yd}+E_{S2}*(\varepsilon'_S- 0,00189)]=402$

Punto 2

$P = \alpha*fcd*b*0,648*h* 0,80953$;

$M = \alpha*fcd*b*0,648*h* 0,80953 *(H/2-0,416*0,259*h) +$

$+f_{yd}*A_S *(H/2-c) +[f_{yd}+E_{S2}*(\varepsilon'_S- 0,00189)]*A'_S *(H/2-c)$

Punto di max momento

Corrisponde alle due armature superiori ed inferiori snervate per le quali il diagramma delle deformazioni è simmetrico

$\varepsilon_S= \varepsilon'_S= (H/2-c)*0,0035/H/2 =0,003325$ $\sigma_S =[f_{yd}+E_{S2}*(\varepsilon_S- 0,00189)]=411$ N/mmq

$P = \alpha*fcd*b*X *\psi+1,05*f_{YD}*A_S - 1,05*f_{YD}*A'_S= \alpha*fcd*b*X * \psi$

$M_{RD} = \alpha*fcd*b*X*0,80953 *(H/2- 0,416*X)+2*1,05*f_{YD}*A_S (H/2-c)$

il dominio di rottura M-N è simmetrico rispetto all'asse delle ascisse

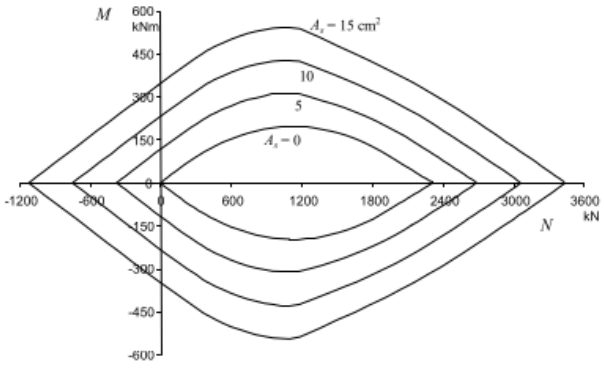


Fig. 2. Dominio *M-N* per sezione 30×70 – stato limite ultimo

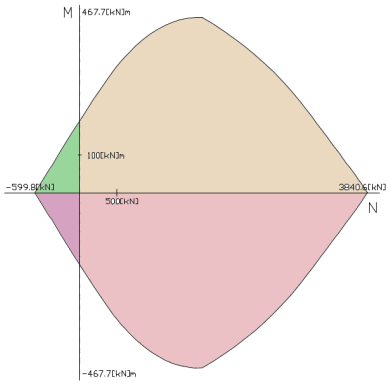
Punto 3 X= d

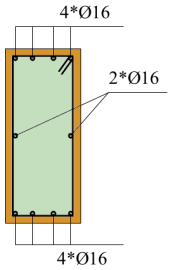
Per deformazione nulla nell'acciaio teso e max deformazione nel cls compresso.

$$P=\Psi*fcd*d*b+A'_s*[f_{yd}+E_{S2}*(\varepsilon'_S- 0,00189)]$$

$\varepsilon'_S = (d-c)0,0035/d = 0,00325$ $M_{RD}=\Psi f_{cd}*d*b*(H/2-\lambda_G)+A'_s*1,042*(H/2-c)$

$\lambda_G=[0,3367*(0,95*H)^2-0,26733*(0,05*H)^2-2/3*(0,05*H)*H)]/ [0,80953*0,95*H -2/3*(H*0,05)]$



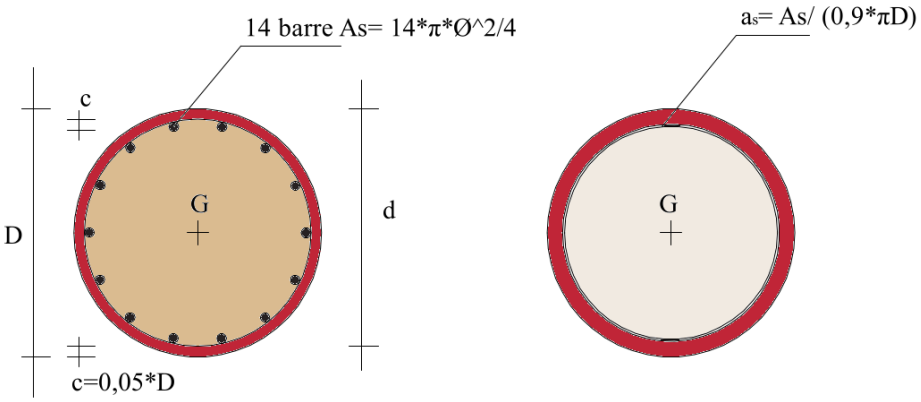


Sezione 30x70 cm ;
Assegnata una coppia di valori N_{SD} ed M_{SD} ,si individua un punto P all'interno del dominio di coordinate $P(N_{SD}, M_{SD})$, facendo crescere in modo proporzionale le due sollecitazioni si definisce un coefficiente di sicurezza

$$S = [(k*P_{SD})^2+(k*M_{SD})^2]^{1/2}/[(P_{RD})^2+(M_{RD})^2]^{1/2}$$

$S = k$ dove k è la intensità del vettore inclinato di un angolo $\beta = arctg(M_{SD}/N_{SD})$ con origine nel Punto P e vertice sulla frontiera del dominio .

-Sezione Circolare



Il dominio di rottura viene calcolato come per la sezione rettangolare si utilizza l'area di ferro linearizzata per rendere più semplice il calcolo degli integrali, che si trasformerebbero sommatorie e non conosciamo la posizione esatta dell'asse neutro. Per il dominio di rottura la coppia di sollecitazioni (P_{RD}; M_{RD}) va determinata per punti significativi è preferibile utilizzare la sommatoria .

Trazione e compressione semplice

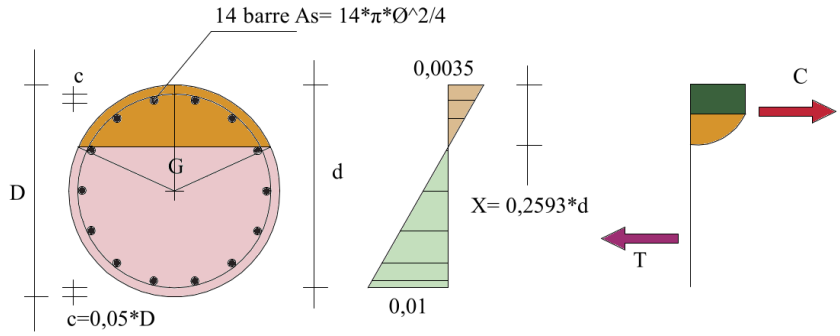
$$T = 1{,}25 * f_{YD} * A_S \;;\; P = B*H*\alpha*f_{cd} + 1{,}05 * f_{YD} * A_S$$ *sull'asse delle ascisse*

Si potrebbero definire i punti relativi alle varie regioni per

*X = 0,259*d ; X = 0,648*d , X = D ed il punto del max momento*

Punto 1 *X = 0,259*d*

La equazione di equilibrio delle tensioni normali



*La freccia f = R-R*cosα , il raggio R = c/sinα f = c/sinα*(1-cosα)*

*La corda c = sinα*f/(1-cosα) f = 0,2593*d c = sinα*0,2593d /(1-cosα)*

*L'angolo α 0,95*D/2 -0,2593(0,95)*D= D/2*cosα ; cosα =0,49267 α= 60°*

*La corda c= 0,45d ; la freccia f = 0,2593d l'area del segmento 0,667*c*f*

$C = \Psi * f_{cd} * 0{,}667 * 0{,}45 * d * 0{,}259 * d = \Psi * f_{cd} * 0{,}0778 * d^2$ *calcestruzzo*

Le tensioni nelle armature metalliche positive di compressine e negative di trazione sono funzione della posizione delle barre metalliche , la deformazione per asse y avente origine sull'asse neutro e diametro centrale

Armatura compressa $\varepsilon'_S = 0{,}0035 * Y_i / 0{,}2593 * d$;

Armatura tesa $\varepsilon_S = 0{,}0035 * Y_i / 0{,}2593 * d$;

La posizione delle barre di armatura Y_1 ; Y_2 ; Y_3 ; Y_4 ; Y_5 ; Y_6 ; Y_7 ;

$0{,}0035 / 0{,}002593d = 0{,}00198 / Y_E$; $Y_E = d * 0{,}00198 * 0{,}2593 / 0{,}0035 = 0{,}1467d$

Le tensioni per ogni coppia di armature tese e compresse

$$\sigma_{IS} = [f_{yd} + E_{S2} * (0{,}0035 * Y_i / 0{,}2593 * d - 0{,}00189)] \quad \text{per } Y_i > 0{,}1467d$$

$$\sigma_{IS} = E_S * 0{,}0035 * Y_i / 0{,}2593 * d \quad \text{per} \quad Y_i \leq 0{,}1467d$$

Con modulo elastico acciaio $E_S = 2100000$ *daN/cmq ;* $E_{S2} = 12207$ *daN/cmq*

Lo sforzo normale $P = \Psi * f_{cd} * 0{,}0778 * d^2 + \Sigma A'_{SI} * \sigma_{IS} - \Sigma A_{SI} * \sigma_{IS}$

Il momento flettente Ultimo

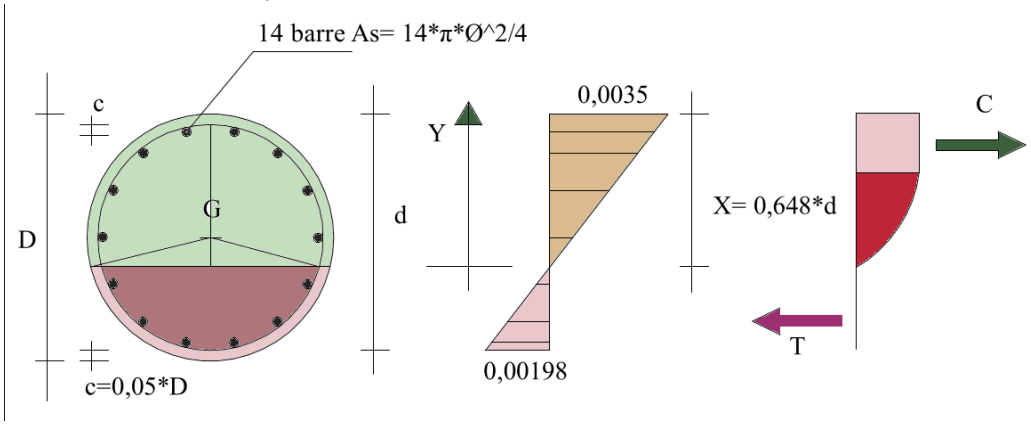
$M_{RD} = \Psi * fcd * 0{,}0778 * d^2 * \lambda_G + \Sigma A'_{SI} * \sigma_{IS} * Y_I + \Sigma A_{SI} * \sigma_{IS} * Y_I$

Dove $\Psi = \int \sigma dA / (fcd * 0{,}0778 * d^2)$ $\lambda_G = \int \sigma * [R-(f-y)] dA / (\Psi * fcd * 0{,}0778 * d^2)$

Ψ rapporto tra il volume del solido delle tensioni normali e del prisma avente area di base quella del segmento circolare e altezza fcd

λ_G distanza del baricentro della risultante delle compressioni da centro del cerchio

Punto 2 $X = 0{,}648 * d$



$Y_E = d * 0{,}00198 * 0{,}648 / 0{,}0035 = 0{,}366658d$

Le tensioni per ogni coppia di armature compresse

$\sigma_{IS} = [f_{yd} + E_{S2} * (0{,}0035 * Y_i / 0{,}648 * d - 0{,}00189)]$ per $Y_i > 0{,}367d$

$\sigma_{IS} = E_S * 0{,}0035 * Y_i / 0{,}648 * d$ per $Y_i \leq 0{,}367d$

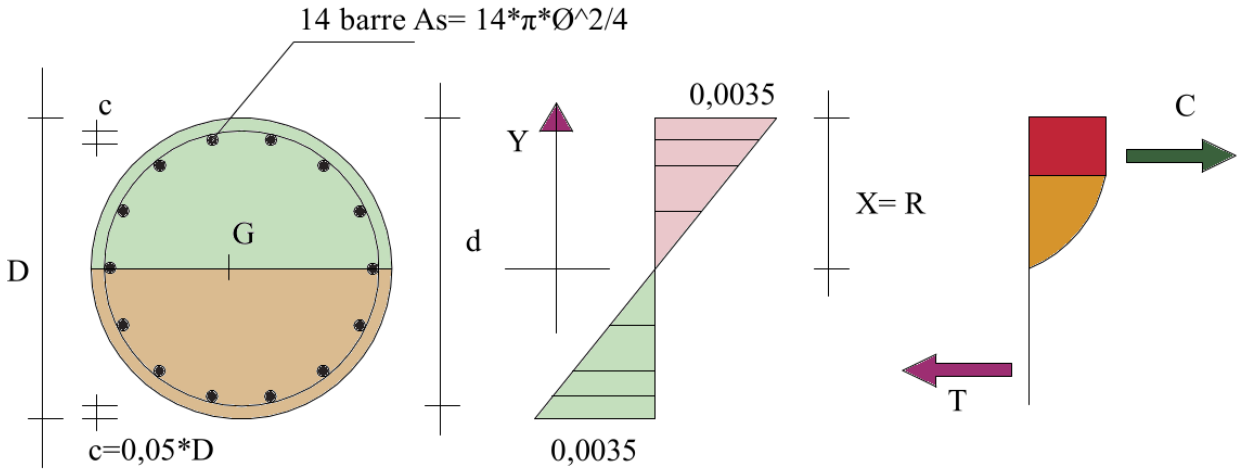
Per la armatura tesa $\sigma_{IS} = E_S * 0{,}0540 * Y_i / d$
Lo sforzo normale $P = \Psi * fcd * 0{,}0778 * d^2 + \Sigma A'_{SI} * \sigma_{IS} - \Sigma A_{SI} * E_S * 0{,}0540 * Y_i / d$
Il momento flettente Ultimo

$M_{RD} = \Psi * fcd * 0{,}0778 * d^2 * \lambda_G + \Sigma A'_{SI} * \sigma_{IS} * Y_I + \Sigma A_{SI} * E_S * 0{,}0540 * Y_i^2 / d$

Dove $\Psi = \int \sigma dA / (fcd * 0{,}0778 * d^2)$ $\lambda_G = \int \sigma * [R-(f-y)] dA / (\Psi * fcd * 0{,}0778 * d^2)$

Ψ rapporto tra il volume del solido delle tensioni normali e del prisma avente area di base quella del segmento circolare e altezza fcd
λ_G distanza del baricentro della risultante delle compressioni dal centro del cerchio

Punto 3 $X = 0{,}5 * D$ max momento



$Y_E = D* 0,00198*0,5/0,0035 = 0,2828D$

Le tensioni per ogni coppia di armature tese e compresse

$$\sigma_{IS} = [f_{yd} + E_{S2}*(0,0035*Y_i /R - 0,00189)] \quad per\ Y_i > 0,2828D$$

$$\sigma_{IS} = E_S*0,0035*Y_i /R \quad per \quad Y_i \leq 0,2828D$$

Lo sforzo normale $P = \Psi*fcd*\pi*R^2/2$ *per la simmetria*

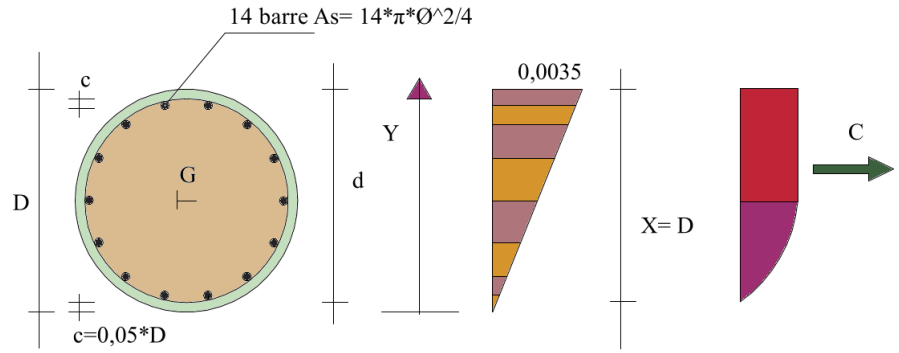
Il momento flettente Ultimo

$$M_{RD} = \Psi*fcd*\pi*R^2/2*\lambda_G + \Sigma A'_{SI}* \sigma_{IS} *Y_I$$

Dove $\Psi = \int \sigma dA/(fcd*\pi*R^2/2)$ $\lambda_G = \int \sigma*[R-(f-y)]dA/(\Psi*fcd*0,0778*d^2)$

Ψ *rapporto tra il volume del solido delle tensioni normali e del prisma avente area di base pari al semicerchio e altezza fcd*
λ_G *distanza del baricentro della risultante delle compressioni dal centro del cerchio*

Punto 4 $X = D$



$Y_E = D* 0,00198/0,0035 = 0,5657D$

Le tensioni per ogni coppia di armature compresse

$$\sigma_{IS} = [f_{yd} + E_{S2} * (0{,}0035 * Y_i / D - 0{,}00189)] \quad \text{per } Y_i > 0{,}5657D$$

$$\sigma_{IS} = E_S * 0{,}0035 * Y_i / D \quad \text{per} \quad Y_i \leq 0{,}5657D$$

Lo sforzo normale $P = \Psi * fcd * \pi * R^2 + \Sigma A'_{SI} * \sigma_{IS} * Y_I$

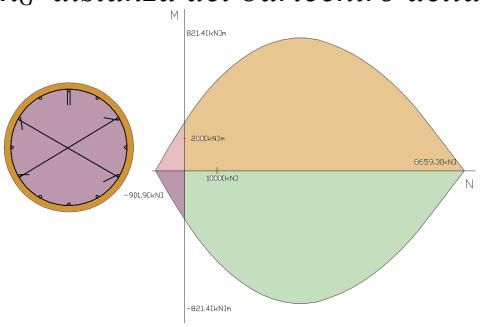
Il momento flettente Ultimo

$M_{RD} = \Psi * fcd * \pi * R^2/2 * \lambda_G + \Sigma A'_{SI} * \sigma_{IS} * Y_I + \Sigma A_{SI} * \sigma_{IS} * Y_I +$

Dove $\Psi = \int \sigma dA/(fcd * \pi * R^2/2)$ $\lambda_G = \int \sigma * [R-(f-y)] dA/(\Psi * fcd * 0{,}0778 * d^2)$

Ψ *rapporto tra il volume del solido delle tensioni normali e del prisma avente area di base pari al cerchio e altezza fcd ;*

λ_G *distanza del baricentro della risultante delle compressioni dal centro del cerchio .*



D= 80 cm 12ϕ16

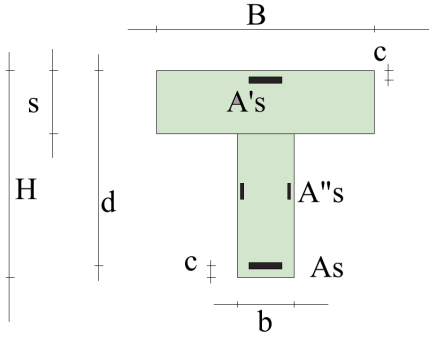
Assegnata una coppia di valori N_{SD} *ed* M_{SD} *,si individua un punto P all'interno del dominio di coordinate* $P(N_{SD}, M_{SD})$ *, facendo crescere in modo proporzionale le due sollecitazioni si definisce un coefficiente di sicurezza*

$S = [(k * P_{SD})^2 + (k * M_{SD})^2]^{1/2} / [(P_{RD})^2 + (M_{RD})^2]^{1/2}$

S = k dove k è la intensità del vettore inclinato di un angolo $\beta = arctg(M_{SD}/N_{SD})$ *con origine nel Punto P e vertice sulla frontiera del dominio .*

-Sezione a T

Per una sezione a T con doppia armatura e ferri di parete laterali , si determinano al solito 2 punti sull'asse delle X coincidenti con lo sforzo normale e altre 4 coppie di valori P_{RD}; M_{RD}

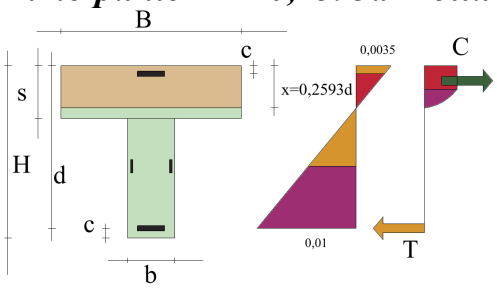


Trazione e compressione semplice

$T = 1{,}25 * f_{YD} * (A_S + A'_S + A''_S)$;

$P = [b*(H-s) + B*s*\alpha*f_{cd}] + 1{,}05 * f_{YD} * (A_S + A'_S + A''_S)$ sull'asse delle ascisse

Primo punto X = 0,2593d rottura bilanciata



$\varepsilon'_S/[0{,}259*(d-c)] = 0{,}01/(d-0{,}259d)$; $\varepsilon'_S = 0{,}003325$ $c = 0{,}05*d$

$\varepsilon''_S/[0{,}5d-0{,}2593d] = 0{,}01/(d-0{,}2593d)$; $\varepsilon''_S = 0{,}00324$

$P = \alpha*fcd*B*0{,}2593*d\ 0{,}80953 - A''_S*[f_{yd}+E_{S2}*(0{,}00324- 0{,}00189)] +$

$+A'_S*[f_{yd}+E_{S2}*(0{,}003325- 0{,}00189)] - 1{,}25*A_S*f_{yd}$

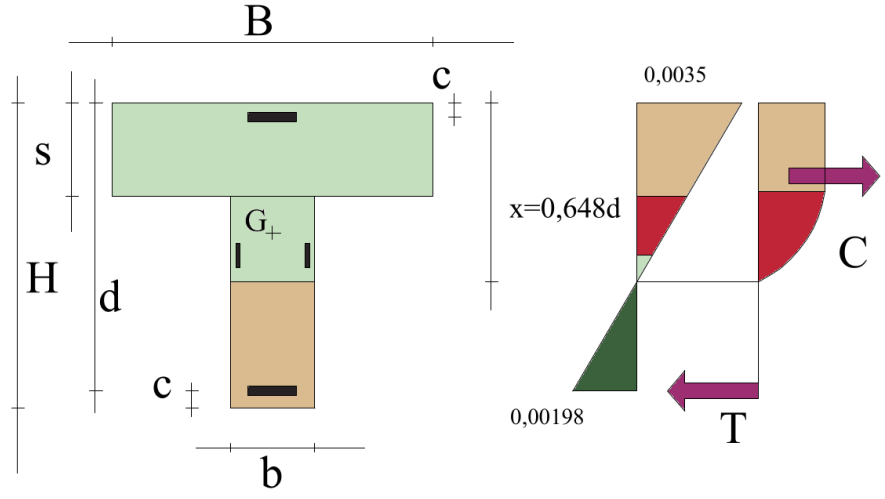
$P_{RD} = \alpha*fcd*B*0{,}2593*d\ 0{,}80953 - 1{,}04*A''_S*f_{yd} - 1{,}25*A_S*f_{yd} + 1{,}044*A'_S*f_{yd}$

$M_{RD} = 0{,}2099*\alpha*fcd*B*d*(H/2-0{,}416*0{,}259*d) + 1{,}25*f_{YD}*A_S*(H/2+d_g) +$

$+ 1{,}044*A_S*f_{yd}*(d_g+0{,}5s-c) + 1{,}04*A''_S*f_{yd}*(H/2- d_g)$

d_g *distanza del baricentro geometrico G della sezione dal baricentro del rettangolo*

Secondo punto X = 0,648 d



$Y_E = d*0{,}00198*0{,}648/0{,}0035 = 0{,}366658d$

$\varepsilon'_S/[0{,}648d(0{,}95)] = 0{,}00198/(d-0{,}648d)$; $\varepsilon'_S = 0{,}0046275$ $c = 0{,}05*d$

$\varepsilon''_S/0{,}5d = 0{,}0035/0{,}648d$; $\varepsilon''_S = 0{,}0027$

$P = \Psi*(B*s+0{,}648(d-s)*b)*fcd+A'_S*[f_{yd}+E_{S2}*(0{,}0046275-0{,}00189)]-A_S*f_{yd}$

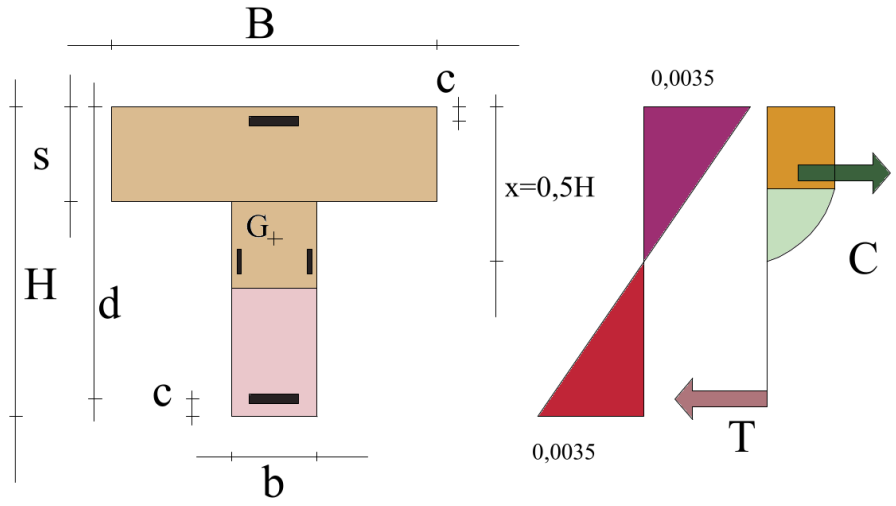
$+A''_S*E_S*\varepsilon''_S$

$P=\Psi*(B*s+0{,}648d*b)*fcd+1{,}08*A'_S*f_{yd}-A_S*f_{yd}+A''_S*E_S*\varepsilon''_S$

$M_{RD}=\Psi*(B*s+0{,}648(d-s)*b)*fcd*\lambda_G+1{,}08*A'_S*f_{yd}*(d_g+0{,}5s-c)-A_S*f_{yd}*(H/2+d_g)+A''_S*E_S*\varepsilon''_S*(H/2-d_g)$

$\Psi=\int\sigma*dA/(B*s+0{,}648d*b)$
rapporto tra il volume delle tensioni e il prisma avente area di base
$(B*s+(0{,}648d-s)b)$ *altezza fcd*
Distanza del baricentro delle tensioni normali di compressione nel cls dal baricentro geometrico $\lambda_G=\int\sigma*y*dA/[\Psi*(B*s+0{,}648d*b)]$
d_g *distanza del baricentro geometrico G della sezione dal baricentro del rettangolo*

Punto 3 $X=0{,}5*H$ ***Max momento*** $\varepsilon_S=\varepsilon'_S$ *e* $\varepsilon_C=0{,}0035$



$P_{RD}=\Psi*(B*s+0{,}648(d-s)*b)*fcd$;

$\varepsilon_S=\varepsilon'_S$ $\varepsilon_S/(0{,}5*H-0{,}05*H)=2*0{,}0035/H$ $\varepsilon_S=\varepsilon'_S=0{,}00315$ $\varepsilon''_S=0$

$M_{RD}=\Psi*(B*s+0{,}648(d-s)*b)*fcd*\lambda_G+A_S*[f_{yd}+E_{S2}*(0{,}00315-0{,}00198)]*(H/2+d_g)$

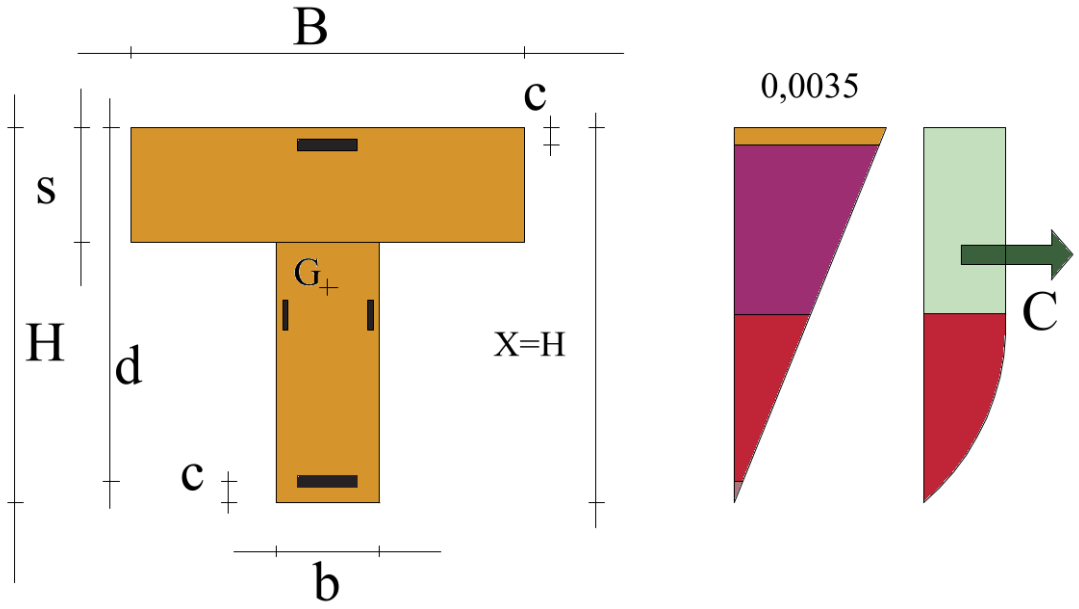
$+A'_S*[f_{yd}+E_{S2}*(0{,}00315-0{,}00198)]*(d_g+0{,}5s-c)$

Ψ *rapporto tra il volume delle tensioni e il prisma avente area di base* $(B*s+(0{,}648d-s)b)$ *altezza fcd*

Distanza del baricentro delle tensioni normali di compressione nel cls dal baricentro geometrico $\lambda_G=\int\sigma*y*dA/[\Psi*(B*s+(0{,}648d-s)*b)]$

d_g *distanza del baricentro geometrico G della sezione dal baricentro del rettangolo*

Punto 4 $X = H$



Le deformazioni nelle armature:
Armatura superiore $\varepsilon'_S /(0,95*H) = 0,0035/H ; \quad \varepsilon'_S = 0,003325$
Armatura inferiore $\varepsilon_S /(0,05*H) = 0,0035/H ; \quad \varepsilon_S = 0,000175$
Armatura centrale $\varepsilon''_S /(0,5*H) = 0,0035/H ; \quad \varepsilon''_S = 0,00175$

Lo sforzo normale di compressione

$$P_{RD} = \Psi*(B*s+(H-s)*b)*fcd + A'_S* [f_{yd}+E_{S2}*(0,003325-0,00198)]+$$

$$+A''_S* E_S*0,00175 + A_S*E_S*0,000175$$

Il momento ultimo

$$M_{RD} = \Psi*(B*s+(H-s)*b)*fcd*\lambda_G + A'_S* [f_{yd}+E_{S2}*(0,003325-0,00198)]*(d_g +0,5s-c)$$

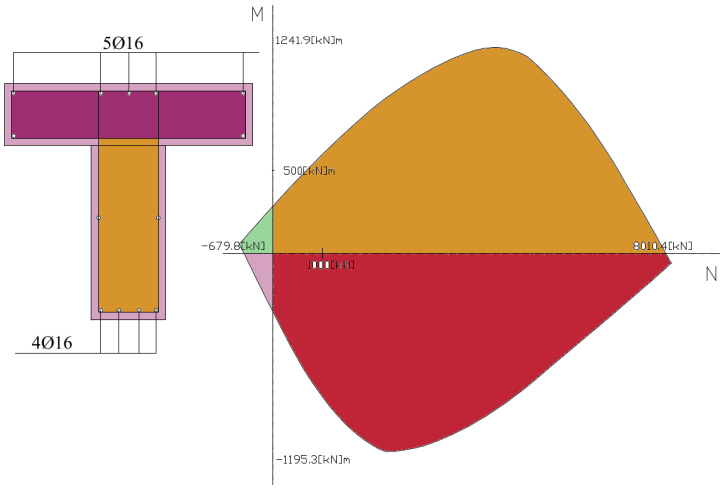
$$+A''_S* E_S*0,00175 *(d_g +0,5s-c)+ A_S*E_S*0,000175* (H/2+d_g)$$
$$M_{RD} = \Psi*(B*s+(H-s)*b)*fcd*\lambda_G + 1,042*A'_S* f_{yd}*(d_g +0,5s-c)$$

$$+A''_S* E_S*0,00175 *(d_g +0,5s-c)+ A_S*E_S*0,000175* (H/2+d_g)$$

*Ψ rapporto tra il volume delle tensioni e il prisma avente area di base (B*s+(d–s)b) altezza fcd*

Distanza del baricentro delle tensioni normali di compressione nel cls dal baricentro geometrico $\lambda_G = \int\sigma*y*dA/[\Psi*(B*s+(d–s)*b)]$

d_g *distanza del baricentro geometrico G della sezione dal baricentro del rettangolo*



Sezione a T
Altezza 100 cm ; Spessore soletta 25 cm ; Larghezza base superiore 100cm
Larghezza base inferiore 30 cm ;

Assegnata una coppia di valori N_{SD} ed M_{SD} ,si individua un punto P all'interno del dominio di coordinate $P(N_{SD},M_{SD})$, facendo crescere in modo proporzionale le due sollecitazioni si definisce un coefficiente di sicurezza

$$S = [(k*P_{SD})^2+(k*M_{SD})^2]^{1/2}/[(P_{RD})^2+(M_{RD})^2]^{1/2}$$

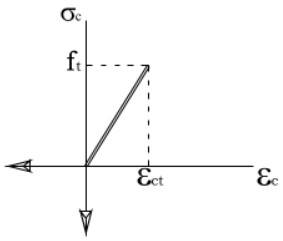
$S = k$ dove k è la intensità del vettore inclinato di un angolo $\beta = arctg(M_{SD}/N_{SD})$ con origine nel Punto P e vertice sulla frontiera del dominio .

I domini sono stati ottenuti con un software per la verifica di sezione c.a; la normativa è Eurocode 2 di vecchia generazione EN1992 si è utilizzato Acciaio Feb44K e calcestruzzo con resistenza caratteristica Rck 350 ; Le verifiche e la determinazione dei domini di rottura per sezioni cemento armato le si eseguono in pochi minuti senza inutili e calcoli complicati. Tra i differenti diagrammi di acciaio , elastoplastico ideale e bilineare , la differenza è lieve , nella pratica professionale verifiche di elementi strutturali a pressoflessione non li si eseguano mai, si calcolano edifici in cemento armato dove i pilastri sono verificati direttamente da software Fem. Verificare un elemento strutturale e determinarne il dominio di rottura ad un professionista che calcola e costruisce edifici in cemento armato può succedere 1 volta ogni 5 anni .

4- La Verifica a fessurazione

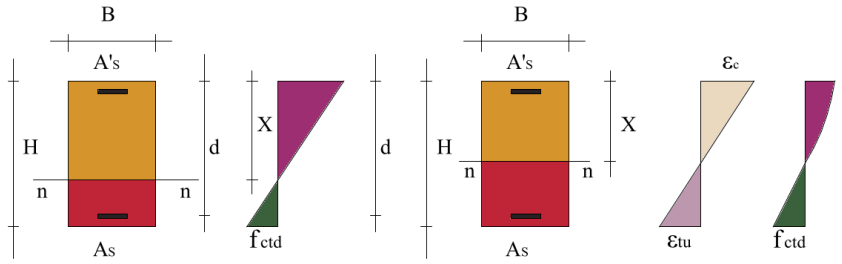
La verifica a fessurazione di solito viene eseguita con il metodo alle tensioni ammissibili ipotizzando comportamento elastico lineare sia a trazione che a compressione e consiste nella determinazione del momento di fessurazione corrispondente alla tensione di trazione nel cls al lembo teso . Si definsce un coefficiente di omgeneizzazione $n = E_T/E_C$, pari a 0,4 ÷ 0,6 dove i moduli elastici sono definiti dalle NTC 2018

$$E = 22000*(f_{cm}/10)^{0,3} \quad N/mmq \qquad E_{CT} = 18000*\sqrt{Rck} \quad daN/cmq$$



La tensione di rottura a trazione
$f_{ctm} = 0{,}30 * (f_{CK})^{2/3}$ *per classi* $\leq 50/60$
il valore medio della resistenza a trazione per flessione $f_{cfm} = 1{,}2 * f_{ctm}$
$f_{cfm} = 1{,}3 * f_{ctm}$ *corrispondente al frattile del 95%*
$f_{cfm} = 0{,}7 * f_{ctm}$ *corrispondente al frattile del 5%*

La resistenza di progetto a trazione del cls $f_{ctd} = f_{ctk}/\gamma_C$ *con* $\gamma_C = 1{,}5$



Per C 30/35 $n' = 106490/340770 = 0{,}32 \approx 0{,}4$ $n = E_s/E_c = 15$

La posizione dell'asse neutro $Sn = 0$

$B*X^2/2 - n'*B*(H-X)^2/2 + n*As*(d-c) + n*A's*(X-c) = 0$
Equazione di II grado dalla quale ricaviamo la x

La resistenza a trazione $fctd = 1{,}3*0{,}3*(f_{CK})^{2/3}/1{,}5 = 32$ *daN/cmq*

Il momento di fessurazione $f_{ctd} = n'* M/I*(H-X)$ $M_F = f_{ctd}*I/[n'*(H-X)]$

Il momento di inerzia è quello della sezione omogenea

$I = B* X^3/3 + n'*B*(H-x)^3/3 + n*A_S*(d-x)^2 + n*A'_S*(x-c)^2$

Se per il cls consideriamo un diagramma parabola rettangolo con da NTC2018, la rottura si attinge per max deformazione di trazione $\varepsilon_T = f_{ctd}/E_T = 32/106490 = 0{,}0003$

L'equilibrio alla traslazione orizzontale

$2/3*\sigma_c*B*\xi*d + A'_S*E_S*\varepsilon'_S - A_S*E_S*\varepsilon_S - f_{ctd}*(H-\xi*d)*b/2$

Le deformazioni

$\varepsilon'_S /(\xi*d -c)= 0,0003/(H-\xi*d)$ $\varepsilon'_S = (\xi*d -c)*0,0003/(H-\xi*d)$

$\varepsilon_S /(d -c)= 0,0003/(H-\xi*d)$ $\varepsilon_S = (d -c)*0,0003/(H-\xi*d)$

$\varepsilon_C/\xi*d = 0,0003/(H-\xi*d)$ $\varepsilon_C = \xi*d *0,0003/(H-\xi*d)$

La rottura la si consegue per trazione ipotizzando in un primo tentativo che

$\varepsilon_C < 0,002$ e $\varepsilon'_S \leq 0,00198$ *è valida la equazione*

$$2/3*\sigma_c*B*\xi*d+A'_S*E_S*(\xi*d-c)*0,0003/(H-\xi*d)-A_S*E_S*(d -c)*0,0003/(H-\xi*d)-f_{ctd}*(H-\xi*d)*B/2 = 0$$

$$\sigma_C=1000*|\xi*d *0,0003/(H-\xi*d)|*[(-250*\xi*d *0,0003/(H-\xi*d+1)]*\alpha*f_{cd}$$

Dalla quale ricaviamo prima ξ *e poi la* $x = \xi*d$; *ed il momento di fessurazione*

$$M_F = 2/3*\sigma_c*B*\xi*d*\lambda_G +A'_S*E_S*(\xi*d-c)*0,0003/(H-\xi*d)*(\xi*d-c)$$

$$+A_S*E_S*(d -c)*0,0003(d-\xi*d)/(H-\xi*d) + f_{ctd} *(H-\xi*d)^2*b/3$$

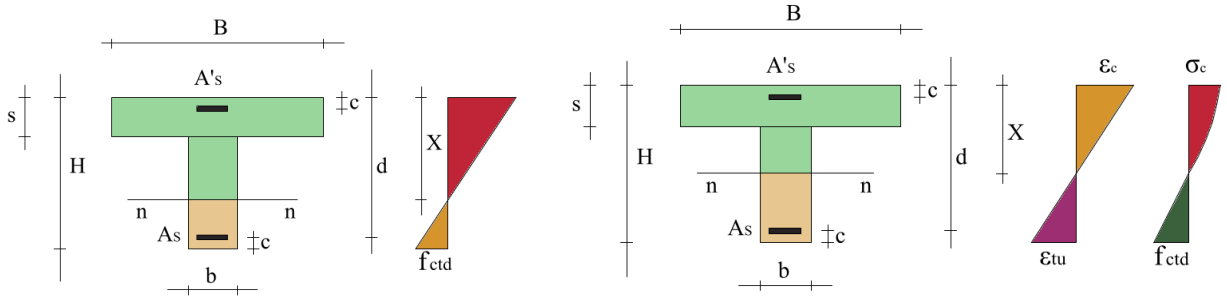
Dove $\lambda_G = 0,45*\xi*d$ *ordinata baricentro settore di parabola*

$0,002/m = 0,0003/(H-\xi*d)$ $m = 0,15*(1,05*d-\xi*d)= 0,15*d*(1,05-\xi)$ $m < \xi*d$

La deformazione del cls e dell'acciaio al lembo compresso sono sempre inferiori ai valori elastici per l'acciaio compresso e il cls

$\varepsilon_C <0,002$ e $\varepsilon'_S <00198$

Verifica a fessurazione sezione a T



Il calcolo del momento di fessurazione per entrambi i legami σ-ε *è immediato :*

Per la elasticità lineare si determina la posizione dell'asse neutro attraverso il momento statico

$$B*s*(x-s/2) - n'*b*(H-x)^2/2 - n*As*(d-x) + n*A's*(x-c)= 0$$

Equazione di II grado dalla quale ricaviamo la x ;i momento di inerzia della sezione omogenea il momento di fessurazione

$I = B*s^3/12+B*s*(X-s/2)^2 + n'*b*(H-x)^3/3 + n*As*(d-x)^2 + n*A's*(x-c)^2$

$f_{ctd}=n'* M/I*(H-X)$ $M_F= f_{ctd}*I/[n'*(H-X)]$

Per diagramma parabola rettangolo la equazione di equilibrio alla traslazione delle tensioni normali posto $x=\xi*d$

$\Psi*(B*s+(\xi d-s)*b)*\sigma_C + A's*Es*+ A'_S*E_S*\varepsilon'_S - A_S*E_S*\varepsilon_S - f_{ctd}*(H-\xi*d)*b/2$

$\varepsilon_T=f_{ctd}/E_T=32/106490 = 0,0003$ *la rottura si attinge per* $\varepsilon_T=f_{ctd}/E_T$

Le deformazioni

$\varepsilon'_S /(\xi*d -c)= 0,0003/(H-\xi*d)$ $\varepsilon'_S = (\xi*d -c)*0,0003/(H-\xi*d)$
$\varepsilon_S /(d -c)= 0,0003/(H-\xi*d)$ $\varepsilon_S = (d -c)*0,0003/(H-\xi*d)$
$\varepsilon_C/\xi*d = 0,0003/(H-\xi*d)$ $\varepsilon_C = \xi*d *0,0003/(H-\xi*d)$

$\Psi[B*s+b*(\xi d-s)]*\sigma_C+A'_SE_S*(\xi d-c)*0,0003/(H-\xi d)-A_SE_S*(d -c)*0,0003/(H-\xi d)-f_{ctd}*(H-\xi d)*b/2 = 0$

$\sigma_C=1000*|\xi*d *0,0003/(H-\xi*d)|*[(-250*\xi*d *0,0003/(H-\xi*d)+1]*\alpha*f_{cd}$

Dalla quale ricaviamo prima ξ *e poi la* $x = \xi*d$ *; ed il momento di fessurazione*

$M_F =\Psi*[B*s+b*(\xi d-s)]*\sigma_C *\lambda_G +A'_S*E_S*(\xi d-c)*0,0003/(H-\xi d)*(\xi d-c)+$

$+A_S*E_S*(d -c)*0,0003(d-\xi d)/(H-\xi d)+f_{ctd} *(H-\xi*d)^2*b/3$

Dove Ψ *è il rapporto tra il volume del solido delle tensioni e il volume del prisma avente area di base pari a* $[B*s+b*(\xi d-s)]$ *e altezza fcd*
$\Psi =\int\sigma dA/[f_{cd}*B*s+f_{cd}*b(\xi d-s)]$ *Tale coefficiente lo possiamo determinare nota la deformazione in corrispondenza della soletta superiore*

$\varepsilon_C/(\xi*d-s) = 0,0003/(H-\xi*d)$ $\varepsilon_C = 0,0003(\xi*d -s)/(H-\xi*d)$

$\Psi =[2/3(B*\xi d)*\sigma_C +2/3(b*(\xi d-s))*\sigma_{C1} - 2/3(B-b)*(\xi d-s))*\sigma_{C1}]/[f_{cd}*B*s+f_{cd}*b(\xi d-s)]$

$\sigma_C=1000*|\xi*d *0,0003/(H-\xi*d)|*[(-250*\xi*d *0,0003/(H-\xi*d)+1)]*\alpha*f_{cd}$

$\sigma_{C1}=1000*| (\xi*d -s)*0,0003/(H-\xi*d)|*[(-250*(\xi*d -s) *0,0003/(H-\xi*d)+1)]*\alpha*f_{cd}$

λ_G *distanza del baricentro della risultante degli sforzi di compressione dall'asse neutro . Il momento dovuto alla risultante*

$C*\lambda_G =[2/3*0,45B*\xi d^2*\sigma_C +2/3*0,45*b*(\xi d-s)^2*\sigma_{C1} -2/3*0,45(B-b)*(\xi d-s)^2*\sigma_{C1}]$

$C^* \lambda_G = 0,3^*[B^*\xi d^2{}^*\sigma_C + b^*(\xi d - s)^2{}^*\sigma_{C1} - (B-b)^*(\xi d - s)^2{}^*\sigma_{C1}]$

Il momento di fessurazione per sezione a T separando le aliquote zona compressa e tesa

$$M_F = 0,3^*[B^*\xi d^2{}^*\sigma_C + b^*(\xi d - s)^2{}^*\sigma_{C1} - (B-b)^*(\xi d - s)^2{}^*\sigma_{C1}]$$

$$+A'_S{}^*E_S{}^*(\xi d - c)^*0,0003/(H-\xi d)^*(\xi d - c)$$

$$+A_S{}^*E_S{}^*(d-c)^*0,0003(d-\xi d)/(H-\xi d) \; + f_{ctd}{}^*(H-\xi^* d)^2{}^*b/3$$

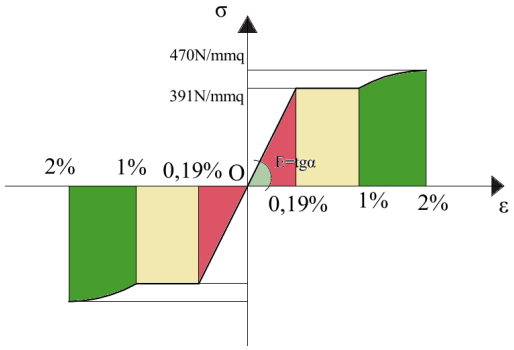
Le tensioni nel cls al bordo compresso e alla variazione di base

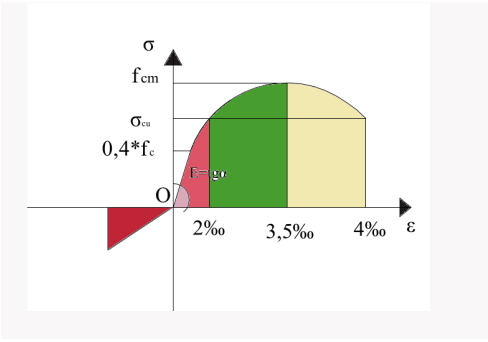
$$\sigma_C = 1000^*|\xi^* d \; ^*0,0003/(H-\xi^* d)|^*[(-250^*\xi^* d \; ^*0,0003/(H-\xi^* d)+1)]^*\alpha^* f_{cd}$$

$$\sigma_{C1} = 1000^*|\,(\xi^* d - s)^*0,0003/(H-\xi^* d)|^*[(-250^*(\xi^* d - s) \; ^*0,0003/(H-\xi^* d)+1)]^*\alpha^* f_{cd}$$

5-Lo stato limite ultimo per momento e sforzo normale : polinomio σ-ε

Affrontiamo il progetto e verifica di sezioni in cemento armato per le sollecitazioni semplici utilizzando per l'acciaio e il calcestruzzo i seguenti diagramma tensioni deformazione





La rappresentazione analitica del diagramma di calcolo per l'acciaio simmetrico a trazione e compressione

Lineare	$\sigma = E^*\varepsilon$	$E = 206000$ N/mmq	$0 \le \varepsilon \le 0,00189$
Costante	$\sigma = fyd = 391$ N/mmq		$0,00189 \le \varepsilon \le 0,01$
Quadratica	$\sigma = -790000^*\varepsilon^2 + 31600^*\varepsilon + 154$		$0,01 \le \varepsilon \le 0,02$

La rappresentazione analitica del diagramma di calcolo per il calcestruzzo come riportato in figura si compone di 3 tratti per la compressione e uno lineare per la tra-

zione Rck 350 C35

$$\varepsilon_{c1} = 0{,}002 \; ; \quad \varepsilon_{cu} = 0{,}0035 \quad \varepsilon_{Cmax} = 0{,}004$$

$\sigma = E^{*}\varepsilon_C \quad \sigma \leq 0{,}4^{*}f_{cm}/1{,}5 \quad \varepsilon_C = 0{,}0002817 \quad f_{cm} = f_{ck}+8 = 37\ N/mmq$

$\sigma(\varepsilon) = -16622026177{,}93^{*}\varepsilon_C{}^3 + 87242582{,}02\ ^{*}\varepsilon_C{}^2 - 58038{,}76\ a^{*}\varepsilon_C + 93{,}68$

$\sigma = E_T{}^{*}\varepsilon_{CT} \quad \sigma \leq f_{ctd} = 3{,}2N/mmq \quad E_T = 10600\ N/mmq$

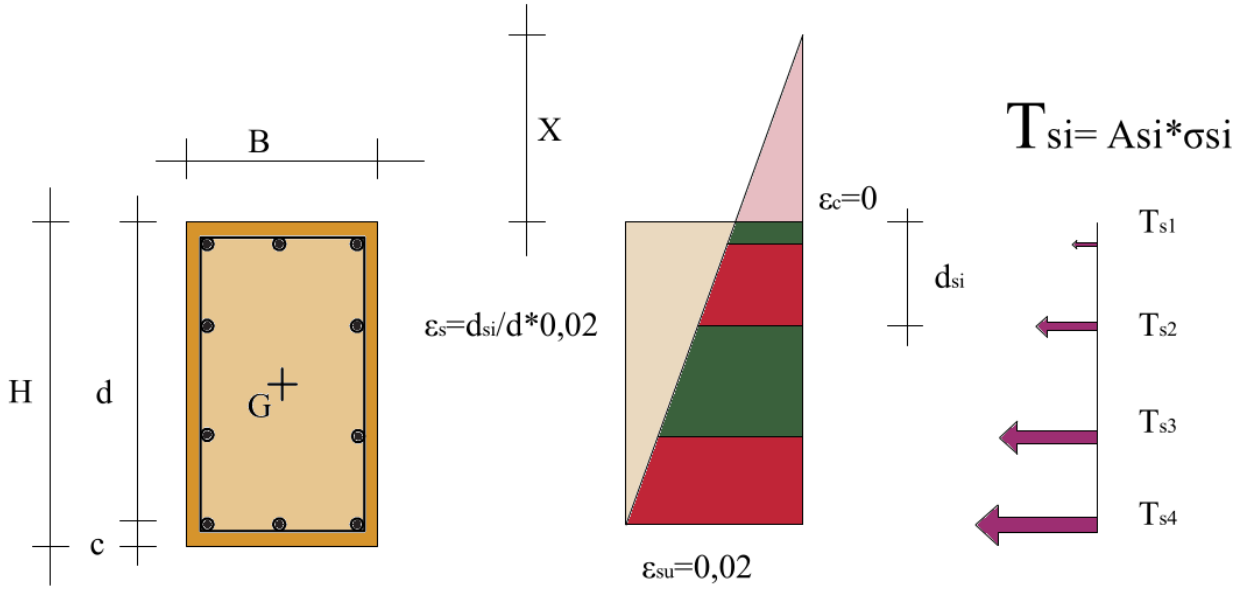
La verifica allo SLU la eseguiamo allo stesso modo per sezione rettangolare a T e circolare attraverso delle equazioni di equilibrio alla traslazione e rotazione di tensioni normali determinando i domini di rottura.

Verifica a tensoflessione I regione

$\sum\sigma_{SI}{}^{*}A_{SI} = T$ *equilibrio traslazione* $M_{RD} = \sum\sigma_{SI}{}^{*}A_{SI}{}^{*}d_{GI}$ $k = 470/391 = 1{,}20$

Per trazione semplice la armatura metallica $A_S = T/(1{,}20^{*}f_{yd})$

$N_{RD} = A_S{}^{*}1{,}20^{*}f_{yd} \geq N_{SD}$



La rottura si attinge per max deformazione nell'acciaio al bordo inferiore $\varepsilon_{su} = 2\ \%$

Per $\varepsilon_S \leq 0{,}001898 \quad \sigma_{SI} = 206000^{*}\varepsilon_S$

Per $0{,}00189 \leq \varepsilon_S \leq 0{,}01 \quad \sigma_{SI} = f_{yd} = 391\ N/mmq$

Per $0{,}01 \leq \varepsilon_S \leq 0{,}02 \quad \sigma_{SI} = -790000^{*}\varepsilon^2 + 31600^{*}\varepsilon + 154$

La equazione di equilibrio alla traslazione

$\sum \sigma_{SI} * A_{SI} = P$ (A)

La incognita è la deformazione dell'acciaio al bordo superiore ovvero la x

La deformazione nel livello di armatura i-mo $\varepsilon_{SI}/d_{GI} = 0,02/(d+x)$

$\varepsilon_{SI}=0,02*d_{GI}\ /(d+x) = 0,02*(x+d_{SI})/(d+x)$ $d_{GI} = x+d_{SI}$

Nella equazione di primo grado (A) l'unica incognita è la x

$\sum \{[A'_{SI} * 206000*0,02*(x+d_{SI}) + A''_{SI}*fyd + A_{SI}*\{-790000*[0,02*(x+d_{SI})]^2+$

$31600*[0,02*(x+d_{SI})] +154\} \}=P*(d+x)$ $x=\xi*d$ *con* $\xi \geq 1$

Dove :

A'_{SI} *area di ferro con deformazione* $\varepsilon_S \leq 0,001898$ $d_{SI} \leq 0,01(d-x)$

A''_{SI} *area di ferro con deformazione* $0,00189 \leq \varepsilon_S \leq 0,01$ $0,01(d-x) \leq d_{SI} \leq 0,5(d-x)$

A_{SI} *area di ferro con deformazione* $0,01 \leq \varepsilon_S \leq 0,02$ $0,5(d-x) \leq d_{SI} \leq d$

d_{S1} *la distanza della armature in fase elastica dal bordo compresso*

d_{S2} *la distanza della armature in fase di snervamento dal bordo compresso*

d_{S3} *la distanza della armature in fase plastica dal bordo compresso*

$0,00198/(x+ d_{S1}) = 0,02 /(x+d)$ $d_{S1} =0,01(x+d) -x =0,01(d-x)$

$0,01/(x+ d_{S2}) = 0,02 /(x+d)$ $d_{S2} =0,5*(x+d) -x =0,5*(d-x)$

$0,02/(x+ d_{S3}) = 0,02 /(x+d)$ $d_{S3} = d$

$\sum \{[A'_{SI} * 206000*0,02*(\xi*d+d_{SI}) + A''_{SI}*fyd + A_{SI}*\{-790000*[0,02*(\xi*d+d_{SI})]^2+$

$31600*[0,02*(\xi*d +d_{SI})] +154\} \}=P*(d+\xi*d)$

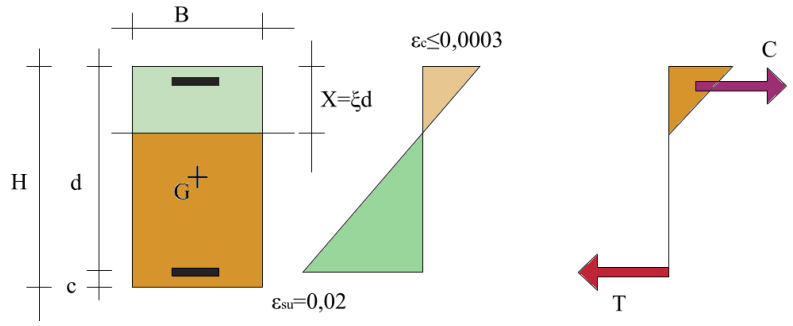
P sforzo normale di trazione. Noto ξ *e la* $x=\xi*d$ *il momento di rottura calcolato rispetto al baricentro G*

$M_{RD} = \sum \sigma_{SI} * A_{SI} * (H/2-d_{SI})$

Verifica a flessione II regione

La rottura avviene per trazione con max deformazione nell'acciaio teso 0,02 e si prospettano 3 possibili situazioni

1-Calcestruzzo in fase elastica lineare *al bordo compresso* $\varepsilon_C \leq 0{,}0003$



La verifica ed il calcolo del momento ultimo di rottura è semplice

$$1/2*B*\xi*d*\sigma c + A's*Es*\varepsilon'_S - 1{,}20*f_{yd}*As=0$$

La deformazione nell'acciaio compresso $\varepsilon'_S = 0{,}02(\xi*d-0{,}05d)/(d-\xi*d)$

$\varepsilon'_S = 0{,}02(\xi-0{,}05)/(1-\xi)$ $c = 0{,}05d$ *copriferro*

La deformazione nel cls compresso al bordo $\varepsilon_c = 0{,}02*\xi/(1-\xi)$

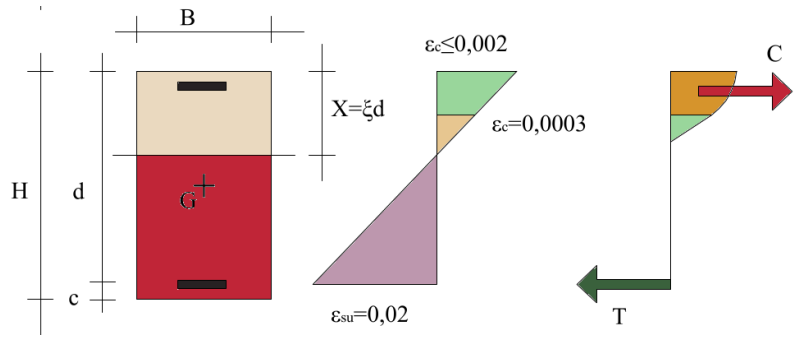
$$\sigma_c = E_C*\varepsilon_c$$

$$1/2*B*\xi*d*E_C*0{,}02*\xi/(1-\xi) + A's*Es*0{,}02(\xi-0{,}05)/(1-\xi) - 1{,}20*f_{yd}*As=0$$

Da questa equazione ricaviamo prima ξ *e poi* $x = \xi*d$
Il momento di rottura della sezione

$$M_{RD}=1/3*B(\xi*d)^2*E_C*0{,}02*\xi/(1-\xi)+[A's*Es*0{,}02(\xi-0{,}05)/(1-\xi) -1{,}20*f_{yd}*As]*(H/2-c)$$

2-Calcestruzzo in fase elastica *al bordo compresso* $0{,}0003 \leq \varepsilon_C \leq 0{,}002$



La verifica ed il calcolo del momento ultimo di rottura è semplice

$$0{,}002*f_{cm}*d\,(1-\xi)*B + \Psi*B*\xi*d*\sigma c + A's*Es*\varepsilon'_S - 1{,}20*f_{yd}*As=0$$

Le deformazioni $\varepsilon'_S = 0{,}02(\xi-0{,}05)/(1-\xi)$; $\varepsilon_c = 0{,}02*\xi/(1-\xi)$

Il coefficiente Ψ è il rapporto tra l'area del diagramma delle tensioni e il rettangolo di lati $(\xi d-m)$ e σc; la tensione nel cls al bordo compresso

$$\sigma_C = -16622026177{,}93*\varepsilon_C^{\,3} + 87242582{,}02*\varepsilon_C^{\,2} - 58038{,}76*\varepsilon_C + 93{,}68$$

$$\sigma_C = -16622026178*[0{,}02*\xi/(1-\xi)]^3 + 87242582*[0{,}02*\xi/(1-\xi)]^2 - 58038*[0{,}02*\xi/(1-\xi)] + 93{,}68$$

Il coefficiente $\Psi = \int \sigma_C dy/(\xi d*\sigma c)$ $\varepsilon_c/\xi d = 0{,}0003/m$

$m = 0{,}0003*\xi d/\varepsilon_c = 0{,}015*d\,(1-\xi)$

$\sigma \le 0{,}4*f_{cm}/1{,}5$ $\varepsilon_C = 0{,}0002817$ $f_{cm} = f_{ck}+8 = 37\ N/mmq$

Lo suddividiamo in due integrali $\int \sigma_C dy = C_1 + C_2$

$$C_1 = B*0{,}4*f_{cm}/1{,}5*0{,}015*d\,(1-\xi) = 0{,}002*f_{cm}*d\,(1-\xi)*B$$

$C_2 = \int \sigma_C dy$ estremi $[0{,}0002817\ ;\ 0{,}02*\xi/(1-\xi)]$ $0{,}015*d\,(1-\xi) \le Y \le d\,\xi$

Si tratta in modo semplice determinare l'area di una porzione di cubica simile ad un trapezio base maggiore σ_C , base minore $0{,}4*f_{cm}/1{,}5$, altezza

$$d\,\xi - 0{,}015*d\,(1-\xi) = 0{,}985*d\,\xi - 0{,}015*d = 15*d*(66*\xi - 1)/10000$$

Risolvendo l'integrale per la funzione $Y = p*X^3$ Area $p*\int X^3\,dy = p*X^4/4$
L'area $A = X*Y/4$ calcolato tra σ_C $[d\,\xi - 0{,}015*d\,(1-\xi)]/4$

$$C_2 = B*\sigma_C*d\,[0{,}985*\xi - 0{,}015]/4$$

La risultante degli sforzi di compressione

$$C = B*0{,}002*f_{cm}*d\,(1-\xi) + B*\sigma_C*d\,[0{,}985*\xi - 0{,}015]/4$$ la tensione al lembo compresso

$$\sigma_C = -16622026178*[0{,}02*\xi/(1-\xi)]^3 + 87242582*[0{,}02*\xi/(1-\xi)]^2 - 58038*[0{,}02*\xi/(1-\xi)] + 93{,}68$$

Il coefficiente Ψ lo definiamo solo per la area superiore $\Psi = [0{,}985*\xi - 0{,}015]/4$

La equazione di equilibrio alla traslazione

$$0{,}002*f_{cm}*d(1-\xi)*B + 0{,}25*(0{,}985*\xi - 0{,}015)*B*\xi d*\sigma c + A's*Es*\varepsilon'_S - 1{,}20*f_{yd}*As=0$$

La incognita di questa equazione è ξ con $\varepsilon'_S = 0{,}02(\xi - 0{,}05)/(1-\xi)$

Il momento di rottura ultimo a flessione

$M_{RD} = 0{,}004 * f_{cm} * B * d(1-\xi)/3 + 0{,}25 * (0{,}985 * \xi - 0{,}015) B * \xi d * \sigma c * (\xi d - \lambda)$

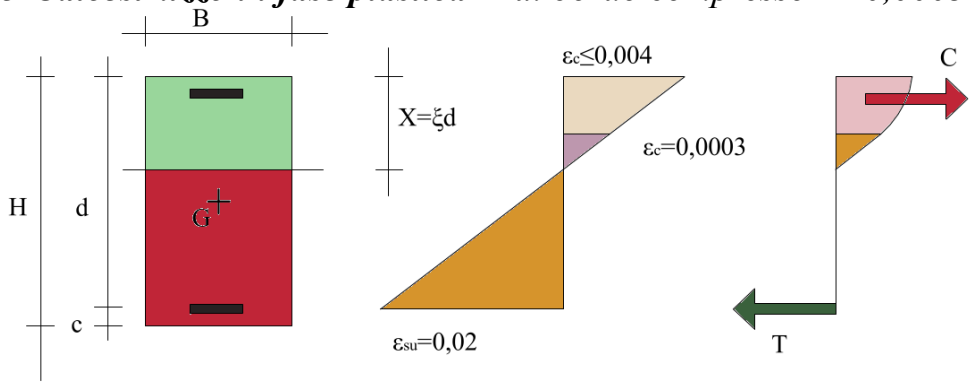
$+ A'_s * E_s * \varepsilon'_S * d(\xi - 0{,}05) + 1{,}20 * f_{yd} * As * d(1-\xi)$

la distanza della risultante C_2 *degli sforzi di compressione dal bordo compresso*

$\lambda = p^2 * \int X^6\, dy / p * \int X^3\, dy = p^2 * X^7 / 7 / p * X^4/4 = 4/7 * p * X^3 = 4/7 * [d\,\xi - 0{,}015 * d\,(1-\xi)]$

Le funzioni $\Psi(\xi) = [0{,}985 * \xi - 0{,}015]/4$ *e* $\lambda(\xi) = 4/7 * [d\,\xi - 0{,}015 * d\,(1-\xi)]$ *sono note*

3-Calcestruzzo in fase plastica *al bordo compresso* $0{,}0003 \le \varepsilon_C \le 0{,}004$



$0{,}002 * f_{cm} * d\,(1-\xi) * B + \Psi * B * \xi * d * \sigma c + A's * Es * \varepsilon'_S - 1{,}20 * f_{yd} * As = 0$

Le deformazioni $\varepsilon'_S = 0{,}02(\xi - 0{,}05)/(1-\xi)$; $\varepsilon_c = 0{,}02 * \xi/(1-\xi)$
La equazione di equilibrio alla traslazione

$0{,}002 * f_{cm} * d\,(1-\xi) * B + \Psi * B * \xi * d * \sigma c + A's * \sigma'_S - 1{,}20 * f_{yd} * As = 0$
Le funzioni $\Psi = \Psi(\xi)$ *e* $\lambda = \lambda(\xi)$ *restano invariate , è opportuno determinare la* σ'_S

In funzione di $\varepsilon'_S = 0{,}02(\xi - 0{,}05)/(1-\xi)$ *che è inferiore a* $\varepsilon_C = 0{,}004$

Costante $\sigma'_S = \sigma = f_{yd} = 391$ *N/mmq* $0{,}00189 \le \varepsilon \le 0{,}01$

$0{,}002 * f_{cm} * d\,(1-\xi) * B + \Psi * B * \xi * d * \sigma c + A's * f_{yd} - 1{,}20 * f_{yd} * As = 0$

La tensione al bordo compresso

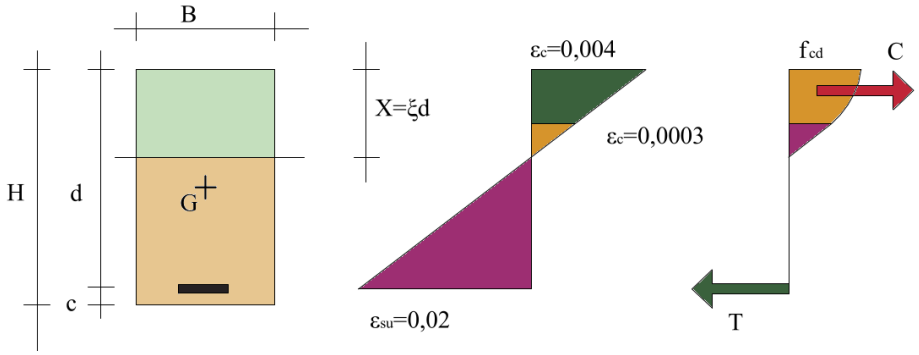
$\sigma_C = -16622026178 * [0{,}02 * \xi/(1-\xi)]^3 + 87242582 * [0{,}02 * \xi/(1-\xi)]^2 - 58038 * [0{,}02 * \xi/(1-\xi)] + 93{,}68$

Ricavato ξ *determiniamo* $X = \xi * d$
Il momento di rottura della sezione

$M_{RD}=0,004*f_{cm}*d^2(1-\xi)^2/3+\Psi*B*\xi*d*\sigma c*(\xi d-\lambda_G)+A's*f_{yd}*d*(\xi-0,05)+1,20*f_{yd}*As*d(1-\xi)$

Progetto di una sezione rettangolare per rottura bilanciata

-Semplice armatura



La profondità dell'asse neutro $0,02/(d-x)= 0,0004/x \quad x = 0,25*d$

La risultante degli sforzi di compressione

$C = [0,006*f_{cm}*Bd + 0,0578*f_{cd}*Bd)/4$ *Il momento* $M = Cd*$

Il braccio della coppia interna $d* = (0,25d- 4/7*0,25*d) + 0,75d = 0,856\ d$

$M = 0,15*d^2*b*(0,006*f_{cm}+ 0,0578*f_{cd})$ *la altezza* $d = r*\sqrt{M/b}$

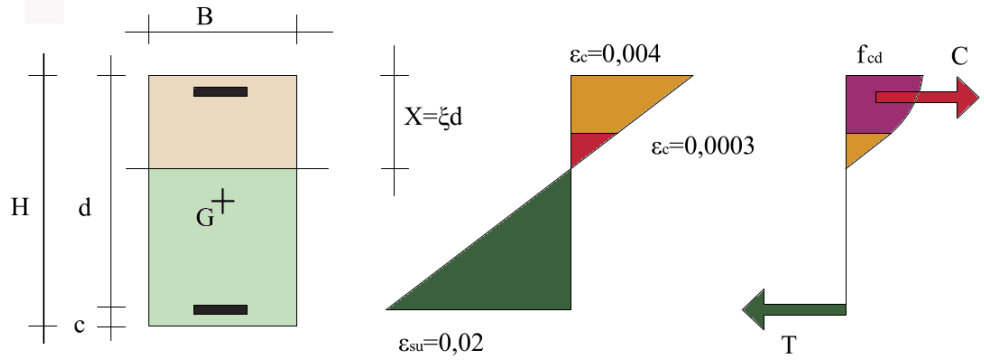
La armatura metallica $M = A_S*1,20*f_{yd}*0,856d$; $A_S= M/(1,20*f_{yd}*0,856d)$

$r= 1/[0,15(0,006*f_{cm}+0,0578*f_{cd})]^{1/2}$

Il coefficiente r lo possiamo tabellare in funzione di Rck classe del cls

Classe cls	f_{cd}	f_{cm}	$r=1/[0,0009*f_{cm}+0,00867*f_{cd})]^{1/2}$
35			
40			
45			
50			
55			
60			

Doppia armatura



Per il progetto della sezione a doppia armatura $M= Mo+\Delta M$

$\Delta M = (\sigma_s * A'_s + 1{,}20 * f_{yd} * \Delta A_s) * 0{,}95d$ *la deformazione nell'acciaio compresso*

$\varepsilon'_s/(0{,}20d) = 0{,}004/(0{,}25d)$; $\varepsilon'_S = 0{,}0032$ $\sigma_s = fyd$

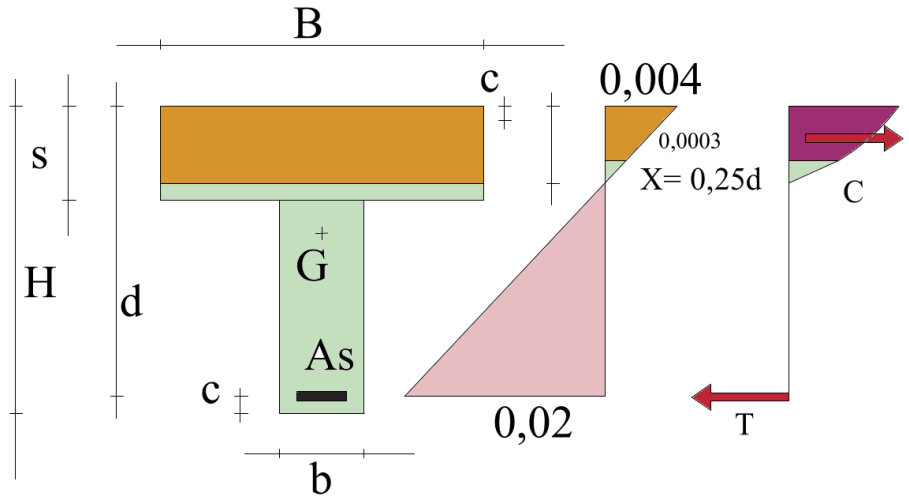
Costante $\sigma'_S = \sigma = f_{yd} = 391$ *N/mmq* $0{,}00189 \leq \varepsilon \leq 0{,}01$

$\Delta M = f_{yd} * 0{,}95d * A'_s$ $A'_s = \Delta M / (f_{yd} * 0{,}95d)$ $\Delta A_s = 0{,}80 * A'_s$

Le armature superiore A'_s *e inferiore* $0{,}8 * A'_s + A_S$

$A'_s = \Delta M / (f_{yd} * 0{,}95d)$ $A_s = 0{,}80 * \Delta M / (f_{yd} * 0{,}95d) + M/(1{,}20 * f_{yd} * 0{,}856d)$

Progetto di una sezione a T



Le formule di progetto sono analoghe alla sezione rettangolare ipotizzando che l'asse neutro tagli la soletta superiore ipotesi verosimile per H = 100 cm e s = 24 cm ; per le sezioni di travi usuali di edifici 30x50, 30x60, 30x70 ect e solai da 25 cm con soletta collaborante l'ipotesi è sempre soddisfatta. La risultante degli sforzi di compressione

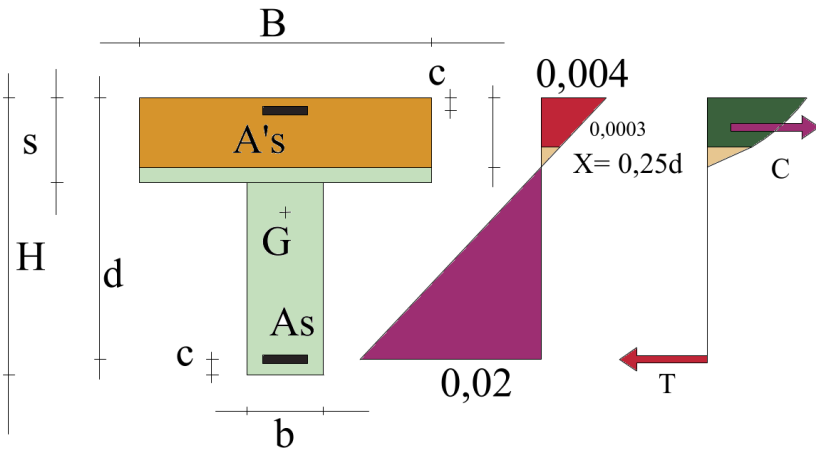
$C = [0{,}006 * f_{cm} * Bd + 0{,}0578 * f_{cd} * Bd)/4$ *Il momento* $M = Cd *$

Il braccio della coppia interna $d^* = (0{,}25d - 4/7 * 0{,}25 * d) + 0{,}75d = 0{,}856\ d$

$M = 0{,}15 * d^2 * b * (0{,}006 * f_{cm} + 0{,}0578 * f_{cd})$ *la altezza* $d = r * \sqrt{M/b}$

La armatura metallica $M = A_S * 1{,}20 * f_{yd} * 0{,}856d$; $A_S = M/(1{,}20 * f_{yd} * 0{,}856d)$

$r = 1/[0{,}15(0{,}006 * f_{cm} + 0{,}0578 * f_{cd})]^{1/2}$



Per il progetto della sezione a T con doppia armatura M= Mo+ΔM

ΔM =(σ_s A'$_s$ +1,20*f_{yd}*ΔA_s)*0,95d la deformazione nell'acciaio compresso ε'_s/(0,20d)= 0,004/(0,25d) ; ε'_S =0,0032 σ_s= fyd*

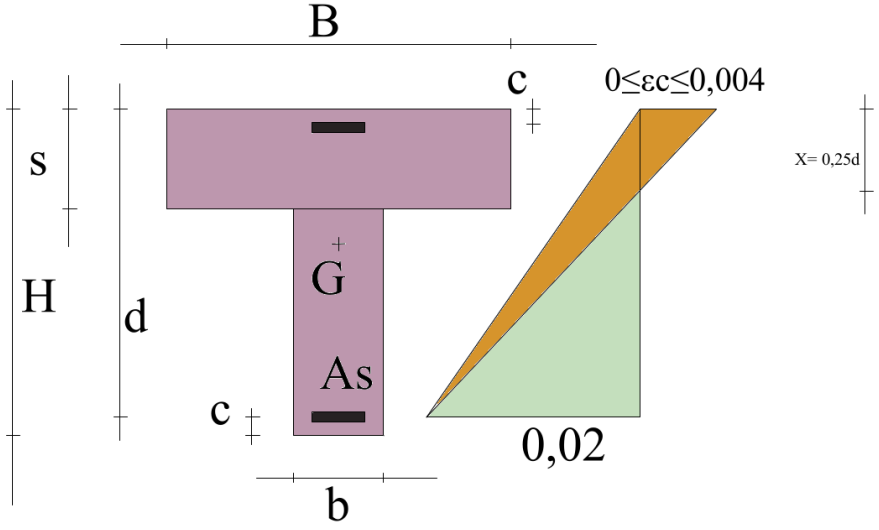
Costante σ'_S =σ=f_{yd}=391 N/mmq 0,00189 ≤ ε ≤ 0,01

*ΔM = f_{yd}*0,95d *A'$_s$ A'$_s$ = ΔM / (f_{yd}*0,95d) ΔA_s = 0,80*A'$_s$*

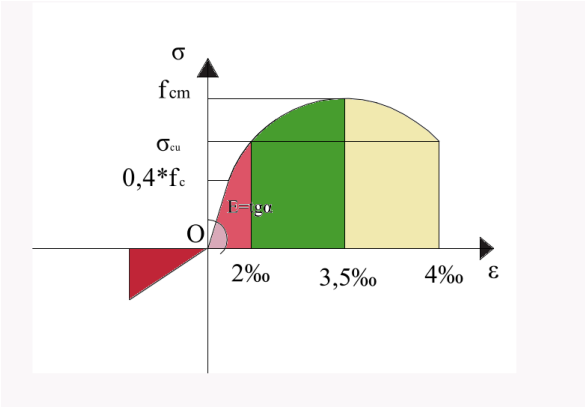
*Le armature superiore A'$_s$ e inferiore 0,8*A'$_s$+A_S*

*A'$_s$=ΔM /(f_{yd}*0,95d) A_s=0,80*ΔM /(f_{yd}*0,95d) +M/(1,20*f_{yd}*0,856d)*

***Calcolo del momento di rottura** per sezione a T nella II regione*



Nella II regione la rottura la si consegue per raggiungimento della max deformazione nell'acciaio teso ε_S = 0,02 , e la deformazione nel bordo compresso 0 ≤ ε_C ≤0,004. Il diagramma tensioni deformazioni nel cls riportato in figura

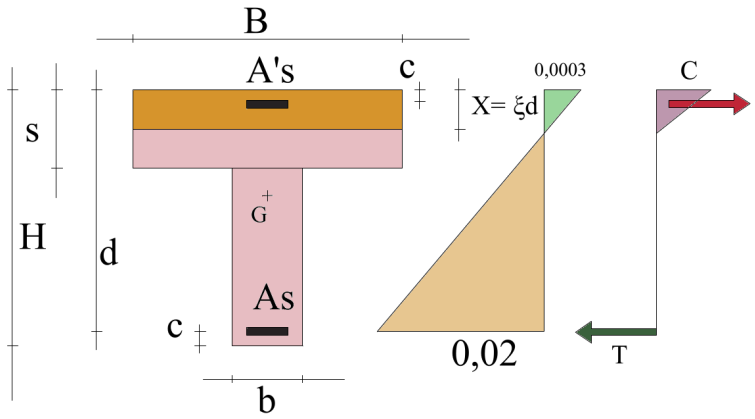


Individua 3 fasi di verifica della sezione corrispondenti a 3 tentativi :

- *Fase elastica lineare*
- *Fase elastica*
- *Fase plastica*

La ipotesi è che nella II regione per flessione semplice s ≤ 0,25d , ovvero l'asse neutro taglia soletta.

1-Fase elastica lineare cls $\varepsilon_C \leq 0{,}0003$ *e* $\varepsilon_S = 0{,}02$



La verifica ed il calcolo del momento ultimo di rottura è semplice

$$1/2*B*\xi*d*\sigma c + A's*Es*\varepsilon'_S - 1{,}20*f_{yd}*As=0$$

La deformazione nell'acciaio compresso $\varepsilon'_S = 0{,}02(\xi*d-0{,}05d)/(d-\xi*d)$

$\varepsilon'_S = 0{,}02(\xi-0{,}05)/(1-\xi)$ $c = 0{,}05d$ *copriferro*

La deformazione nel cls compresso al bordo $\varepsilon_c = 0{,}02*\xi/(1-\xi)$

$$\sigma_c = E_C*\varepsilon_c$$

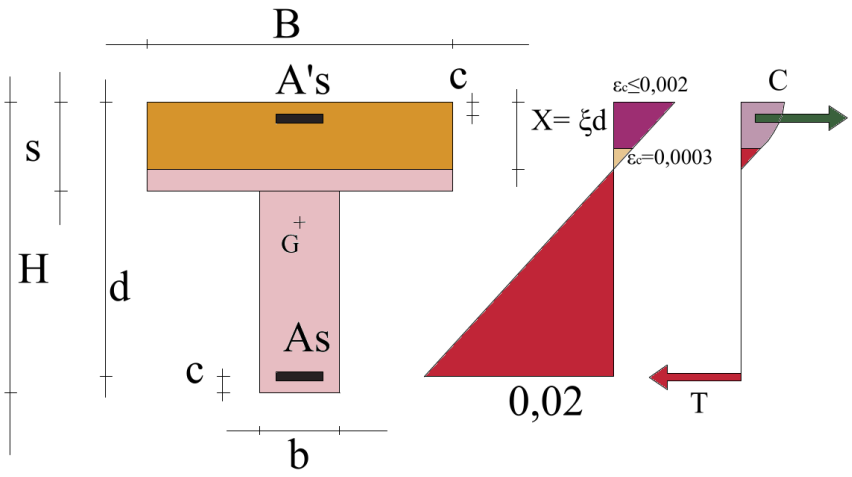
$$1/2*B*\xi*d*E_C*0{,}02*\xi/(1-\xi) + A's*Es*0{,}02(\xi-0{,}05)/(1-\xi) - 1{,}20*f_{yd}*As=0$$

Da questa equazione ricaviamo prima ξ *e poi* $x = \xi*d$

Il momento di rottura della sezione

$$M_{RD}=1/3*B(\xi*d)^2*E_C*0,02*\xi/(1-\xi)+[A's*Es*0,02(\xi-0,05)/(1-\xi)-1,20*f_{yd}*As]*(H/2-c)$$

2-Fase elastica cls $0,0003\leq\varepsilon_C\leq0,002$ *e* $\varepsilon_S=0,02$



La verifica ed il calcolo del momento ultimo di rottura è semplice

$$0,002*f_{cm}*d\,(1-\xi)*B+\Psi*B*\xi*d*\sigma c+A's*Es*\varepsilon'_S-1,20*f_{yd}*As=0$$

Le deformazioni $\varepsilon'_S=0,02(\xi-0,05)/(1-\xi)$; $\varepsilon_c=0,02*\xi/(1-\xi)$
Il coefficiente Ψ *è il rapporto tra l'area del diagramma delle tensioni e il rettangolo di lati* $(\xi d-m)$ *e* σc; *la tensione nel cls al bordo compresso*

$$\sigma_C=-16622026177,93*\varepsilon_C^3+87242582,02*\varepsilon_C^2-58038,76*\varepsilon_C+93,68$$
$$\sigma_C=-16622026178*[0,02*\xi/(1-\xi)]^3+87242582*[0,02*\xi/(1-\xi)]^2-58038*[0,02*\xi/(1-\xi)]+93,68$$
$\varepsilon_c/\xi d=0,0003/m$ $\quad m=0,0003*\xi d/\varepsilon_c=0,015*d\,(1-\xi)$

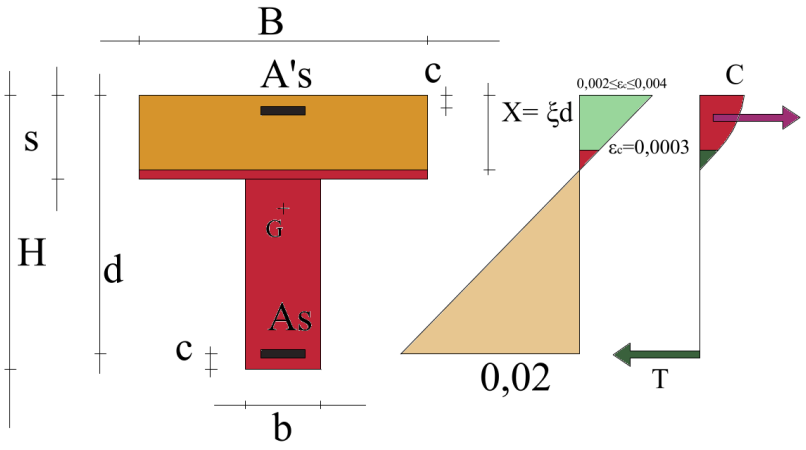
$\sigma\leq0,4*f_{cm}/1,5$ $\quad\varepsilon_C=0,0002817$ $\quad f_{cm}=f_{ck}+8=37$ *N/mmq*

La equazione di equilibrio alla traslazione

$$0,002*f_{cm}*d(1-\xi)*B+0,25*(0,985*\xi-0,015)*B*\xi d*\sigma c+A's*Es*\varepsilon'_S-1,20*f_{yd}*As=0$$

La incognita di questa equazione è ξ *con* $\varepsilon'_S=0,02(\xi-0,05)/(1-\xi)$
Il momento di rottura ultimo a flessione
$$M_{RD}=0,004*f_{cm}*B*d(1-\xi)/3+0,25*(0,985*\xi-0,015)B*\xi d*\sigma c*(\xi d-\lambda)$$
$$+A'_s*E_s*\varepsilon'_S*d(\xi-0,05)+1,20*f_{yd}*As*d(1-\xi)$$

Le funzioni $\Psi(\xi)=[0,985*\xi-0,015]/4$ *e* $\lambda(\xi)=4/7*[d\,\xi-0,015*d\,(1-\xi)]$ *sono note*
3-Fase plastica cls $0,002\leq\varepsilon_C\leq0,004$ *e* $\varepsilon_S=0,02$



Le deformazioni $\varepsilon'_S = 0{,}02(\xi - 0{,}05)/(1-\xi)$; $\varepsilon_c = 0{,}02*\xi/(1-\xi)$

La equazione di equilibrio alla traslazione

$0{,}002*f_{cm}*d\,(1-\xi)*B + \Psi*B*\xi*d*\sigma c + A's*\sigma'_S - 1{,}20*f_{yd}*As = 0$

Le funzioni $\Psi = \Psi(\xi)$ *e* $\lambda = \lambda(\xi)$ *restano invariate , è opportuno determinare la* σ'_S

In funzione di ε'_S *che è inferiore a* $\varepsilon_C = 0{,}004$

Costante $\sigma'_S = \sigma = f_{yd} = 391$ *N/mmq* $0{,}00189 \le \varepsilon \le 0{,}01$

$0{,}002*f_{cm}*d\,(1-\xi)*B + \Psi*B*\xi*d*\sigma c + A's*f_{yd} - 1{,}20*f_{yd}*As = 0$

La tensione al bordo compresso

$\sigma_C = -16622026178*[0{,}02*\xi/(1-\xi)]^3 + 87242582*[0{,}02*\xi/(1-\xi)]^2 - 58038*[0{,}02*\xi/(1-\xi)] + 93{,}68$

Ricavato ξ *determiniamo* $X = \xi * d$

Il momento di rottura della sezione

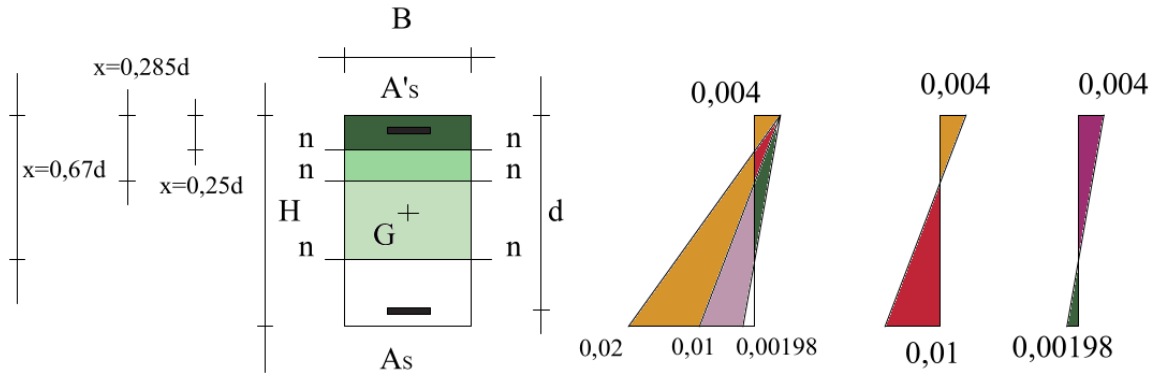
$M_{RD} = 0{,}004*f_{cm}*d^2(1-\xi)^2/3 + \Psi*B*\xi*d*\sigma c*(\xi d - \lambda_G) + A's*f_{yd}*d*(\xi - 0{,}05) + 1{,}20*f_{yd}*As*d(1-\xi)$

Verifica a pressoflessione III Regione $\varepsilon_C = 0{,}004$ *e* $0{,}00198 \le \varepsilon_S \le 0{,}02$

La rottura avviene nel cls per raggiungimento max deformazione $\varepsilon_C = 0{,}004$ *mentre l'acciaio è in fase plastica ; all'interno di questa regione possiamo definire 2 subregioni :* $0{,}00198 \le \varepsilon_S \le 0{,}01$ *e* $0{,}01 \le \varepsilon_S \le 0{,}02$

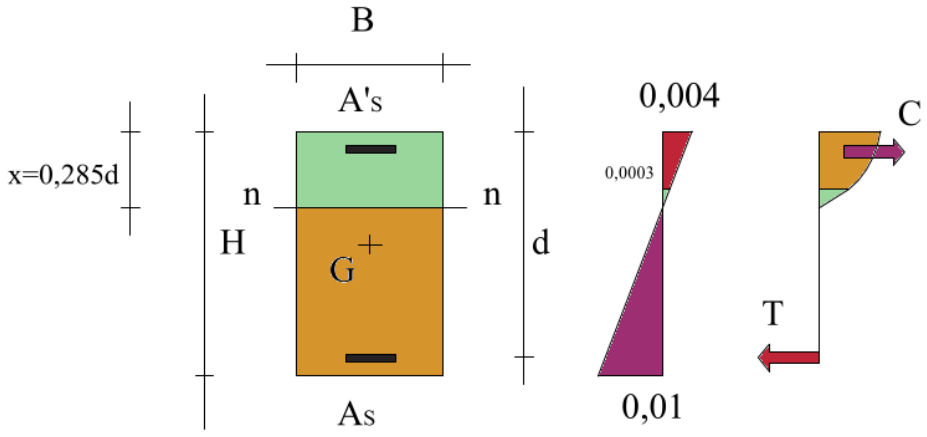
$0{,}004/\xi*d = 0{,}01/(d*(1-\xi))$; $0{,}004 = 0{,}014*\xi$ $\xi = 0{,}285$

$0{,}004/\xi*d = 0{,}00198/(d*(1-\xi))$; $0{,}004 = 0{,}00598*\xi$ $\xi = 0{,}67$



Progetto a pressoflessione sezione rettangolare

Il progetto di una sezione rettangolare consiste nella determinazione della altezza e delle armature metalliche simmetriche $A_S=A'_S$ assegnata la base b della sezione le sollecitazioni P e M; il progetto lo si esegue per X = 0,285d ovvero per rottura nel cls con max deformazione pari a $\varepsilon_C = 0,004$



La deformazione nell'acciaio sia teso che compresso è compresa nel tratto orizzontale del diagramma $0,00198 \leq \varepsilon_S \leq 0,01$ ovvero $\sigma_S = f_{yd}$
Alla deformazione del cls pari $\varepsilon_C = 0,0003$ corrisponde un altezza m
$0,0003/m = 0,004/0,285d$ $m = 0,021d$

L'equilibrio alla traslazione delle tensioni normali

$$P = B*0,021d*0,4*f_{cm}/3 + \Psi*B*0,285*d*fcd$$

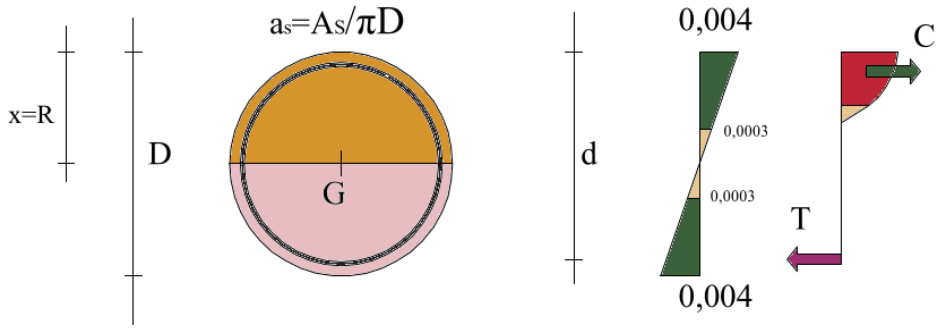
La altezza $$d=P/[B*0,021*0,4*f_{cm}/3+\Psi*B*0,285*fcd]$$

Alle armature metalliche $A_S = A'_S$ affidiamo il momento flettente M

$$A_S = A'_S = M/(d-c) = M/0,235d$$

Progetto a pressoflessione di una sezione circolare .

Il progetto consiste nella determinazione del diametro D e della armatura linearizzata, per x = R con rottura del cls compresso in modo che il diagramma delle deformazioni sia simmetrico e che la risultante delle trazioni e compressioni nelle armature si la stessa



0,0003/m = 0,004/R m = 0,075R

La equazione alla traslazione delle tensioni normali

$P = \Psi_1 * B * 0{,}021d * 0{,}4 * f_{cm}/1{,}5 + \Psi_2 * B * 0{,}285 * d * fcd$ $\alpha = \arccos(m/R) = 85°{,}69$

I coefficienti $x = R*\sin\alpha$ $dx = -R*\cos\alpha*d\alpha$

$\Psi_1 = 2*\int\sigma dxdy / \int dxdy$ estremi $o \le y \le m$; $85°{,}69 \le \alpha \le 90°$ $\sigma = E*\varepsilon$
$\Psi_2 = 2*\int\sigma dxdy / \int dxdy$ estremi $R-m \le y \le R$; $0 \le \alpha \le 85°{,}69$;
$\Psi_1 = 2*\int\sigma dxdy / \int dxdy$ $\sigma = E_C*\varepsilon_C$ lineare $\varepsilon_C(y) = 0{,}004 * y/R$
$\Psi_2 = 2*\int\sigma dxdy / \int dxdy$ $\sigma(\varepsilon) = -16622026177{,}93*\varepsilon_C^3 + 87242582{,}02*\varepsilon_C^2 - 58038{,}76\,a*\varepsilon_C + 93{,}68$

La origine del sistema di riferimento cartesiano è nel centro del cerchio

La altezza $d = P/[\Psi_1 * B * 0{,}021 * 0{,}4 * f_{cm}/1{,}5 + \Psi_2 * B * 0{,}285 * fcd]$

Per il progetto della armatura $M = 2\int a_s * y * \sigma_S * dL$

È un integrale curvilineo da dividere in 2 integrali in funzione della tensione definita dal diagramma $\varepsilon_S(y) = 0{,}004 * y/R$

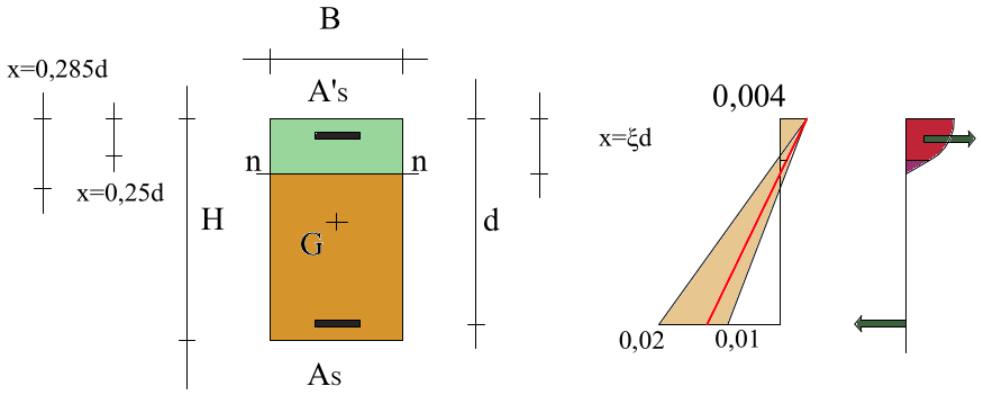
Lineare	*$\sigma = E*\varepsilon$ $E = 206000$ N/mmq*	*$0 \le \varepsilon \le 0{,}00189$*
Costante	*$\sigma = fyd = 391$ N/mmq*	*$0{,}00189 \le \varepsilon \le 0{,}01$*
Quadratica	*$\sigma = -790000*\varepsilon^2 + 31600*\varepsilon + 154$*	*$0{,}01 \le \varepsilon \le 0{,}02$*

$M = 2*a_s * [\int y*E*0{,}004*y/R\, dL + fyd * \int y*dL]$

$As = \pi * R * 2a_s = M / [\int y * E * 0{,}004 * y/R \, dL + fyd * \int y * dL]$

È stata calcolata la area di ferro a_s su una semicirconferenza.

Verifica a pressoflessione sezione rettangolare *nella III regione*
Sub-Regione A $0{,}01 \leq \varepsilon_S \leq 0{,}02$



La equazione di equilibrio alla traslazione orizzontale

$B*[m*0{,}4f_{cm}/3 + \Psi(\xi)(\xi d - m)*fcd] + A'_s * f_{yd} - A_S * f_{yd}] = P$

La deformazione nell'acciaio $\varepsilon_S = 0{,}004*d(1-\xi)/\xi d = 0{,}004*(1-\xi)/\xi$

$0{,}0003/m = 0{,}004/\xi d \qquad m = 0{,}075\xi d \qquad \sigma_S = -790000*\varepsilon^2 + 31600*\varepsilon + 154$

$B*[0{,}075\xi d * 0{,}4f_{cm}/3 + \Psi(\xi)(\xi d - 0{,}075\xi d)*fcd] + A'_s * f_{yd} - A_S * f_{yd}] = P$

$B*[0{,}01\xi d * f_{cm} + \Psi(\xi) * 0{,}925 * \xi d * fcd] + A'_s * f_{yd} - A_S * f_{yd}] = P$

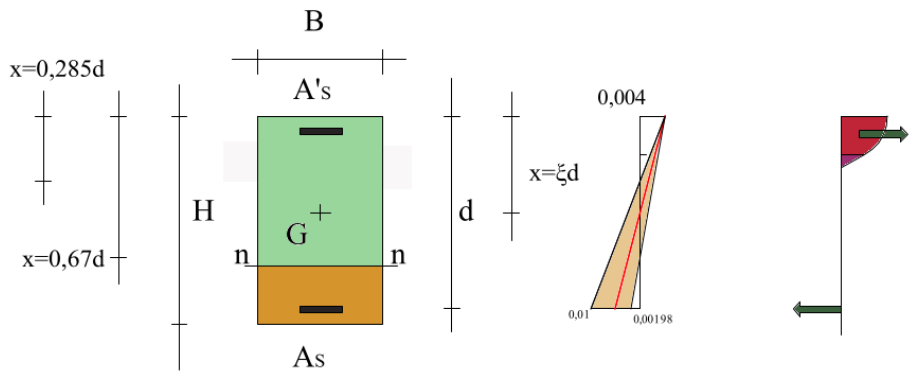
$\Psi(\xi) = [0{,}985*\xi - 0{,}015]/4$ *e* $\lambda(\xi) = 4/7*[d\,\xi - 0{,}015*d\,(1-\xi)]$

In questa equazione la incognita è $\xi \leq 0{,}285$ *che troviamo facilmente con un software di analisi matematica free ;Il momento di rottura della sezione*

$M_{RD} = B*(\xi d)^2 * 0{,}0005 f_{cm} + B*\Psi(\xi)*0{,}925*\xi d*fcd(\xi d - \lambda(\xi))$

$+A'_s * f_{yd}\ d*(\xi - 0{,}05) + A_S * f_{yd}\ *d(0{,}95 - \xi)$

Sub-Regione B $0{,}00198 \leq \varepsilon_S \leq 0{,}01$



$B*[0,01\xi d*f_{cm}+\Psi(\xi)*0,925*\xi d*fcd]+A'_s*f_{yd}-A_S*(-790000*\varepsilon^2+31600*\varepsilon+154)]=P$

La deformazione nell'acciaio teso $\varepsilon_S = 0,004*(1-\xi)/\xi$

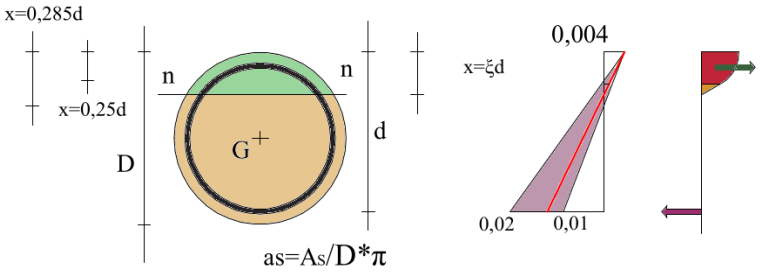
$\Psi(\xi)=[0,985*\xi-0,015]/4$ *e* $\lambda(\xi)=4/7*[d\,\xi-0,015*d\,(1-\xi)]$

Nota la incognita ξ *ricaviamo* M_{RD}

$M_{RD}=B*(\xi d)^2*0,0005f_{cm}+B*\Psi(\xi)*0,925*\xi d*fcd(\xi d-\lambda(\xi))$

$+A'_s*f_{yd}\ d*(\xi-0,05)+A_S*(-790000*\varepsilon^2+31600*\varepsilon+154)*d(0,95-\xi)$

Verifica a pressoflessione sezione circolare *nella III regione*
Sub-Regione A $0,01\leq\varepsilon_S\leq0,02$



La equazione di equilibrio alla traslazione orizzontale delle tensioni normali

Area segmento circolare $A = 0,67*c*f$ $f = \xi d$; *La corda* $c = \sin\alpha*f/(1-\cos\alpha)$

$c= \sin\alpha*0,2593d\,/(1-\cos\alpha)$

L'angolo α $0,95*D/2-\xi*(0,95)*D=D/2*\cos\alpha$;

$\cos\alpha = 0,95*(1-2\xi)$ $\alpha=\arccos[0,95*(1-2\xi)]$

$\Psi(\xi)*f_{cd}*0,67*\sin\alpha/(1-\cos\alpha)*(\xi d)^2+a'_s*\int\sigma'_S*dL-a_s*\int\sigma_S*dL=P$

Al solito $\Psi(\xi)=\int\sigma dxdy\,/(f_{cd}*0,67*c*f)$ *gli estremi di integrazione*

Gli integrali vanno separati in funzione del legame tensione deformazione

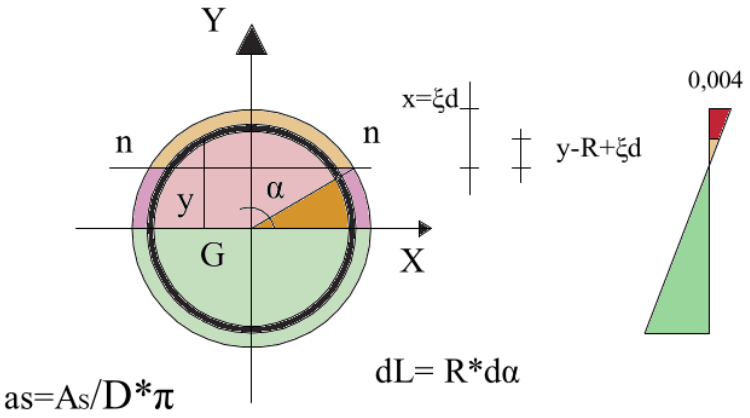
I coefficienti $x=R*\cos\alpha$ $dx=-R*\sin\alpha*d\alpha$ $0,0003/m=0,004/\xi d$

$m=0,075\xi d$ $y=R-0,925\xi d$; $y=R*\cos\alpha=R-0,925\xi d$; $\alpha=\arccos(1-0,925*\xi d/R)$

estremi $0\le y\le 0,075\xi d$; $\arccos(1-0,925*\xi d/R)\le\alpha\le 90°$ $\sigma=E*\varepsilon$

estremi $R-0,075\xi d\le y\le R$; $0\le\alpha\le\arccos(1-0,925*\xi d/R)$

La legge di variazione della $\varepsilon_S(y)=(Y-R+\xi d)*0,004/\xi d$



$\Psi(\xi)*f_{cd}*0,67*\sin\alpha/(1-\cos\alpha)*(\xi d)^2+a'_s*\int\sigma'_S*dL-a_s*\int\sigma_S*dL=P$

Lineare $\sigma=E*\varepsilon$ $E=206000\ N/mmq$ $0\le\varepsilon\le 0,00189$

Costante $\sigma=fyd=391\ N/mmq$ $0,00189\le\varepsilon\le 0,01$

Quadratica $\sigma=-790000*\varepsilon^2+31600*\varepsilon+154$ $0,01\le\varepsilon\le 0,02$

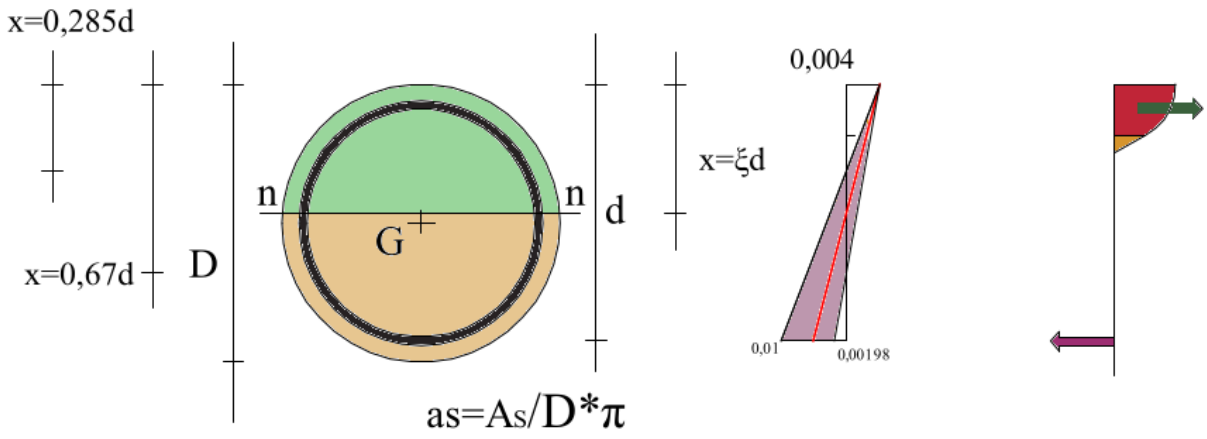
Questa equazione possiamo risolverla attraverso un software di analisi matematica, nota la profondità dell'asse neutro $x=\xi d$ *, determiniamo il momento ultimo della sezione*

$M_{RD}=\Psi(\xi)*f_{cd}*0,67*\sin\alpha/(1-\cos\alpha)*(\xi d)^2*(\xi d-\lambda_G)++a'_s*\int\sigma'_S*y*dL+a_s*\int\sigma_S*y*dL$

λ_G *distanza della risultante delle tensioni di compressioni dal bordo compresso*

$\lambda_G(\xi)=\int\sigma*ydxdy/(f_{cd}*0,67*c*f)$

Sub-Regione B $0,00198\le\varepsilon_S\le 0,01$



Il procedimento è analogo

$\Psi(\xi)*f_{cd}*0,67*\sin\alpha/(1-\cos\alpha)*(\xi d)^2+a'_s*\int\sigma'_S*dL-a_s*\int\sigma_S*dL=P$

Al solito $\Psi(\xi)=\int\sigma dxdy/(f_{cd}*0,67*c*f)$

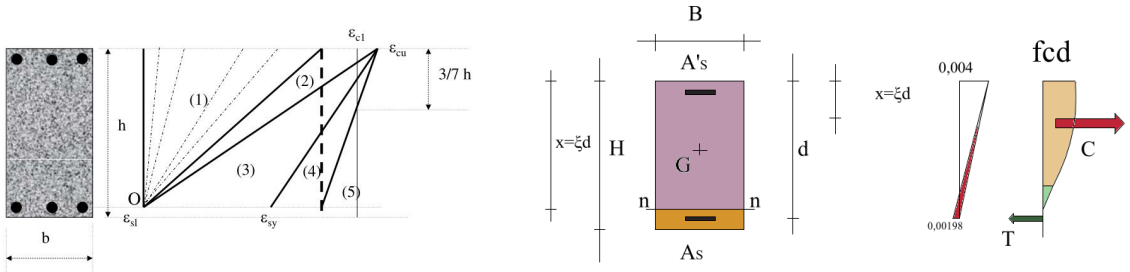
$M_{RD}=\Psi(\xi)*f_{cd}*0,67*\sin\alpha/(1-\cos\alpha)*(\xi d)^2*(\xi d-\lambda_G)+a'_s*\int\sigma'_S*y*dL-a_s*\int\sigma_S*y*dL$

λ_G *distanza della risultante delle tensioni di compressioni dal bordo compresso*

$\lambda_G(\xi)=\int\sigma*ydxdy/(f_{cd}*0,67*c*f)$

Verifica a pressoflessione nella IV regione
Sezione rettangolare

$0,00198\leq\varepsilon_S\leq 0,01 \qquad 0,67*d\leq x\leq d$



Il tratto di cls in fase elastica $m/0,0003=0,004/\xi d$; $m=0,075*\xi d$

La solita equazione di equazione di equilibrio alla traslazione delle tensioni normali:

$B*0,4*f_{cm}/1,5*m/2+\Psi(\xi)*B*f_{cd}*\xi d+A'_s*f_{yd}-A_S*\sigma_S\,A_S=P$

La deformazione nell'acciaio teso $\varepsilon_S/(d-\xi d)=0,004/\xi d$ $\varepsilon_S=0,004*(d-\xi d)/\xi d$

L'acciaio è fase elastica lineare $\sigma_S=E_S*\varepsilon_S$

$B*0,4*f_{cm}/1,5*0,075*\xi d\ /2+\Psi(\xi)*B*f_{cd}*\xi d + A'_s*f_{yd} - A_S*E_S*\varepsilon_S = P$
$B*0,01*f_{cm}*\xi d + \Psi(\xi)*B*f_{cd}*\xi d + A'_s*f_{yd} - A_S*E_S*0,004*(d-\xi d)/\xi d = P$

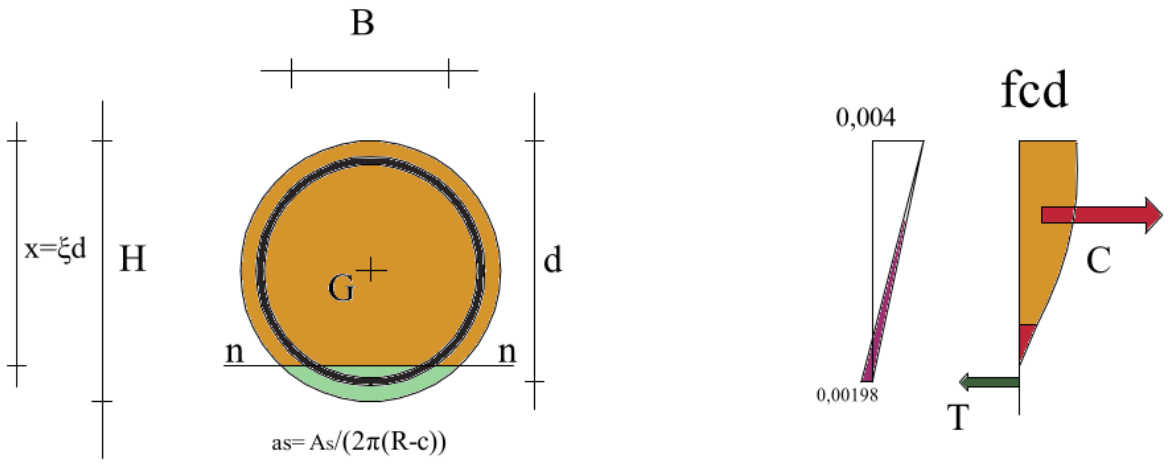
Il momento di rottura della sezione

$M_{RD} = B*0,02*f_{cm}*(\xi d)^2/3 + \Psi(\xi)*B*f_{cd}*\xi d\ *(\xi d - \lambda_G) + A'_s*f_{yd}\ *(H/2-c)$

$+ A_S*E_S*0,004*(d-\xi d)/\xi d\ *(H/2-c)$

$\Psi(\xi)=[0,985*\xi-0,015]/4 \quad e \quad \lambda(\xi)=4/7*[d\ \xi -0,015*d\ (1-\xi)]$

Sezione circolare



L'equilibrio alla traslazione delle tensioni normali di compressioni nel cls

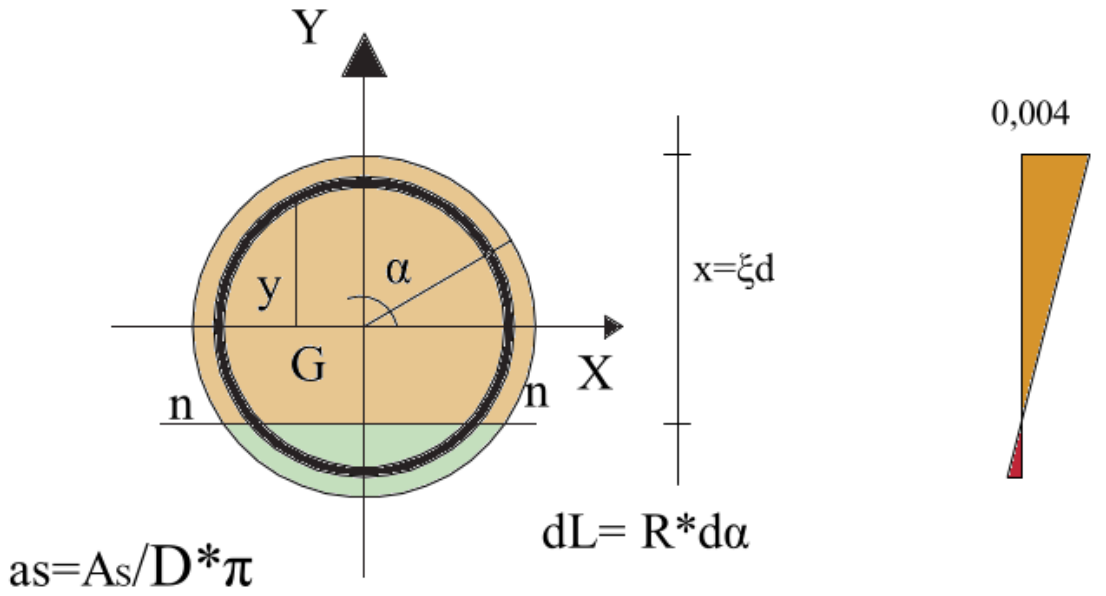
$\Psi(\xi)*f_{cd}*[\pi R^2-0,67*\sin\alpha/(1-\cos\alpha)*(R-\xi d)^2]+a'_s*\int\sigma'_s*dL - a_S*\int\sigma_s*dL=P$

$\Psi(\xi)*f_{cd}*[\pi R^2-0,67*\sin\alpha/(1-\cos\alpha)*(R-\xi d)^2]+a'_s*\int\sigma'_s*dL - a_S*\int\sigma_s*dL=P$

Lineare	$\sigma = E*\varepsilon \quad E = 206000\ N/mmq$	$0 \le \varepsilon \le 0,00189$
Costante	$\sigma = fyd = 391\ N/mmq$	$0,00189 \le \varepsilon \le 0,01$
Quadratica	$\sigma = -790000*\varepsilon^2 + 31600*\varepsilon + 154$	$0,01 \le \varepsilon \le 0,02$

La legge di variazione della $\varepsilon_S(y)= Y*0,004/\xi d$

Area compressa $[\pi*R^2-0,67*\sin\alpha/(1-\cos\alpha)*(R-\xi d)^2]$



I coefficienti $x=R*\cos\alpha$ $dx=-R*\sin\alpha*d\alpha$

$0,0003/m= 0,004/\xi d$ $m=0,075\xi d$ $m=R*\sin\alpha$; $\alpha=\arcsin(0,075\xi d/R)$

estremi $\xi d-R \le y \le 0,925\xi d-R$; $\arcsin(0,075\xi d/R) \le \alpha \le 90°$ $\sigma= E*\varepsilon$

estremi $0,925\xi d-R \le y \le R$; $0 \le \alpha \le \arcsin(0,075\xi d/R)$

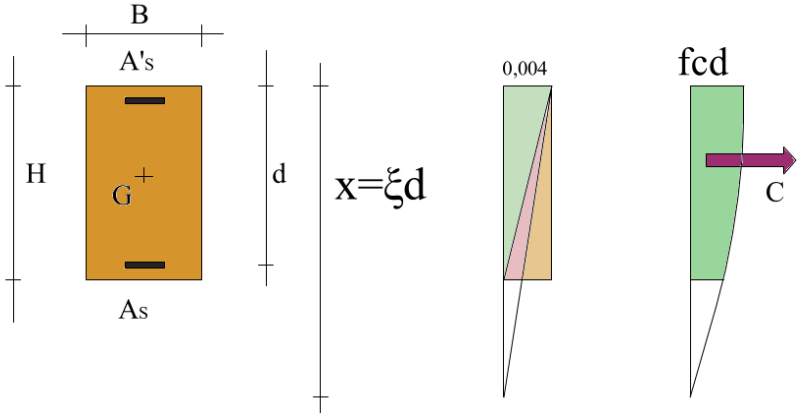
$$M_{RD}=\Psi(\xi)*f_{cd}*[\pi*R^2-0,67*\sin\alpha/(1-\cos\alpha)*(R-\xi d)^2]*[\xi d-\lambda(\xi)]+a'_s*\int\sigma'_s*y*dL +$$

$$+a_S*\int\sigma_s*y*dL$$ *Dove*

$$\Psi(\xi)=\int\sigma dxdy /\{f_{cd}*[\pi*R^2-0,67*\sin\alpha/(1-\cos\alpha)*(R-\xi d)^2]\}$$

$$\lambda(\xi)=\int\sigma*y*dxdy /\{f_{cd}*[\pi*R^2-0,67*\sin\alpha/(1-\cos\alpha)*(R-\xi d)^2]\}$$

Verifica a compressione semplice e pressoflessione V regione



La verifica a compressione semplice è immediata $P_{RD} \geq P_{SD}$

$P_{RD} = B*H*f_{cd} + A_S*f_{yd} + A's*f_{yd}$ *con acciaio snervato* $0{,}00189 \leq \varepsilon_S = 0{,}004 \leq 0{,}01$

In presenza di momento flettente M e di pressoflessione con sezione interamente reagente $\xi \geq 1$ *l 'equilibrio alla traslazione delle tensioni normali*

$\Psi(\xi)*f_{cd}*B*H + A'_s*f_{yd} + A_S*\sigma_S = P$

La tensione nella armatura compressa A_S *è funzione della deformazione* ε_S

$\varepsilon_S/(\xi d - d) = 0{,}004/\xi d$; $\varepsilon_S = 0{,}004(\xi d - d)/\xi d$

Lineare	$\sigma = E*\varepsilon$ $E = 206000$ *N/mmq*	$0 \leq \varepsilon \leq 0{,}00189$
Costante	$\sigma = f_{yd} = 391$ *N/mmq*	$0{,}00189 \leq \varepsilon \leq 0{,}01$
Quadratica	$\sigma = -790000*\varepsilon^2 + 31600*\varepsilon + 154$	$0{,}01 \leq \varepsilon \leq 0{,}02$

Il legame tensione deformazione nel cls $\varepsilon_C = 0{,}004(\xi d - d)/\xi d$

$\sigma(\varepsilon) = -16622026177{,}93*\varepsilon_C{}^3 + 87242582{,}02*\varepsilon_C{}^2 - 58038{,}76\ a*\varepsilon_C + 93{,}68$

$\sigma = E_T*\varepsilon_{CT}$ $\sigma \leq f_{ctd} = 3{,}2$*N/mmq* $E_T = 10600$ *N/mmq*

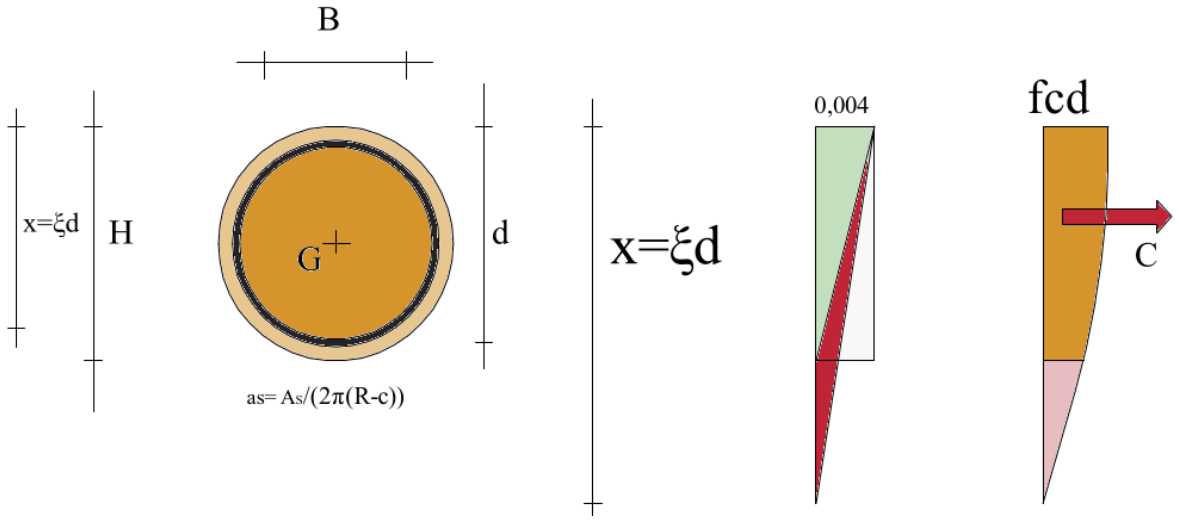
I coefficienti $\Psi(\xi)$; $\lambda_G(\xi)$ *possono essere tabellati in funzione di* ξ

$\Psi(\xi) = B*\int\sigma dy/(B*H*f_{cd}) = \int\sigma dy/(H*f_{cd})$; $\lambda_G(\xi) = \int\sigma*y dy/(H*f_{cd})$

La equazione di equilibrio alla rotazione intorno al baricentro

$M_{RD} = \Psi(\xi)*f_{cd}*B*H*(H/2 - \lambda_G(\xi)) + A'_s*f_{yd}*(H/2 - c) - A_S*\sigma_S*(H/2 - c)$

Per la sezione circolare ***pressoinflessa***



Per compressione centrata $P_{RD} = \pi R^2*f_{cd} + A_S*f_{yd} + A's*f_{yd} \geq P_{SD}$

Per sezione pressoinflessa l'equilibrio alla traslazione delle tensioni normali di compressioni nel cls

$\Psi(\xi)*f_{cd}*\pi R^2+2*[a'_s*\int\sigma'_s*dL+a_S*\int\sigma_s*dL]=P$

$\Psi(\xi)*f_{cd}*\pi R^2+2*[a'_s*\int\sigma'_s*dL+a_S*\int\sigma_s*dL]=P$

$dL=R*d\alpha$; integrazione da $2/3\pi \le \alpha \le \pi/2$

Lineare	$\sigma = E*\varepsilon$ $E = 206000$ N/mmq	$0 \le \varepsilon \le 0{,}00189$
Costante	$\sigma = fyd = 391$ N/mmq	$0{,}00189 \le \varepsilon \le 0{,}01$
Quadratica	$\sigma = -790000*\varepsilon^2 +31600*\varepsilon +154$	$0{,}01 \le \varepsilon \le 0{,}02$

La legge di variazione della deformazione per il principio di conservazione delle sezioni piane e la linerarità

Acciaio	$\varepsilon_S/(\xi d-d)=0{,}004/\xi d$;	$\varepsilon_S=0{,}004(\xi d-d)/\xi d$
Calcestruzzo	$\varepsilon_C/(\xi d-d)=0{,}004/\xi d$;	$\varepsilon_C=0{,}004(\xi d-d)/\xi d$

$\sigma(\varepsilon)=-16622026177{,}93*\varepsilon_C{}^3+87242582{,}02*\varepsilon_C{}^2-58038{,}76\,a*\varepsilon_C+93{,}68$

$\sigma=E_T*\varepsilon_{CT}$ $\sigma \le f_{ctd}=3{,}2$N/mmq $E_T=10600$ N/mmq

I coefficienti $\Psi(\xi)$;$\lambda_G(\xi)$ possono essere tabellati in funzione di ξ

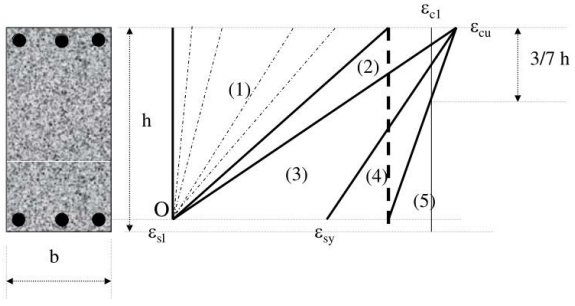
$\Psi(\xi)=\int\sigma dA/(\pi R^2*f_{cd})=\int\sigma dA/(\pi R^2*f_{cd})$; $\lambda_G(\xi)=\int\sigma*ydA/(\pi R^2*f_{cd})$

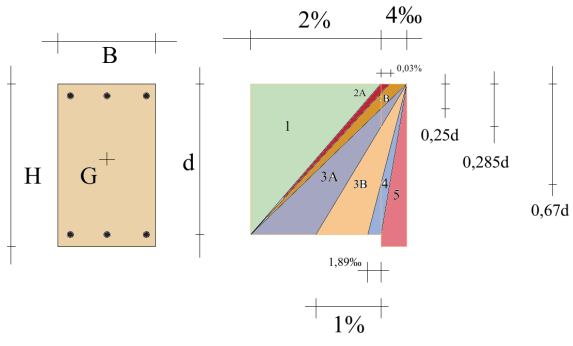
L'elemento areale infinitesino $dA = ds*dr = R*d\alpha*dr$

Il momento ultimo della sezione circolare pressoinflessa interamente reagente

$M_{RD}=\Psi(\xi)*f_{cd}*(\pi*R^2)*(\xi d-\lambda(\xi))+2*a'_s*\int\sigma'_s*y*dL+2*a_S*\int\sigma_s*y*dL$

Riportiamo la rappresentazione degli stati limite ultimi con i diagrammi lineari delle deformazioni





SLU

Parabola rettangolo $\varepsilon_{C1}=0,35\%$ $\varepsilon_{CY}=0,2\%$
Acciaio bilineare $\varepsilon_{S1}=1\%$ $\varepsilon_{SY}=0,189\%$

SLU
Lineare e cubico $\varepsilon_{C1}=0,35\%$ $\varepsilon_{CY}=0,2\%$ $\varepsilon_{CE}=0,03\%$
Acciaio $\varepsilon_{C2}=2\%$ $\varepsilon_{SY}=1\%$ $\varepsilon_{SE}=0,189\%$

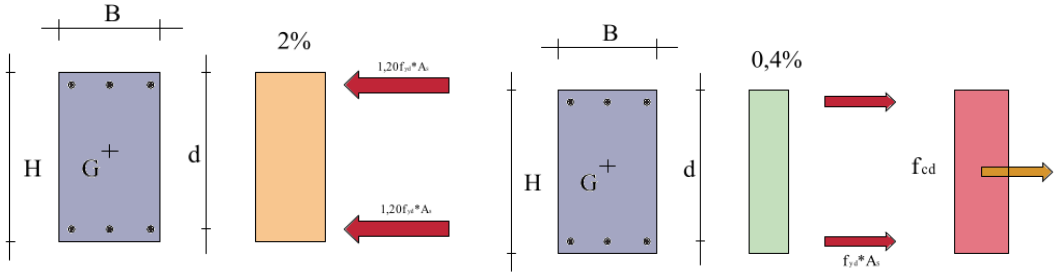
Le verifiche vano eseguite impostando la equazione di equilibrio alla traslazione utilizzando software di analisi matematica per la risoluzione degli integrali e non attraverso calcoli manuali e tabelle .

Il dominio di rottura
La costruzione del dominio di rottura la eseguiamo per 3 tipi di sezione sempre nella ipotesi di flessione e pressoflessione retta con sforzo normale P e momento flettente M , utilizzando 7 punti . (Rettangolare ,Circolare , Sezione a T)

- *Trazione*
- *Compressione*
- *Lineare cls*
- *Rottura bilanciata x = 0,25d*
- *Fase plastica acciaio x = 0,285d*
- *Fase di snervamento x = 0,67d*
- *Momento massimo*

Sezione rettangolare

Punto P_1 e P_2 *asse delle ascisse* P_{RD}
Trazione $P_{RD} = 1,20*f_{yd}*(A's+As)$



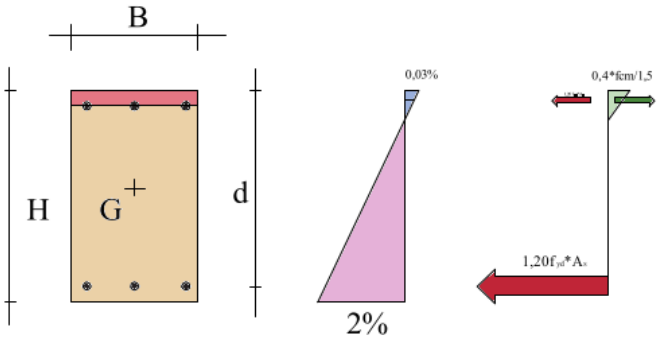
Compressione $P_{RD} = f_{yd}*(A's+As) + f_{cd}*B*H$

Punto P_3

fase lineare cls $\varepsilon_C = 0,0003$; $\varepsilon_S = 0,02$; $0,0003/x = 0,02/(d-x)$

$0,0003*d = 0,0197*x$ $x = 0,01522d = \xi*d$ $0,0003/\xi*d=\varepsilon'_S/(\xi*d - c)$

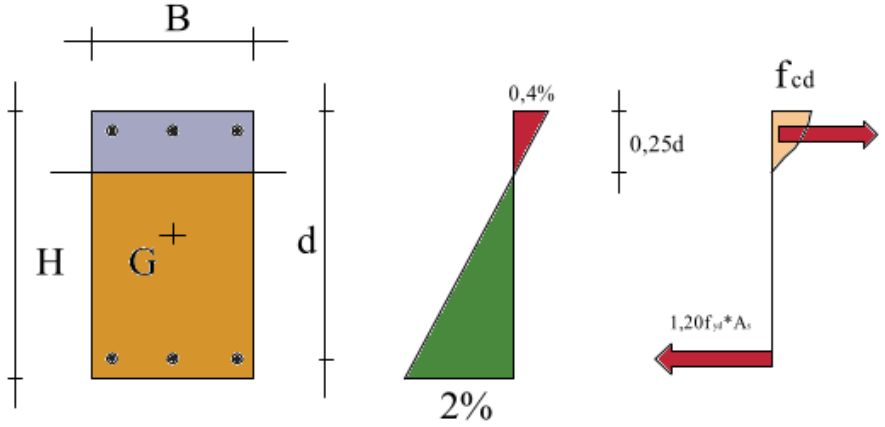
$\varepsilon'_S = 0,0003*(\xi*d - c)/\xi*d$ $c = 0,05d$ *la armatura è tesa* $\varepsilon'_S=0,000685$



$P_{RD} = 0,4*fcm/1,5*0,01522d *B/2 -1,20*f_{yd} As - E_S*0,00685*A's$

$M_{RD} = 0,4*fcm/1,5*(0,01522d)^2*B/3* +1,20*f_{yd} As (H/2-c)+E_S*0,00685*A's (H/2-c)$

Punto P₄ *rottura bilanciata* $\varepsilon_C = 0,004$; $\varepsilon_S = 0,02$; $\varepsilon'_S = 0,0032$
$0,004/0,25*d = 0,0003/m$ $m = 0,1875d$



$P_{RD} = 0,4*fcm/1,5*0,01875d *B/2 + \Psi(\xi)*B*0,25**f_{cd} -1,20*f_{yd} As + f_{yd} *A's$

$M_{RD}=0,4*fcm/1,5*(0,01875d)^2*B/3+\Psi(\xi)*B*0,25*f_{cd}(0,01522d-\lambda_G(\xi)]+$

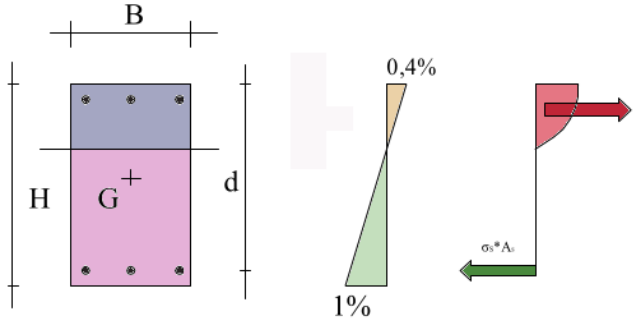
$+1,20*f_{yd} As (H/2-c)+ f_{yd} *A's (H/2-c)$

Punto P₅ *rottura bilanciata* $\varepsilon_C = 0,004$; $\varepsilon_S = 0,01$; $X= 0,285d$ $m = 0,02137d$

$P_{RD} = 0,4*fcm/1,5*0,02137d *B/2 + \Psi(\xi)*B*0,25*f_{cd} -\sigma_S*As+f_{yd}*A's$

$M_{RD}=0,4*fcm/1,5*(0,02137d)^2*B/3+\Psi(\xi)*B*0,25*f_{cd}(0,01522d-\lambda_G(\xi)]+$

$+\sigma_S*As*(H/2-c)+ f_{yd} *A's (H/2-c)$

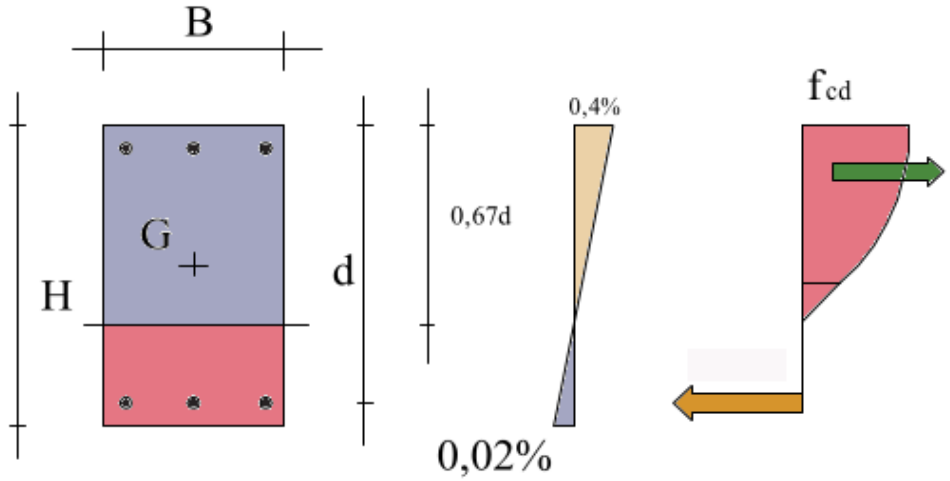


Punto P_6 $\varepsilon_C = 0{,}004$; $\varepsilon_S = 0{,}00198$; $X = 0{,}67d$ $m = 0{,}05d$

$P_{RD} = 0{,}4*fcm/1{,}5*0{,}05*B/2 + \Psi(\xi)*B*0{,}25*f_{cd} - f_{yd}*As + f_{yd}*A's$

$M_{RD} = 0{,}4*fcm/1{,}5*(0{,}05d)^2*B/3 + \Psi(\xi)*B*0{,}25*f_{cd}\,(0{,}01522d - \lambda_G(\xi)] +$

$+ f_{yd}*As*(H/2-c) + f_{yd}*A's\,(H/2-c)$



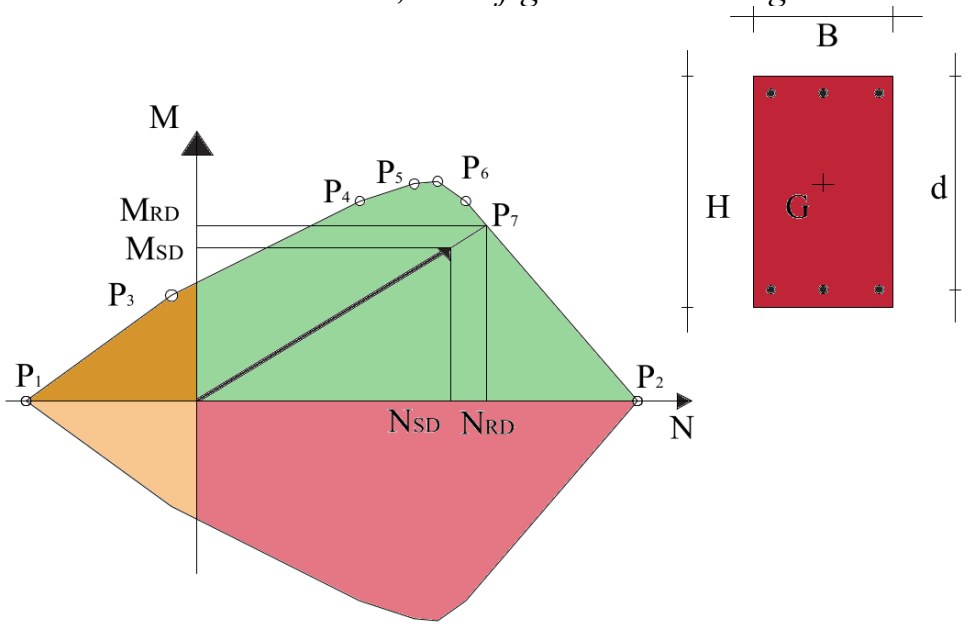
Punto P_7 *max momento*

$P_{RD} = 0{,}4*fcm/1{,}5*m*B/2 + \Psi(\xi)*B*\xi d*f_{cd} - 0{,}20\, f_{yd}*As*(H/2-c)$

$M_{RD} = 0{,}4*fcm/1{,}5*m^2*B/2 + \Psi(\xi)*B*\xi d*f_{cd}*[\xi d* - \lambda_G(\xi)] + \Delta M_{RD}$

$\Delta M_{RD} = 1{,}20\, f_{yd}*As*(H/2-c) + f_{yd}*A's\,(H/2-c)$

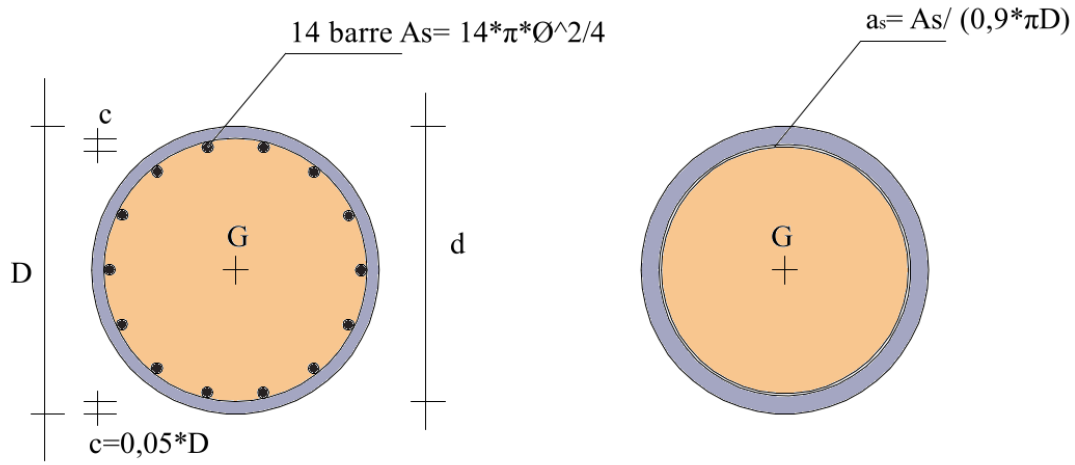
Il dominio di rottura per la sezione rettangolare lo ricaviamo per punti simmetrico rispetto all'asse delle ascisse , nella figura è stato disegnato a maniera a occhio !!



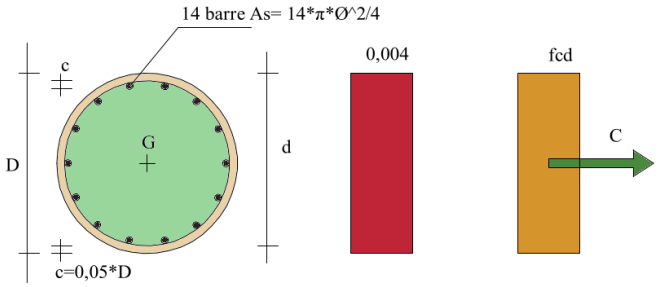
Coefficiente di sicurezza={[(NRD)^2+(MRD)^2]/[(NRD)^2+(MRD)^2]}^(1/2)

Dominio di rottura sezione circolare

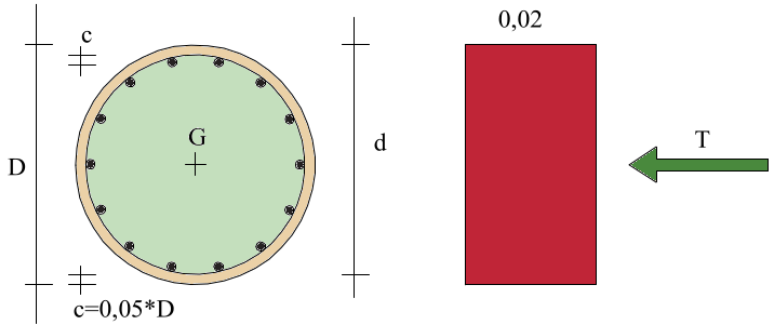
Individuiamo 7 punti per il disegno del dominio
- Trazione
- Compressione
- Lineare cls x = 0,01522d
- Rottura bilanciata x = 0,25d
- Fase plastica acciaio x = 0,285d
- Fase di snervamento x = 0,67d
- Momento massimo x = R

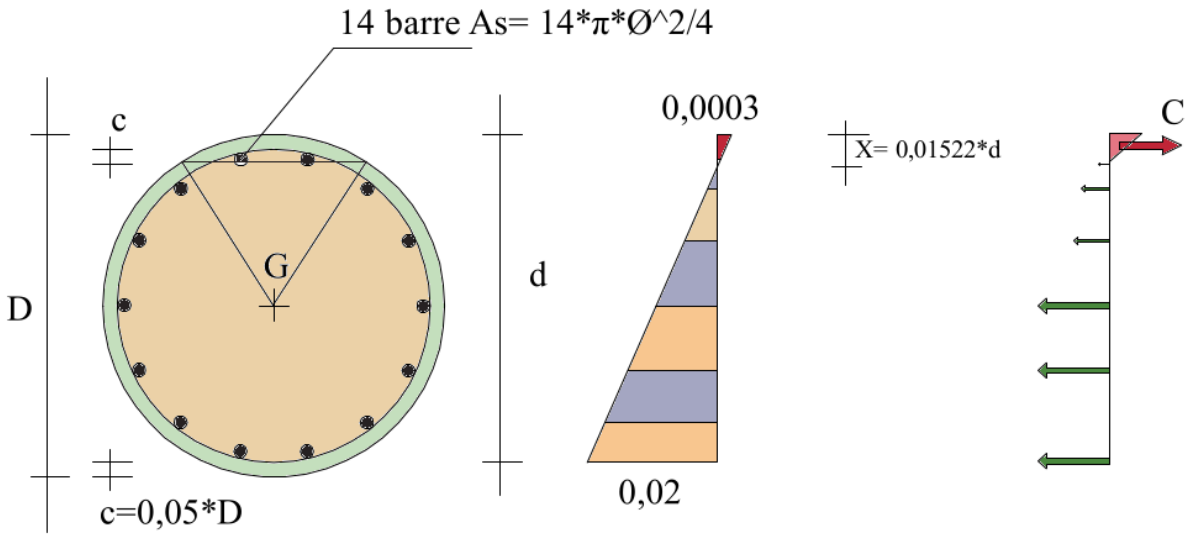


Trazione e Compressione P_1 e P_2
Trazione $P_{RD} = 1,20*f_{yd} *(A's+As)$
Compressione $P_{RD} = 1,20*f_{yd} *(A's+As) +fcd*\pi*R^2$



- Lineare cls x = 0,01522d punto ***P_3***





Area segmento circolare $A = 0{,}67*c*f$ *la corda* $c=2*R*\sin\alpha$

Freccia $= R-R*\cos\alpha = \xi*d$; $\cos\alpha=(R-\xi*d)/R]$ $\alpha=\arccos[(R-\xi*d)/R]$

Freccia $f = \xi*d = 0{,}01522d$ $d = (D-c) = 0{,}95*D$ *copriferro* $c= 5\%H =5\%D$

$\alpha=\arccos[(R-\xi*d)/R] = 13°{,}81$ $d = 1{,}90*R$ $c = 1{,}05*d*\sin\alpha = 0{,}25d$

Lo sforzo Normale P_{RD}

$P_{RD}= \Psi*0{,}4fcm/1{,}5*0{,}67*0{,}25*d*0{,}01522d - \sum A_{SI}*\sigma_{SI}= 0{,}0004*fcm*d^2 - \sum A_{SI}*\sigma_{SI}$

Le tensioni nell'acciaio teso

Lineare	$\sigma = E*\varepsilon$ $E = 206000$ *N/mmq*	$0 \le \varepsilon \le 0{,}00189$
Costante	$\sigma = fyd = 391$ *N/mmq*	$0{,}00189 \le \varepsilon \le 0{,}01$
Quadratica	$\sigma = -790000*\varepsilon^2 +31600*\varepsilon +154$	$0{,}01 \le \varepsilon \le 0{,}02$

La deformazione $\varepsilon(y)=0{,}02(R-0{,}01522d -y)/(0{,}98478d)=0{,}02*(0{,}511d-y)/(0{,}98478d)$

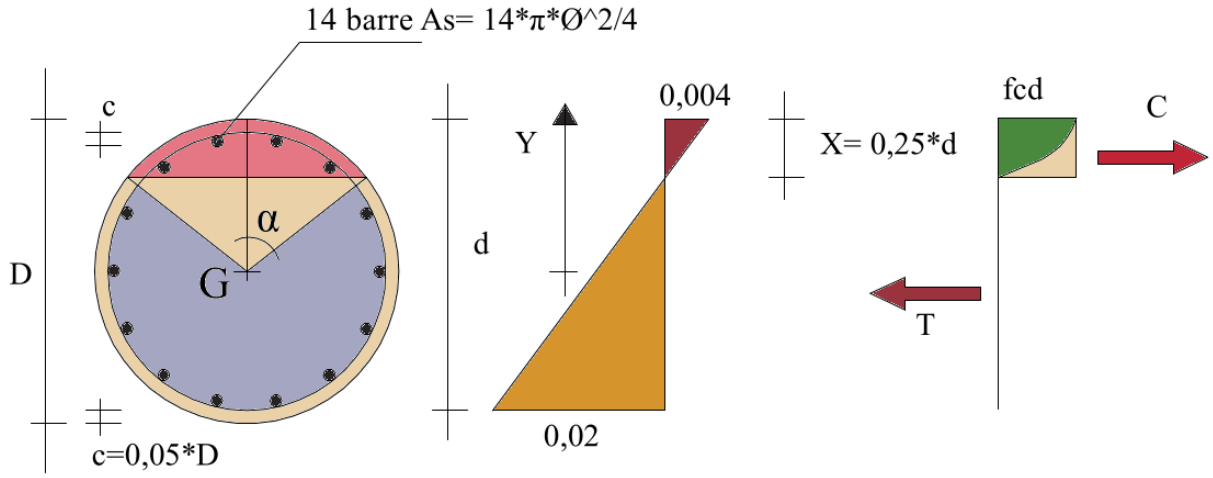
$\varepsilon(y)=0{,}02*(0{,}511d-y)/(0{,}98478d)$; $\Psi_1(\xi)= \int\sigma dA/(f_{cd}*A_{SG})$ $\sigma= E_C*\varepsilon(y)$

Il momento ultimo di rottura M_{RD}

$M_{RD}=\Psi_1(\xi)*0{,}0004*fcm*d^2 *0{,}01522d*2/3 - \sum A_{SI}*\sigma_{SI} *Y_I^2$

Il punto P_3 *ha coordinate* P_{RD} *di trazione e* M_{RD}

- Rottura bilanciata x = 0,25d



Area segmento circolare $A = 0,67*c*f$ la corda $c=2*R*\sin\alpha$

Freccia $= R-R*\cos\alpha = \xi*d$; $\cos\alpha=(R-\xi*d)/R]$ $\alpha=\arccos[(R-\xi*d)/R]$

Freccia $f = \xi*d = 0,25d$ $d = (D-c) = 0,95*D$ copriferro $c= 5\%H = 5\%D$

$\alpha=\arccos[(R-\xi*d)/R]$ $d = 1,90*R$ $c = 1,05*d*\sin\alpha = 0,89d$

$\alpha=\arccos[(d/1,90-\xi*d)/d/1,90] =\arccos(0,526-\xi)/0,526 = 58,35$

Lo sforzo Normale P_{RD} $\Psi(\xi)=\int\sigma dA/A_{SG}$ $\varepsilon(y)/(y- R+\xi d)=0,02/(d-\xi d)$

$\varepsilon(y)=0,02*(y-0,275*d)/0,75d$ $\Psi(\xi)=\int\sigma dA/(f_{cd}*A_{SG}) = \Psi_1(\xi)+\Psi_2(\xi)$

Il primo coefficiente per il tratto lineare il secondo per il tratto cubico

$P_{RD} = \Psi(\xi)*A_{SG}*fcd \pm \sum A_{SI}*\sigma_{SI}$; $\lambda_G(\xi) = \int\sigma*ydA/(f_{cd}*A_{SG})$

$M_{RD} = \Psi(\xi)*A_{SG}*fcd*(R-\lambda_G) \pm \sum A_{SI}*\sigma_{SI}*Y$ $dA = ds*dr = R*d\alpha*dr$

La tensione nel cls

$\sigma=E*\varepsilon_C$ $\sigma \le 0,4*f_{cm}/1,5$ $\varepsilon_C = 0,0003$ $f_{cm} = f_{ck}+8 = 37$ N/mmq

$\sigma(\varepsilon)=-16622026177,93*\varepsilon_C{}^3+87242582,02*\varepsilon_C{}^2-58038,76\,a*\varepsilon_C+93,68$

Le tensioni nell'acciaio teso

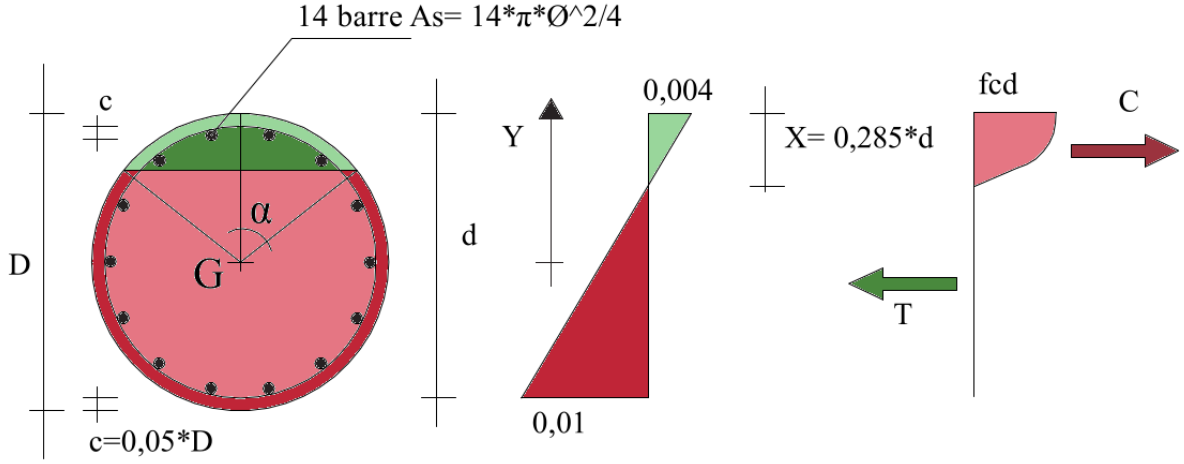
Lineare	*$\sigma = E*\varepsilon$ $E = 206000$ N/mmq*	*$0 \le \varepsilon \le 0,00189$*
Costante	*$\sigma = fyd = 391$ N/mmq*	*$0,00189 \le \varepsilon \le 0,01$*
Quadratica	*$\sigma = -790000*\varepsilon^2 + 31600*\varepsilon + 154$*	*$0,01 \le \varepsilon \le 0,02$*

Gli estremi di integrazione

$dA = ds*dr = R*d\alpha*dr$ $\quad R-0,25*d \le r \le r \quad 31°,65 \le r \le 148°,35$

Otteniamo il punto P_4 *di coordinate* $(P_{RD};M_{RD})$

- Punto P_5 *rottura* **$x = 0,285d$** $\varepsilon_C = 0,0004$; $\varepsilon_S = 0,01$



Area segmento circolare $A = 0,67*c*f$ *la corda* $c=2*R*\sin\alpha$

Freccia $= R-R*\cos\alpha = \xi*d$; $\cos\alpha=(R-\xi*d)/R]$ $\quad \alpha=\arccos[(R-\xi*d)/R]$

Freccia $f = \xi*d = 0,25d$ $\quad d = (D-c) = 0,95*D$ $\quad$ *copriferro* $c = 5\%H = 5\%D$

$\alpha=\arccos[(R-\xi*d)/R]$ $\quad d = 1,90*R$ $\quad c = 1,05*d*\sin\alpha = 0,89d$

$\alpha=\arccos[(d/1,90-\xi*d)/d/1,90] = \arccos(0,526-\xi)/0,526 = 62°,73$

Lo sforzo Normale P_{RD} $\quad \Psi(\xi)=\int\sigma dA/A_{SG}$ $\quad \varepsilon(y)/(y-0,241d)=0,01/(d-\xi d)$

$\varepsilon(y)=0,01*(y-0,241d)/0,715d$ $\quad \Psi(\xi)=\int\sigma dA/(f_{cd}*A_{SG}) = \Psi_1(\xi)+\Psi_2(\xi)$

Il primo coefficiente per il tratto lineare il secondo per il tratto cubico

$P_{RD} = \Psi(\xi)*A_{SG}*fcd \pm \sum A_{SI}*\sigma_{SI}$; $\quad \lambda_G(\xi) = \int\sigma*ydA/(f_{cd}*A_{SG})$

$M_{RD} = \Psi(\xi)*A_{SG}*fcd*(R-\lambda_G) \pm \sum A_{SI}*\sigma_{SI}*Y$ $\quad dA = ds*dr = R*d\alpha*dr$

La tensione nel cls

$\sigma=E*\varepsilon_C$ $\quad \sigma \le 0,4*f_{cm}/1,5$ $\quad \varepsilon_C = 0,0003$ $\quad f_{cm} = f_{ck}+8 = 37\ N/mmq$

$\sigma(\varepsilon)=-16622026177,93*\varepsilon_C{}^3+87242582,02*\varepsilon_C{}^2-58038,76\ a*\varepsilon_C+93,68$

Le tensioni nell'acciaio teso

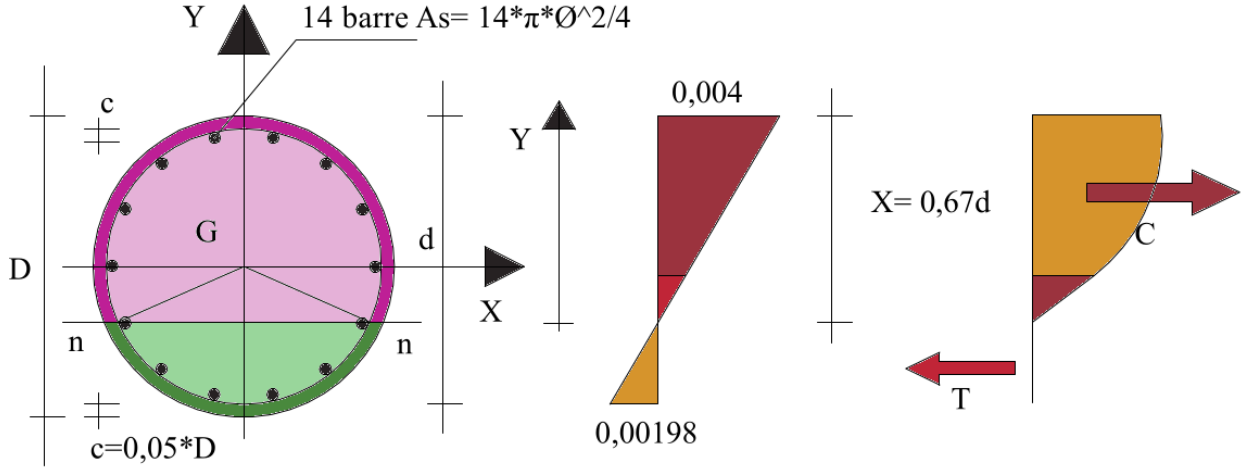
Lineare $\sigma = E*\varepsilon$ $E = 206000$ *N/mmq* $0 \le \varepsilon \le 0{,}00189$
Costante $\sigma = fyd = 391$ *N/mmq* $0{,}00189 \le \varepsilon \le 0{,}01$

Gli estremi di integrazione

$dA = ds*dr = R*d\alpha*dr$ $R-0{,}25*d \le r \le r$ $27°{,}27 \le r \le 152°{,}73$

Otteniamo il punto P_4 *di coordinate* $(P_{RD};M_{RD})$

- ***Punto*** P_6 *rottura* $\boldsymbol{x = 0{,}67d}$ $\varepsilon_C=0{,}0004$; $\varepsilon_S=0{,}00189$;



Area segmento circolare $A = [\pi*R^2 - 0{,}67*c*f)$ *la corda* $c=2*R*\sin\alpha$

Freccia $= R-R*\cos\alpha = \xi*d$; $\cos\alpha=(R-\xi*d)/R]$ $\alpha=\arccos[(R-\xi*d)/R]$

Freccia $f = \xi*d = 0{,}25d$ $d = (D-c) = 0{,}95*D$ *copriferro* $c = 5\%H = 5\%D$

$\alpha=\arccos[(R-\xi*d)/R]$ $d = 1{,}90*R$ $c = 1{,}05*d*\sin\alpha = 0{,}89d$

$\alpha=\arccos[(d/1{,}90-\xi*d)/d/1{,}90] = \arccos(0{,}526-\xi)/0{,}526 = 68°{,}13$

Lo sforzo Normale P_{RD} $\Psi(\xi)=\int\sigma dA/A_{SG}$ $\varepsilon(y)/(\xi d-y)=0{,}00198/(d-\xi d)$

$\varepsilon(y)=0{,}00198*(\xi*d-y)/0{,}33d$ $\Psi(\xi)=\int\sigma dA/(f_{cd}*A_{SG}) = \Psi_1(\xi)+\Psi_2(\xi)$

Il primo coefficiente per il tratto lineare il secondo per il tratto cubico

$P_{RD} = \Psi(\xi)*A_{SG}*fcd \pm \sum A_{SI}*\sigma_{SI}$; $\lambda_G(\xi) = \int\sigma*ydA/(f_{cd}*A_{SG})$

$M_{RD} = \Psi(\xi)*A_{SG}*fcd*(R-\lambda_G) \pm \sum A_{SI}*\sigma_{SI}*Y$ $dA = ds*dr = R*d\alpha*dr$

La tensione nel cls

$\sigma=E*\varepsilon_C$ $\sigma \le 0,4*f_{cm}/1,5$ $\varepsilon_C = 0,0003$ $f_{cm}=f_{ck}+8 = 37\ N/mmq$

$\sigma(\varepsilon)=-16622026177,93*\varepsilon_C{}^3+87242582,02*\varepsilon_C{}^2-58038,76\ a*\varepsilon_C+93,68$

Le tensioni nell'acciaio teso

Lineare	$\sigma = E*\varepsilon$	$E = 206000\ N/mmq$	$0 \le \varepsilon \le 0,00189$
Costante	$\sigma = fyd = 391\ N/mmq$		$0,00189 \le \varepsilon \le 0,01$

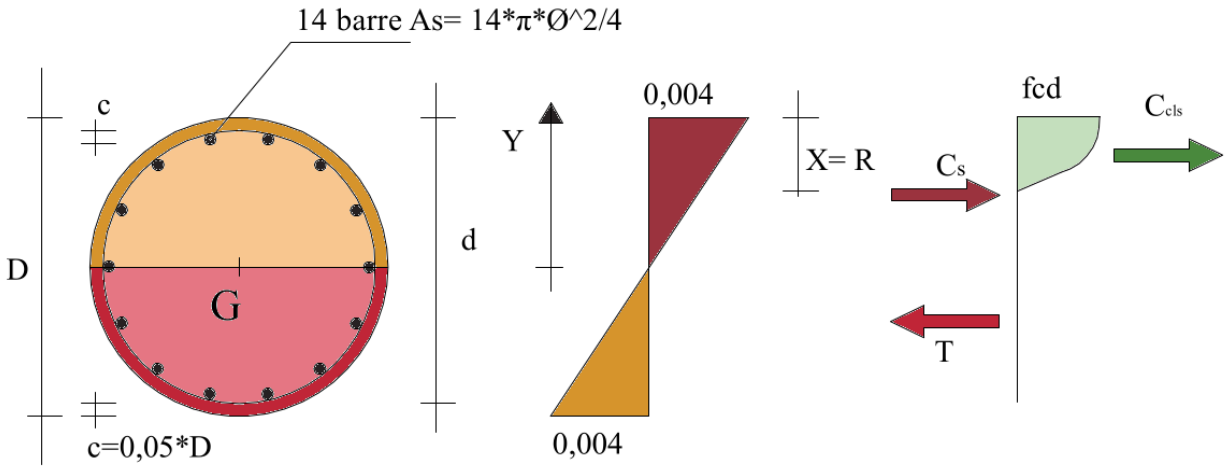
Gli estremi di integrazione

$dA = ds*dr = R*d\alpha*dr$ $0,67d-2R \le r \le R$ $-21°,87 \le r \le 201°,87$

Otteniamo il punto P_5 di coordinate (P_{RD};M_{RD})

- Punto P_7

Momento massimo $x=R$ $\varepsilon_C=0,0004$; $\varepsilon_S=0,0004$;



Lo sforzo Normale P_{RD} $\Psi(\xi)=\int\sigma dA/A_{SG}$ $\varepsilon(y)= 0,0004y/R$

$\Psi(\xi)=\int\sigma dA/(f_{cd}*A_{SG})= \Psi_1(\xi)+\Psi_2(\xi)$

Il primo coefficiente per il tratto lineare il secondo per il tratto cubico

$P_{RD}= \Psi(\xi)*\pi*R^2*f_{cd}$ $\lambda_G(\xi)= \int\sigma*ydA/(f_{cd}*A_{SG})$

$M_{RD}= \Psi(\xi)*\pi*R^2*f_{cd}*(R-\lambda_G)\pm\sum A_{SI}*\sigma_{SI}*Y$ $dA = ds*dr = R*d\alpha*dr$

La tensione nel cls

$\sigma=E*\varepsilon_C$ $\sigma \le 0,4*f_{cm}/1,5$ $\varepsilon_C = 0,0003$ $f_{cm}=f_{ck}+8 = 37\ N/mmq$

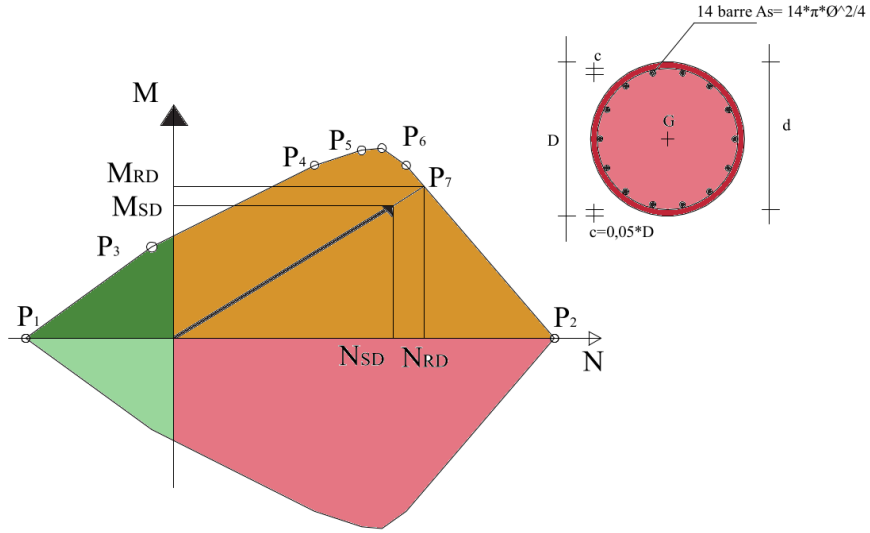
$\sigma(\varepsilon)=-16622026177,93*\varepsilon_C{}^3+87242582,02*\varepsilon_C{}^2-58038,76\ a*\varepsilon_C+93,68$

Le tensioni nell'acciaio teso

Lineare $\sigma = E*\varepsilon$ $E = 206000\ N/mmq$ $0 \le \varepsilon \le 0{,}00189$
Costante $\sigma = fyd = 391\ N/mmq$ $0{,}00189 \le \varepsilon \le 0{,}01$

Gli estremi di integrazione
$dA = ds*dr = R*d\alpha*dr$ $0 \le r \le R$ $0 \le r \le 180°$

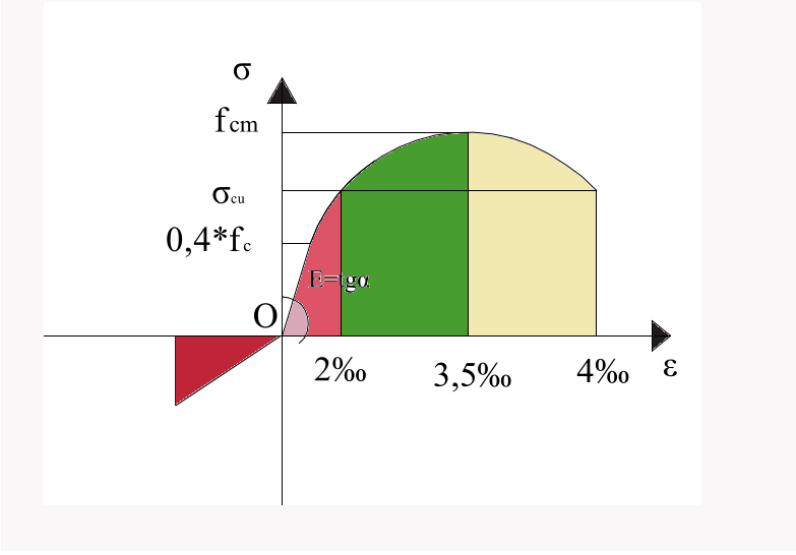
Otteniamo il punto P_7 *di coordinate* $(P_{RD};M_{RD})$
Il dominio di rottura per sezione circolare lo ricaviamo per punti simmetrico rispetto all'asse delle ascisse , nella figura è stato disegnato a maniera!!



Coefficiente di sicurezza={[(NRD)^2+(MRD)^2]/[(NRD)^2+(MRD)^2]}^(1/2)

6-Verifiche a fessurazione - sezione rettangolare e a T

Per la verifica a fessurazione utilizziamo il diagramma tensioni deformazioni per il calcestruzzo riportato in figura con comportamento elastico lineare a trazione.
$E = 22000*(f_{cm}/10)^{0,3}$ *N/mmq* $E_{CT} = 18000*\sqrt{Rck}$ *daN/cmq*



La tensione di rottura a trazione $f_{ctm} = 0{,}30 * (f_{CK})^{2/3}$ *per classi* $\leq 50/60$
Il valore medio della resistenza a trazione per flessione $f_{cfm} = 1{,}2 * f_{ctm}$
$f_{cfm} = 1{,}3 * f_{ctm}$ *corrispondente al frattile del 95%*
$f_{cfm} = 0{,}7 * f_{ctm}$ *corrispondente al frattile del 5%*

La resistenza di progetto a trazione del cls $f_{ctd} = f_{ctk}/\gamma_C$ *con* $\gamma_C = 1{,}5$
La rappresentazione analitica del diagramma di calcolo per il calcestruzzo come riportato in figura si compone di 3 tratti per la compressione e uno lineare per la trazione Rck 350 C35

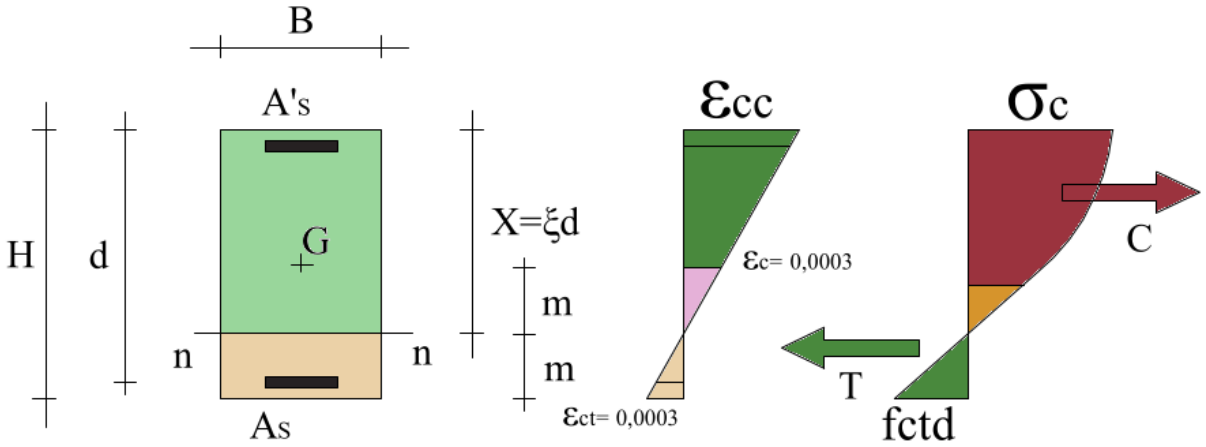
$$\varepsilon_{c1} = 0{,}002 \; ; \quad \varepsilon_{cu} = 0{,}0035 \quad \varepsilon_{Cmax} = 0{,}004$$

$\sigma = E * \varepsilon_C$ $\sigma \leq 0{,}4 * f_{cm}/1{,}5$ $\varepsilon_C = 0{,}0002817$ $f_{cm} = f_{ck} + 8 = 37$ *N/mmq*

$\sigma(\varepsilon) = -16622026177{,}93 * \varepsilon_C^{\,3} + 87242582{,}02 * \varepsilon_C^{\,2} - 58038{,}76\, a * \varepsilon_C + 93{,}68$

$\sigma = E_T * \varepsilon_{CT}$ $\sigma \leq f_{ctd} = 3{,}2$*N/mmq* $E_T = 10600$ *N/mmq*

Per sezione rettangolare



L'equilibrio alla traslazione del tensioni normali

$\Psi(\xi) * f_{cd} * B * \xi * d + \sigma's * A's - \sigma s * As - 0{,}5 * B * (H - \xi * d) * 0{,}4 * fcm/1{,}5 = 0 \quad H = 1{,}05 * d$

La deformazione $\varepsilon(y) = y * 0{,}0003/((H - \xi * d)$; $\varepsilon_{cc} = 0{,}0003\xi * d/((H - \xi * d)$; $H = 1{,}05 * d$

$\varepsilon_{cc} = 0{,}0003\xi/((1{,}05 - \xi)$; $\varepsilon_S = 0{,}0003(1 - \xi)/((1{,}05 - \xi)$; $\varepsilon'_S = 0{,}0003(\xi - 0{,}05)/((1{,}05 - \xi)$;

$\Psi(\xi) = [0{,}985 * \xi - 0{,}015]/4$ *e* $\lambda(\xi) = 4/7 * [d\,\xi - 0{,}015 * d\,(1 - \xi)]$

Le tensioni nell'acciaio teso $\sigma_s = E * \varepsilon'_S$ *; nell'acciaio compresso* $\sigma'_S = fyd$

Lineare	$\sigma = E * \varepsilon$ $E = 206000$ *N/mmq*	$0 \leq \varepsilon \leq 0{,}00189$
Costante	$\sigma = f_{yd} = 391$ *N/mmq*	$0{,}00189 \leq \varepsilon \leq 0{,}01$
Quadratica	$\sigma = -790000 * \varepsilon^2 + 31600 * \varepsilon + 154$	$0{,}01 \leq \varepsilon \leq 0{,}02$

Dalla risoluzione della equazione per un primo tentativo $\sigma = f_{yd} = 391\ N/mmq$

$\Psi(\xi)*f_{cd}*B*\xi*d+f_{yd}*A's- \sigma s*As-0,5*B*(H-\xi*d)*0,4*fcm/1,5 = 0$

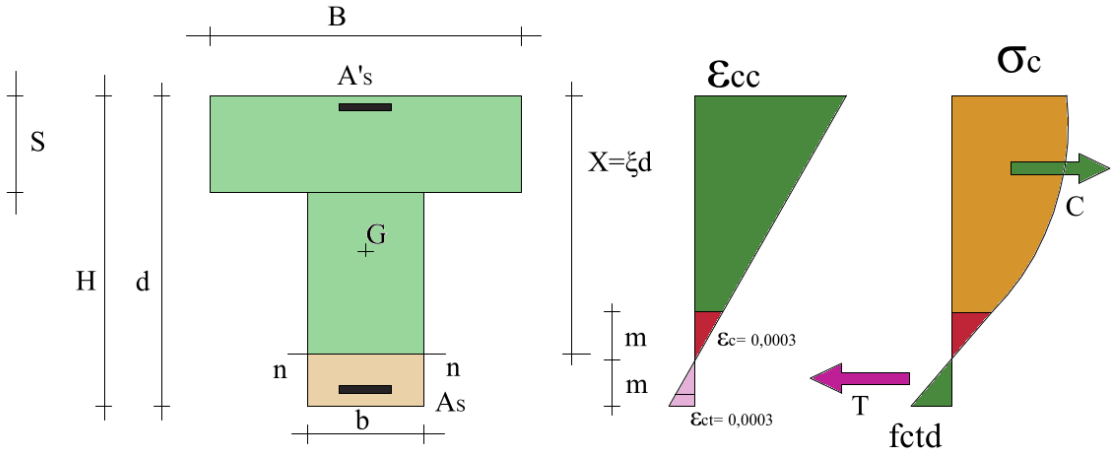
Ricaviamo la profondità dell'asse neutro $x=\xi*d$ *, eseguiamo il controllo*

$$0,00189 \leq [\varepsilon'_S=0,0003(\xi-0,05)/((1,05-\xi)] \leq 0,004$$

Il momento di fessurazione

$MF=\Psi(\xi)*f_{cd}*B*\xi*d*(\xi*d-\lambda(\xi))+f_{yd}*A's*d*(\xi-0,05)+\sigma s*As*d*(1,05-\xi)+2*B*(H-\xi*d)^2*0,4*fcm/9$

Per sezione a T



Le equazioni di equilibrio alla traslazione orizzontale

$\Psi(\xi)*f_{cd}*[b*(\xi d-s)+B*s]+f_{yd}*A's- \sigma s*As-0,5*B*(H-\xi*d)*0,4*fcm/1,5 = 0$

$\Psi(\xi)=\int \sigma * b(y)*dy/[b*(\xi d-s)+B*s]$ *l'integrale va suddiviso in 3 integrali*

$$0 \leq y \leq m; \qquad m \leq y \leq \xi d-s\ ; \qquad \xi d-s \leq y \leq \xi d$$

$MF=\Psi(\xi)*f_{cd}*[b*(\xi d-s)+B*s]*[(\xi*d-\lambda(\xi)]+2*B*(H-\xi*d)^2*0,4*fcm/9$

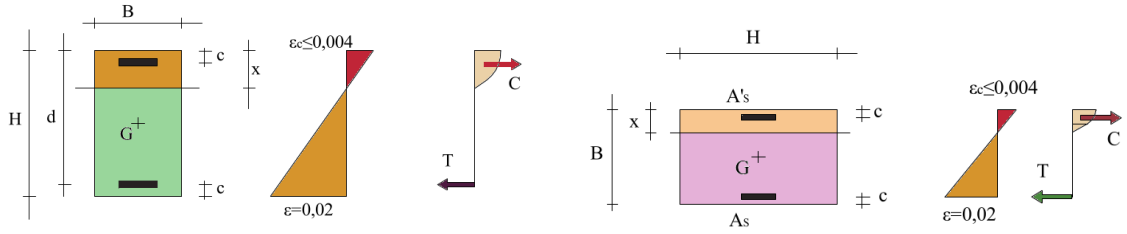
$+f_{yd}*A'_s*d*(\xi-0,05)- \sigma_s*A_s*d*(1,05-\xi)$

Per le tensioni e deformazioni si procede come per la sezione rettangolare eseguendo un primo tentativo , il secondo per $\sigma_s=E*\varepsilon'_S < f_{yd}$

8-La verifica a flessione e pressoflessione deviata

Le verifiche a flessione deviata per le travi di strutture in cemento armato le si eseguono esclusivamente per sezioni non simmetriche ad L che hanno una funzione di appoggio per solaio sull'ala inferiore, mentre per i pilastri sollecitati per azioni sismiche comunque dirette si ha pressoflessione deviata; la verifica può essere eseguita per sovrapposizione di due sollecitazioni rette nelle due direzioni come da NTC 2018 costruendo il dominio e bulbo delle tensioni o come sollecitazione flettente deviata.

Sezione rettangolare *Flessione deviata*



La rottura per flessione è per raggiungimento della max deformazione nell'acciaio teso siamo nella seconda regione il calcolo dei due momenti di rottura è immediato:

Flessione retta Y

$0,002*f_{cm}*d_1\ (1-\xi_1)*B+\Psi_1*B*\xi_1*d_1*\sigma c+A's*f_{yd}-1,20*f_{yd}*As=0$

La tensione al bordo compresso

$\sigma_C=-16622026178*[0,02*\xi/(1-\xi)]^3+87242582*[0,02*\xi/(1-\xi)]^2-58038*[0,02*\xi/(1-\xi)]+93,68$

Ricavato ξ *determiniamo* $X_1=\xi_1*d_1$ *Il momento di rottura della sezione*

$M_{RDY}=0,004*f_{cm}*d_1^2(1-\xi_1)^2/3+\Psi*B*\xi_1*d_1*\sigma c*(\xi_1 d_1-\lambda_G)+A's*f_{yd}*d_1*(\xi_1-0,05)+1,20*f_{yd}*As*d_1(1-\xi_1)$

Flessione retta X

$0,002*f_{cm}*d_2\ (1-\xi_2)*B+\Psi_2*B*\xi_2*d_2*\sigma c+A's*f_{yd}-1,20*f_{yd}*As=0$

La tensione al bordo compresso

$\sigma_C=-16622026178*[0,02*\xi/(1-\xi)]^3+87242582*[0,02*\xi/(1-\xi)]^2-58038*[0,02*\xi/(1-\xi)]+93,68$

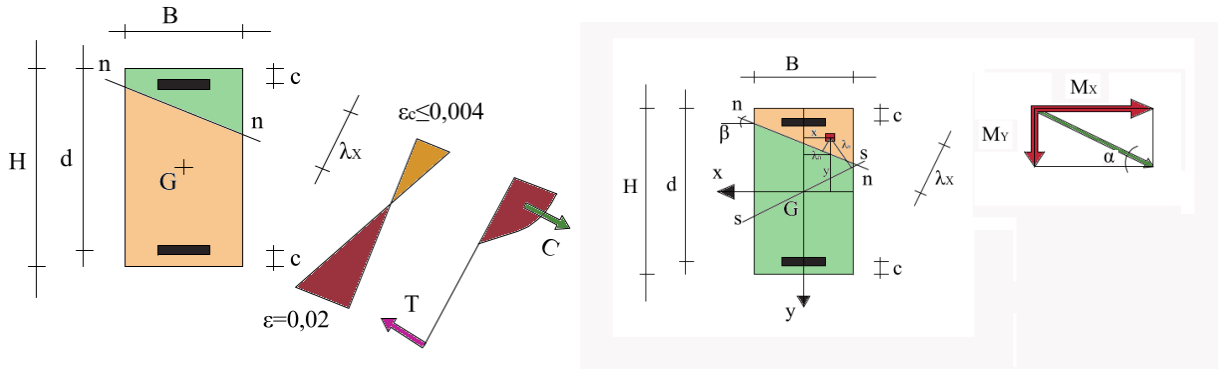
Ricavato ξ_2 *determiniamo* $X_2=\xi_2*d_2$ *Il momento di rottura della sezione*

$M_{RDX}=0,004*f_{cm}*d_1^2(1-\xi_1)^2/3+\Psi*B*\xi_1*d_1*\sigma c*(\xi_1 d_1-\lambda_G)+A's*f_{yd}*d_1*(\xi_1-0,05)+1,20*f_{yd}*As*d_1(1-\xi_1)$

La verifica per un dominio di rottura bidimensionale con assi M_X *e* M_Y

$$(M_{RDX}/M_{SDX})^2+(M_{RDY}/M_{SDY})^2\le 1$$

Flessione deviata con momento $M_{SD}= [(M_{SDX})^2+(M_{SDY})^2]^{1/2}$



La incognita è la posizione dell'asse neutro ovvero la retta di equazione $Y= mx+n$ *dove* $m = tg\beta$, $n = H/2-\lambda_x*cos\beta$ *determinata attraverso un sistema di 2 equazioni di equilibrio alla traslazione e alla rotazione intorno all'asse di sollecitazione delle tensioni normali*

$0=\int\sigma_c dxdy + A'_s*\sigma_s - 1{,}20*A_s*f_{yd}$; $0=\int\sigma_c\lambda_s*dxdy + A'_s*\sigma_s*\lambda'_s - 1{,}20*A_s*f_{yd}*\lambda_s$

Per l'acciaio

Lineare	$\sigma = E*\varepsilon$ $E = 206000$ *N/mmq*	$0 \le \varepsilon \le 0{,}00189$
Costante	$\sigma = fyd = 391$ *N/mmq*	$0{,}00189 \le \varepsilon \le 0{,}01$
Quadratica	$\sigma = -790000*\varepsilon^2 +31600*\varepsilon +154$	$0{,}01 \le \varepsilon \le 0{,}02$

Per il calcestruzzo

$\varepsilon_{c1} = 0{,}002$; $\varepsilon_{cu} = 0{,}0035$ $\varepsilon_{Cmax} = 0{,}004$

$\sigma=E*\varepsilon_C$ $\sigma \le 0{,}4*f_{cm}/1{,}5$ $\varepsilon_C = 0{,}0002817$ $f_{cm} = f_{ck}+8$

$\sigma(\varepsilon)=-16622026177{,}93*\varepsilon_C{}^3+87242582{,}02*\varepsilon_C{}^2-58038{,}76\ a*\varepsilon_C+93{,}68$

Le distanze $\lambda_n = (y-x*cotg\beta)*sin\beta$ $\lambda_s = (y-x*cotg\alpha)*sin\alpha$

La legge di variazione della $\varepsilon(\lambda_n)= 0{,}02*\lambda_n/(d*sin\alpha-\lambda_X)=0$

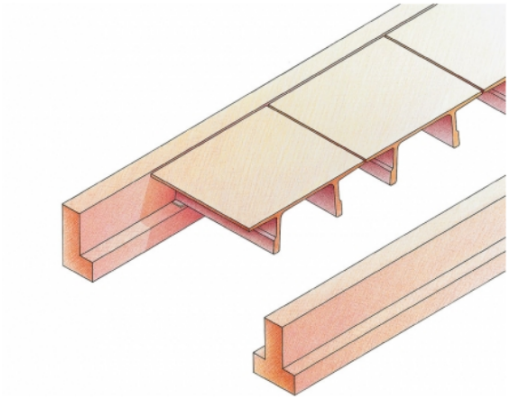
Risolto il sistema di equazioni previa definizione del dominio di integrazione si ricavano β , λ_x *e la equazione della asse neutro* $Y=x*tg\beta + H/2-\lambda_x*cos\beta$

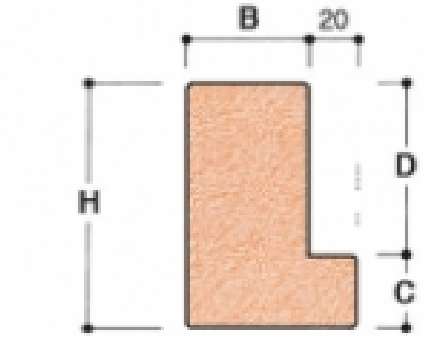
Il dominio di integrazione $x*tg\beta + H/2-\lambda_x*cos\beta \le y \le H/2$ $-B/2 \le x \le B/2$

Il momento di rottura per flessione deviata

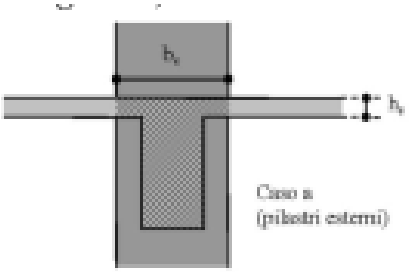
$M_{RD}=\int\lambda_N*\sigma_c dxdy+A'_s*\sigma_s*\lambda'_N+1{,}20*A_s*f_{yd}*\lambda'_N$

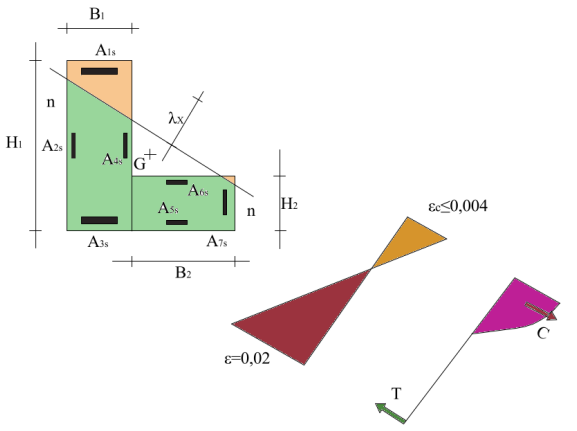
La trave ad L

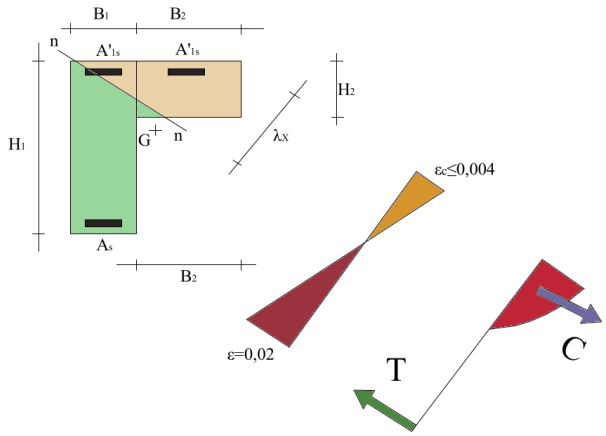




La sezione a L non è simmetrica per carico verticale è sempre deviata, negli edifici in cemento armato le travi di brodo con soletta collaborante B sono ad L ma per semplicità vengono verificate a flessione retta. $B_2=B_1$ larghezza pilastro in genere pari alla base della trave







La incognita è la posizione dell'asse neutro ovvero la retta di equazione $Y= mx+n$ dove $m = tg\beta$, $n = H/2-\lambda_x*cos\beta$ determinata attraverso un sistema di 2 equazioni di equilibrio alla traslazione e alla rotazione intorno all'asse di sollecitazione delle tensioni normali

$$\int\sigma_c dxdy + \sum A_s'*\sigma_{si} = 0 \qquad \int\sigma_c x*dxdy + \sum A_s'*\sigma_{si}*x_{si} = 0$$

Per l'acciaio

Lineare	$\sigma = E*\varepsilon \quad E = 206000\ N/mmq$	$0 \le \varepsilon \le 0{,}00189$
Costante	$\sigma = fyd = 391\ N/mmq$	$0{,}00189 \le \varepsilon \le 0{,}01$
Quadratica	$\sigma = -790000*\varepsilon^2 + 31600*\varepsilon + 154$	$0{,}01 \le \varepsilon \le 0{,}02$

Per il calcestruzzo

$\varepsilon_{c1} = 0{,}002$; $\varepsilon_{cu} = 0{,}0035$ $\varepsilon_{Cmax} = 0{,}004$

$\sigma = E * \varepsilon_C$ $\sigma \leq 0{,}4 * f_{cm}/1{,}5$ $\varepsilon_C = 0{,}0002817$ $f_{cm} = f_{ck} + 8$

$\sigma(\varepsilon) = -16622026177{,}93 * \varepsilon_C{}^3 + 87242582{,}02 * \varepsilon_C{}^2 - 58038{,}76\ a * \varepsilon_C + 93{,}68$

La distanze $\lambda_n = y / \cos\beta$

La legge di variazione della $\varepsilon(\lambda_n) = 0{,}02 * \lambda_n / (d * \sin\alpha - \lambda_X) = 0$

Risolto il sistema di equazioni previa definizione del dominio di integrazione si ricavano β , λ_x *e la equazione della asse neutro* $Y = x * \operatorname{tg}\beta + H/2 - \lambda_x * \cos\beta$

Il dominio di integrazione $x * \operatorname{tg}\beta + H/2 - \lambda_x * \cos\beta \leq y \leq Y_G$

Y_G *distanza del baricentro geometrico dal bordo superiore*

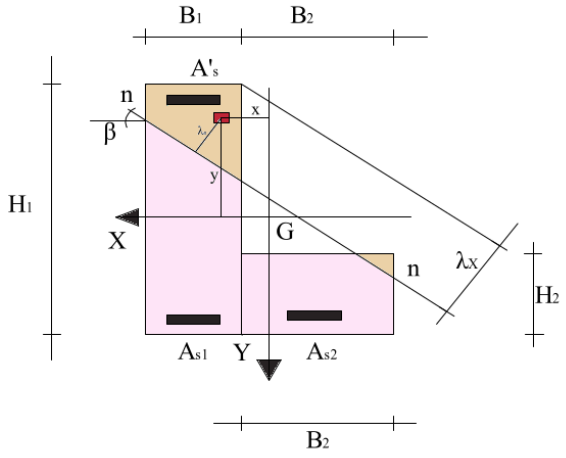
Vanno eseguiti dei tentativi in funzione della posizione dell'asse neutro rispetto alla forma della sezione

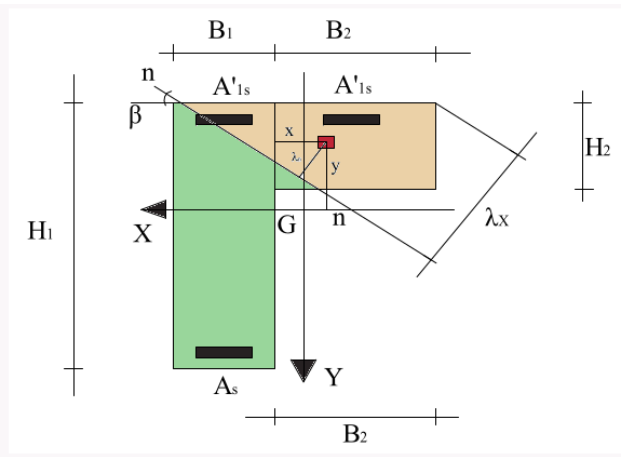
$X_G \leq x \leq (B_1 + B_2)$; $X_G \leq x \leq X_G - B_1$; $X_G - [Y_G - (H/2 - \lambda_x * \cos\beta)]/\operatorname{tg}\beta / \leq x \leq (B_1 + B_2)$;

Il momento di rottura per flessione deviata

$M_{RD} = \int \lambda_N * \sigma_c dx dy + \sum A_{SI} * \sigma_{SI} * \lambda_{NI}$

Riferimenti cartesiani

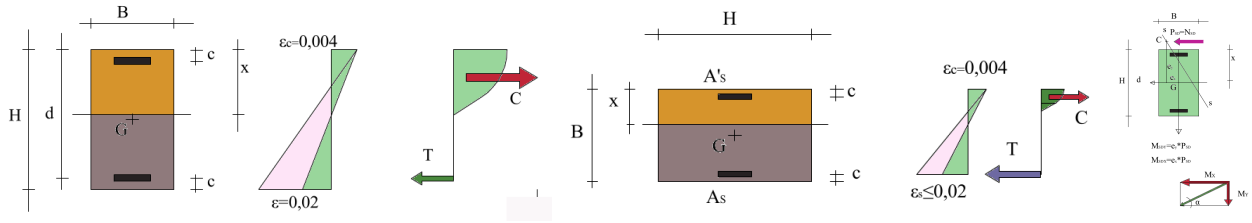




La risoluzione degli integrali la si persegue attraverso un software di analisi matematica.

La verifica a pressoflessione deviata

La verifica la eseguiamo per la sola sezione rettangolare, la sezione circolare è sempre sollecitata a pressoflessione retta e ci riproponiamo di costruire il dominio di rottura tridimensionale. La norme tecniche sulle costruzioni NTC 2018 per la verifica a pressoflessione deviata sovrappongono due pressoflessioni rette direzione x e y



Le due equazioni di equilibrio direzione x e y sono immediate

$$\Psi_1*B*\xi_1*d_1*f_{cd} + A'_{S1}*\sigma_s - A_{s1}*\sigma_s = P_{SD} \quad ; \quad \Psi_2*H*\xi_2*d_2*f_{cd} + A'_{S2}*\sigma_s - A_{s2}*\sigma_s = P_{SD}$$

Determinate X_1 e X_2 ovvero ξ_1 e ξ_2 possiamo calcolare momento di rottura rispetto al baricentro geometrico

$$M_{RDY} = \Psi_1*B*\xi_1*d_1*f_{cd}*(H/2-\lambda_{GY}) + (A'_{S1}*\sigma_s + A_{s1}*\sigma_s)*(H/2-c)$$
$$M_{RDX} = \Psi_2*H*\xi_2*d_2*f_{cd}*(B/2-\lambda_{GX}) + (A'_{S2}*\sigma_s + A_{s2}*\sigma_s)*(B/2-c)$$

I coefficienti

$$\Psi_1(\xi_1)=[0,985*\xi_1-0,015]/4 \quad , \quad \lambda_{GY}(\xi_1)=4/7*[d_1\xi_1-0,015*d_1(1-\xi_1)]$$
$$\Psi_2(\xi_2)=[0,985*\xi_2-0,015]/4 \quad , \quad \lambda_{GX}(\xi_2)=4/7*[d_2\xi_2-0,015*d_2(1-\xi_2)]$$

Le tensioni nell'acciaio

Lineare	$\sigma = E*\varepsilon \quad E = 206000$ N/mmq	$0 \le \varepsilon \le 0,00189$
Costante	$\sigma = fyd = 391$ N/mmq	$0,00189 \le \varepsilon \le 0,01$
Quadratica	$\sigma = -790000*\varepsilon^2 + 31600*\varepsilon + 154$	$0,01 \le \varepsilon \le 0,02$

Per il calcestruzzo

$$\varepsilon_{c1} = 0,002 \; ; \quad \varepsilon_{cu} = 0,0035 \quad \varepsilon_{Cmax} = 0,004$$
$$\sigma = E*\varepsilon_C \quad \sigma \le 0,4*f_{cm}/1,5 \quad \varepsilon_C = 0,0002817 \quad f_{cm} = f_{ck}+8$$
$$\sigma(\varepsilon) = -16622026177,93*\varepsilon_C^3 + 87242582,02*\varepsilon_C^2 - 58038,76\,a*\varepsilon_C + 93,68$$

La verifica a pressoflessione dal dominio di rottura tridimensionale avente assi Mx,My,N

$$[N_{RD}^2 + (M_{RDX})^2 + (M_{RDY})^2]^{1/2} / [N_{SD}^2 + (M_{SDX})^2 + (M_{SDY})^2]^{1/2} \ge 1$$

In alternativa sovrapponendo le tensioni o calcolando il momento $M_{SD} \leq M_{RD}$

$N_{RD}/N_{SD} + M_{RDX}/M_{SDY} + M_{RDY}/M_{SDX} \geq 1$

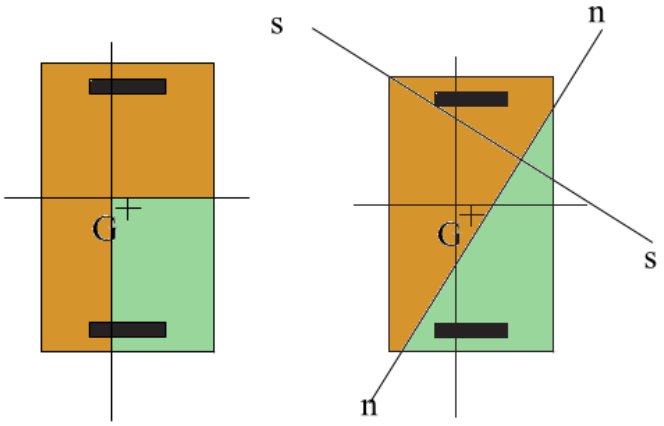
$[(M_{RDX})^2+(M_{SDY})^2]^{1/2}/[(M_{SDX})^2+(M_{SDY})^2]^{1/2} \geq 1$

La formula riportata nelle NTC 2018, ***4.1.2.3.4.2 Verifiche di resistenza e duttilità***

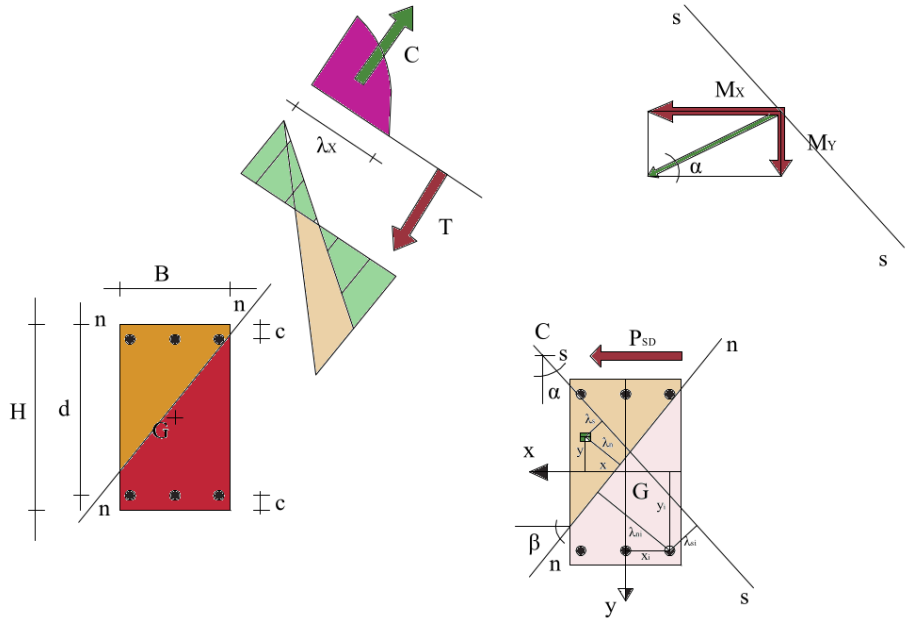
$(M_{SDX}/M_{RDY})^{\alpha} + (M_{SDY}/M_{RDX})^{\alpha} \leq 1$

N_{Ed}/N_{Rd}	0,1	0,7	1,0
α	1,0	1,5	2,0

Per sezioni circolari ed ellittiche $\alpha = 2$.
*Sovrapponendo le tensioni che derivano da momento flettente agente nelle due direzioni Ex + 0,3*Ey , la parte reagente della sezione rettangolare non è corretta*



É opportuno eseguire una verifica a pressoflessione deviata utilizzando direttamentie il momento $M_{SD}=[(M_{SDX})^2+(M_{SDY})^2]^{1/2}$ *risultante di due vettori e direzione ortogonale al piano di sollecitazione.*

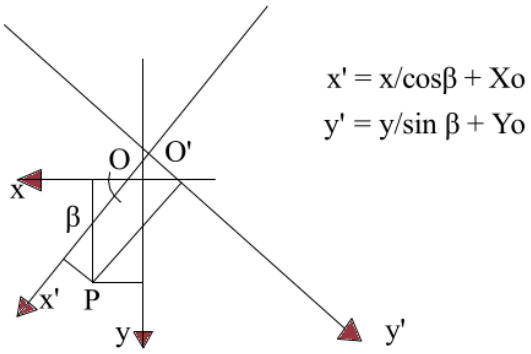


Per l'elemento areale dA =dxdy per la integrazione modifichiamo il sistema di riferinto con asse x' coincidente con l'asse neutro e asse y ovvero λ_N ortogonale con origine nel punto di intersezione tra n ed s soluzione del sistema di equazioni

$Y = tg\beta * x + n$; asse neutro incognito $Y = tg\alpha * x + n$; asse sollecitazione

L'asse di sollecitazione è una retta che passa per il centro di sollecitazione C (e_x ,e_y) e inclinata di un angolo α $tg\alpha = M_{SDY}/M_{SDX}$ $e_Y = M_{SDX}/P_{SD}$; $e_Y = M_{SDY}/P_{SD}$;

La traslazione del sistema di riferimento $\lambda_N = X/cos\beta + X_O$; $\lambda_S = Y/sin\alpha + Y_O$



inclinazione incognita asse neutro β ;
inclinazione asse di sollecitazione α; $tg\alpha = M_Y/M_X$
Xo e Yo coordinate del punto di intersezione tra n ed s ovvero soluzione del sistema di equazioni

$Y = x * tg\beta + n$
$Y = x * M_Y/M_X + (e_x * M_Y/M_X - e_y)$ con $e_x = M_{SDX}/P_{SD}$; $e_Y = M_{SDX}/P_{SD}$;

$Xo = [n-(e_x * M_Y/M_X - e_y)]/[tg\beta + M_Y/M_X]$
$Yo = [n-(e_x * M_Y/M_X - e_y)]/[tg\beta + M_Y/M_X] * tg\beta + n$

$\lambda_N = X/cos\beta + [n-(e_x * M_Y/M_X - e_y)]/[tg\beta + M_Y/M_X]$;
$\lambda_S = Y/sin\alpha + [n-(e_x * M_Y/M_X - e_y)]/[tg\beta + M_Y/M_X] * tg\beta + n$

La equazione di equilibrio alla traslazione delle tensioni normali

$\iint \sigma dxdy + \sum \sigma_{si} * A_{si} = P_{SD}$ Per pressoflessione $\varepsilon_c = 0{,}004$; $\varepsilon_S \leq 0{,}02$;

La equazione di equilibrio alla rotazione intorno all'asse di sollecitazione delle tensioni normali
$\iint \sigma \lambda_S * dxdy + \sum \sigma_{si} * A_{si}\, \lambda_{SI} = 0$

La linearità delle deformazioni $\varepsilon(\lambda_N) = \pm 0{,}004 * \lambda_N/\lambda_{XN}$
Positiva compressione o negativa di trazione per λ_N positivo o negativo

Le tensioni nell'acciaio

Lineare	$\sigma = E*\varepsilon \quad E = 206000\ N/mmq$	$0 \le \varepsilon \le 0{,}00189$
Costante	$\sigma = fyd = 391\ N/mmq$	$0{,}00189 \le \varepsilon \le 0{,}01$
Quadratica	$\sigma = -790000*\varepsilon^2 + 31600*\varepsilon + 154$	$0{,}01 \le \varepsilon \le 0{,}02$

Per il calcestruzzo

$\varepsilon_{c1} = 0{,}002$; $\varepsilon_{cu} = 0{,}0035$ $\varepsilon_{Cmax} = 0{,}004$

$\sigma = E*\varepsilon_C$ $\sigma \le 0{,}4*f_{cm}/1{,}5$ $\varepsilon_C = 0{,}0002817$ $f_{cm} = f_{ck}+8$

$\sigma(\varepsilon) = -16622026177{,}93*\varepsilon_C^{\,3} + 87242582{,}02*\varepsilon_C^{\,2} - 58038{,}76\ a*\varepsilon_C + 93{,}68$

Risolvendo il sistema trigonometrico integrale di due equazioni attraverso un software di analisi matematica si ottengono β ed n con dominio di integrazione

$x*tg\beta+n \le y \le H/2$; $-B/2 \le x \le B/2$

Noto l'asse neutro ovvero la retta di equazione $y = x*tg\beta + n$ *si ricava il Momento ultimo o di rottura della sezione rettangolare*

$M_{RD} = \iint \sigma\lambda_N * dxdy + \sum \sigma_{si} * A_{si}\ \lambda_{NI}$ *la verifica* $M_{RD} \ge M_{SD}$ *ovvero*

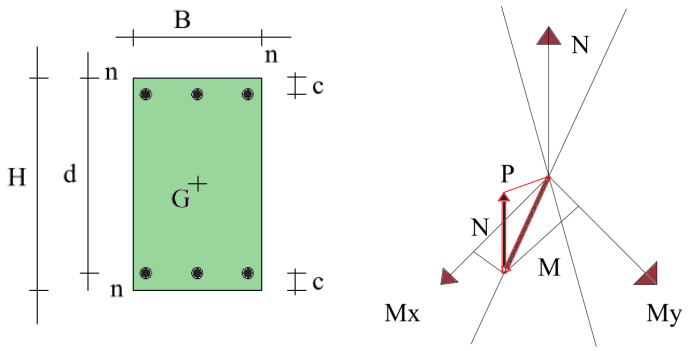
$M_{RDY} = M_{RD} * \sin\alpha$; $M_{RDX} = M_{RD} * \cos\alpha$;

$[(M_{RDX})^2+(M_{RDY})^2]^{1/2} \ge [(M_{SDX})^2+(M_{SDY})^2]^{1/2}$;

$[(M_{RDX})^2+(M_{SDY})^2]^{1/2} / [(M_{SDX})^2+(M_{SDY})^2]^{1/2} \ge 1$

Dominio di rottura tridimensionale per sezione rettangolare

La costruzione del dominio tridimensionale viene eseguita per punti , facendo ruotare l'asse di sollecitazione ovvero variando l'angolo α $tg\alpha = M_Y/M_X$ *nel piano cartesiano di assi* M_X *e* M_Y *e asse verticale N sforzo normale*



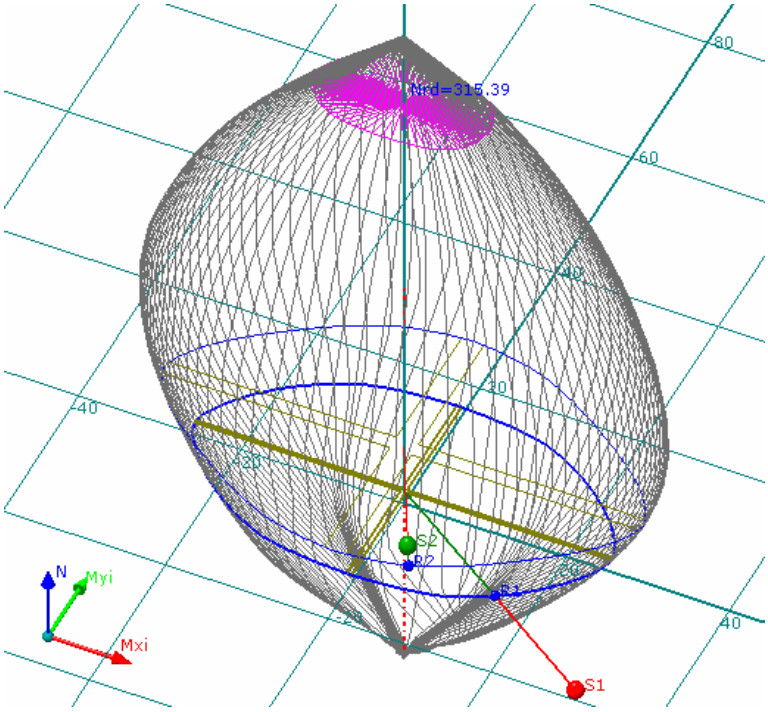
utilizzando 7 punti

- *Trazione*
- *Compressione*
- *Lineare cls*
- *Rottura bilanciata* $\lambda_{NX} = 0{,}25*\lambda_{NDX}$

- Fase plastica acciaio $x = 0{,}285 * \lambda_{NDX}$
- Fase di snervamento $x = 0{,}67 * \lambda_{NDX}$
- Momento massimo

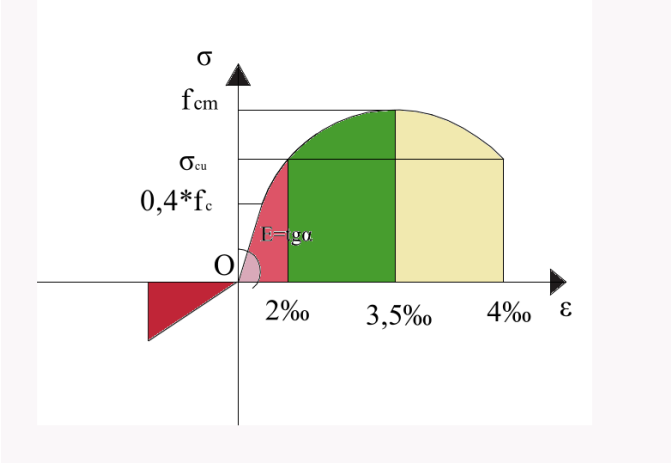
e le 3 equazioni $M_{RDY} = M_{RD} * \sin\alpha$; $M_{RDX} = M_{RD} * \cos\alpha$; $\lambda_{NDX} = (H-c)/\cos\alpha$
$\iint \sigma dxdy + \sum \sigma_{si} * A_{si} = P_{SD}$ *traslazione tensioni normali*
$\iint \sigma\lambda_S * dxdy + \sum \sigma_{si} * A_{si}\, \lambda_{SI} = 0$ *rotazione intorno asse di sollecitazione*
$M_{RD} = \iint \sigma\lambda_N * dxdy + \sum \sigma_{si} * A_{si}\, \lambda_{NI}$ *calcolato rispetto al baricentro geometrico*

Dalla determinazione dei 7 punti si definisce una spezzata che viene fatta ruotare intorno all'asse Z dello sforzo normale ovviamente la curva non è la stessa definendo una superficie; in modo più semplice lo si può ottenere dalla sovrapposizione di due pressoflessioni rette . Sono calcoli che vanno eseguiti con software , queste sono solo le formulazioni teoriche poste alla base della verifica di sezioni cemento armato , per la cui implementazione è opportuno ricorrere al modello a fibre del paragrafo 13 per sezioni di forma qualsiasi . Riportiamo immagini di domini tridimensionali di rottura per sezioni di cemento armato rettangolari con legame tensione deformazione parabola rettangolo reperibili in on line.



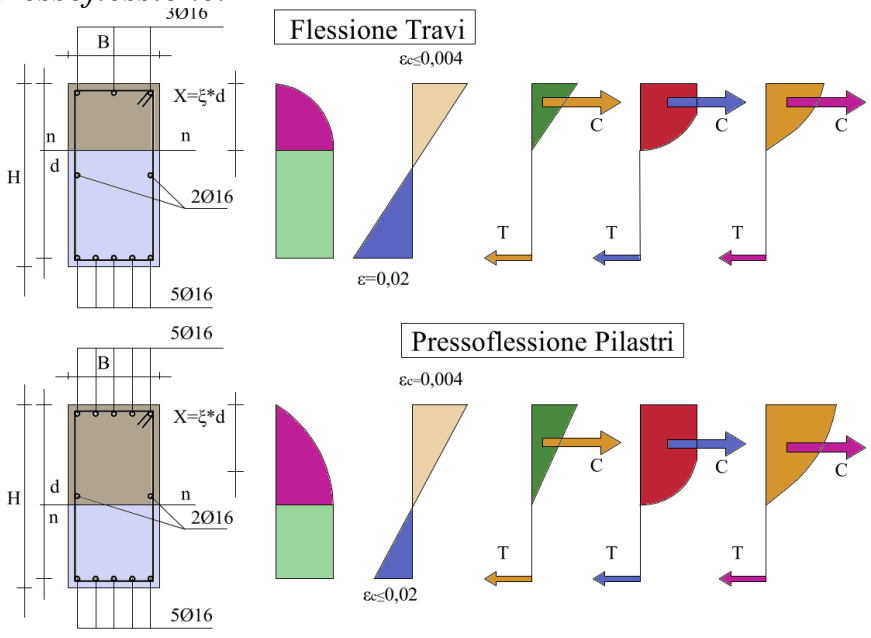
9-Verifica SLU a taglio

La verifica a taglio di travi e pilastri in cemento armato la si esegue attraverso la determinazione delle tensioni tangenziali , nella ipotesi di taglio puro per travi ovvero assenza di tensione normale di compressione con inclinazione della lesione a 45°; la rottura per taglio avviene quando la tensione principale di trazione supera la resistenza a trazione del cls ovvero $\sigma_\eta > f_{ctd} = \tau_{rd} = 3{,}2$ *daN/cmq per* $Rck = 350$ *daN/cmq*
$E = 22000*(f_{cm}/10)^{0,3}$ *N/mmq* $E_{CT} = 18000*\sqrt{Rck}$ *daN/cmq*



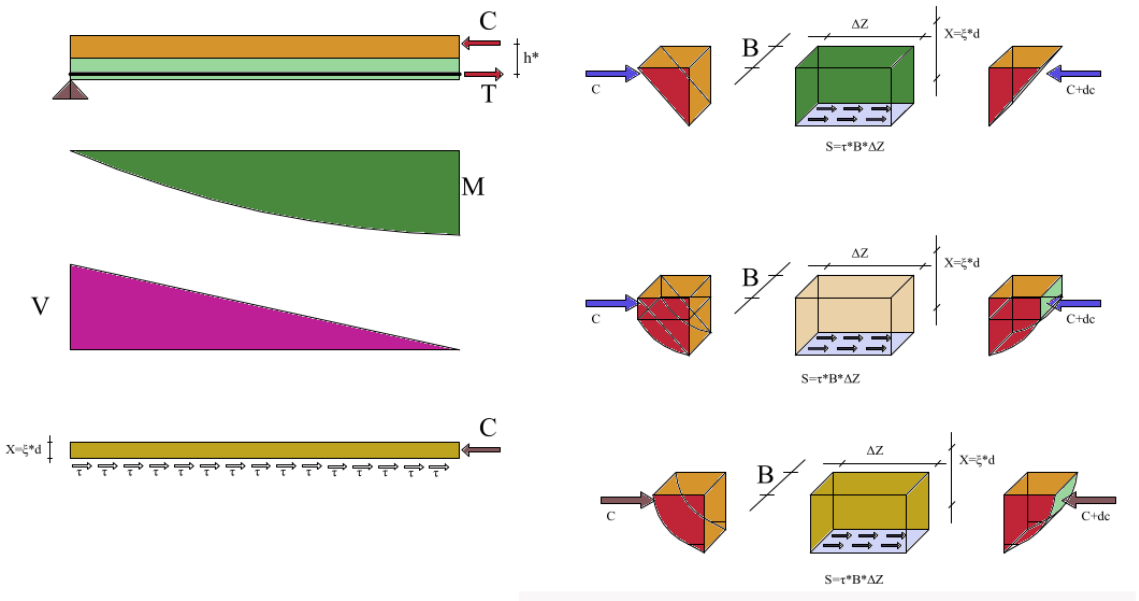
La tensione di rottura a trazione $f_{ctm} = 0{,}30*(f_{CK})^{2/3}$ *per classi* $\leq 50/60$
Il valore medio della resistenza a trazione per flessione $f_{cfm} = 1{,}2*f_{ctm}$
$f_{cfm} = 1{,}3*f_{ctm}$ *corrispondente al frattile del 95%*
$f_{cfm} = 0{,}7*f_{ctm}$ *corrispondente al frattile del 5%*
La resistenza di progetto a trazione del cls $f_{ctd} = f_{ctk}/\gamma_C$ *con* $\gamma_C = 1{,}5$

La tensione tangenziale la determiniamo attraverso l'equilibrio di n tronco di trave tra tensioni normali e tangenziali ovvero $S=C$ *;*$\tau*B*\Delta Z = B*\int\sigma dy$ *per flessione e pressoflessione.*



Flessione

$\tau*B*\Delta Z = B* fcd *X/2$; $\tau*B*\Delta Z = \Psi*B* fcd *X$; $\tau*B*\Delta Z = \Psi_1*B* fcd *X$;
Per legame tensione deformazione nel cls , lineare , parabola rettangolo e cubico



Nella ipotesi di elasticità lineare del cls la formula per il calcolo della tensione tangenziale $\tau = V/I_N*S_N/B$ dove S_N momento statico rispetto all'asse neutro facendo riferimento all'asse neutro della sezione omogenea; senza esporre la trattazione

$$B*X^2/2 + n*A's*(X-c) - n*As*(H-X) = 0$$

Armatura tesa 10,05 cmq;Armatura compressa 6,03 cmq ;
Copriferro c = 3 cm coefficiente di omogeneizzazione $n = E_S/E_C$
Risolta la equazione di secondo grado in x si determina il momento di inerzia e il momento statico

$$S_N = B*X^2/2 + n*A's*(X-c) \; ; \quad I_N = B*X^3/3 + n*A's*(X-c)^2 + n*As*(d-X)^2$$

La tensione tangenziale $\tau_{SD} = V/I_N*S_N/B \leq \tau_{RD}$ riportata nell'eurocodice 2
La formula di jourawsky deriva dalla formula di Navier $\sigma = M/I*y$ e $V = dM/dz$ si vede che la pendenza del diagramma dei momenti parabolico aumenta in corrispondenza degli appoggi di estremità ed è li che si deve armare a taglio con le maggiori tensioni , diminuiscono anche le tensioni di compressione rimanendo inalterata la posizione dell'asse neutro X che dipende dalle armature e dimensioni della sezione ed anche il momento di inerzia della sezione omogenea

$d\sigma = M/I*y + d\,M/I*y - M/I*y = d\,M/I*y$ la funzione $M(z) = V*z - q*Z^2/4$
$\Delta M = [q*L/2*(z+\Delta z) - q*(z+\Delta z)^2/4] - [q*L/2*z - q*z^2/4]$
la variazione del momento flettente $\Delta M/\Delta z$
$\Delta M/\Delta z = [q*L/2*\Delta z - q*\Delta z^2/4 - q*2*z*\Delta z]/\Delta z$

$\Delta C = \tau * B * \Delta Z = \Delta\sigma * B * X^2 / 2 = \Delta M * X / I * B * X^2 / 2 = \Delta M * B * X^3 / (2\,I)$

$\tau * B * \Delta z = [\, q * L/2 * \Delta z - q * \Delta z^2/4 - q * 2 * z * \Delta z] * B * X^3 / (2\,I)$;

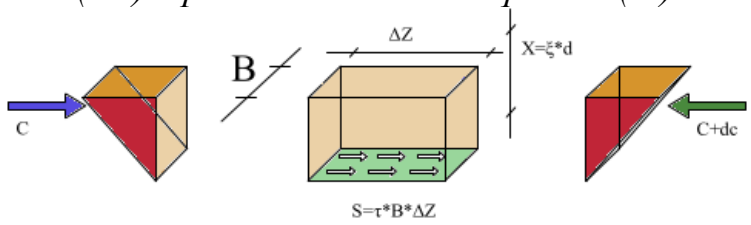
Poniamo $L = m * \Delta Z \quad z = n * \Delta Z \quad$ *con* $n < m \quad 0 \le z \le L \; ; \quad 0 \le n \le m$

Per il dimensionamento dei connettori per travi miste di acciaio le NTC 2018 fanno-riferimento alla risultante degli sforzi di compressione ,determinando la forza di scorrimento tra soletta di cls e trave di acciaio per unità di lunghezza; si può far riferimento a metà della luce della trave sfruttando la capacità deformativa ovvero la duttilità dei connettori ovvero la deformazione in fase plastica

$\tau = q * [m * \Delta Z/2 - \Delta z/4 - 2 * z] * X^3/(2I) \qquad \tau = q/8 * \Delta Z[2m - (8n+1)] * X^3/I$

Lim $\tau\,(\Delta z)$ *per* $\Delta z = 0 \quad m = n = \infty \quad \tau = q * X^3/(8I) * \Delta Z[2m - (8n+1)] = 0$

Lim $\tau\,(\Delta z)$ *per* $\Delta z = L/2 \qquad \tau = q * L * X^3/(8I)$ *valore max*



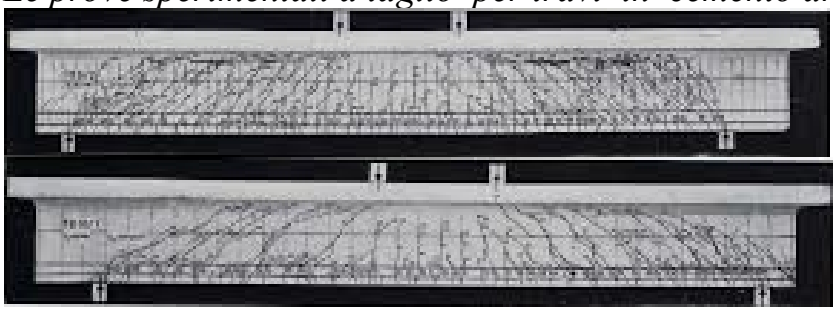
per $\Delta z = 0 \quad \Delta C = 0 \quad \Delta\sigma = 0 \quad S = 0 \quad \tau = 0$

per $\Delta z = L/2 \quad \Delta C = \Delta\sigma * B * X^2/2 \quad \Delta\sigma = M * X/I \quad M = Q * L^2/8 \quad S = \tau * B * L/2$

$Q * L^2 * X^2/(8I) * B/2 = \tau * B * L/2 \qquad \tau = Q * L * X^2/(8I) = V * X^2/(4 * I)$

$\tau = V/(4B) * 12 * X^2/H^3 = 0{,}75\; V/(B * H)$ *valore medio* $\quad X = H/2 \quad \tau = 1{,}5 * V/(B * H)$

Le prove sperimentali a taglio per travi in cemento armato riportano



$I_N = B * (\xi d)^3/3 + n * A's * d^2(\xi - 0{,}05)^2 + n * As * d^2(1-\xi)^2 \qquad X = \xi d$

$\tau = 0{,}25 * V * \xi^2/[Bd * \xi^3/3 + n * A's * (\xi - 0{,}05)^2 + n * As * (1-\xi)^2]$

per $\xi = X/d = 0 \quad \tau = 0 \qquad$ *per* $\xi = 1 \;\; X = d \;\;$ *la* τ *è max*

funzione di S_N *come dal diagramma delle tensioni tangenziali lungo la sezione*

La soluzione per armare a taglio come da istituto tecnico per geometri , individuare 3 tratti di trave di lunghezza L/4;L/2;L/4 , disponendo nel tratto intermedio la metà delle armature, ovvero se occorrono staffe ϕ8 /10 a due braccia , nel tratto centrale staffe ϕ8 /20 , i ferri di parete hanno la funzione di contrastare le lesioni da ritiro e fluage del cls nella mezzeria.

Per diagramma delle tensioni parabola rettangolo

$\tau*B*\Delta Z = \Psi*B*fcd*X$; rottura bilanciata $X = 0,2593d$; $\Psi=0,8095$

$\tau*B*\Delta Z = 0,210*B*d*fcd$ $\Delta Z = L/2$ $\tau = 0,42*d*fcd/L$ valore medio
Valore max $\tau_{max} = 0,84*d*fcd/L$ sull'appoggio

Per flessione risulta $\varepsilon_c \leq 0,0035$; $\varepsilon_s = 0,01$; $X = \xi*d$ con $\xi \leq 0,2593$

$\varepsilon_c = 0,01*\xi/(1-\xi)$; la deformazione lungo la trave $\varepsilon(y) = 0,01*y/(d-\xi d)$

L'equilibrio alla traslazione orizzontale ci consente di ricavare la x ovvero ξ

$\Psi(\xi)*B*\xi d*\sigma(\xi d) + \sigma'_s*A'_s - f_{yd}*A_s = 0$ $\varepsilon'_s = 0,01*(\xi-0,05)/(1-\xi)$

$\Psi(\xi) = B*\int\sigma dy/(B*\xi d*\sigma)$ se $\varepsilon_c<0,002$ $\Psi(\xi) = 2/3$ $\varepsilon'_s < 0,00198$ $\sigma'_s = Es*\varepsilon'_s$

$\sigma(\varepsilon_c) = 1000*|0,01*\xi/(1-\xi)|*[-250*0,01*\xi/(1-\xi)+1]*\alpha*f_{cd}$

$2/3*B*\xi d*1000*|0,01*\xi/(1-\xi)|*[-250*0,01*\xi/(1-\xi)+1]*\alpha*f_{cd} +$

$+ Es*0,01*(\xi-0,05)/(1-\xi)*A'_s - f_{yd}*A_s = 0$ copriferro $c = 0,05*d$

ricaviamo ξ il momento M_{RD}

Distanza di C dal bordo superiore $\lambda_G = B*\int\sigma y dy/(B*\xi d*\sigma)$ $H/2-\xi d \leq y \leq H/2$

$M_{RD} = \Psi(\xi)*B*\xi d*\sigma(\xi d)*(\xi d-\lambda_G) + \sigma'_s*A'_s*d*(\xi-0,05) + f_{yd}*A_s*d*(0,95-\xi)$

$\Psi(\xi)*B*\xi d*\sigma(\xi d)(\xi d-\lambda_G) = M_{RD} - [\sigma'_s*A'_s*d*(\xi-0,05) + f_{yd}*A_s*d*(0,95-\xi)(\xi d-\lambda_G)]$

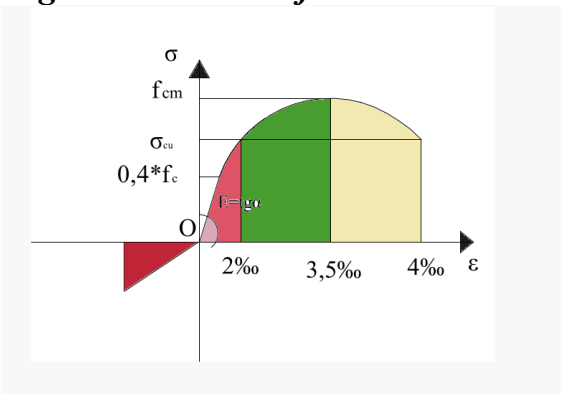
$\sigma(\xi d) = \{M_{RD} - [\sigma'_s*A'_s*d*(\xi-0,05) + f_{yd}*A_s*d*(0,95-\xi)]\}/[\Psi(\xi)*B*\xi d*(\xi d-\lambda_G)]$

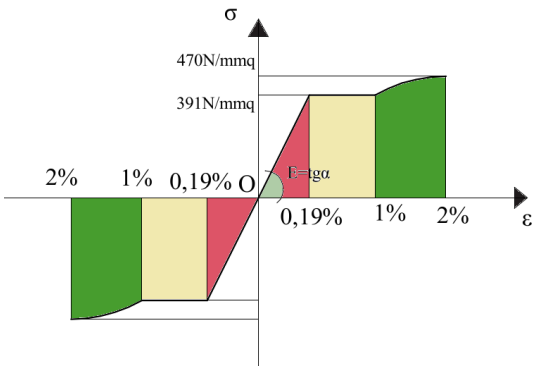
se $\varepsilon_c \geq 0,002$ $\sigma(\xi d) = fcd$ $\varepsilon'_s \geq 0,00198$ $\sigma'_s = Es*f_{yd}$

$\sigma(\xi d) = \{M_{RD} - [f_{yd}*A'_s*d*(\xi-0,05) + f_{yd}*A_s*d*(0,95-\xi)]\}/[\Psi(\xi)*B*\xi d(\xi d-\lambda_G)]$

$\tau = 0,42*d*\sigma(\xi d)/L$; Valore medio Valore max $\tau_{max} = 0,84*d*\sigma(\xi d)/L$ sull'appoggio

Legami tensione deformazione





Calcestruzzo

$\varepsilon_{c1} = 0{,}002$; $\varepsilon_{cu} = 0{,}0035$ $\varepsilon_{Cmax} = 0{,}004$

$\sigma = E*\varepsilon_C$ $\sigma \le 0{,}4*f_{cm}/1{,}5$ $\varepsilon_C = 0{,}0002817$ $f_{cm} = f_{ck}+8 = 37$ N/mmq

$\sigma(\varepsilon) = -16622026177{,}93*\varepsilon_C{}^3 + 87242582{,}02*\varepsilon_C{}^2 - 58038{,}76\ a*\varepsilon_C + 93{,}68$

$\sigma = E_T*\varepsilon_{CT}$

Acciaio

Lineare	$\sigma = E*\varepsilon$ $E = 206000$ N/mmq	$0 \le \varepsilon \le 0{,}00189$
Costante	$\sigma = fyd = 391$ N/mmq	$0{,}00189 \le \varepsilon \le 0{,}01$
Quadratica	$\sigma = -790000*\varepsilon^2 + 31600*\varepsilon + 154$	$0{,}01 \le \varepsilon \le 0{,}02$

Nella ipotesi di rottura bilanciata $\varepsilon_{Cmax} = 0{,}004$; $\varepsilon_S = 0{,}02$

$\tau*B*\Delta Z = \Psi_1*B*fcd*X$; $X = 0{,}285d$ $\xi = 285$ $\Psi_1 = 3/4$

$\tau = 2*\Psi_1*B*\xi d*fcd/L = 0{,}4275*B*d*fcd/L$; valore medio

$\tau_{MAX} = 0{,}855*B*d*fcd/L$ valore max sull'appoggio

Per flessione risulta $\varepsilon_c \le 0{,}004$; $\varepsilon_s = 0{,}02$; $X = \xi*d$ con $\xi \le 0{,}285$

$\varepsilon_c = 0{,}02*\xi/(1-\xi)$; la deformazione lungo la trave $\varepsilon(y) = 0{,}02*y/(d-\xi d)$

L'equilibrio alla traslazione orizzontale ci consente di ricavare la x ovvero ξ

$\Psi(\xi)*B*\xi d*\sigma(\xi d) + \sigma'_s*A'_s - 1{,}2*f_{yd}*A_s = 0$ ricaviamo ξ

$\varepsilon'_s = 0{,}02*(\xi-0{,}05)/(1-\xi)$ $\Psi(\xi) = B*\int\sigma dy/(B*\xi d*\sigma)$ $\varepsilon_c = 0{,}02*\xi/(1-\xi)$

$\sigma(\varepsilon_c) = -16622026177{,}93*\varepsilon_C{}^3 + 87242582{,}02*\varepsilon_C{}^2 - 58038{,}76\ a*\varepsilon_C + 93{,}68$

$0 \le \varepsilon'_s \le 0{,}00189$; $\sigma'_s = E_s*\varepsilon'_s$; $0{,}00189 \le \varepsilon'_s \le 0{,}01$; $\sigma'_s = f_{yd}$;

$0{,}01 \le \varepsilon'_s \le 0{,}02$; $\sigma'_s = -790000*\varepsilon^2 + 31600*\varepsilon + 154$

Il momento $M_{RD} = \Psi(\xi) B \xi d * \sigma(\xi d) * (\xi d - \lambda_G) + \sigma'_s * A'_s * d(\xi - 0{,}05) + 1{,}20 f_{yd} * A_s * d(0{,}95 - \xi)$

Distanza di C dal bordo superiore $\lambda_G = B * \int \sigma y dy / (B * \xi d * \sigma)$ $\quad H/2 - \xi d \leq y \leq H/2$

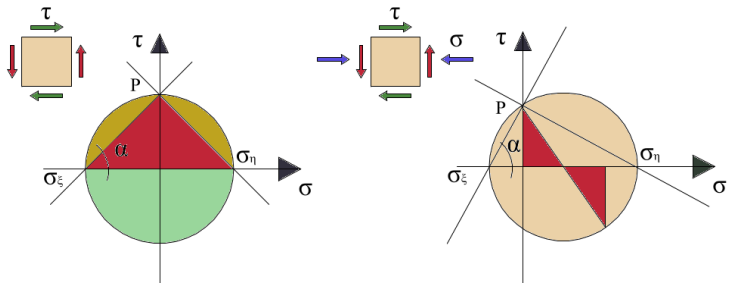
$\sigma(\xi d) = \{M_{RD} - [\sigma'_s * '_s * d * (\xi - 0{,}05) + 1{,}2 f_{yd} * A_s * d * (0{,}95 - \xi)]\} / [\Psi(\xi) * B * \xi d (\xi d - \lambda_G)]$

Valore medio ad L/4 $\tau = 0{,}4275 * d * \sigma(\xi d) / L$;

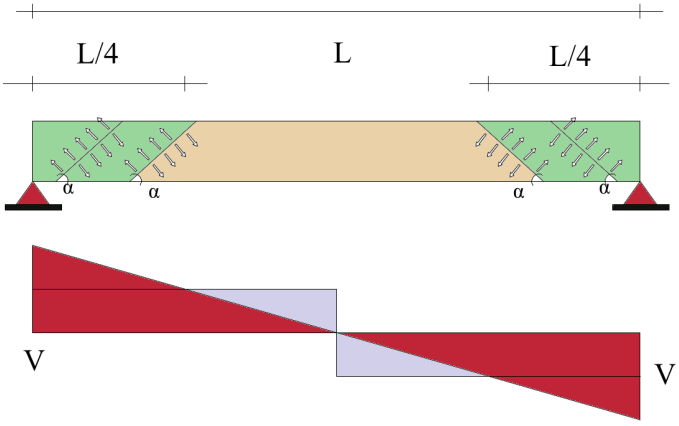
Valore max sull'appoggio $\tau_{max} = 0{,}85 * d * \sigma(\xi d) / L$

Si può eseguire un progetto a taglio della nostra trave , determinando le armature e la larghezza B una volta nota la inclinazione delle lesioni da taglio 45° in assenza di sforzo normale

Il cerchio di Mohr e le lesioni da taglio nella trave.



Travi: Taglio puro tensione principale di trazione $\sigma_\xi = \tau$ *; lesione inclinata a 45°*
Pilastro pressoinflesso $\sigma_\xi = [\sigma - (\sigma^2 - 4\tau^2)^{1/2}]/2$*; lesione inclinata di angolo* α $\quad tg\alpha = \tau / \sigma_\xi$
La lesione inclinata si forma quando la tensione di trazione supera la resistenza del cls a trazione $\sigma_\xi > f_{ctd}$

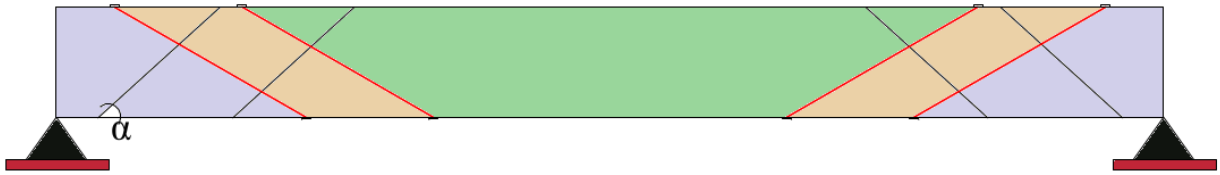


Non occorre armare a taglio se la lesione non si forma ovvero $\sigma_\xi \leq f_{ctd} = \tau_{RD}$.
La risultante delle tensioni di trazione deve essere equilibrata da un poligono di forze quali una biella compressa inclinata parallella alla lesione e un tirante .

- *Ferri di parete orizzontale*
- *Staffe verticali verticale*
- *Sagomati inclinati*

Per incentivare la resistenza a trazione si utilizzano calcestruzzi fibrorinforzati con all'interno fibre di carbonio , si può precomprimere il calcestruzzo per travi prefabbricate a cavi aderenti all'interno delle quali va sempre disposta armatura dolce,

mentre per le travi precompresse a cavi scorrevoli la curvatura parabolica dei cavi contribuisce nella componente verticale dello sforzo di precompressione a bilanciare una parte della sollecitazione tagliante.



Per travi di calcestruzzo fibrorinforzato con sola armatura longitudinale inferiore e superiore la resistenza a taglio viene valutata attraverso la formula seguente :
In assenza di armatura

$$\sigma_\xi \le f_{FtuK}/\gamma_F = (f_{Ftm} - \alpha * k * s)/\gamma_F$$

Scarto quadratico medio s , k = 1,48 $0,5 \le \alpha \le 1$

$\alpha=[1-0,1*(\upsilon/2*\upsilon_o -1)*(\alpha_U/\alpha_1 -1)]$

Per il cls fibrorinforzato viene definita la classe di resistenza

10 daN/cmq ÷ 80 daN/cmq

Tabella 1 - Classi di resistenza in funzione del valore di $f_{R,1k}$

Classe $f_{R,1k}$ [N/mm²]	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0

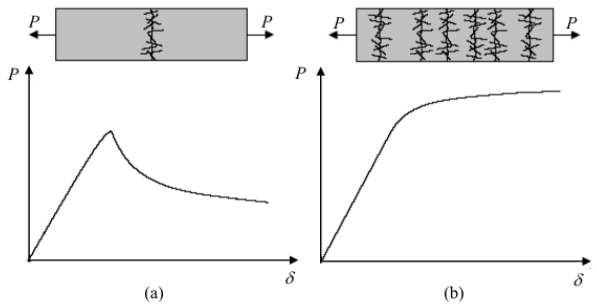


Tabella 12-1 – Valori di v e di α_u / α_1 per differenti applicazioni strutturali.

Applicazione strutturale	Esempi di elementi e di fessurazione	$\frac{\alpha_u}{\alpha_1}$	v
Flessione in trave isostatica con armatura longitudinale minima a flessione	As ≥ As$_{min}$	1.2	$l_{cs} \cdot a \cdot h$
Flessione in trave iperstatica con armatura longitudinale	As ≥ As$_{min}$, As' ≥ As'$_{min}$	1.4 *	$(l_{cs1} + l_{cs2}) \cdot a \cdot h$
Taglio in trave con armatura trasversale convenzionale, superiore al minimo previsto dall'EC2	Ast ≥ Ast$_{min}$	1.2	ρ_w = rapporto geometrico d'armatura trasversale $l_{cs} = l_{cs}(\rho_w)$ $l_{cs} \cdot t \cdot l_f$ **

%

L'aggiunta di fibre disperse in una matrice cementizia ne modifica le proprietà meccaniche. In particolare, migliora il comportamento a trazione contrastando l'apertura progressiva delle fessure. Una volta raggiunta la fessurazione della matrice, le fibre sono in grado di manifestare il proprio contributo, conferendo al composito una resistenza post-fessurazione assente nella matrice senza fibre. Il comportamento a trazione dipende dalla percentuale di fibre nella matrice di cls che se inferiore al 2% è degradante , mentre rigido plastico incrudente per percentuali superiori

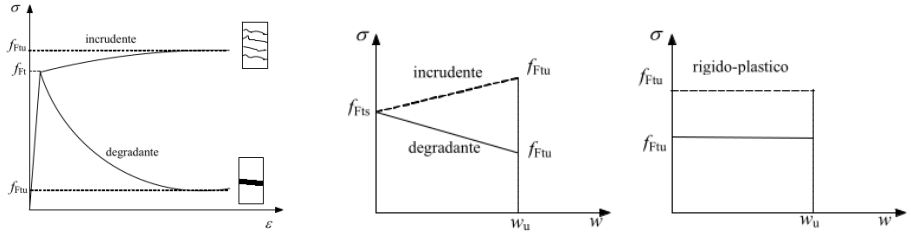
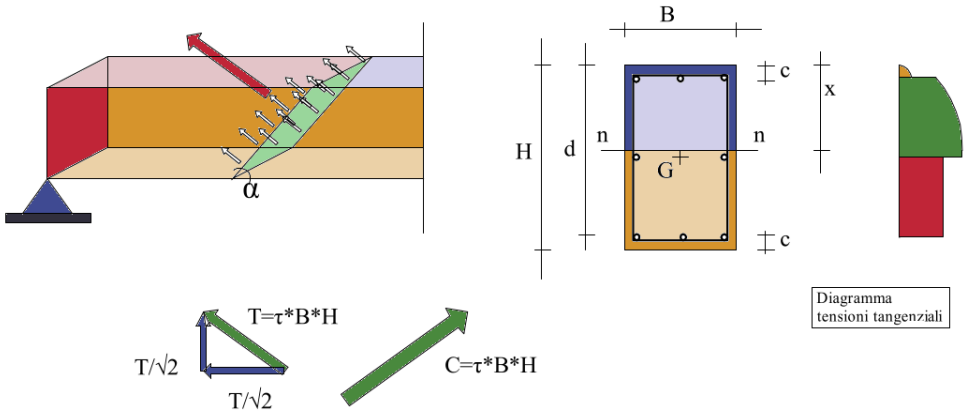


Figura 2-1 – Comportamento a trazione.

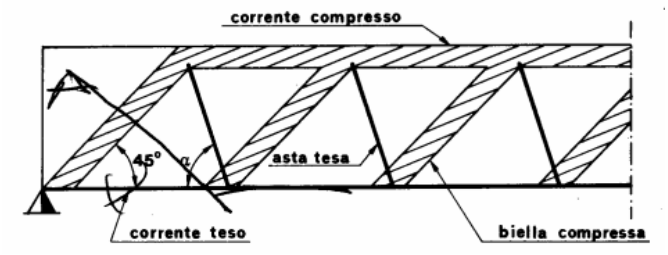
Di seguito riportiamo la verifica a taglio per travi in cemento armato aventi sezione rettangolare ad L e a T con il calcolo delle armature e le formule di progetto per sezione rettangolare nella ipotesi di rottura bilanciata per flessione; eseguiamo inoltre le verifiche per travi precompresse aventi spessore dell'anima ridotta e per sezione rettangolare in cls fibrorinforzato con armatura .

Verifica a taglio secondo NTC 2018 ed EUROCODE 2

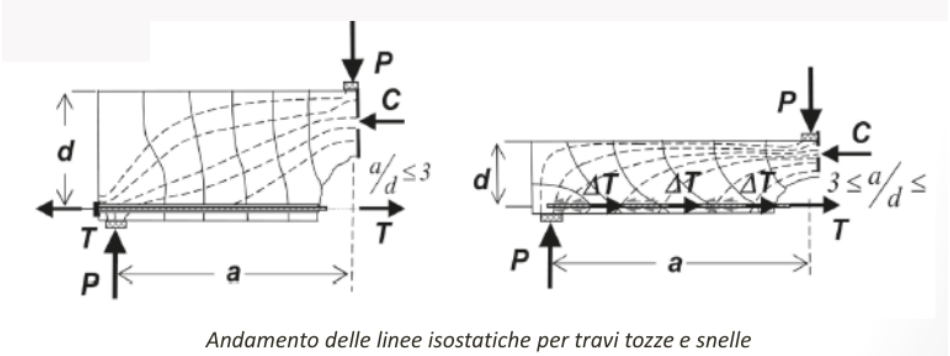
Sezione rettangolare



Il meccanismo resistente è di una biella compressa alla quale compete la risultante degli sforzi di compressione C inclinata a 45° parallela alla lesione nella trave e di un tirante orizzontale inferiore e un corrente superiore compresso, si individua all'interno della trave un traliccio ovvero una struttura reticolare che conferisce alla trave la capacità di sopportare il taglio.



Nella trave possono essere individuati altri meccanismi resistenti quali ***effetto arco*** *per elementi tozzi e* ***effetto pettine*** *per travi snelle , funzione del rapporto a/d*



Andamento delle linee isostatiche per travi tozze e snelle

L'equilibrio del concio di trave $V*a = T*(\xi d-\lambda)$

$V(z)=dM/dz=d[T*(\xi d-\lambda)]/dz =(\xi d-\lambda)dT/dz+T*d(\xi d-\lambda)/dz$

T forza di trazione acciaio la cui variazione dipende dal momento flettente e dalla aderenza tra armature metalliche e calcestruzzo e dalla lunghezza di ancoraggio. La tensione tangenziale sull'asse neutro dove assume il valore max come visto è funzione della tensione normale σ in mezzeria della trave $(M = Q*L^2/8)$ *e della X ovvero di ζ che nella trattazione lineare* $\sigma= E*\varepsilon$ *è una caratteristica geometrica della sezione costante lungo tutta la trave , dipende dalle dimensioni H e B e dalle armature in trazione e compressione ovvero una trave snella con aderenza perfetta tra cls e barre metalliche*

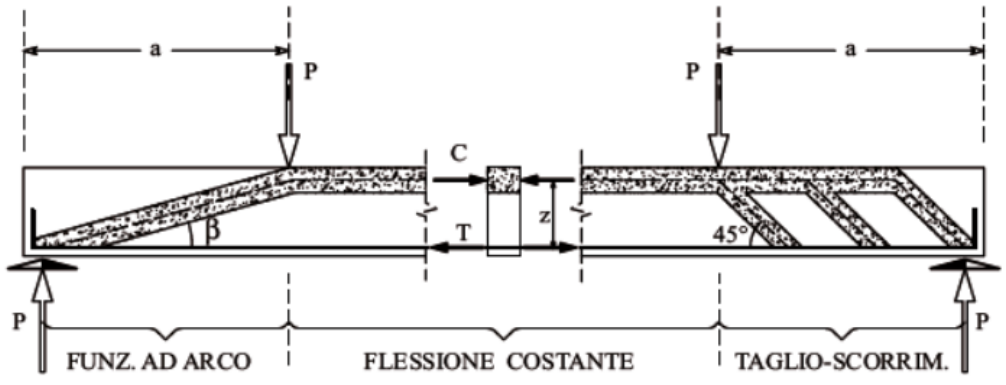
$\tau_{max}= \eta*d*\sigma(\xi d)/L$ $M = V*L/2- Q*L^8/8$; $V(z)=Q*(L/2-z)$

$Q*(L/2-z)*a=(\xi d-\lambda)dT/dz$ *aderenza perfetta* ***Pettine*** $d(\xi d-\lambda)/dz = 0$

Se varia il legame tensione deformazione , parabola rettangolo essendo valido il principio di conservazione delle sezioni piane il diagramma delle deformazioni è lineare funzione della curvatura $\zeta=(\varepsilon_C+\varepsilon_S)/d$ $\varepsilon_C/\xi d= (\varepsilon_C+\varepsilon_S)/d$ *ovvero la profondità dell'asse neutro* $X = \xi d=\varepsilon_C d*/(\varepsilon_C+\varepsilon_S)$ *e quindi* $\xi=\varepsilon_C(\varepsilon_C+\varepsilon_S)$ *varia in funzione del momento flettente e del legame costituivo* $\sigma-\varepsilon$ *per l'acciaio e il cls. Se la forza tangenziale di aderenza tra le barre varia poichè la trave è corta con lunghezze di ancoraggio ridotte la forza T non può variare lungo l'asse della trave* $dT/dz=0$ *in tal caso l'equilibrio è assicurato dalla variazione del braccio della coppia interna cm funzionamento ad arco*

$Q*(L/2-z)*a=T*d(\xi d-\lambda)/dz$ *La lunghezza di ancoraggio* $L*\tau\pi\phi = \sigma*\pi\phi^2/4$
$L=T/(\tau_{ad}\pi\phi)$ *che in zona tesa va raddoppiata pari* $L\approx30\phi$, $2*L \approx 96$ *cm*

Per travi con luce $L \leq 3{,}5$ *m trave tozza funzionamento ad* ***arco***
Per travi con luce $L > 4$ *m in genere 5÷7 m funzionamento a* ***pettine***

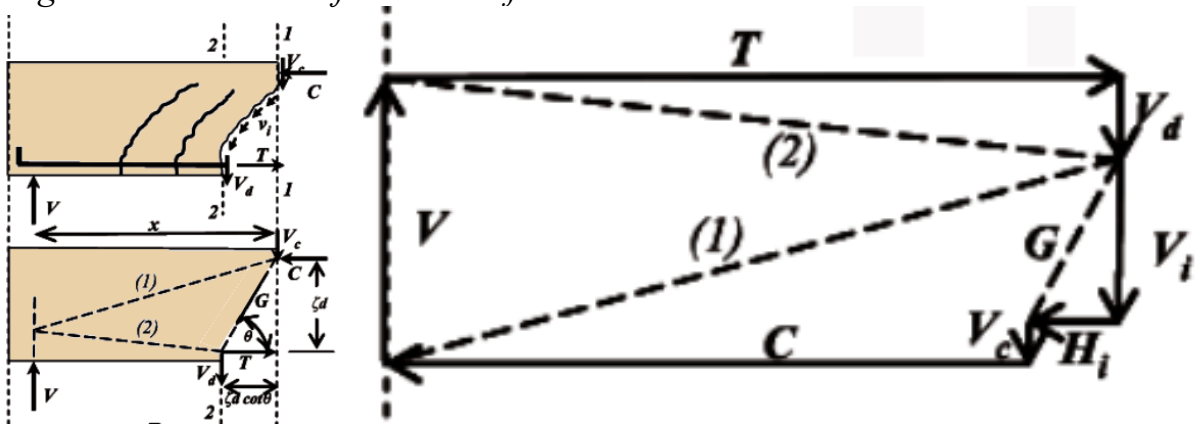


Diversi meccanismi resistenti di una trave soggetta a flessione e taglio.

Meccanismo resistente a pettine

Il taglio V è equilibrato dalla combinazione di tre differenti azioni resistenti:

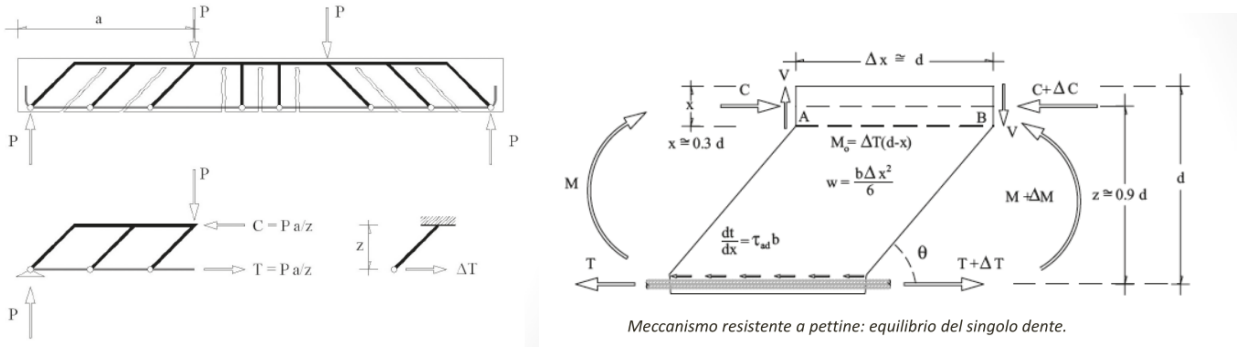
*• un'aliquota **Vc** che agisce in corrispondenza della zona compressa;*
*• un'aliquota **Vd** dovuto all'effetto «spinotto» derivante dall'impegno «flessionale» delle armature poste in zona tesa;*
• uno sforzo derivante dalla componente verticale dell'azione dovuta all'effetto di «ingranamento» tra le facce della fessura.



Equazioni di equilibrio del solido in esame, alla traslazione verticale ed alla rotazione:

$$V = V_C + V_D * V_I \quad ; \quad M = T*\xi d + V_D*\xi d*\cot g\theta$$

*La fessurazione prodotta dal carico divide la zona tesa in conci compresi tra due fessure contigue; ognuno dei conci può essere assimilato ad una mensola vincolata al corrente compresso dell'elemento strutturale ed attraversata inferiormente dall'armatura longitudinale dell'elemento stesso. Tale configurazione è nota come **meccanismo resistente a pettine** in cui i conci rappresentano i denti del pettine. Dalla capacità di resistenza del generico dente dipende la possibilità di trasmissione dello sforzo di scorrimento dall'armatura tesa al corrente compresso.*



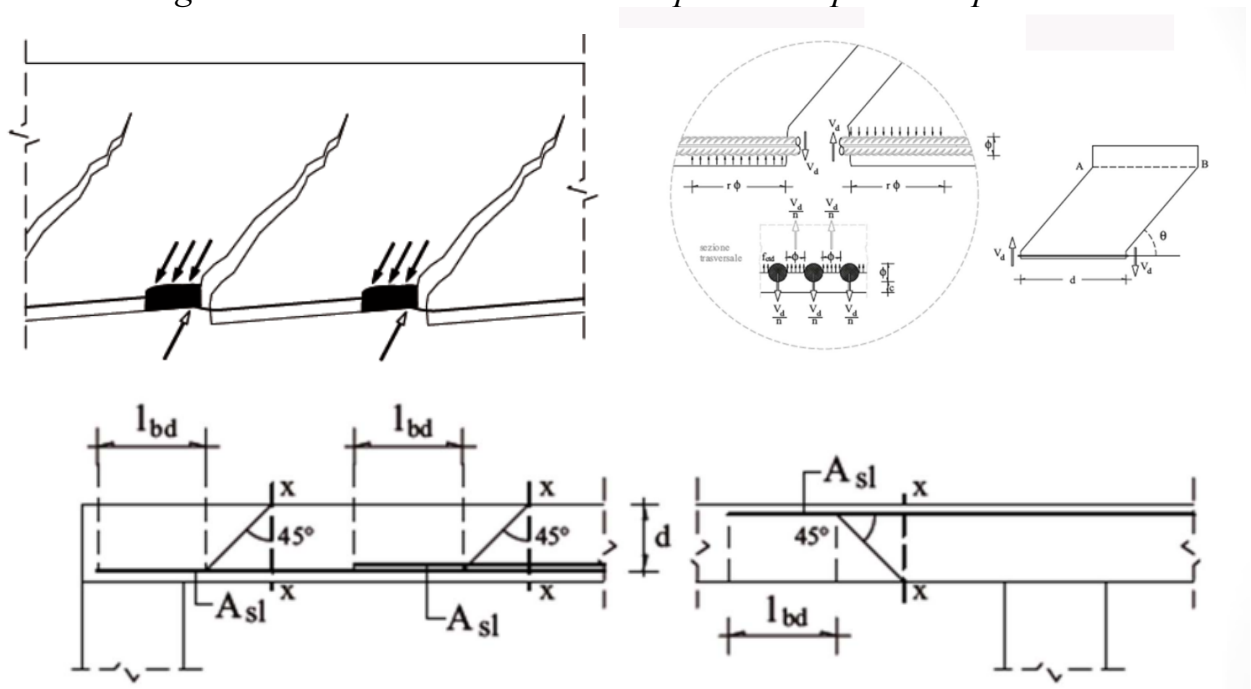
Meccanismo resistente a pettine: equilibrio del singolo dente.

La resistenza a trazione offerta dal meccanismo a pettine per elementi senza armatura trasversale , La risultante R delle forze di trazione
$R = \sigma_t * B * (0{,}9d)$, la componente verticale $V = R*\cos\theta$ per $\theta = 45°$ $V = 0{,}7*R$

$$V_{RDC} = 0{,}25 * f_{ctd} * B * d$$

Effetto spinotto

L'effetto spinotto è strettamente connesso alla rigidezza flessionale delle barre che costituiscono l'armatura longitudinale tesa della trave. Queste, in virtù dello scorrimento tra le due facce della fessura prodotta dal taglio, sono impegnate in una deformazione flessionale e finiscono per assorbire un'aliquota della sollecitazione tagliante complessiva.Tale contributo trova un limite nella capacità del ricoprimento di calcestruzzo disostenere le barre longitudinali che, per effetto della suddetta azione tagliante, tendono ad essere espulse (sfondellamento). L'esatta quantificazione di tale effetto non è agevole e dipende essenzialmente dal diametro e dalla distribuzione delle barre longitudinali. Il contributo si ricava per via empirica – sperimentale.



La resistenza a taglio di elementi strutturali a taglio privi di armatura

$$V_{RDC}=0,26*(1+6,42*r*\rho)*f_{ctd}*b*d \quad \text{solitamente si assume}$$

$$V_{RDC}=0,25*(1+10*r*\rho)*f_{ctd}*b*d$$

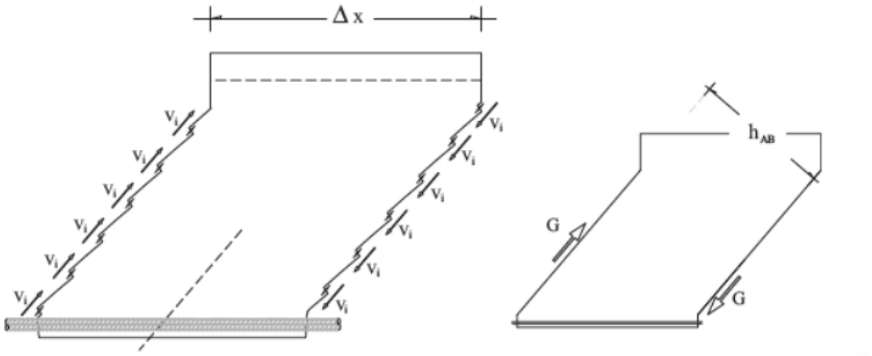
con la posizione $\beta=(1+10*r*\rho)$ *e* $\rho= A_{sl}/(b*d)$ $V_{RDC}=0,25*\beta*f_{ctd}*b*d$

Il contributo dell'effetto spinotto è interamente sintetizzato nel parametro $\beta>1$ *che, per valori di r=5 e di* $\rho_{Lmax}=0.04$ *può teoricamente raggiungere valori massimi anche dell'ordine* $\beta=3$.

Ingranamento inerti:

L'effetto ingranamento è particolarmente rilevante per travi basse, per le quali le fessure sono strette, mentre si riduce al crescere dell'altezza della trave in quanto aumenta l'ampiezza della lesione (effetto scala). Per tener conto di tale meccanismo i codici normativi incrementano la resistenza a taglio tramite un coefficiente moltiplicativo ***k*** *che dipende essenzialmente dal rapporto fra la massima pezzatura dell'iner-*

te utilizzato e l'altezza utile della trave. Poiché, per calcestruzzi normali, detta pezzatura non varia in maniera sensibile (≈20mm), il coefficiente k può considerarsi sostanzialmente inversamente proporzionale alla radice quadrata dell'altezza utile della trave.

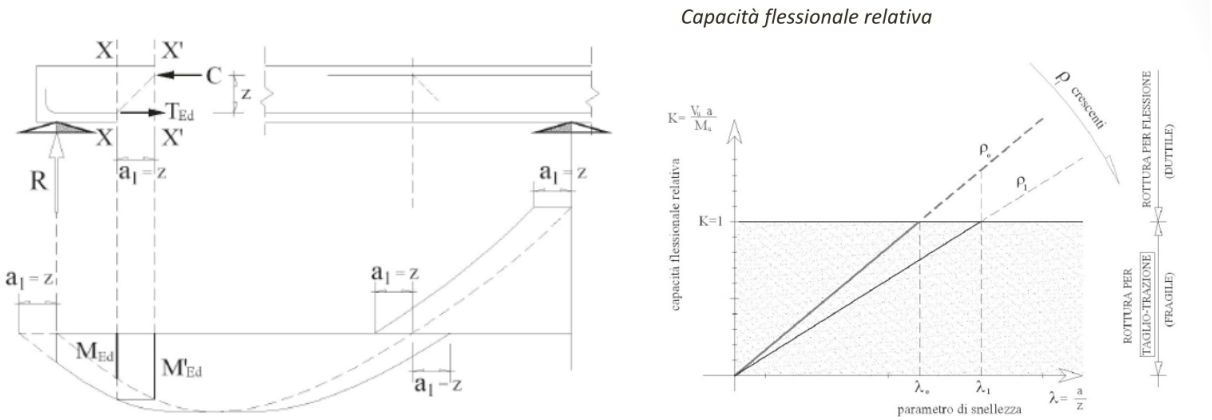


La resistenza ultima

$V_{RDC}=0,25*\beta*k*f_{ctd}*b*d$ *con* $k \leq 2$ *funzione del diametro D dell'inerte*

La resistenza di elementi non armati a taglio è funzione di β, k, f_{ctd}

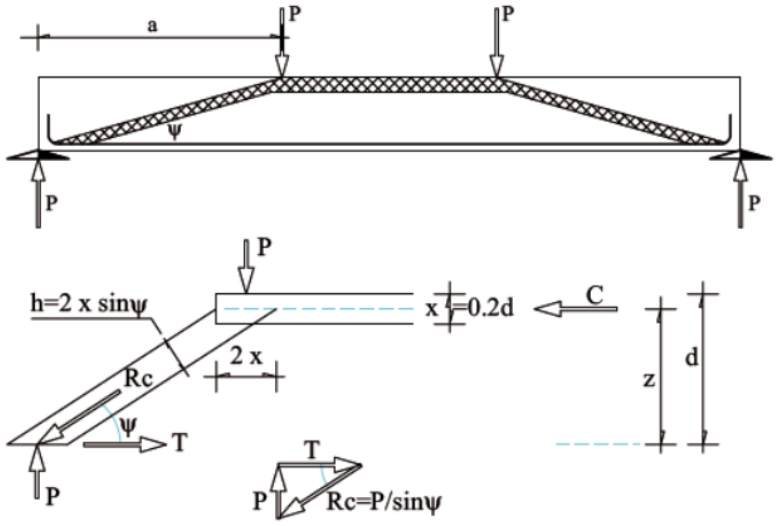
Il funzionamento a pettine ovvero la presenza di fessure inclinate , modifica la distribuzione degli sforzi dovuti al momento flettente nominale :



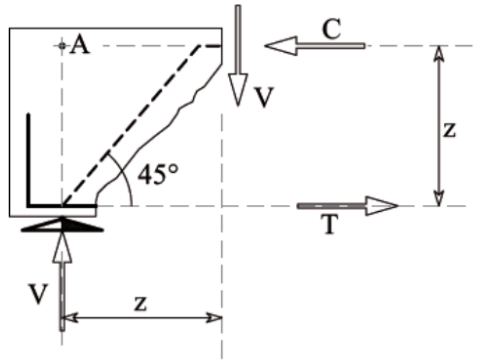
Con ***traslazione del diagramma dei momenti.***

Meccanismo resistente ad arco

Le precedenti considerazioni in termini di «capacità flessionale relativa», portano a concludere che nel campo delle basse snellezze ($\lambda<\lambda l$) il comportamento della trave allo S.L.U. è sempre governato da rotture per taglio-scorrimento.In realtà, nel campo delle snellezze molto basse, può instaurarsi un meccanismo di rottura alternativo a quello a pettine: può succedere cioè che, nonostante i denti del meccanismo a pettine abbiano ceduto per trazione in corrispondenza della sezione di incastro al corrente superiore, la trave riesca a resistere per l'instaurarsi di un meccanismo del tipo «ad arco».

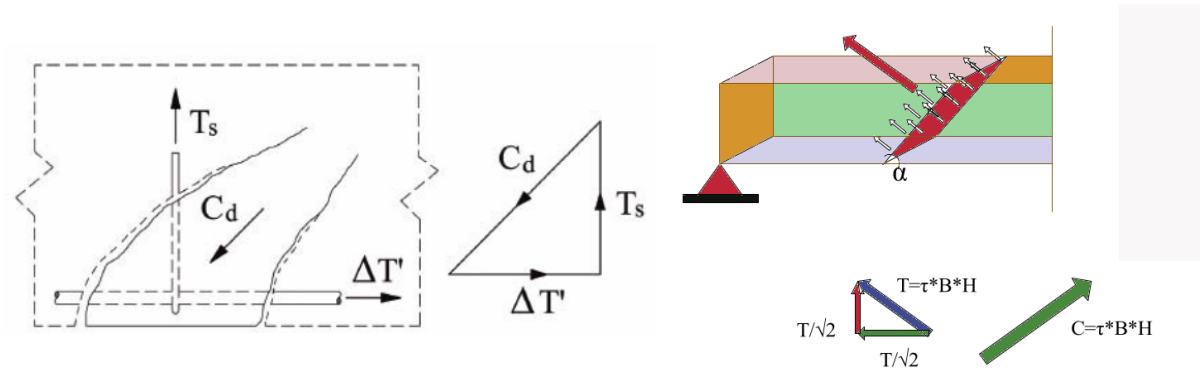


*Le NTC 2018 , in genere tutte le norme tecniche sulle costruzioni a partire dal 1992 richiedono che agli appoggi la armatura longitudinale in trazione deve essere in grado di sopportare uno sforzo pari al taglio V*z= T*z z = 0,9*d*



Calcolo armature a taglio

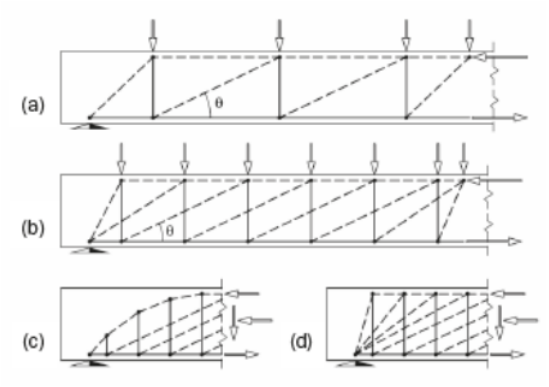
Nelle travi in cemento armato possiamo inserire staffe verticali , ferri sagomati e di parete ; la armatura consigliata è di staffe e ferri di parete al fine di contrastare le lesioni da ritiro e fluage . I sagomati venivano utilizzati negli anni 50 e 60 si era soliti ripartire in taglio in percentuali affidando il 60% alle staffe e il 40% ai sagomati individuando dei meccanismi resistenti di bielle compresse e tiranti . L'approccio può essere differente ovvero equilibrare sul piano della lesione la risultante del forze di trazione e compressione , o individuare meccanismo resistente traliccio di Morsch.

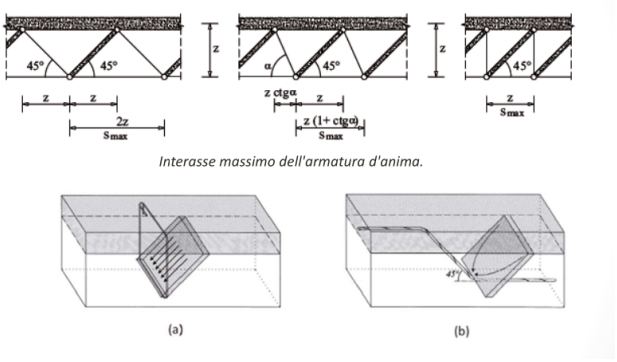


La disposizione di armature aumenta i singoli contributi del meccanismo resistente in assenza di armature in particolare:

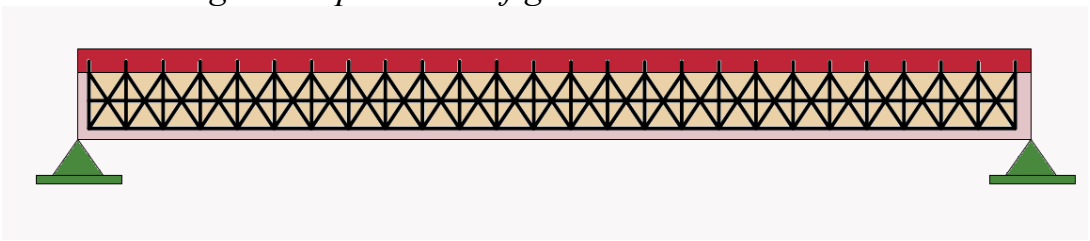
- *migliora l'effetto spinotto grazie all'azione di sostegno del corrente teso inferiore;*
- *riduce le trazioni nella sezione di incastro del dente grazie alla presenza dello sforzo di compressione diagonale Cd;*
- *aumenta l'effetto di ingranamento in quanto limita l'apertura delle fessure diagonali;*
- *aumenta la resistenza a compressione diagonale grazie all'azione di confinamento esaltata nei casi in cui le staffe siano sufficientemente ravvicinate;*
- *riduce il rischio di collasso per perdita di aderenza dell'armatura longitudinale tesa in quanto riduce le eventualità di sfondellamento.*

Il traliccio di Morsch *rappresenta il modello fondamentale per valutare la resistenza a taglio di una trave , è isostatico se la armatura è verticale con staffe iperstatico se integrato con sagomati si possono aggiungere anche i ferri di parete; la accuratezza e precisione del modello dipende dalla maglia reticolare ovvero quanto minore è il lato della maglia genere quadrata di lato L = 0,9d*





La risoluzione della capriata ovvero struttura reticolare consente di calcolare gli sforzi normali in ogni asta con i quali dimensionare le armature, siamo di fronte ad una trave con corrente compresso superiore corrente teso inferiore , aste verticali tese e bielle compresse diagonali. La trave reticolare che meglio approssima il modello resistente a taglio è riportata in figura :



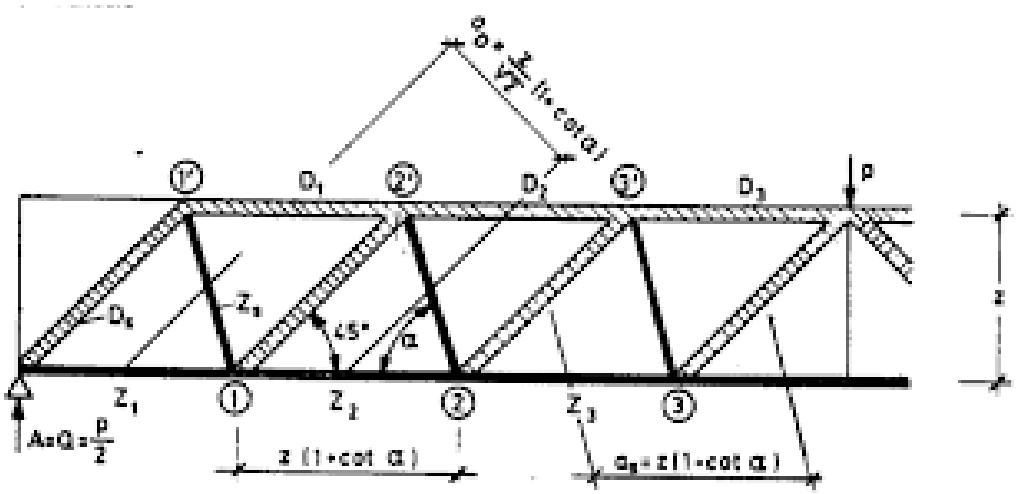
Le diagonali inclinate sono sollecitate da sforzo normale di trazione e compressione che per effetto delle azioni sismiche inverte il suo segno, anche se la maggiore aliquota del taglio sulle travi deriva da carichi verticali; per questi motivi non si utilizzano più i sagomati nelle travi. Una gabbia di armatura come quella in figura offre una grande resistenza a taglio e può essere utilizzata per travi prefabbricate precompresse dove non si hanno problemi di posa in opera con aste verticali diffuse 0,9d/2 ≤ p≤ 0,9d ovvero staffe /20 ÷ 25 cm su tutta la trave per la presenza di diagonali .Le

armature a taglio per la nostra trave le calcoliamo con le formule delle NTC 2018, disponendo staffe verticali e ferri di parete .La prima verifica da eseguire concerne la resistenza a taglio V_{RD},ovvero senza predsporre armature deve risultarre

$$V_{RD} > V_{SD}$$ *dove* V_{SD} *è la sollecitazione tagliante di calcolo*

in regime di taglio puro senza sforzo normale, la max tensione tangenziale corrisponde all'inversione del diagramma delle deformazioni lineare , passando dalla compressione alla trazione. La staffa può essere inclinata , non obbligatoriamemte verticale si hanno 2 angoli carateristici

θ angolo di inclnazione lesione 45°
α angolo di inclinazione 90° per staffa verticale e 45° ÷ 90° staffa inclinata



La resistenza taglio si valuta per la trave fesurata come il valore max tra :

$$V_{RD} = [0{,}18*k*(100*\rho_1*fck)^{1/3}/\gamma_C + 0{,}15*\sigma_{CP}\ ]*b_W*d$$

$$V_{RD} = [\upsilon_{min} + 0{,}15*\sigma_{CP}\ ]*b_W*d$$

Altezza utile della sezione $d = H-c$; b_W *larghezza della sezione con max* τ

σ_{CP} *tensione di compressione media* $\sigma_{CP} = N_{cp}/Ac$

$k = 1 + \sqrt{(200/d)} \leq 2$ *d diametro max inerte* $\rho_1 = A_S/(BH)$ *% di armatura*

$fck = Rck + 8$ *N/mmq* $\upsilon_{min} = 0{,}035*K^{3/2}\sqrt{fck}$

Se risulta $V_{RD} > V_{SD}$ *non occorre armare a taglio*

Viceversa se $V_{RD} \leq V_{SD}$ *è necessario eseguire il calcolo delle armature*

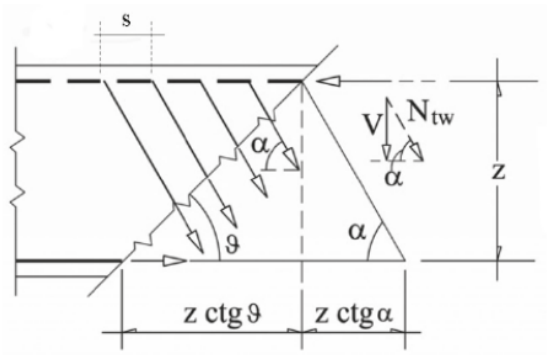
Le NTC 2018 riportano la seguente formula

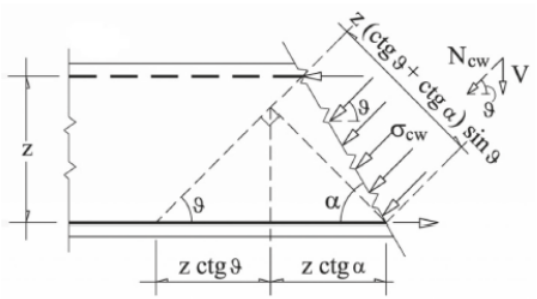
$V_{RDS} = 0,9*d* f_{yd}*A_S/p*(cotg\alpha + cotg\theta)*sin\ \alpha$

Ricordiamo il significato dei simbomi

*braccio coppia interna 0,9*d = 0,9*(H-c) ; A_S armatura staffe p passo ≤ 10 cm*

Angolo di inclinazione staffa θ ;Angolo di inclinazione lesione da taglio α ;





Per la verifica della biella compressa le NTC danno le seguenti indicazioni

$V_{RDC} = 0,9*d*b*\upsilon* fcd*\alpha_c*(cotg\alpha + cotg\theta)/(1+ cotg\theta^2)$

*Dove υ*fcd resistenza a compressione ridotta fcd /2*

Per il parametro α_c riportiamo testualmente la mormativa

Le formule riportate sono di semplice interpretazione

α_c	coefficiente maggiorativo pari a	1	per membrature non compresse
		$1 + \sigma_{cp}/f_{cd}$	per $0 \le \sigma_{cp} < 0,25\ f_{cd}$
		1,25	per $0,25\ f_{cd} \le \sigma_{cp} \le 0,5\ f_{cd}$
		$2,5\ (1 - \sigma_{cp}/f_{cd})$	per $0,5\ f_{cd} < \sigma_{cp} < f_{cd}$

Le armature longitudinali devono essere dimensionate in base alle sollecitazioni flessionali ottenute traslando il diagramma dei momenti flettenti di

$$a_1 = (0,9 \cdot d \cdot ctg\ \theta) / 2 \qquad [4.1.30]$$

lungo l'asse della trave, nel verso meno favorevole.

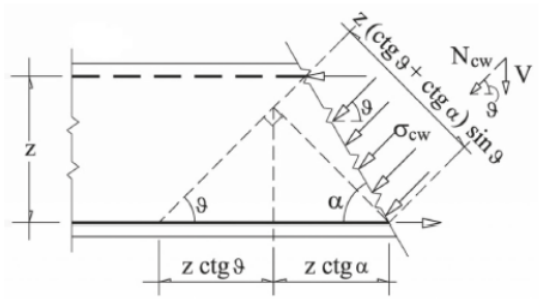
$V_{RDS} = f_{yd}*A_S*sin\ \alpha$ A_S/p *numero staffe nel tratto* $z*(cotg\alpha + cotg\theta)$

*braccio coppia interna z = 0,9*d Staffe 2 e 4 braccia*

$V_{RDS} = f_{yd}*A_S/p*sin\ \alpha\ *0,9*d\ *(cotg\alpha + cotg\theta)$

Per il cls compresso $V_{RDC} = D*b*\upsilon*fcd*\alpha_c$

$D = 0{,}9*d*(cotg\alpha + cotg\theta)/(1+ cotg\theta^2)$



$V_{RDC} = b*\upsilon*fcd*\alpha_c * 0{,}9*d*(cotg\alpha + cotg\theta)*sin\theta$ $\qquad sin\theta = 1/(1+ cotg\theta^2)$

La verifica è soddisfatta se $V_{RDC} \geq V_{SDC}$; $V_{RDS} \geq V_{SDS}$;

Le armature a taglio di una trave in calcestruzzo sono staffe verticali e ferri di parete nella ipotesi di taglio puro $\alpha = 90°$; $\theta = 45°$, *la formule su semplficano*

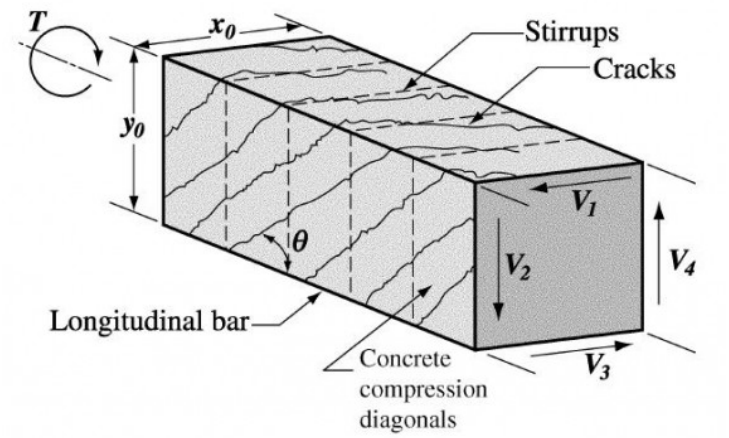
$sin\alpha = 1$ $\quad cotg\alpha = 0$ $\quad cotg\theta) = 1$

$V_{RDS}=0{,}9*d*f_{yd}*A_S/p$ *staffe verticali* $\quad V_{RDS}=f_{yd}*A_S/2$ *ferri di parete*

Area staffe $A_S = p*V_{RDS}/(0{,}9*d*f_{yd})$ $\quad$ *Ferri di parete* $A_S = V_{RDS}/(2*f_{yd})$

10-La verifica a torsione

Il calcolo e la verifica a torsione di una trave in cemento armato rettangolare lo si esegue dallo studio di prove sperimentali che rivelano l'andamento delle lesioni sulla trave che hanno una forma elicoidale ed inclinate di un angolo θ *come riportate in figura.*



La sezione di calcestruzzo viene trattata come una sezione alla Bredt , con perimetro della linea media pari a

$p = 2*(b-c)+ 2*(h-c)$ *, l'area della linea media* $A_m = (b-c)*(h-c)$ *spessore* $t= 2*c$

Le tensioni tangenziali sono costanti lungo lo spessore $\tau = M_T /(2*t*A_m)$

$M_T=(\tau*2*t*A_m)$

La verifica a torsione come per il taglio concerne il calcestruzzo e le armature metalliche che vengono calcolate attraverso una schematizzazione degli elementi resistenti a traliccio. La armatura a torsione consiste in ferri longitudinali e staffe.
T_{RD} *= Momento torcente resistente* $\leq T_{ED}$ *= Momento torcente di progetto*

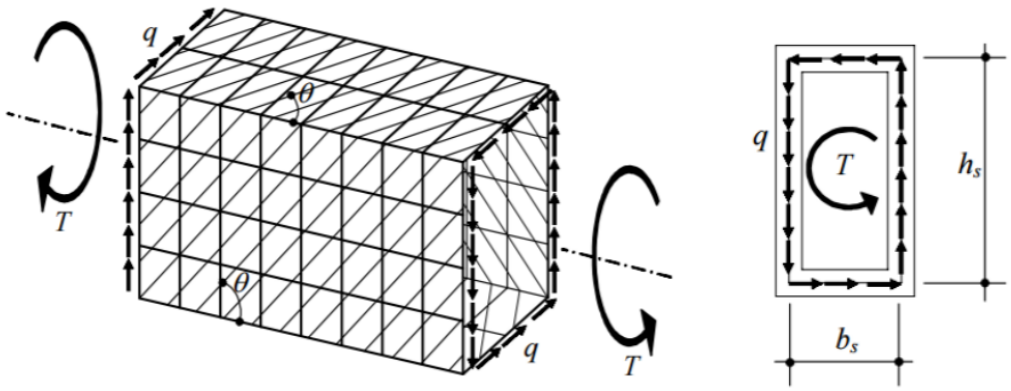
$T_{RDC} = 2*A *t*f'_{cd}* cotg\theta/(1+cotg\theta^2) \leq T_{ED}$ *Calcestruzzo*

$T_{RDSst} = 2*A*As/s *f_{yd}*cotg\theta \leq T_{ED}$ *Staffe*

$T_{RDSl} = 2*A * f_{yd}/cotg\theta \sum A_{si} /u_m \leq T_{ED}$ *Barre longitudinali*

θ *inclinazione della lesione*
As area complessiva staffe
s passo staffe
A area racchiusa dalla linea media $A= (b-.c)*(h-c)$
$\sum A_{si}$ *area complessiva barre longitudinali*
u_m *perimetro medio* $2*(b-c) + 2*(h-c)$
$t = 2c$ *spessore sezione alla bredt*
$f'_{cd}*= 0,5*f_{cd}$ *resitenza a compressione cls* $f_{cd} = 0,83*0,85*Rck/1,5$
f_{yd}* *resistenza snervamento acciaio per FEB 450* $f_{yd}=450/1,15= 391$ *N/mmq*

Si individua un traliccio resistente a torsione :



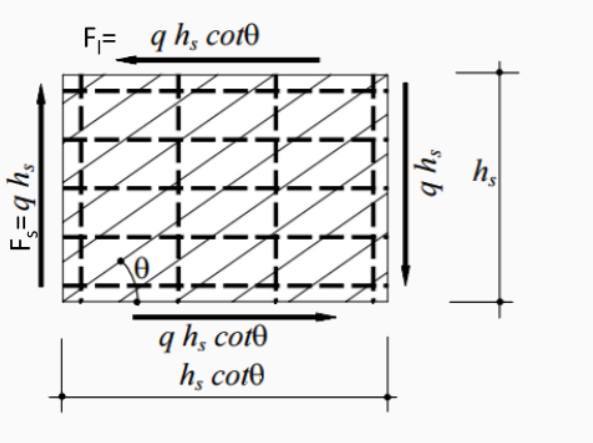
costituito da armatura verticale (staffe), orizzontale (barre longitudinali) e bielle compresse .

Momento resistente dovuto alle armature

$q = \tau * t = M_T/(2*A)$;

La forza longitudinale $F_L = M_T/(2*A)*h_s *\cot g\theta$

La forza verticale sulle staffe $F_V = M_T/(2*A)*h_s$



Il calcolo delle armature è immediato

$A_{SL} = F_L/f_{yd} = M_T/(2*A*f_{yd})*h_s *tg\theta$; $M_T = 2*A*f_{yd} * A_{SL}/(h_s *\cot g\theta)$

L'area longitudinale $A_{SL} = 1/h_s * \sum A_{SI}/u_m$

$T_{RDSl} = 2*A*f_{yd}/\cot g\theta \sum A_{si}/u_m \leq T_{ED}$

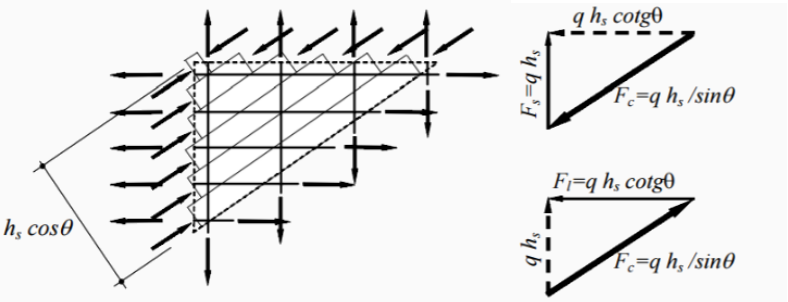
L'area di ferro delle staffe

$A_{Sst} = F_V/f_{yd} = M_T/(2*A*f_{yd})*h_s$; $M_T = (2*A*f_{yd})*A_{Sst}/h_s$

l'area staffe $A_{Sst} = h_s * \cot g\,\theta * A_{Sst}/s$

$T_{RDS} = (2*A*f_{yd})*h_s * \cot g\,\theta * A_{Sst}/(s*h_s) = (2*A*f_{yd}) * \cot g\,\theta * A_{Sst}/s \leq T_{ED}$

La verifica della biella compressa e quindi del cls



La forza di compressione nelle bielle compresse

$F_C = M_T /2*A* h_S \ / \sin\theta = \sigma_c *t* h_s*\cos\theta \qquad \sigma_c = 0,5*fcd$

$M_T = 2*A* t *b*0,5*f_{cd} *\cos\theta*\sin\theta \qquad t = 2* c$ *c copriferro*

$\cos\theta*\sin\theta = \sin\theta^{2} *\cot g\ \theta = \cot g\ \theta /(1+\cot g\ \theta^{2})$

$T_{RDC} = 2*A *t*f'_{cd}* \cot g\theta/(1+\cot g\theta^2) \leq T_{ED}$

L' eurocode 2 EN 1992 *per la verifica del cls indica la seguente formula :*

$T_{RDC} = 2*A *t*\upsilon*f_{cd}/(tg\theta+\cot g\theta) \leq T_{ED}$ *analoga alla precedente poichè*

$\cot g\theta/(1+\cot g\theta^2) = 1/(tg\theta+\cot g\theta)$

$t \leq A /u$ *spessore effettivo* $u = 2b+2H\ ;\ A = b*H$

$\upsilon = 0,7*(0,7+fck/200) \geq 0,35$

θ *angolo tra le bielle compresse inclinazione della lesione scelto come*

$\left|0,4\right| < \cot g\theta < \left|2,5\right|\ ; \qquad \left|1\right| < \cot g\theta < \left|2,0\right|\ ;$

Per le armature metalliche staffe e barre longitudinali da delle formule analoghe

$T_{RDS} = (2*A*f_{yd})* \cot g\ \theta*A_{Sst}/s$

$T_{RDSl} = 2*A *f_{yd}/\cot g\theta \sum A_{si} /u_m$

con $tg\theta^2 = [f_{yd} *A_{Sst}/s\ ]/[f_{yd}*\sum A_{si} /u_m\ ]$

angolo da confrontare con le limitazioni di cui sopra

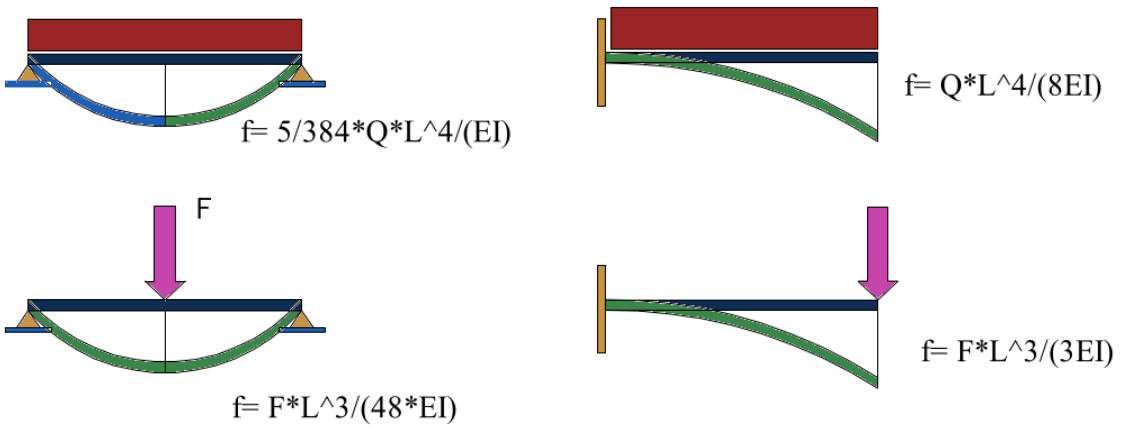
L'armatura longitudinale

$A_{SL} *f_{YLD} = T_{RDSl} * \cot g\theta * u_M/A_M$ *dove*

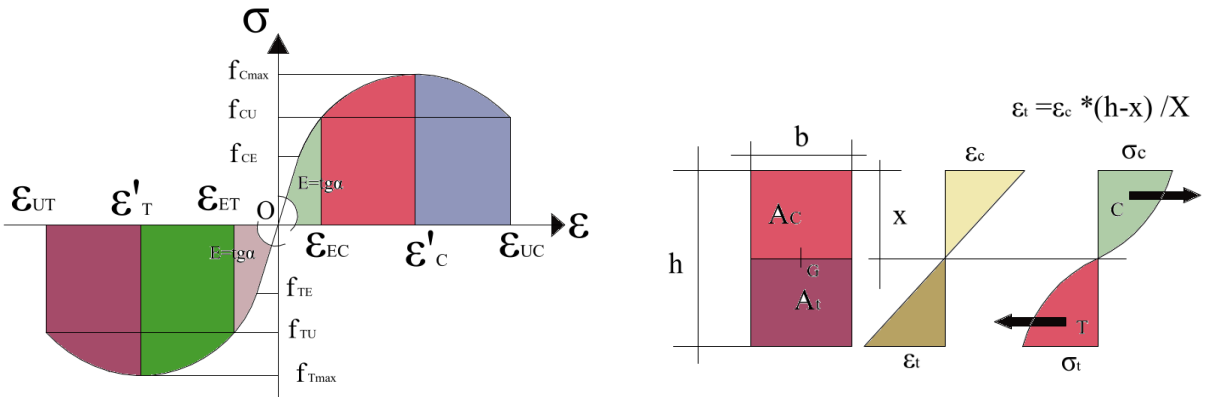
$T_{RDSl} = 2*A* [A_{Sst}/s *f_{ydW} *A_{sL} /u_m *f_{ydL}\ ]^{1/2}$

11- Il calcolo delle frecce

La determinazione degli spostamenti viene eseguita nella ipotesi di comportamento elastico lineare del materiale , isotropo omogeneo come dalla scienza delle costruzioni ;



La deformata della trave si ottiene dalla doppia integrazione integrazione della curvatura M/EI



$V(z) = \int[\int M(z)/E(z)I\, dz]dz$ $\qquad \sigma(\varepsilon)=a_1*\varepsilon^3+a_2*\varepsilon^2+a_3*\varepsilon$

Il modulo elastico è variabile $\qquad E(z)= d\,\sigma(\varepsilon)/d\varepsilon = 3*a_1*\varepsilon^2+a_2*\varepsilon+a_3$

Per il calcolo della deformazione si può far riferimento ad un valore medio approssimando la curva in tre tratti

$E_1=f_{ce}/\varepsilon_{CE}$; $E_2=f_{cMAXi}/\varepsilon_{CE}$; $E_3=f_{CU}/\varepsilon_{UC}$; *Dividendo in 3 integrali la deformata*

La curvatura M/EI può essere scritta nella forma $\chi = 2*\varepsilon/H$

dove la deformazione $\varepsilon= \sigma/E$ $\qquad$ *con* $\sigma_C = 4{,}67*M(z)/(b*h^2)$

$M(z)= z*Q*L/2 - Q*Z^2/2 = Q/2*[z*L- z^2]$ $\qquad$ *Trave appoggiata agli estremo*

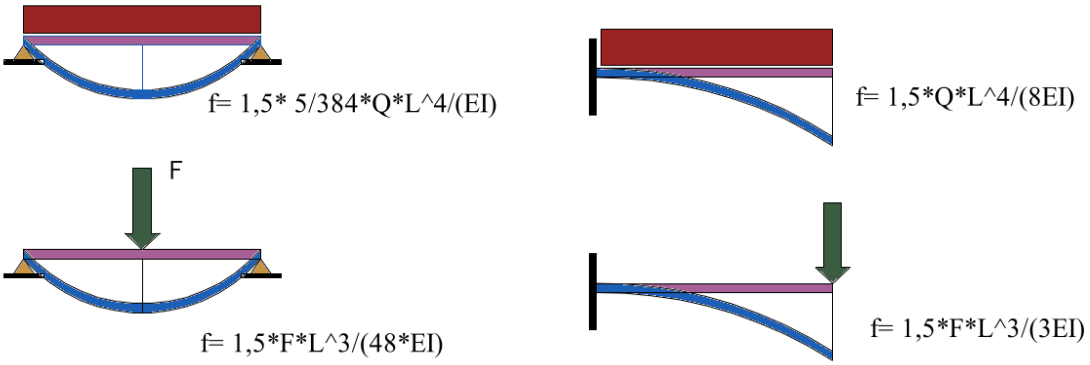
$\varepsilon(z) = 2*4{,}67*M(z)/(E*b*h^2)=4{,}67*Q*/(b*h^2)*[z*L- z^2] /(\Omega Eo)$ *dove*

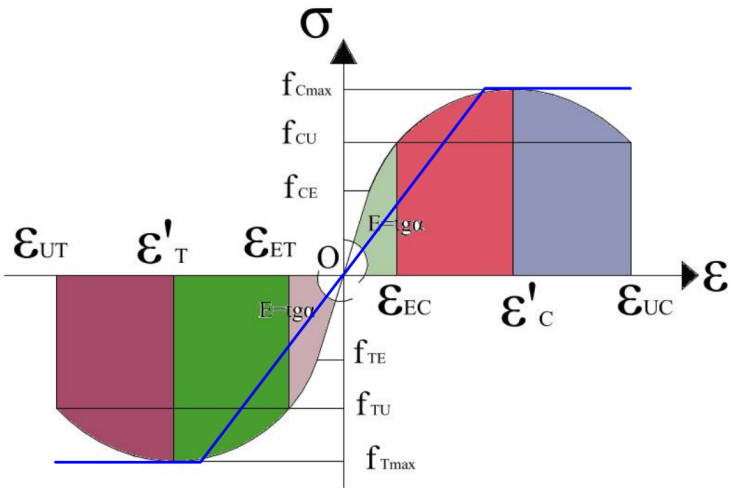
Eo modulo di elasticità normale all'origine , mentre $\Omega = 1/3$ *un coefficiente*

$\Omega = \int E(z)dz/ (Eo*L)$ $\quad \int E(z)dz=\int(3*a_1*\varepsilon^2+a_2*\varepsilon +a_3)dz =2/3*Eo*L$

la freccia in mezzeria $\quad f = 5/384*3/2*Q*L^4/(Eo*I)= 15/768*Q*L^4/(Eo*I)$

Per semplice analogia utilizzando un modulo elastico pari ai 2/3 del modulo all'origine





In funzione del legame costitutivo tensione deformazione del materiale , possiamo definire un modulo elastico equivalente (secante) $E_{eq} = \Omega * Eo$ *con* $\Omega \leq 1$ *utilizzando le stesse formule per i relativi schemi statici*

12- Le sezioni di forma qualsiasi :Modellazione FEM di travi .

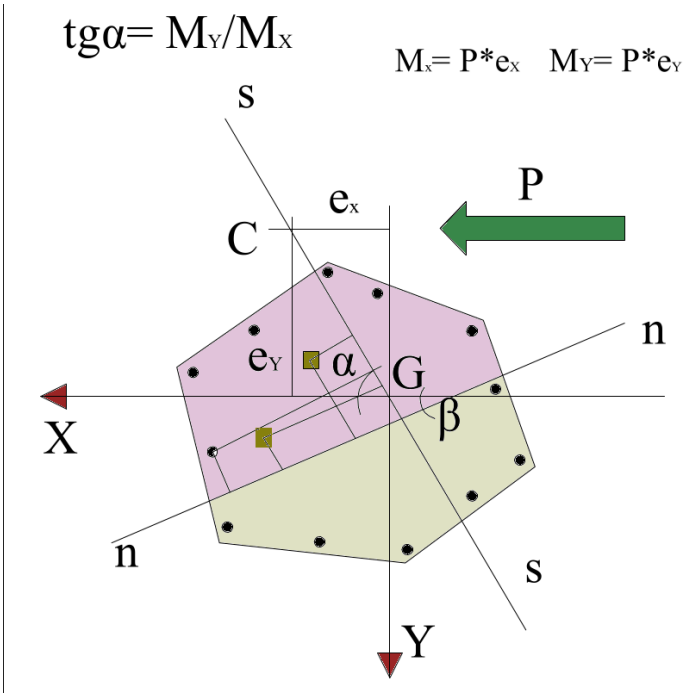
La verifica di sezioni in calcestruzzo armato di forma qualsiasi la si esegue attraverso la soluzione di sistema di equazioni in 3 incognite quali il momento resistente ultimo , la profondità dell'asse neutro e la sua inclinazione :

$\iint \sigma dxdy - \sum \sigma s * As + \sum \sigma' s * A' s = P$ *Traslazione tensioni normali*

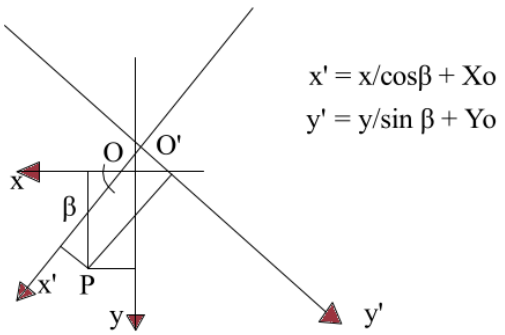
$\iint \sigma * \lambda_s dxdy - \sum \lambda_{SI} * \sigma s * As + \sum \lambda_{SI} * \sigma' * A' s = 0$ *Rotazione asse di sollecitazione*

$\iint \sigma * (\lambda_N - \lambda_G) dxdy - \sum (\lambda_{NI} - \lambda_G) * \sigma s * As + \sum (\lambda_{SI} - \lambda_G) * \sigma' * A' s = M_{RD}$ *Rotazione asse baricentrico*

Data la forma della sezione la disposizione delle armature è semplice costruire il dominio di rottura ovvero il bulbo tridimensionale.



Le coordinate del baricentro $X_G = \int X dA / A$; $Y_G = \int y dA / A$; *2 integrali doppi , la incognoità è l'asse neutro di equazione* $Y = m*x+n$ *dove* $m = tg\beta$ $n = (\lambda_N - \lambda_G)/cos\beta$
Con una traslazione del sistema di riferimento $x' = \lambda_N$; $y' = \lambda_S$;



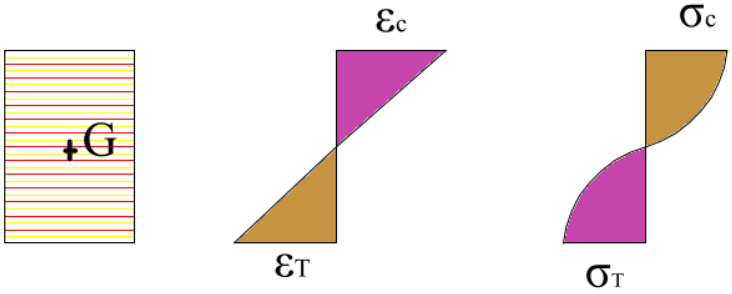
Xo e Yo coordinate del punto di intersezione tra n ed s ovvero soluzione del sistema di equazioni

$Y = x*tg\beta + n$
$Y= x* M_Y/M_X +(e_x *M_Y/M_X - e_y)$ con $e_x = M_{SDX}/P_{SD}$; $e_Y = M_{SDX}/P_{SD}$;

$Xo = [n-(e_x *M_Y/M_X - e_y)]/[tg\beta + M_Y/M_X]$
$Yo = [n-(e_x *M_Y/M_X - e_y)]/[tg\beta + M_Y/M_X]*tg\beta + n$

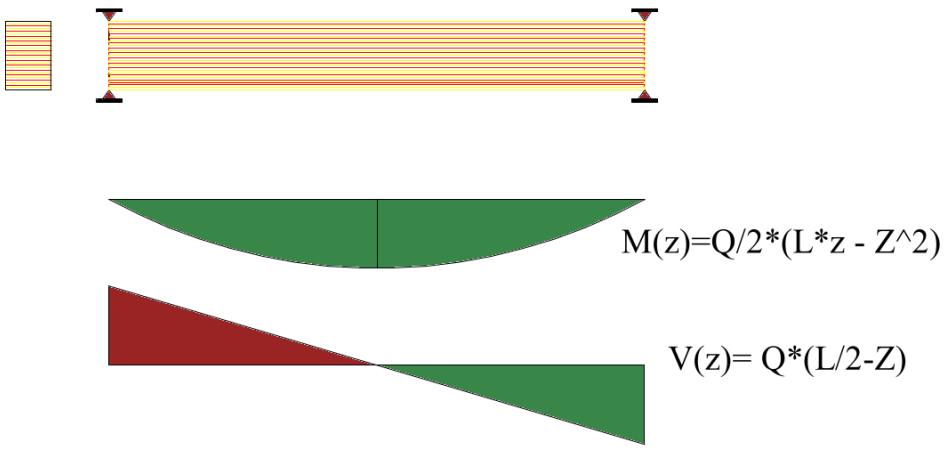
$\lambda_N= X/cos\beta + [n-(e_x *M_Y/M_X - e_y)]/[tg\beta + M_Y/M_X]$;
$\lambda_S= Y/sin\alpha + [n-(e_x *M_Y/M_X - e_y)]/[tg\beta + M_Y/M_X]*tg\beta + n$

Definito il dominio di integrazione (area rosata), funzione delle coordinate dei vertici e dell'asse neutro si può risolvere il sistema di equazioni ricavare il Momento ultimo
La verifica viene eseguita tramite software trasformando gli integrali come sommatoria discretizzando la sezione per un nuovo approccio al calcolo delle strutture in cemento armato ovvero modello a fibre che tenga conto della armatura e del cls infinitesimo modellando il cls agli elementi finiti brick.
Per una trave a sezione rettangolare di Luce L possiamo utilizzare una modellazione fibre ***(plate- shell)*** *di spessore ΔY e larghezza B assieme alla armatura metallica come riportata in figura*

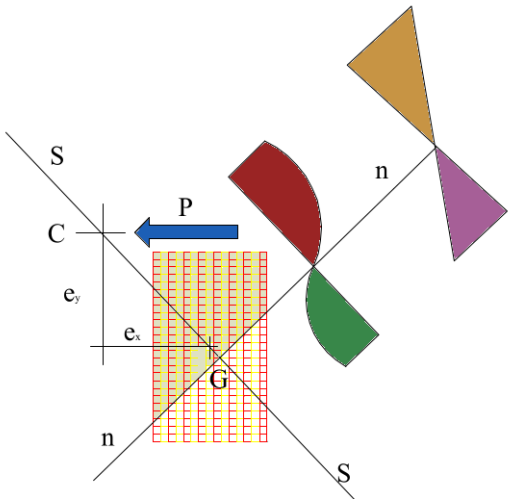


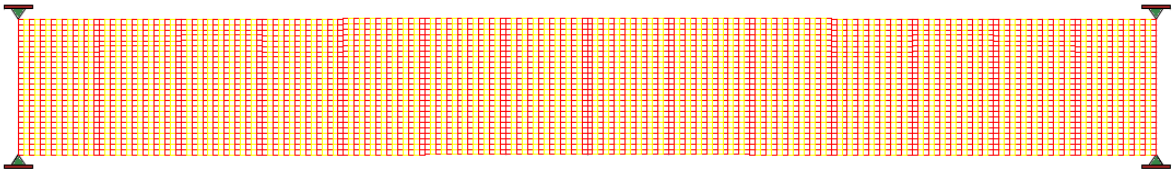
La verifica $B*\int\sigma_c\, dy - B*\int\sigma_T\, dy = P$ *in generale pressoflessione*

$\sum\sigma_c\, \Delta y - \sum\sigma_T\, \Delta y = P/B$ $i = 1, 2, ...n= H/\Delta Y$ *numero fibre*



*Questa modellazione a fibre si adatta bene alla flessione e pressoflessione retta con asse di sollecitazione coincidente con l'asse di flessione e asse neutro baricentrico orizzontale e ortogonale ad s-s. Se invece siamo di fronte alla sollecitazione deviata , conviene modellare la sezione tramite elementi areali infinitesismi dA= dx*dy*





La verifica $\int\sigma_c\, dA - \int\sigma_T\, dA = P$ *in generale pressoflessione*

$\sum\sigma_c\, \Delta y^* \Delta x - \sum\sigma_T\, \Delta y^* \Delta x = P$ *Traslazione tensioni normali*

$i = 1, 2, \ldots\ldots\ldots\ldots n = H/\Delta Y \quad m = B/\Delta X$ *elementi areali*

$\sum\sigma_c\, \Delta y^* \Delta x\, ^* \lambda_{SI} - \sum\sigma_T\, \Delta y^* \Delta x\, ^* \lambda_{SI} = 0$ *rotazione intorno ad s*

$M_{RD} = \sum\sigma_c\, \Delta y^* \Delta x\, ^* (\lambda_{NI} - \lambda_{GN}) + \sum\sigma_T\, \Delta y^* \Delta x\, ^* (\lambda_{NI} - \lambda_{GN})$ *Momento Ultimo della sezione*

Rispetto al baricentro geometrico G distanza della singola area dal baricentro $(\lambda_{NI} - \lambda_{GN})$

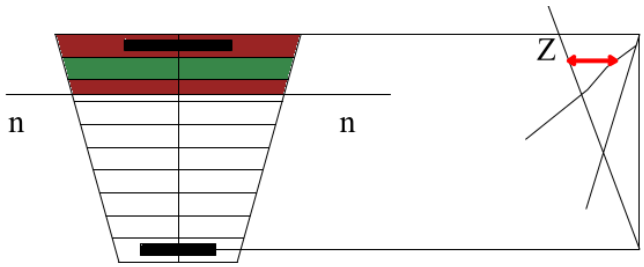
Il de Saint Venant definiva la trave come un tronco a sezione costante caricato sulle due basi libere , attraverso la modellazione FEM si può calcolare lo stato tensionale i ogni elemento o fibra

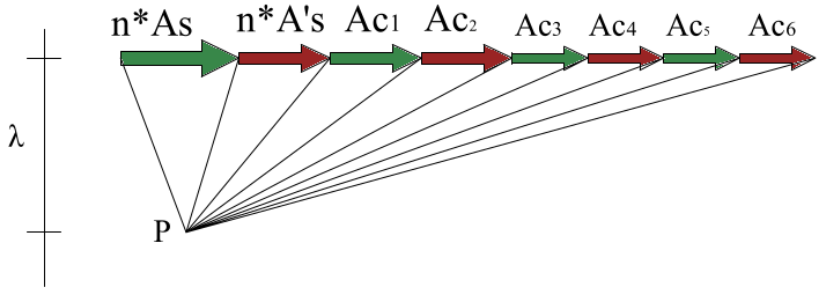
-Modello a fibre
-Modello Brick

Del quale ci occuperemo in un capitolo dedicato.

13- La statica grafica

La statica grafica è un antico (anni 1950-1960) metodo grafico per la verifica di sezioni in cemento armato , ormai non più utilizzato ; dalla mia pratica di insegnante di costruzione e impianti mi è stato richiesto da parte degli studenti come argomento di studio e spiegazione nel 2016. La verifica consiste per sezioni di forma qualsiasi nella individuazione della posizione dell'asse neutro ovvero la profondità X e le tensioni max nel cls compresso e acciaio teso, essendo la sezione simmetrica conosciamo a priori la direzione dell'asse neutro . Costruiamo un poligono di vettori proporzionali alle aree di polo P n = Ec/Ec=15 coefficiente di omogeneizzazione.

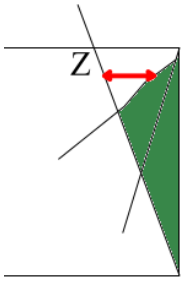




Dal poligono dei vettori ci costruiamo un poligono funicolare , la posizione dell'asse neutro è individuata dal punto di chiusura del poligono funicolare , mentre le tensioni al bordo compresso e nell'acciaio teso. I segmenti Z come dalla statica grafica rappresentano i momenti statici delle aree di ferro e di cls nulli rispetto al baricentro della sezione ovvero all'asse neutro:

$$\int X*dA + n*\sum A_{FI}*X_{FI} = 0 \qquad \text{si ricava la profondità } \xi*d$$

Il valore della tensione max $\sigma = M*\xi*d / I$ *dove I è l'area racchiusa nel poligono funicolare*



14 - Conclusioni

Il progetto e verifica delle sezioni in cemento armato è stato sempre eseguito attraverso il metodo alle tensioni ammissibili riportato nella ultima normativa sulle costruzioni del 1992 , poi successivamente è stata introdotta la verifica allo stato limite ultimo dai decreti ministeriali del gennaio 1996 ; il metodo alle T.A. Fa la ipotesi di elasticità lineare per il materiale sia per quanto concerne il calcestruzzo che l'acciaio, mentre con il recepimento dell'eurocodice 2 sul C.A. Si ipotizza per l'acciaio un comportamento elastoplastico ideale mentre per il cls la formulazione parabola rettangolo , mentre nella norme più recenti NTC 2008 e 2018 è stato introdotto anche l'incremento di resistenza a compressione derivante dal confinamento , la sovraresistenza per l'acciaio e la verifica di duttilità. In altre nazioni più avanti come il Giappone gli Stati Uniti la Arabia Saudita ect nella teoria del cemento armato si utilizzano legami tensioni deformazioni che riflettono il reale andamento dei diagrammi derivanti da una prova di trazione sull'acciaio e di compressione nel cls utilizzando i logaritmi , in questi appunti si è fatto ricorso ad una teoria polinomiale cubica per rappresentare l'andamento del diagramma σ-ε per il cls e per l'acciaio utilizzando le rappresentazioni fornite dall' eurocodice . Forse l'errore se così lo si può definire è nella max deformazione considerata per il cls pari al 4‰ anzichè al 3,5 ‰ , una maggiorazione dello 0,5‰ che per calcestruzzi ad alta resistenza non è accettabile che comunque tiene già conto degli effetti del confinamento sulla deformazione ultima. Le formule proposte sono di semplice applicazione e rappresentazione una evoluzione della teoria dello stato limite ultimo per sezioni in cemento armato ideata negli anni 50.

La modellazione di elementi in cemento armato

1-Introduzione

2-La modellazione a Fibre di travi in cemento armato

3-Modellazione a Fibre di pilastri in cemento armato

4-La modellazione a fibre di un nodo trave pilastro

5-Modellazione FEM di travi e pilastri in cemento armato

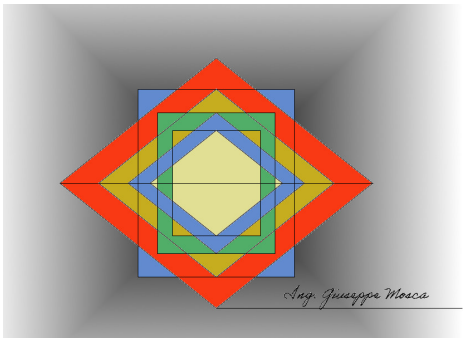
6-La modellazione FEM di un nodo trave pilastro

7-L'impasto di calcestruzzo: la betoniera e la autobetoniera.

8-La modellazione FEM degli inerti e della matrice di cemento

9- Dimensionamento di un edificio in c.a. a 4 impalcati

10-Conclusioni .

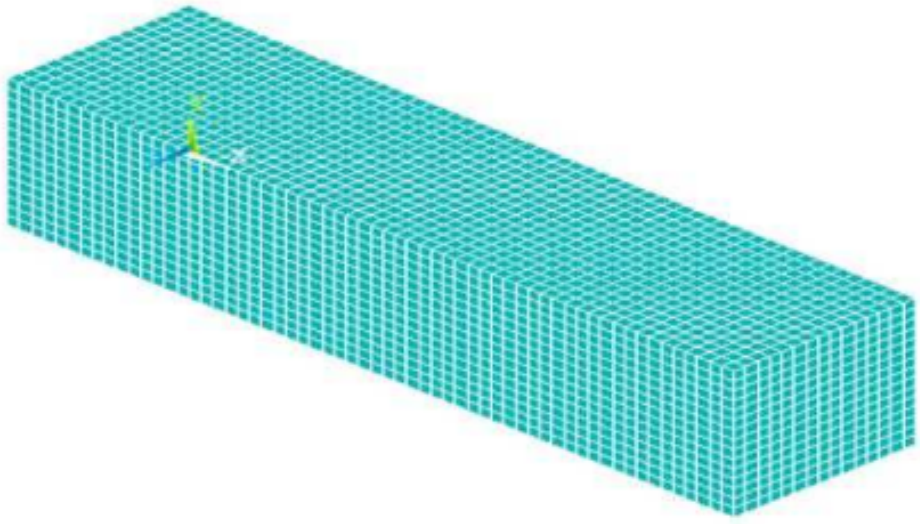


Mi scuso di eventuali imprecisioni o errori che se segnalati contribuiscono al miglioramento degli appunti

1- Introduzione

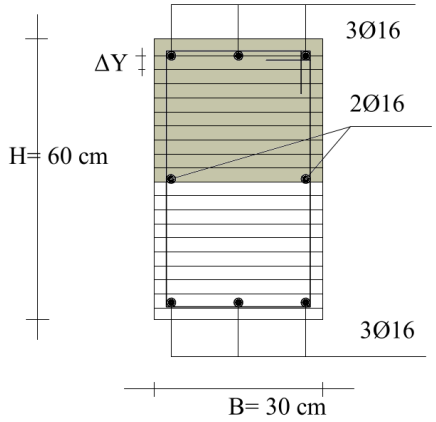
Il calcestruzzo armato è una tecnica costruttiva inventata nella seconda metà dell'ottocento , facendo assorbire la trazione presente nelle travi in genere nelle strutture inflesse alle barre di arnatura metallica , cosa possibile in virtù delle forze tangenziali di aderenza sulla superficie laterale delle barre e per il medesimo coefficiente di dilatazione termica; I calcoli delle strutture in cemento armato delle travi sono stati sempre eseguiti utilizzando i metodi classici della scienza delle costruzioni ovvero le equazioni cardinali della statica , i metodi di rilassamento per i telai piani , poi con l'avvento dei software e del calcolo automatico con il metodo dei cedimenti e il calcolo matriciale, integrati dalla analisi dinamica per azioni sismiche e azioni del vento per edifici alti. La trave viene modellata come elemento modimensionale piano dove le dimensioni della sezione sono ridotte rispetto alla lunghezza del suo asse longitudinale baricentrico a differenze di lastre piastre e muri per i quali viene eseguita una modellazione FEM tramite elementi piani triangolari quadrati o tridimensionali cubetti e teatraedri . Tale modellazione negli ultimi 25 anni è stata estesa anche alle travi dove si ha possibilità di modellare la barra di armatura e il calcestruzzo sia tramite fibre che con elementi brick tetraedrici ; la evoluzione dei software consenti di eseguire tali calcolazione complesse e la informatica la fa da padrone in tali settore , come al solito vi sono gruppi deviati che praticano guerre informatiche alterano e modificano i risultati , molto spesso è la stessa macchina che ha la caratteristica della interattività e che esige del rispetto a modificare i risultati o a bloccare i programmi. Eseguire il calcolo e dimensionamento di un edificio in cemento armato di 3-4 piani per difendersi sia dalla guerra socio-informatica che ha la caratteristica del mobbing sul lavoro e come ben sappiamo è un reato del codice penale italiano, è semplice ricorrendo a metodi degli anni 60 quali il metodo di KANI o dell'ingegnere giapponese MUTO , utilizzare dei criteri di fascia con forza di piano risultato di una analisi sismica statica ripartita tra i pilastri che tenga conto degli effetti torsionali applicata in 2 punti fissi H/2 e 2/3H ovvero rigidezza intermedia di un pilastro tra lo Schema alla Grinter e Incastro cerniera determinando 2 momenti min e max per i pilastri $M = V*H/2$; $M = 2/3*V*H$ con i quali eseguire il progetto a pressoflessione dei pilastri con sforzo normale calcolato in base alle aree di influenza, mentre per le travi un semplice inviluppo di diagramma di momenti lineare per azioni orizzontali sismiche e parabolico derivante carico di solaio verticali per schemi a trave continua con fascia $Q*L^2/8$; $Q*L^2/(12\div16)$; e progetto delle armature a flessione. La ingegneria come la architettura non possono dipendere dal funzionamento di un Computer di un software da una macchina della quale si ha grande rispetto sono delle macchine intelligenti e interattive , ma neanche da stupide guerre socio informatiche, ormai lavorare in rete la digitalizzazione delle professioni lo smart working è stato come la rivoluzione industriale del 1800 è ha modificato radicalmente sia i comportamenti delle persone la qualità del lavoro e la socializzazione eliminando la piaga dello spopolamento dei territori montani o della emigrazione, poiché si può studiare in un liceo degli Stati Uniti o della città di Mosca prendersi un laurea telematica in Giappone , lavorare all'estero da casa, incentivare il turismo facendo conoscere le

attività ricettive territoriali . Nel momento in cui tale attività on line a computer viene compromessa si è di fronte a mobbing sul lavoro ovvero persone che vengono private del loro lavoro devono andare in pensione, si può tranquillamente prendere una pensione in Italia e lavorare all'estero nessuno lo vieta il problema è ormai di autarchia e non di globalizzazione e integrazione ovvero chiusura delle importazioni ed esportazioni neanche di federalismo fiscale ma di federalismo lavorativo e rientra nelle politiche sociali di parti politiche deviate dello stato italiano degli ultimi 10 anni affossamento del sistema economico. Nel 2024 non si può essere dei mezzadri o dei mandriani con disagio mentale e la bechetta, anzichè dei manager agricoli con il fuori strada che pubblicizzano la loro azienda agrituristica anche all'estero , persone che vivono di prodotti della terra ricavato con zappa e vanga anzichè utilizzare macchine agricole robotizzate manovrate da PC o smartphone, o serre per la produzione di ortaggi anche con OGM. Tale premessa è importante poichè modellare una trave in cemento armato con 1000000 tetraedri ed elementi brick , con la barra di armatura è inutile se il nostro software FEM o i PC hanno dei problemi sono malfunzionanti , è più semplice progettare la nostra trave con le solite formule anche allo SLU $d= r*\sqrt{}/b$; $A_S= M'/(0,9*d*fyd)$ per la doppia armatura aggiungendo un momento $\Delta M= A's*(d-c)$ $M = M'+ \Delta M$, per un pilastro a pressoflessione $P= \Psi*fcd*B*d$; $A_S= A'_S=M/(d-c)$ definendo diagramma delle deformazioni con rottura nel cls $\varepsilon_C= 0,0035$ con verifica delle armature in accordo con il carpentiere in cantiere. Ormai la tecnologia informatica fa parte integrante del lavoro e si dovrebbe fare un ritorno al futuro proiettarsi nel 2100 anzichè nel 1800, qualora l'utilizzo della tecnologia informatica satellitare , della domotica viene vietato si è di fronte a mobbing ovvero handicap del lavoratore dell'essere umano povertà e miseria.



2- La modellazione a Fibre di travi in cemento armato

Una iniziale tecnica di modellazione dei travi in cemento armato è a fibre orizzontali adatto per sezioni rettangolari in cemento armato

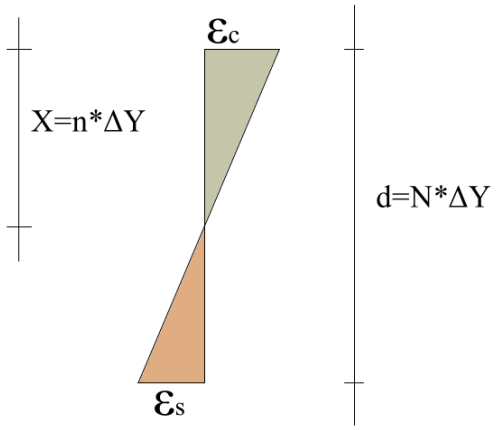


Il metodo deriva dalla statica grafica per la verifica a flesSione di sezioni in cemento armato applicabile anche alla verifica della sezione allo SLU in funzione del diagramma tensione deformazione calcolando l'integrale come una sommatoria , ovvero la equazione di equilibrio alla traslazione orizzontale delle tensioni normali

$B*\int \sigma\, dy + A'_S*\sigma'_S - A_S*\sigma_S = 0$; $B*\sum \sigma\, \Delta y + A'_S*\sigma'_S - A_S*\sigma_S = 0$;

Al solito in funzione del diagramma delle deformazioni lineare per la ipotesi di conservazione delle sezioni piane . la incognita del problema è la $X = n*\Delta Y$ che definisce la deformazione al lembo compresso e al lembo teso e la sua inclinazione ovvero la curvatura $(\varepsilon_C+\varepsilon_S)/H$ con $\varepsilon_C/X= \varepsilon_S/(H-X)$; nella verifica di sezioni cemento armato si ipotizza che la rottura avviene per attingimento della max deformazione dell'acciaio teso $\varepsilon_S = 0{,}01$. Se dobbiamo calcolare una trave appoggiata appoggiata la curvatura nella sezione è data da $\chi= M/(EI)$ risulta

$\chi=(\varepsilon_C+\varepsilon_S)/d$; $\varepsilon_C = \varepsilon_S X/(d-X)$ $\chi= M/(EI)= \varepsilon_S*[X/(d-X)+1]/d = \varepsilon_S*((d-X)$



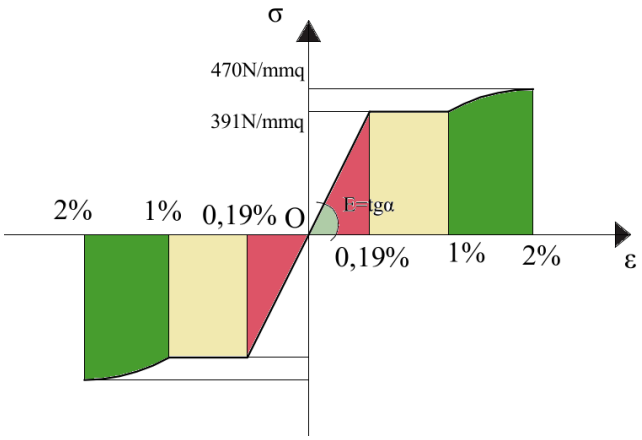
Per la risoluzione del problema ovvero del calcolo del diagramma delle deformazioni lungo la sezione abbiamo 2 equazioni :

$M/(EI)=\varepsilon_S/(d-X)$; $B*\sum\sigma_c \Delta y + A'_S*\sigma'_S - A_S*\sigma_S = 0$;

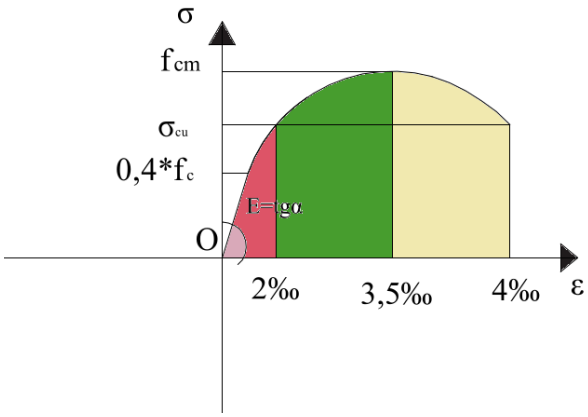
Il modulo elastico è costante per il calcestruzzo in zona compressa si può prendere un modulo secante o considerarne la variabilità nel diagramma tensione deformazione per l'acciaio e il cls attraverso una analisi non lineare.

$Ec= Ec(\varepsilon_i)$; $Es= Es(\varepsilon_i)$; $\sigma_c=\sigma_c(\varepsilon_i)$; $\sigma_S=\sigma_S(\varepsilon_i)$;

La deformazione longitudinale $\varepsilon_I = \varepsilon_S Y_i/(d-Y_i)$



Lineare	$\sigma = E*\varepsilon$ $E = 206000$ *N/mmq*	$0 \le \varepsilon \le 0{,}00189$
Costante	$\sigma = fyd = 391$ *N/mmq*	$0{,}00189 \le \varepsilon \le 0{,}01$
Quadratica	$\sigma = -790000*\varepsilon^2 + 31600*\varepsilon + 154$	$0{,}01 \le \varepsilon \le 0{,}02$



Lineare	$\sigma \le 0{,}4 * f_{cm}$	$f_{ck} = 0{,}83*Rck$ $f_{cm} = f_{ck}+8 = 37$ *N/mmq*
Cubico	$0{,}4 * f_{cm} \le \sigma \le \sigma_{cu}$	$\sigma_{cu} = fck/1{,}5$
Cubico	$\varepsilon_{c1} \le \varepsilon_C \le \varepsilon_{Cmax}$	$f_c = f_{cm}/1{,}5$

$\varepsilon_{c1} = 0{,}002$; $\varepsilon_{cu} = 0{,}0035$ $\varepsilon_{Cmax} = 0{,}004$

Il momento di inerzia della nostra sezione $I = B*H^3/12$ *può essere calcolato come sommatoria del momento della singola fibra più il momento di trasporto*

$$I = \sum B*\Delta Y^3/12 + \sum B*\Delta Y*Y_i^2 + B*t_{eq}{}^3/12 + B*t_{eq}*(X-c)^2 + B*t'_{eq}{}^3/12 + B*t'_{eq}*(d-X)^2$$

Va aggiunto il momento di inerzia dovuto alla fibra di armatura

$As=B*t_{eq}$ *dove* t_{eq} *è uno spessore equivalente di armatura*

$t_{eq}=As/B*(E_S/E_C)$ *tesa* $t'_{eq}=A's/B*(E_S/E_C)$ *compressa*

Il momento M lungo l'asse della sezione $M = \sum M_i$ *dovuto al contributo di tutte le fibre , per una trave appoggiata in mezzeria* $M = Q*L^2/8$ *con andamento parabolico la funzione* $M(z)=Q*L*z/2 - Q*z^2/2$

Ogni fibra assorbe una aliquota di momento M_i*, ha una sua curvatura* $\chi_i = M_i/(EI)_i$ *le fibre non devono scorrere ma devono essere solidali in virtù delle tensioni tangenziali ovvero lungo la sezione la curvatura deve essere costante per il principio di conservazione delle sezioni piane*

$$M_i/(EI)_i = M/(EI) = \sum M_i / \sum (EI)_i$$

la aliquota di momento spettante alla singola fibra

$$M_i=(EI)_i*\sum M_i / \sum (EI)_i = (EI)_i*M(z) / \sum (EI)_i \qquad M_i(z)=(EI)_i*M(z) / \sum (EI)_i$$

La tensione nella fibra i -ma $M_i(z)=\sigma_I*Yi*B*\Delta Y$; $\sigma_I = M_i(z)/(Y_i*B*\Delta Y)$

La problematica è matematicamente risolta poiché le incognite sono 2 X *e* ε_S *le equazioni a disposizione sono 2*

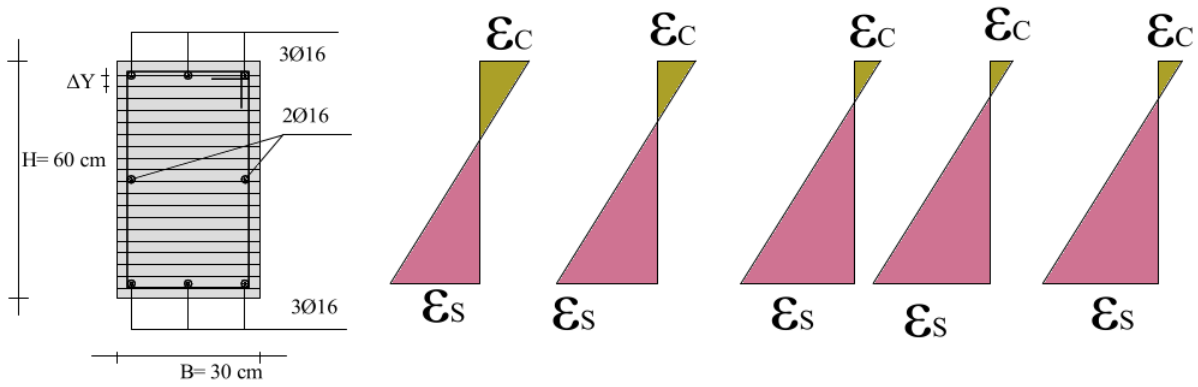
$$M/(EI)=\varepsilon_S/(d-X) \; ; \quad B*\sum \sigma_c \Delta y + A'_S*\sigma'_S - A_S*\sigma_S = 0 \; ;$$

$$\sum M_i / \sum (EI)_i = \varepsilon_S/(d-n*\Delta y) \; ; \quad \sum \sigma_I*Yi*B*\Delta Y / \sum (EI)_i = \varepsilon_S/(d-n*\Delta y) \; ;$$

Il sistema ha due equazioni e due incognite

$$\sum \sigma_I*Yi*B*\Delta Y / \sum (EI)_i = \varepsilon_S/(d-n*\Delta y) \; ; \quad B*\sum \sigma_c \Delta y + A'_S*\sigma'_S - A_S*\sigma_S = 0 \; ;$$

Con il metodo alle tensioni ammissibili la profondità dell'asse neutro dipendeva dal momento statico della sezione omogenea ed era una caratteristica geometrica della sezione ovvero la fibra baricentrica indipendente dal carico applicato anche la inclinazione del diagramma delle ε *per il principio delle sezioni piani deve essere costante , le deformazioni sono funzione del carico applicato.*



Dalla scienza delle costruzioni la formula di Navier $\sigma = M/I*y$ *; l'accorciamento o allungamento della fibra per unità di lunghezza* $\varepsilon = M*y/(EI)$ *per la fibra i-ma*

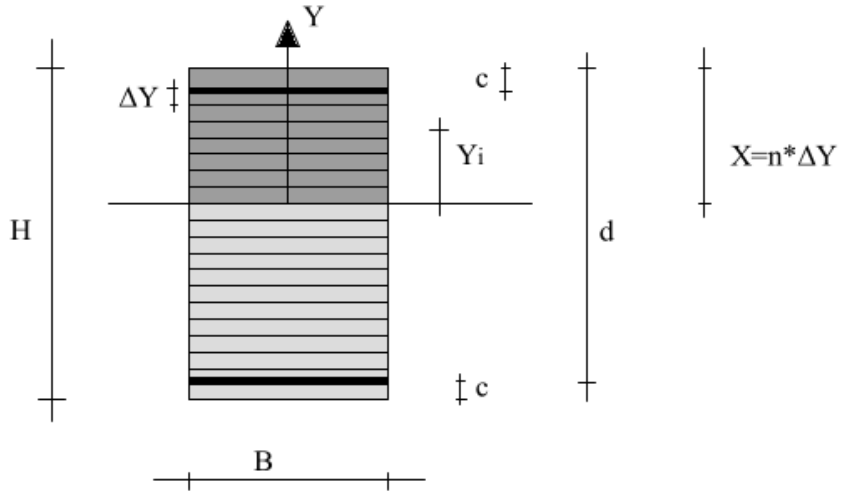
$$M_i=(EI)_i*M/\sum(EI)_i \qquad M(z)=Q*L*z/2-Q*z^2/2$$

la aliquota di carico Q_I *spettante a ciascuna fibra essendo il momento funzione lineare del carico Q*

$$Q_I=(EI)_i*M/\sum(EI)_i \qquad M_i(z)=Q_i*L*z/2-Q_i*z^2/2$$

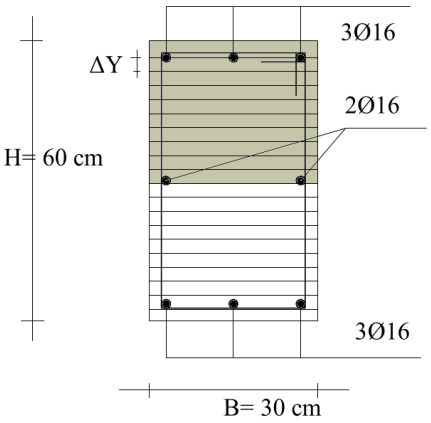
I momenti per ogni fibra sono noti ed anche la tensione $\sigma_I = M_i(z)/(Y_i*B*\Delta Y)$ *nel calcestruzzo e nell'acciaio*

Il sistema di riferimento per la sezione è riportato in figura



La modellazione la eseguiamo tramite il software iperspace max PE modellando ogni fibra come elemento plate shell , con la accortezza di collegare le fibre per garantire la trasmissione degli sforzi tangenziali , determinando le tensioni normali in ciascuna fibra; il problema è per le fibre tese ovvero il modulo elastico per tener conto della parzializzazione della sezione per la quale si può utilizzare la formula semplice

$$B*X^2/2+n*A's*(X-c)-n*As*(d-X)=0 \quad n=15$$



Per la sezione $A_S = A'_S = 6{,}03$ *cmq* $H = 60$ *cm* $B = 30$ *cm* $t_{eq} = 2$ *mm* $\Delta Y = 2{,}5$ *cm*
Utilizziamo 24 elementi plate shell spessore 2,5 cm e 2 elementi in acciaio da 2 mm
Commisuriamo la lunghezza dell'elemento plate-shell alla metà della larghezza della sezione ovvero 30x30x2,5 cm ; posizione asse neutro X = 12,62 cm

$15*X^2 + 15*6{,}03*(X-2{,}5) - 15*6{,}03*(57{,}5-X) = 0 \quad X^2 + 12.06X - 311{,}8 = 0$

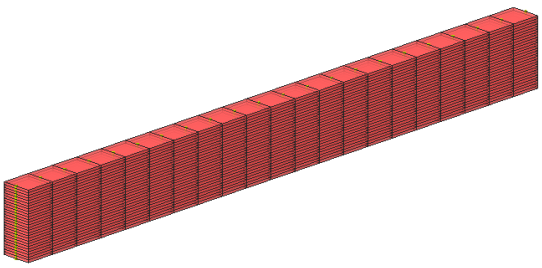
FEB450 $Es = 2100000$ *daN/cmq ;*

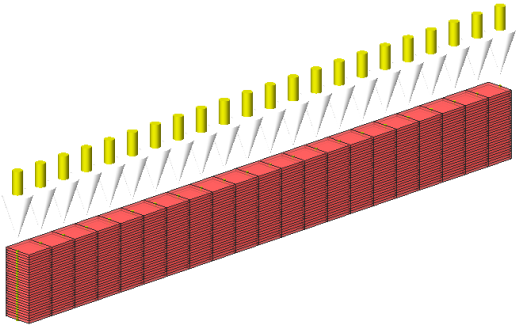
$E = 22000*(f_{cm}/10)^{0,3} = 3400000$ *daN/cmq* *C 30-35* $f_{cm} = f_{ck} + 8 = 43$ *N/mmq*

$E_{CT} = 18000*\sqrt{Rck} = 106490$ *daN/cmq* *C 30-35*

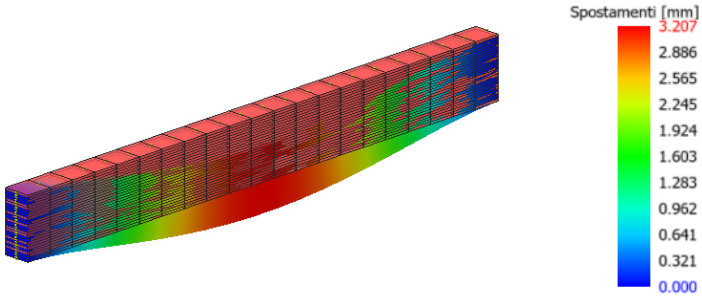
5 fibre da 2,5 cm $E_C = 3400000$ *daN/cmq* *compressione*
19 fibre da 2,5 cm $E_{CT} = 106490$ *daN/cmq* *trazione*
Luce L=6,30 m appoggiata agli estremi
Per facilità nella modellazione la armatura la modelliamo come un fibra dello stesso spessore 2,5cm ma con modulo elastico equivalente ovvero utilizziamo un acciaio equivalente
As=6,03cmq
*2,5*30*Eeq=6,03*2100000*
$E_{eq} = 168840$ *daN/cmq* *la trave ha un altezza di 65 cm e lunghezza di 630cm*

*Applichiamo un carico nodale di 1720 daN corrispondente a F= 6000*6.30/22*

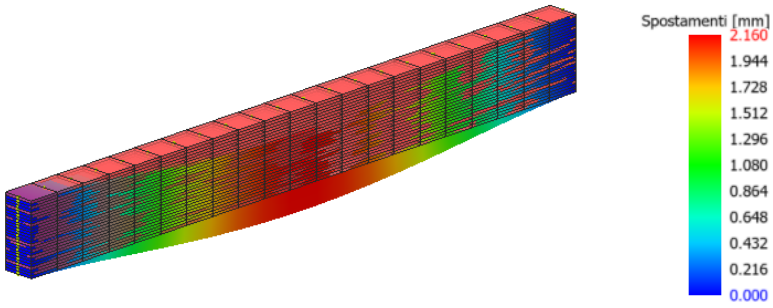




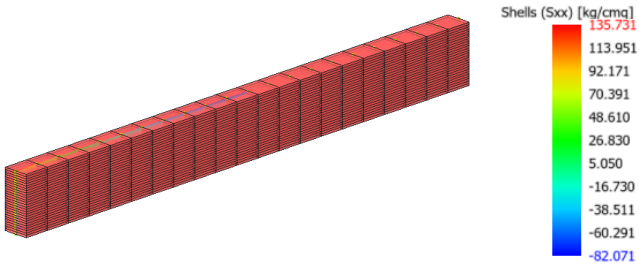
Le deformazioni verticali coefficienti parziali 1,3 per G e 1,5 per Gsk

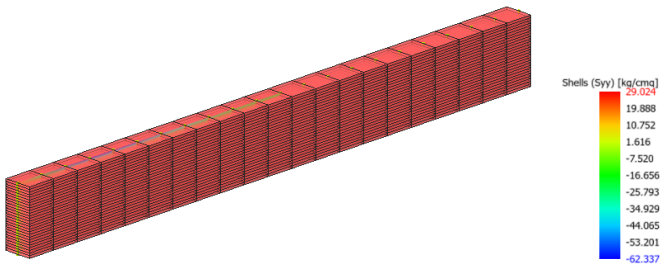


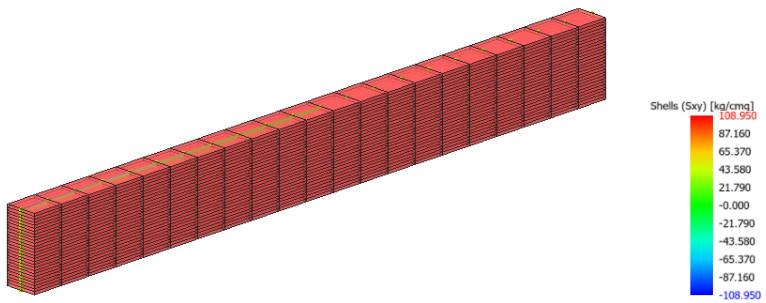
Coefficienti parziali unitari



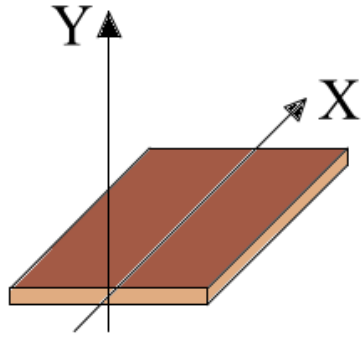
Stato tensionale



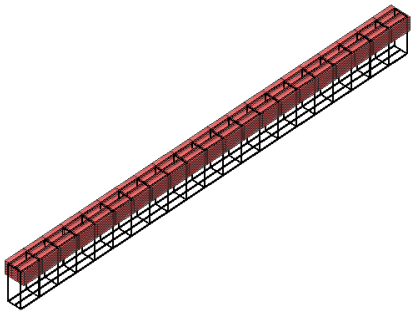


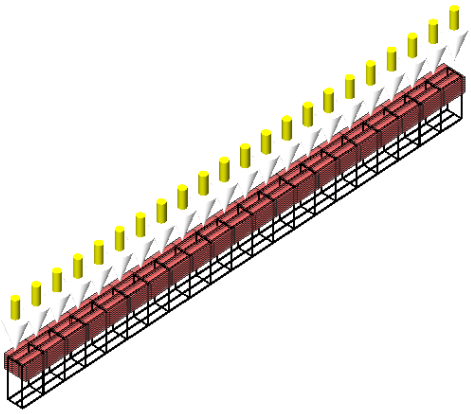


*Il sistema di riferimento per il singolo elemento di muro verticale è riportato in figura gli sforzi normali nelle lamelle ovvero le tensioni normali sono S_{XX} con valore max di compressione 135 daN/cmq valore massimo a trazione -82 daN/cmq i valori di calcolo delle tensioni fcd=0,83*0,05*350/1,5= 164 daN/cmq*

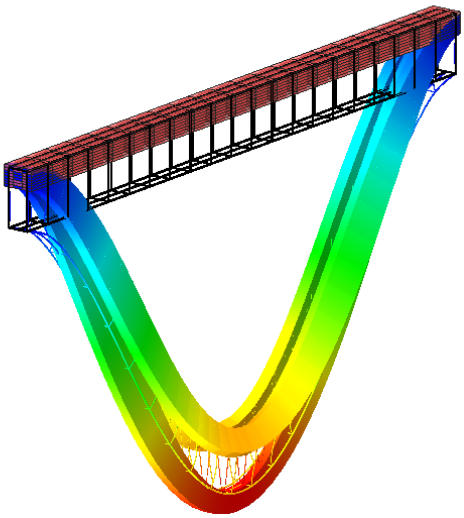


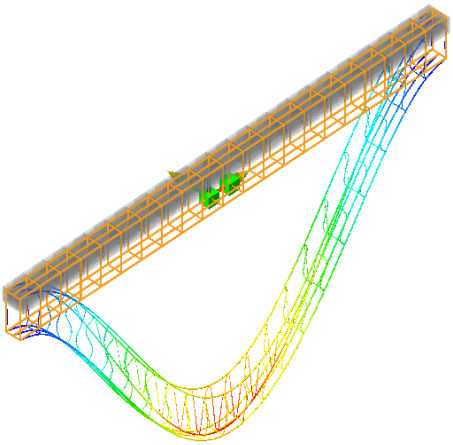
La trazione è ampiamente superata; la modellazione eseguita si adatta a verifiche di travi in cemento armato a fessurazione , se vogliamo tener conto della fessurazione dobbiamo eliminare le lamelle in trazione disponendo al di sotto le armature metalliche come in figura :



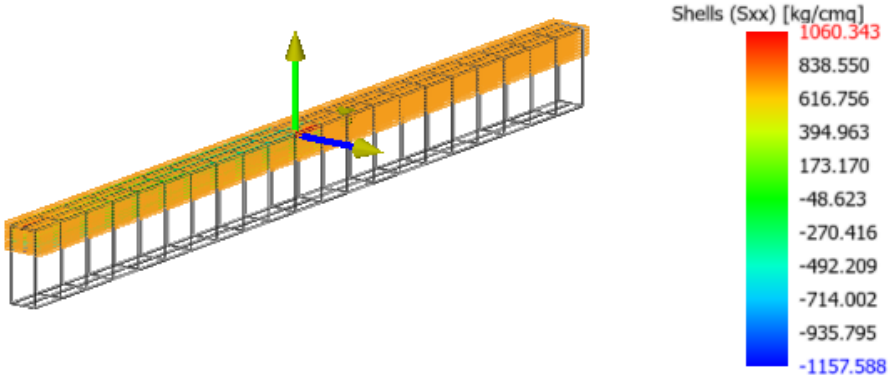


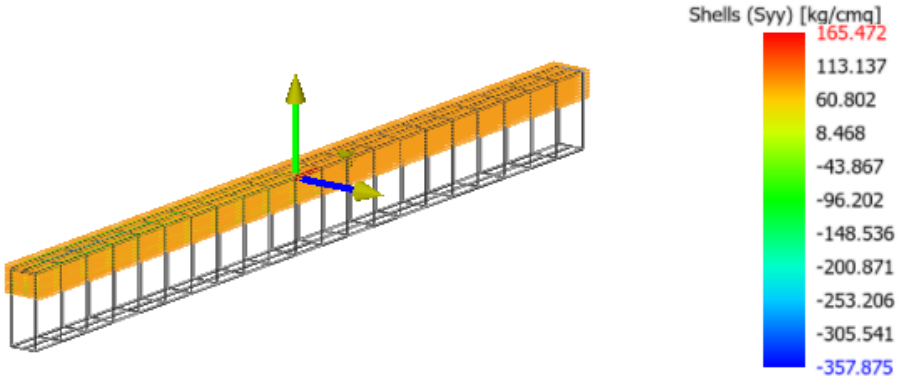
Le deformazioni sono contenute ovviamente il cls in trazione non è fessurato completamente vi è una zona in fase elastica sempre reagente f ≈ 3,6 cm ed anche la parte fessurata contribuisce alla rigidezza le NTC 2008 stabilivano di dimezzare la rigidezza con freccia duplicata invece , è 10 volte più grande





Le sollecitazioni ovvero le tensioni nelle fibre compresse superiori S_{XX} ; S_{YY}; S_{XY}





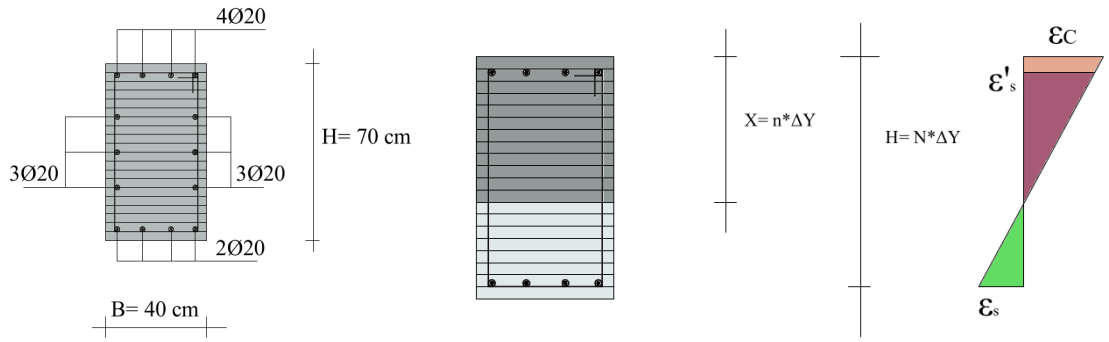
La anomalia è nelle armature , ci si aspetterebbe di trovare le armature inferiori tese come è in realtà e risulta da prove sperimentali di rottura eseguite su travi in c.a. invece gli sforzi normali sono nulli , sono tese e comprese le sole armature superiori , E' una problematica di modellazione applicazione dei carichi di condizioni di vincolo alle estremità , ma dallo schema in figura è evidente che il carico è sopportato solo dalla parte superiore è insito nelle dimensioni e rigidezze della zona compressa e armatura , vanno modellate anche le lamine di calcestruzzo tese con modulo elastico variabile in modo da ripartire le tensioni con le armature , cosa che faremo nel prossimo paragrafo per la verifica di un pilastro pressoinflesso . La trave riportata in figura ricorda le predalles dei solai e le travi PRE-REM tralicciate prefabbricate.

3- La modellazione a Fibre di pilastri in cemento armato

In un pilastro pressoinflesso in cemento armato è presente uno sforzo normale di compressione la sezione è meno parzializzata e la modellazione a fibre si adatta meglio essendo il numero di fibre in zona tesa ridotto. La equazione di equilibrio alla traslazione delle tensioni normali :

$B*\int \sigma\, dy + A'_S*\sigma'_S - A_S*\sigma_S = P$; $B*\sum \sigma\, \Delta y + A'_S*\sigma'_S - A_S*\sigma_S = P$;

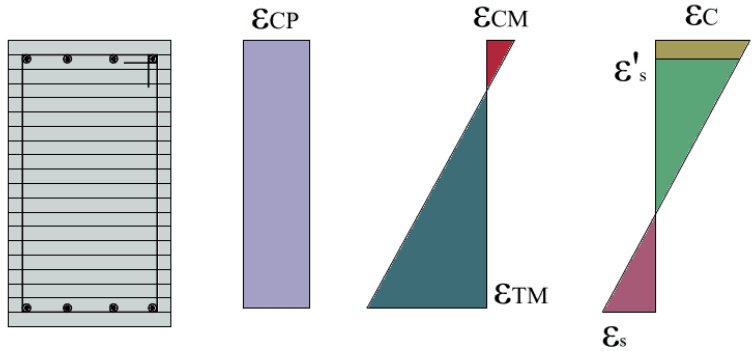
Le incognite del problema sono sempre la profondità dell'asse neutro X e la deformazione nell'acciaio teso



I ferri laterali nella verifica sono stati omessi per evitare la sovrapposizione degli stati tensionali nelle due direzioni che interessano solo le barre agli angoli $E_X \pm 0{,}3*E_Y$; $E_Y \pm 0{,}3*E_X$; *come da combinazione sismica anche per evitare il calcolo delle deformazioni nell'acciaio. La curvatura è sempre la stessa ovvero la pendenza del diagramma poiché le deformazioni dovute allo sforzo normale sono costanti , nella ipotesi di validità del principio di conservazione delle sezioni piane*
La tensione $\boldsymbol{\sigma = P/A \pm M*y/I}$ *il diagramma è lineare La deformazione*

$\varepsilon = P/(A*E) \pm M*y/(I*E)$ $\chi = (\varepsilon_C + \varepsilon_S)/d$; $\varepsilon_C = \varepsilon_S X/(d-X)$

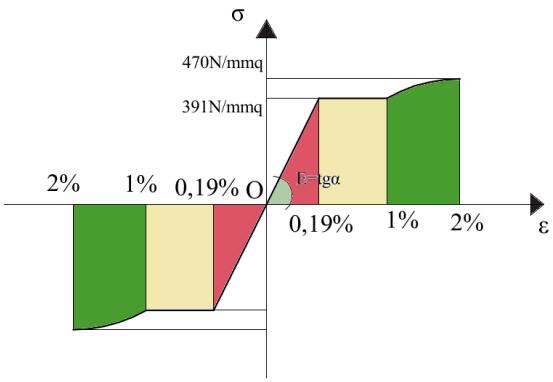
$\chi = M/EI = \varepsilon_S*[X/(d-X)+1]/d = \varepsilon_S*((d-X)$



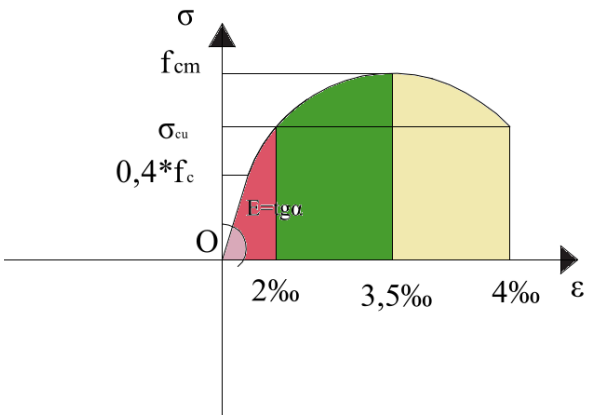
Il pedice P indica lo sforzo normale M il momento flettente
Il modulo elastico è quello iniziale ovvero all'origine ipotizzando per la deformazione sia dell'acciaio che del cls un comportamento lineare

Acciaio 2100000 daN/cmq; C 30-35 $E_C = 3400000$ *daN/cmq*

La deformazione longitudinale $\varepsilon_I = \varepsilon_S \, Y_i/(d-Y_i)$



Lineare	$\sigma = E*\varepsilon \quad E = 206000$ *N/mmq*	$0 \le \varepsilon \le 0{,}00189$
Costante	$\sigma = fyd = 391$ *N/mmq*	$0{,}00189 \le \varepsilon \le 0{,}01$
Quadratica	$\sigma = -790000*\varepsilon^2 + 31600*\varepsilon + 154$	$0{,}01 \le \varepsilon \le 0{,}02$



Lineare	$\sigma \le 0{,}4 * f_{cm}$	$f_{ck} = 0{,}83*Rck$	$f_{cm} = f_{ck}+8 = 37$ *N/mmq*
Cubico	$0{,}4 * f_{cm} \le \sigma \le \sigma_{cu}$		$\sigma_{cu} = fck/1{,}5$
Cubico	$\varepsilon_{c1} \le \varepsilon_C \le \varepsilon_{Cmax}$		$f_c = f_{cm}/1{,}5$

$\varepsilon_{c1} = 0{,}002$; $\varepsilon_{cu} = 0{,}0035$ $\varepsilon_{Cmax} = 0{,}004$

La aliquota di sforzo normale che spetta alla singola fibra $P_i = P/N$

per la costanza della pendenza del diagramma ovvero della curvatura

$M_i/(EI)_i = M/(EI) = \sum M_i / \sum (EI)_i$

la aliquota di momento spettante alla singola fibra

$M_i = (EI)_i * \sum M_i / \sum (EI)_i = (EI)_i * M(z) / \sum (EI)_i$ $\quad M_i(z) = (EI)_i * M(z) / \sum (EI)_i$

Il momento di inerzia della nostra sezione $I = B*H^3/12$ *può essere calcolato come sommatoria del momento della singola fibra più il momento di trasporto*

$$I = \sum B*\Delta Y^3/12 + \sum B*\Delta Y*Y_i^2 + B*t_{eq}{}^3/12 + B*t_{eq}*(X-c)^2 + B*t'_{eq}{}^3/12 + B*t'_{eq}*(d-X)^2$$

Va aggiunto il momento di inerzia dovuto alla fibra di armatura

$As=B*t_{eq}$ *dove* t_{eq} *è uno spessore equivalente di armatura*

$t_{eq}=As/B*(E_S/E_C)$ *tesa* $t'_{eq}=A's/B*(E_S/E_C)$ *compressa*

La tensione nella ***fibra i-ma***

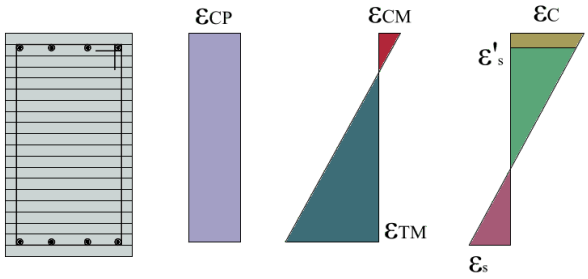
$M_i(z)=\sigma_I*Yi*B*\Delta Y$; $P_i(z)=\sigma_I*B*\Delta Y$; $\sigma_I=P_i(z)/(B*\Delta Y)\pm M_i(z)/(Y_i*B*\Delta Y)$

Il sistema ha due equazioni e due incognite

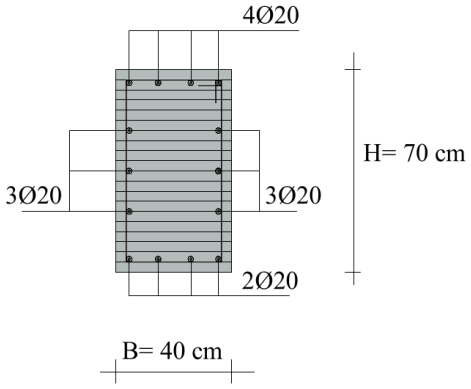
$$\sum\sigma_I*Yi*B*\Delta Y/\sum(EI)_i = \varepsilon_S/(d-n*\Delta y) ; \quad (1)$$

$$B*\sum\sigma_c\Delta y + A'_S*\sigma'_S - A_S*\sigma_S = P;$$

La pendenza del diagramma è la stessa $\boldsymbol{\varepsilon_S = \varepsilon_{TM} - \varepsilon_{cP};}$



Proviamo a modellare il nostro pilastro con una forza in sommità F ed uno sforzo normale P nella ipotesi di pressoflessione retta con le armature e dimensioni indicate



*Il passo delle staffe Φ8 circa 30 cm (15*Φ) per una altezza di 360 cm . Utilizziamo 4 fibre affiancate da 10 cm e spessore 5 cm e altezza 30 dove inseriamo la staffa in*

sintonia con le NTC 2008 dimezziamo la rigidezza ovvero 10 fibre compresse e 4 tese

FEB450 E_s*=2100000 daN/cmq ;*

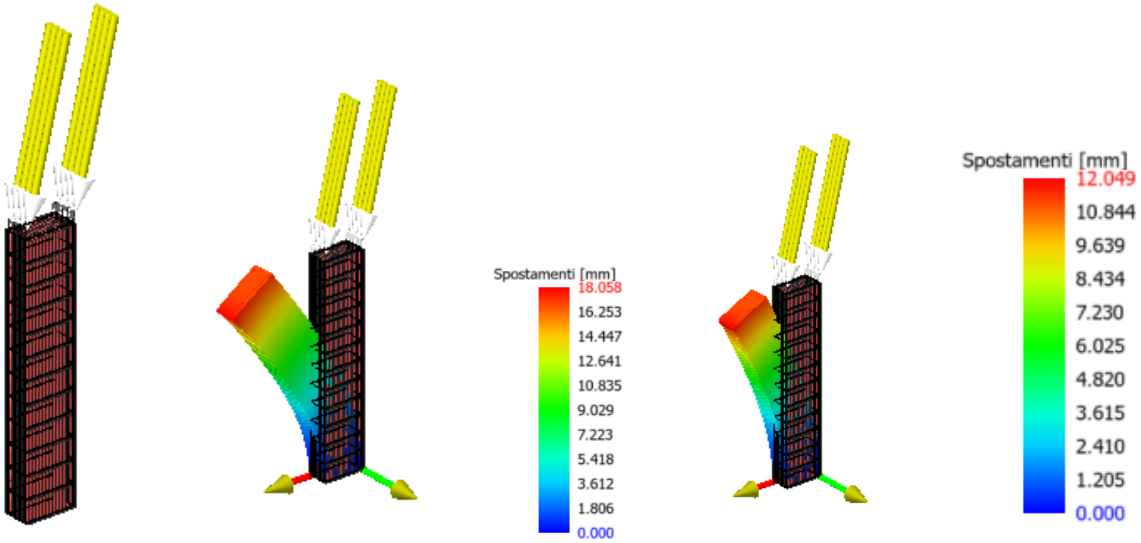
$E = 22000*(f_{cm}/10)^{0,3} = 3400000$ *daN/cmq* *C 30-35* $f_{cm} = f_{ck}+8= 43$ *N/mmq*

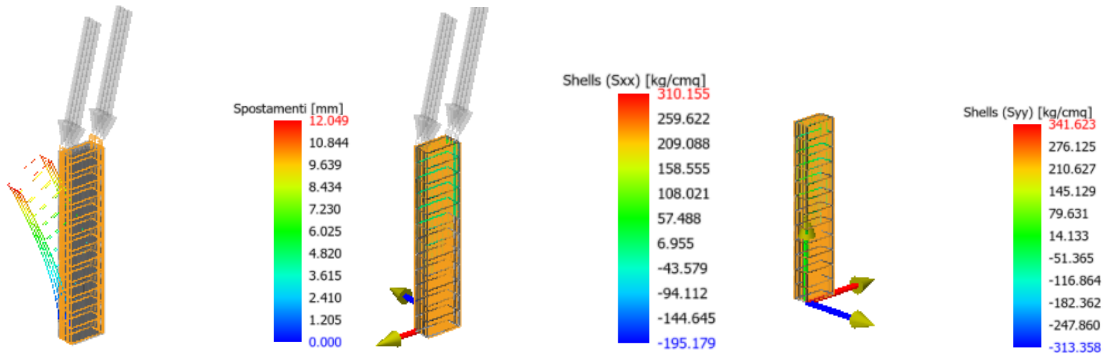
$E_{CT} = 18000*\sqrt{Rck} = 106490$ *daN/cmq C 30-35*

13 fibre da 5 cm $E_C = 3400000$ *daN/cmq* ***Compressione***
4 fibre da 5 cm $E_{CT} = 106490$ *daN/cmq* ***Trazione***

La fibra 100x150x35 mm *Carico* $F_o = 20000$ *dAN* $F_v = 80000$ *daN*

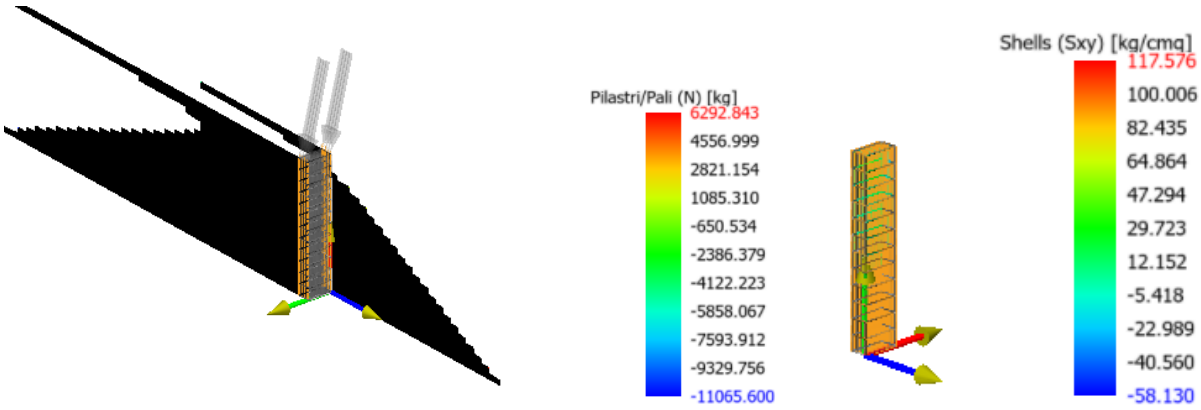
Applichiamo 4 forze nodali $F_o = 5000$ *daN* $F_v = 20000$ *daN sui nodi baricentrici il carico viene riportato sulle fibre dalla presenza delle staffe; il pilastro è molto sollecitato, scopo del calcolo era la ricerca delle tensioni nelle armature verticali*
*M =72000 daN*m e P = 80000 daN*
mensola incastrata alla base chiaramente non verificato a pressoflessione, spostamento eccessivo 1,8 cm per coefficienti parziali di carico pari a 1,5, mentre per γ=1 lo spostamento è pari 1,2 cm



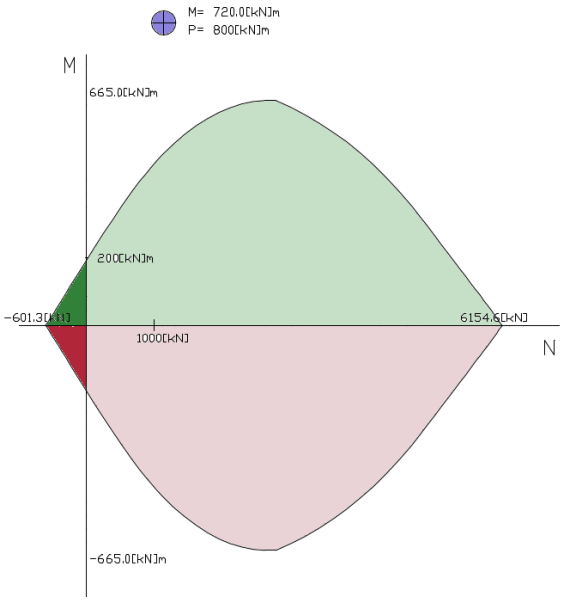


Le barre verticali sono tese N = 6292 daN e compresse N= 11065 daN come da diagramma dei momenti ; il pilastro si rompe sulla fibra compressa di calcestruzzo la tensione nell'acciaio

$\sigma s \approx 350 N/mmq \leq 394 N/mmq = 450/1{,}15$; *acciaio compresso*
$\sigma s \approx 200 N/mmq \leq 394 N/mmq = 450/1{,}15$; *acciaio teso.*



Riportiamo il dominio di rottura per la sezione pressoinflessa



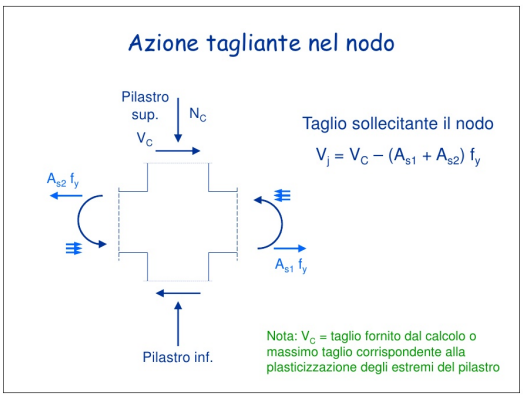
Nella modellazione tramite Iperspace bim personal edition vi sono imperfezioni ovvero il copriferro non è quello effettivo cosa che faremo nel prossimo paragrafo con la modellazione a fibre inclinate del nodo trave pilastro e delle staffe con ferri longitudinali. Sono esclusivamente delle tecniche di modellazione FEM poiché il software per il calcolo si avvale di una teoria elastico lineare lontano dall 'effettivo diagramma tensione deformazione, l'analisi dovrebbe essere non lineare, il vantaggio è la conoscenza dello stato tensionale in ogni punto dell'elemento strutturale sia esso una barra di acciaio o un elementino di calcestruzzo.

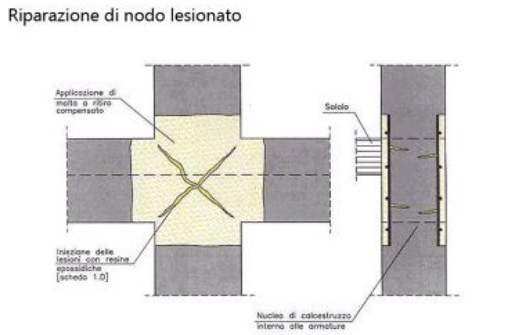
4- La modellazione a fibre di un nodo trave pilastro

Il nodo trave pilastro di un telaio in cemento armato è sollecitato dalla forza sismica trasmessa dall'impalcato nella ripartizione delle forze orizzontali , se indichiamo
Vp tagliante di piano
Vo Forza sismica
Vc taglio alla base del pilastro superiore risulta :

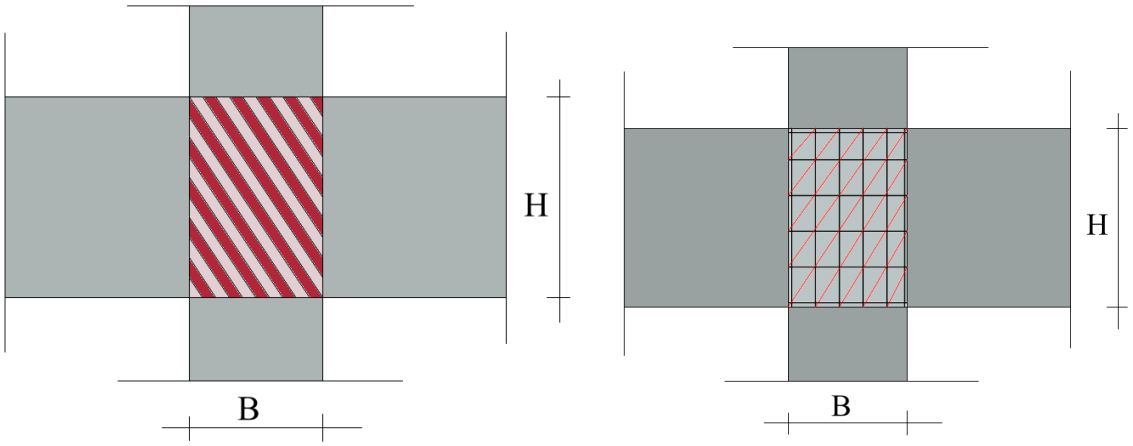
$$Vp = Vo + Vc$$

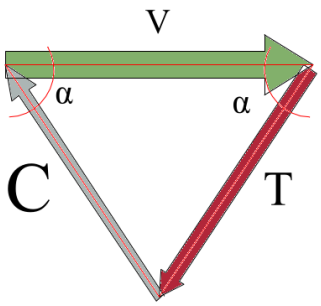
Dal calcolo della struttura a telaio sul nodo si hanno le sollecitazioni indicate in figura :



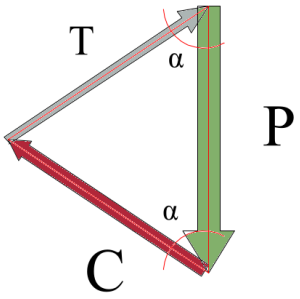


All'interno del nodo si individua un meccanismo resistente composto da una biella diagonale compressa e ed una tesa la cui trazione viene fatta assorbire dalle staffe funzione del meccanismo di danno del nodo riportato in figura, inclinate a 45° . Possiamo definire un punto diffuso di calcestruzzo definito e una maglia di armatura tesa





$tg\alpha = 2*H/B$; $C = T = V/2\cos\alpha$



$tg\alpha = 2*H/B$; $C = T = P/(2*\cos\alpha)$

Il meccanismo del puntone diffuso dipende dalla deformata che se consideriamo lineare lo sforzo di compressione in ogni fibra $C_I = C/n$ dove n è il numero di fibre ; per le armature metalliche definito il numero di fibre m = n/2 $T_I = T/m$.

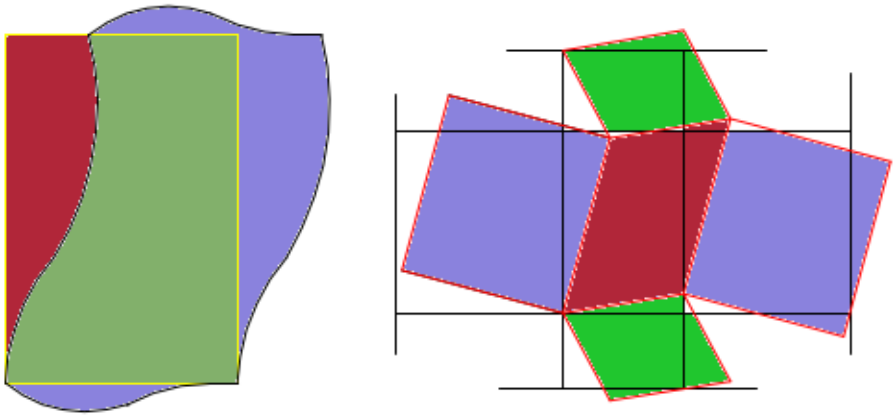
Le formule per la biella compressa

$C = fcd*b*0,3*d$

avendo indicato con d la lunghezza della diagonale $D = (B^2 + H^2)^{1/2}$
Si può tener conto della compressione esistente nel pilastro introducendo un coefficiente
$\beta = 1 - Pd/(fcd*Ap) \leq 1$ *Ap area pilastro*

lo sforzo nella biella compressa $C = fcd*b*0,3*d*\beta$

Nella fibra compressa vi è uno sforzo normale $P_I = P/(2*n*\cos\alpha)$ *di compressione*
Gli sforzi di compressione non possono essere tutti uguali nelle fibre e dipendono dalla deformata del nodo che in realtà deve essere rigido , la deformata è quella di una asta incastra agli estremi come in figura .



La deformata del nodo trave pilastro possiamo verificarla nella modellazione FEM
Le formule per la verifica dei nodi trave pilastro sono riportate nelle NTC 2018 e sono le seguenti ;
Calcestruzzzo

$Vj < \eta * f_{cd} * b*h* (1-\upsilon_d/\eta)^{1/2}$ *con* $\eta = \alpha_J * (1-f_{ck}/250)$ *con fck espresso in N/mmq*

α_J *è un coefficiente che vale 0,6 per nodi interni e 0,48 per nodi esterni,*
υ_d *forza assiale nel pilastro superiore di compressione normalizzata rispetto alla resistenza a compressione del nodo*
b larghezza effettiva del nodo assunta pari alla minore tra:
a) la maggiore tra le larghezze della sezione del pilastro e della sezione della trave;
b) la minore tra le larghezze della sezione del pilastro e della sezione della trave, ambedue aumentate di metà altezza della sezione del pilastro.

h la distanza tra le giaciture più esterne delle armature del pilastro.
La formula tiene conto della compressione del pilastro quindi di una parte della resistenza f_{cd} già utilizzata.

Acciaio
La normativa italiana propone le seguenti formule per il calcolo e la verifica delle staffe la prima per la verifica al confinamento predisponendo staffe nel nodo di diametro non inferiore a 6 mm

$A_s * f_{yd}/(b * h_{ij}) > [V_j/(b * hij)]^2/(f_{ctd} + \upsilon d * f_{cd}) - f_{ctd}$

dove As area complessiva staffe nel nodo sulle due facce
*h_{ij} è la distanza tra le giaciture di armatura superiore ed inferiore (H-2*c) dove c è il copriferro*
f_{ctd} resistenza a trazione conglomerato

se questa verifica non è soddisfatta va calcolata l'area delle staffe con la formula seguente

$As * fyd > \gamma rd * (As_1 + As_2) * fyd * (1-0{,}8 * \upsilon d)$ ***Nodo interno***
$As * fyd > \gamma rd * As_2 * fyd * (1-0{,}8 * \upsilon d)$ ***Nodo esterno***

Per tener conto della resistenza a trazione del cls e stabilire se vanno disposte armatura si individua un tirante di cls diffuso con fibre inclinate nella direzione opposta a ciascuna delle quali corrisponde una forza di trazione pari a $T_i = T/n$; la verifica della singola fibra di cls è semplice

$C_I \leq f_{cd} * t * b$; $T_I \leq f_{cTd} * t * b$; *b valore minimo tra larghezza trave e pilastro*

$C_I = (V+P)/(2 * n * \cos\alpha)$; $T_I = (V+P)/(2 * n * \cos\alpha)$;

Per la verifica delle armature se facciamo ricorso al ***cerchio di Mohr*** *ricavando le tensioni principali*

$\sigma_\eta = \sigma/2 - [(\sigma/2)^2 + \tau^2]^{1/2}$ $(\sigma/2 - \sigma_\eta)^2 = [(\sigma/2)^2 + \tau^2]$

dove σ è la tensione di compressione P/A_p
$\sigma\eta$ è la tensione di trazione
τ è la tensione tangenziale $V_j/(b * h_j)$

$\sigma_\eta = \sigma/2 - [(\sigma/2)^2 + \tau^2]^{1/2} - f_{ctd}$ *deve quindi risultare*

$A_s * f_{yd}/(b * n * s) > P/(2 * A_p) - [(P/(2 * A_p))^2 + (V_j/(b * hj))^2]^{1/2} - f_{ctd}$

n numero staffe, s passo delle staffe
Si è considerato il contributo della resistenza a trazione del cls ù;se la verifica non è soddisfatta si considera il contributo delle staffe calcolato con la formula seguente derivata dallo sforzo di trazione T con una formulazione analoga a quella per il taglio

$T/\cos\alpha = As*fyd \qquad As*fyd > Vj$

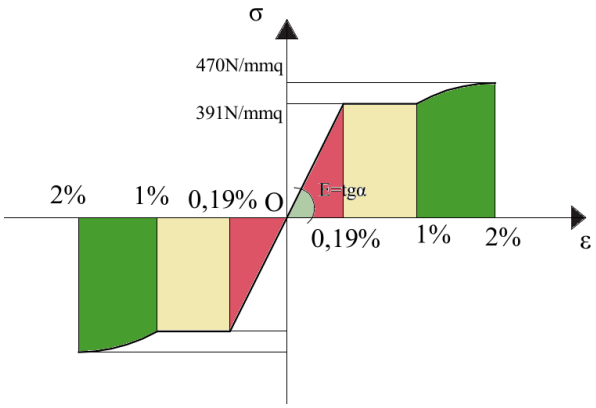
In analogia l'area della singola staffa corrispondente alla fibra i-ma

$As*fyd \geq T_I = (V+P)/(2*m*\cos\alpha)$;

5- La modellazione FEM di travi e pilastri in cemento armato

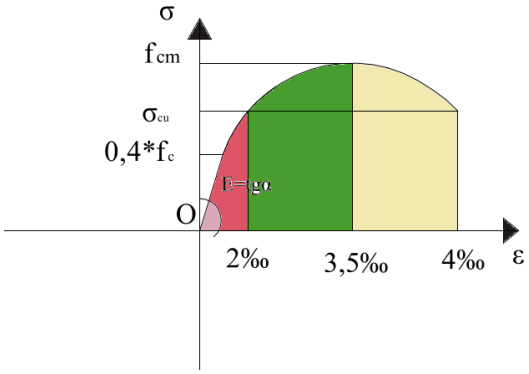
La modellazione FEM di una trave in cemento armato prevede la discretizzazione sia del calcestruzzo che della barra di armatura metallica che sono materiali con caratteristiche meccaniche differenti per i quali riportiamo i diagrammi tensione deformazione;

Acciaio



Lineare	$\sigma = E*\varepsilon \quad E = 206000\ N/mmq$	$0 \leq \varepsilon \leq 0{,}00189$
Costante	$\sigma = fyd = 391\ N/mmq$	$0{,}00189 \leq \varepsilon \leq 0{,}01$
Quadratica	$\sigma = -790000*\varepsilon^2 + 31600*\varepsilon + 154$	$0{,}01 \leq \varepsilon \leq 0{,}02$

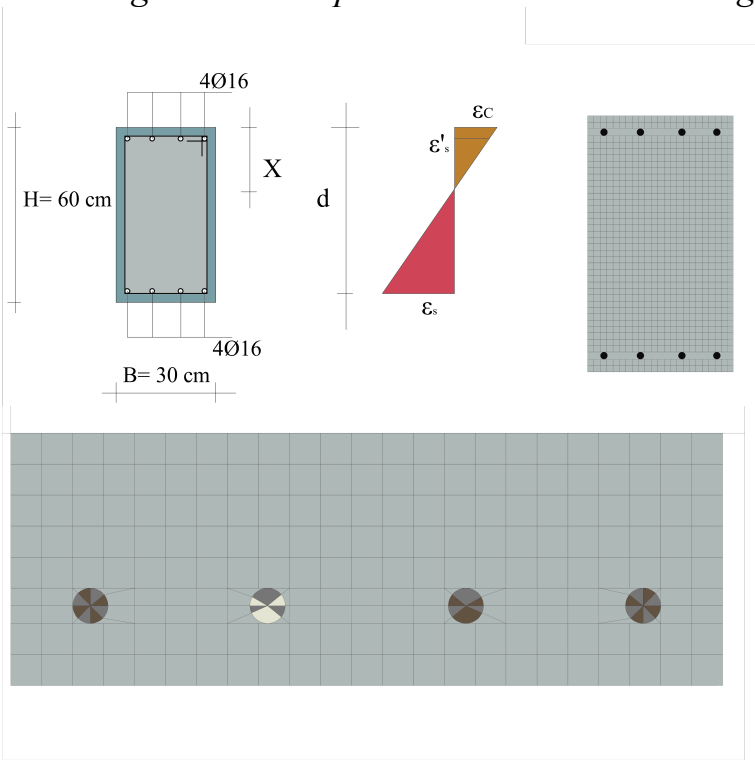
Calcestruzzo



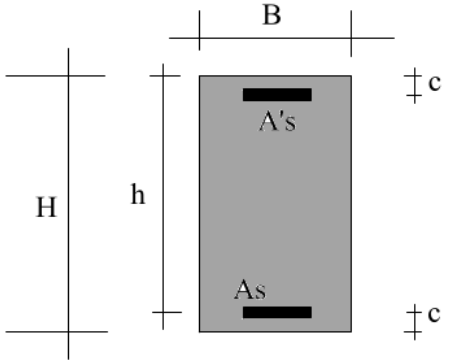
Lineare	$\sigma \leq 0{,}4 * f_{cm}$	$f_{ck} = 0{,}83*Rck$	$f_{cm} = f_{ck}+8 = 37\ N/mmq$
Cubico	$0{,}4 * f_{cm} \leq \sigma \leq \sigma_{cu}$		$\sigma_{cu} = fck/1{,}5$
Cubico	$\varepsilon_{c1} \leq \varepsilon_C \leq \varepsilon_{Cmax}$		$f_c = f_{cm}/1{,}5$

$$\varepsilon_{c1} = 0{,}002\ ; \quad \varepsilon_{cu} = 0{,}0035 \quad \varepsilon_{Cmax} = 0{,}004$$

La discretizzazione della Barra di acciaio e della trave si rende necessaria al fine di evitarne lo scorrimento relativo ipotesi fondamentale alla base della teoria del cemento armato e valutarne la interazione $\varepsilon_c = \varepsilon_f$ *in virtù della aderenza tra calcestruzzo e barra di acciaio. La eguaglianza tra le deformazioni consentono di applicare il, principio di conservazione delle sezioni piani ovvero la validità in termini di deformazione della formula di* ***Navier*** $\varepsilon = M*y/(E*Y)$ *e la variabilità lineare delle deformazioni lungo la sezione per modulo elastico all'origine o secante* $E = 2*E_O/3$



Utilizziamo per la sezione di cemento armato un criterio di resistenza non si tratta altra che di costruire un dominio di rottura utilizzando lo stato tensionale anziché la coppia di valori M ed N . La sezione in cemento armato a doppia armatura è simmetrica $A_S = A'_S = 4\phi 16 = 804mmq$



per la costruzione del dominio di rottura si considerano dei punti significativi , immediati sono quelli relativi alla trazione semplice e compressione semplice
$T = f_{YD} * 2 * A_S$; $N = B*H*\alpha*f_{cd} + f_{YD} * 2 * A_S$ sull'asse delle ascisse
Si potrebbero definire i punti relativi alle varie regioni per

X = 0,259*h ; X = 0,648*H *, ed il punto al quale corrisponde il max momento*

Punto 1
$P = \alpha * fcd * b * 0{,}259 * h * 0{,}80953$;

$M = \alpha * fcd * b * 0{,}259 * h * 0{,}80953 * (H/2 - 0{,}416 * 0{,}259 * h) + f_{YD} * 2 * A_S * (H/2 - c)$

Punto 2
$P = \alpha * fcd * b * 0{,}648 * h * 0{,}80953$;

$M = \alpha * fcd * b * 0{,}648 * h * 0{,}80953 * (H/2 - 0{,}416 * 0{,}259 * h) + f_{YD} * 2 * A_S * (H/2 - c)$

Punto di max momento

Corrisponde alle due armature superiori ed inferiori snervate per le quali

$P = \alpha * fcd * b * X * \psi + f_{YD} * A_S - f_{YD} * A'_S = \alpha * fcd * b * X * \psi$

Il momento resistente è max per $\psi = 0{,}80953$ $X = P/(\alpha * fcd * b * X * 0{,}80953)$

$M_{RD} = \alpha * fcd * b * X * 0{,}80953 * (H/2 - 0{,}416 * X) + 2 * f_{YD} * A_S (H/2 - c)$
il dominio di rottura M-N è simmetrico rispetto all'asse delle ascisse

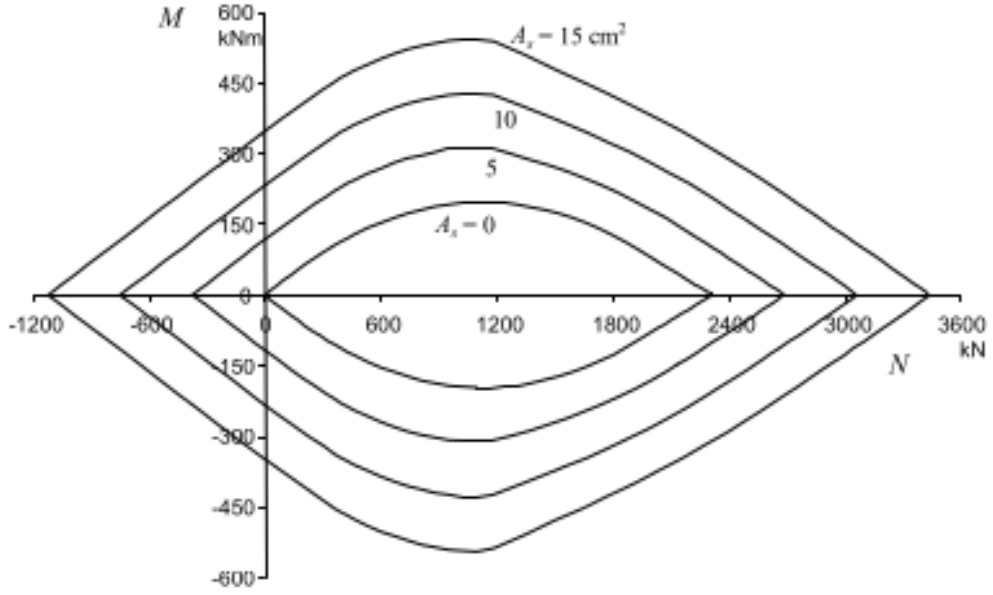
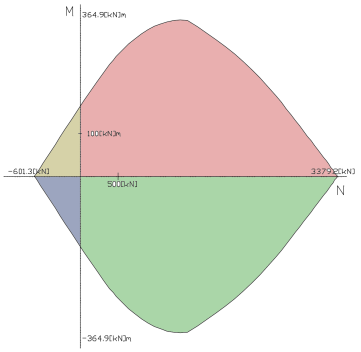
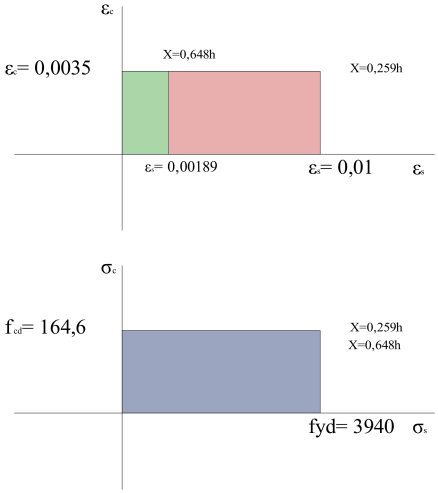


Fig. 2. Dominio *M-N* per sezione 30×70 – stato limite ultimo

*Se utilizziamo lo stato tensionale ovvero la tensione σ_C nel cls e la tensione σ_S nell'acciaio teso partendo dalla trazione e compressione otteniamo i primi due punti- sull'asse X ed Y ovvero σ_C= fcd = 0,83*0,85*rck/1,5 ; σ_S= fyd/1,15= 394 N/mmq Variando la scala del cls e dell'acciaio ovvero 10 σ_C; otteniamo i due punti per FeC450 σ_S= 394 N/mmq e per C30-35 σ_C=0,83*0,85*35/1,5 =16,46 N/mmq amplificato per 10 :; ad ogni coppia di valori M ed N corrisponde una coppia di valori della tensione ovvero (σ_C ; σ_S). Utilizzando un diagramma per il cls parabola rettangolo e per l'acciaio elastoplastico ideale il dominio di rottura è riportato in figura dal quale ricaviamo il criterio ovvero il dominio di resistenza della sezione.*

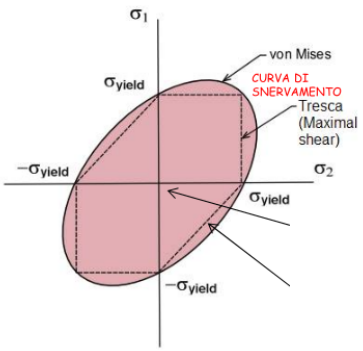




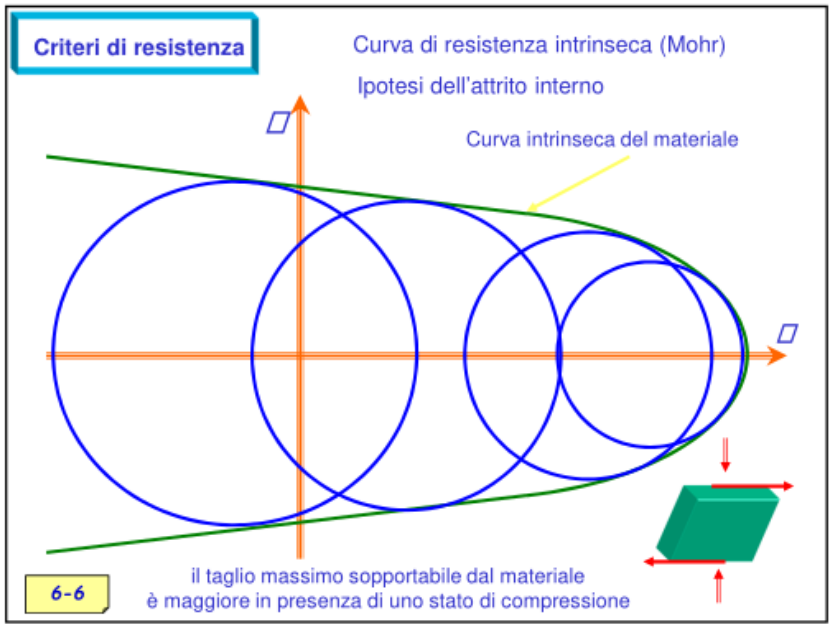
I criteri di resistenza li conosciamo derivano dalla scienza delle costruzioni per l'acciaio nella ipotesi di elasticità lineare e isotropia si determina una tensione equivalente tenendo conto della tensione tangenziale ;la rottura di una trave in cemento armato avviene per flessione e taglio necessitiamo di tensioni normali e tangenziali . I criteri di resistenza fanno riferimento alle tensioni principali per l'acciaio e per uno stato tensionale piano il criterio di Henky Von Mises afferma che la rottura si attinge quando la tensione ideale raggiunge un valore critico pari a fyd o se si tiene conto della sovraresistenza $\sigma_{id} \leq 1{,}25 * fyd$ per uno stato tensionale tridimensionale se facciamo riferimento alle tre tensioni principali $\sigma_\xi;\sigma_\eta;\sigma_\zeta;$ la tensione ideale

$$\sigma_{id}=[(\sigma_\xi-\sigma_\eta)^2+(\sigma_\xi-\sigma_\zeta)^2+(\sigma_\eta-\sigma_\zeta)^2]^{1/2}/\sqrt{2}$$ *per uno stato tensionale piano*

$$\sigma_{id}=[\sigma_X^2+3\tau^2]^{1/2}$$ *criterio utilizzato per le strutture in acciaio*



Per il calcestruzzo si utilizza la curva intrinseca ***Mohr-Coulumb*** *che deriva dalla meccanica delle terre per prove eseguite a taglio e sforzo normale con la macchina di Casagrande*



Il calcolo agli elementi finiti fornisce le tensioni normali e tangenziali nel calcestruzzo , nelle barre longitudinali e nelle staffe , ci occorre un criterio di resistenza che tenga conto della crisi per taglio e per flessione in funzione delle armature ovvero un dominio di resistenza σ_c-σ_s-τ *, tenendo presente che in regime di taglio puro la tensione tangenziale coincide con la tensione di trazione nel cls sull'asse neutro* σ_c-σ_s-σ_t *. Le formule di verifica sono ben note dalla tecnica delle costruzioni*

$$P = \psi * b * \xi * d * f_{cd} + \sigma'_s * A'_s - \sigma_s * A_s = 0 \quad \text{per flessione} \quad X = \xi * d$$

La incognita è la ξ *che definisce la profondità dell'asse neutro e quindi* σ_c-σ_s

Per il taglio la trattazione di jouwrasky $\tau = V/I * S_n/b$*, le armature presenti quali staffe e ferri di parete e la sezione è stata omogeneizzata tenendo conto della fessurazione. Le formule di verifica a taglio per il calcolo delle armature metalliche*

$V_{RDC} = 0{,}9 * h * b * f_{cd} * \upsilon * \alpha_C * (\cot g\alpha + \cot g\theta)/(1 + \cot g\theta^2)$; *biella compressa*

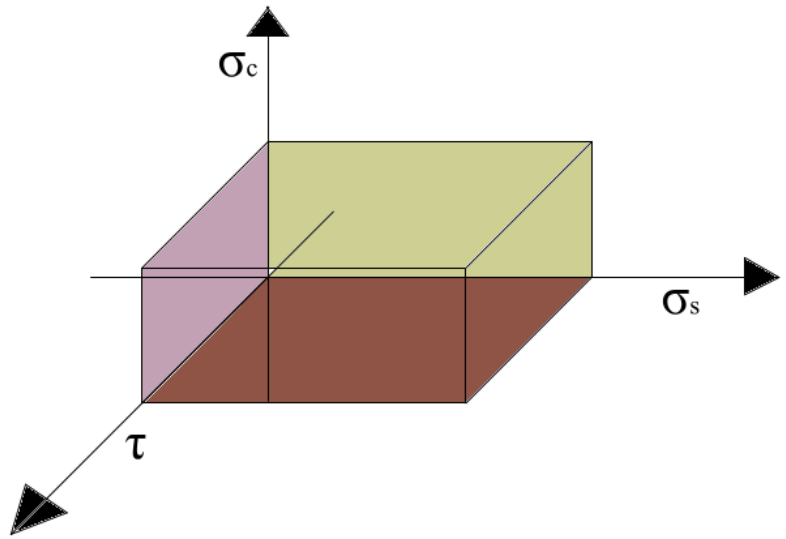
$V_{RSD} = 0{,}9 * h * A_{st} * f_{yd}/s * (\cot g\alpha + \cot g\theta) * \sin\alpha$; *armatura metallica*

La tensione tangenziale corrisponde al valore min tra

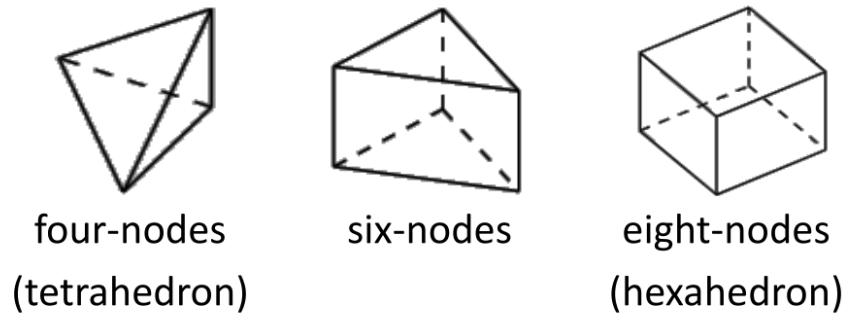
$\tau = V_{RDC}/I * S_n/b$, *biella compressa*

$\tau = V_{RSD}/I * S_n/b$, *staffe*

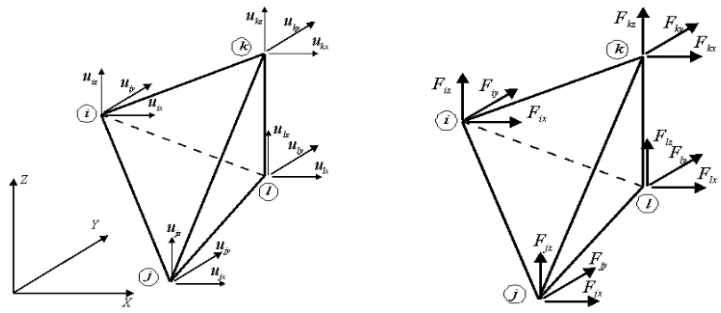
Si definisce un dominio tridimensionale di rottura un criterio di resistenza che ha la forma di un parallelepipedo avente come lati σ_c-σ_s-τ



La modellazione tramite elementi brick fa ricorso ai metodi tradizionali della scienza delle costruzioni



La matrice di rigidezza viene determinata attraverso gli spostamenti nodali nelle tre dimensioni di ciascun nodo



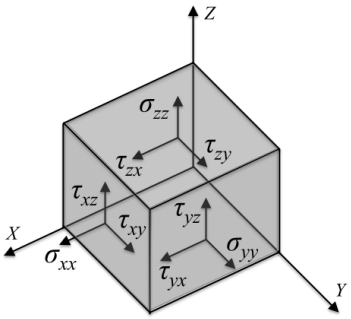
Si ipotizza che la deformazione dei lati sia lineare e congruente nei nodi

$u_X(x,y,z) = \alpha_1 + \alpha_2 * x + \alpha_3 * y + \alpha_4 * z$

$u_Y(x,y,z) = \beta_1 + \beta_2 * x + \beta_3 * y + \beta_4 * z$

$u_Z(x,y,z) = \gamma_1 + \gamma_2 * x + \gamma_3 * y + \gamma_4 * z$

Le relazioni per materiale elastico omogeneo e isotropo per uno stato tensionale tri-dimensionale



$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ 2\varepsilon_{xy} \\ 2\varepsilon_{yz} \\ 2\varepsilon_{xz} \end{Bmatrix}$$

La determinazione delle costanti avviene attraverso la scrittura di un sistema lineare di equazioni che per un tetraedro a 4 nodi

$u_{1X}(x,y,z) = \alpha_1 + \alpha_2 * x_1 + \alpha_3 * y_1 + \alpha_4 * z_1$
$u_{2X}(x,y,z) = \alpha_1 + \alpha_2 * x_2 + \alpha_3 * y_2 + \alpha_4 * z_2$
$u_{3X}(x,y,z) = \alpha_1 + \alpha_2 * x_3 + \alpha_3 * y_3 + \alpha_4 * z_3$
$u_{4X}(x,y,z) = \alpha_1 + \alpha_2 * x_4 + \alpha_3 * y_4 + \alpha_4 * z_4$

$u_{1Y}(x,y,z) = \beta_1 + \beta_2 * x_1 + \beta_3 * y_1 + \beta_4 * z_1$
$u_{2Y}(x,y,z) = \beta_1 + \beta_2 * x_2 + \beta_3 * y_2 + \beta_4 * z_2$
$u_{3Y}(x,y,z) = \beta_1 + \beta_2 * x_3 + \beta_3 * y_3 + \beta_4 * z_3$
$u_{4Y}(x,y,z) = \beta_1 + \beta_2 * x_4 + \beta_3 * y_4 + \beta_4 * z_4$

$u_{1Z}(x,y,z) = \gamma_1 + \gamma_2 * x_1 + \gamma_3 * y_1 + \gamma_4 * z_1$
$u_{2Z}(x,y,z) = \gamma_1 + \gamma_2 * x_2 + \gamma_3 * y_2 + \gamma_4 * z_2$
$u_{3Z}(x,y,z) = \gamma_1 + \gamma_2 * x_3 + \gamma_3 * y_3 + \gamma_4 * z_3$
$u_{4Z}(x,y,z) = \gamma_1 + \gamma_2 * x_4 + \gamma_3 * y_4 + \gamma_4 * z_4$

Per i tre sistemi lineari si procede al solito modo attraverso la regola di ***Cramer***

Δ_1 *il determinate della matrice ottenuta sostituendo la prima colonna con il termine noto*
Δ_2 *il determinate della matrice ottenuta sostituendo la seconda colonna con il termine noto*
Δ_3 *il determinate della matrice ottenuta sostituendo la terza colonna con il termine noto*
Δ_4 *il determinate della matrice ottenuta sostituendo la quarta colonna con il termine noto*

Indicato con Δ *il determinante della matrice dei coefficienti e rispettivamente con*
$\alpha_1 = \Delta_1 / \Delta$; $\alpha_2 = \Delta_2 / \Delta$; $\alpha_3 = \Delta_3 / \Delta$; $\alpha_4 = \Delta_4 / \Delta$;
$\beta_1 = \Delta_1 / \Delta$; $\beta_2 = \Delta_2 / \Delta$; $\beta_3 = \Delta_3 / \Delta$; $\beta_4 = \Delta_4 / \Delta$;
$\gamma_1 = \Delta_1 / \Delta$; $\gamma_2 = \Delta_2 / \Delta$; $\gamma_3 = \Delta_3 / \Delta$; $\gamma_4 = \Delta_4 / \Delta$;

Le tre funzioni spostamento
$u_X(x,y,z) = N_i(x,y,z) * u_{iX} + N_j(x,y,z) * u_{jX} + N_k(x,y,z) * u_{kX} + N_l(x,y,z) * u_{lX}$
$u_Y(x,y,z) = N_i(x,y,z) * u_{iY} + N_j(x,y,z) * u_{jY} + N_k(x,y,z) * u_{kY} + N_l(x,y,z) * u_{lY}$
$u_Z(x,y,z) = N_i(x,y,z) * u_{iZ} + N_j(x,y,z) * u_{jZ} + N_k(x,y,z) * u_{kZ} + N_l(x,y,z) * u_{lZ}$

Dove

$N_i\ (x,y,z) = \alpha_i + \alpha_j * x + \alpha_k * y + \alpha_m * z;$
$N_j\ (x,y,z) = \alpha_i + \alpha_j * x + \alpha_k * y + \alpha_m * z$
$N_k\ (x,y,z) = \alpha_i + \alpha_j * x + \alpha_k * y + \alpha_m * z$
$N_m\ (x,y,z) = \alpha_i + \alpha_j * x + \alpha_k * y + \alpha_m * z$

Applicando il principio dei lavori virtuali

Il lavoro delle forze interne $L_I = t * \int [\sigma_X * \varepsilon_X + \sigma_Y * \varepsilon_Y + \tau_{XY} * \gamma_{XY}]dA$

Il lavoro delle forze e coppie esterne

$L_e = F_{X1} * u_{X1} + F_{X2} * u_{X2} + F_{X3} * u_{X3} + F_{X4} * u_{X4} +$

$F_{Y1} * u_{Y1} + F_{Y2} * u_{Y2} + F_{Y3} * u_{Y3} + F_{Y4} * u_{Y4} +$

$F_{Z1} * u_{Z1} + F_{Z2} * u_{Z2} + F_{Z3} * u_{Z3} + F_{Z4} * u_{Z4} +$

La matrice di rigidezza K del tetraedro è una matrice 12x12

$K = B^T * E * B$

E è la matrice di elasticità del materiale .

$$E/[(1+\upsilon)*(1-2\upsilon)] \begin{vmatrix} (1-\upsilon) & \upsilon & \upsilon & 0 & 0 & 0 \\ \upsilon & (1-\upsilon) & \upsilon & 0 & 0 & 0 \\ \upsilon & \upsilon & (1-\upsilon) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1-2\upsilon)/\upsilon & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (1-2\upsilon)/\upsilon & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (1-2\upsilon)/\upsilon \end{vmatrix}$$

Se introduciamo le coordinate naturali ξ, η, ζ

$N_i = 0{,}125 * (1+\xi_o) * (1+\eta_o) * (1+\zeta_o) \quad i, j, k, m$

$\xi_o = \pm x/L_X \ ; \ \eta_o = \pm y/L_Y \ ; \ \zeta_o = \pm z/L_Z \ ;$

$\varepsilon_X = du_X/dx$; $\varepsilon_Y = du_Y/dy$; $\varepsilon_Z = du_Z/dz$;

$\gamma_{XY} = du_Y/dx + du_X/dy$; $\gamma_{XZ} = du_X/dz + du_Z/dx$; $\gamma_{YZ} = du_Y/dz + du_Z/dy$;

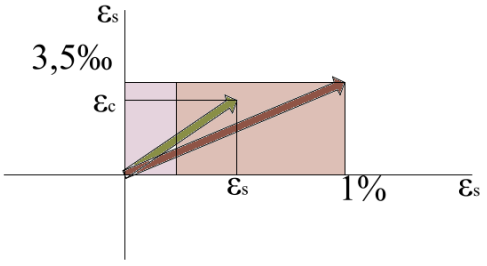
$u_X(\xi,\eta,\zeta) = N_i(x,y,z)*u_{iX} + N_j(x,y,z)*u_{jX} + N_k(x,y,z)*u_{kX} + N_l(x,y,z)*u_{lX}$

$u_Y(\xi,\eta,\zeta) = N_i(x,y,z)*u_{iY} + N_j(x,y,z)*u_{jY} + N_k(x,y,z)*u_{kY} + N_l(x,y,z)*u_{lY}$

$u_Z(\xi,\eta,\zeta) = N_i(x,y,z)*u_{iZ} + N_j(x,y,z)*u_{jZ} + N_k(x,y,z)*u_{kZ} + N_l(x,y,z)*u_{lZ}$

Il passaggio dal tetraedro a 4 nodi al parallelepipedo a 8 nodi è immediato basta tenere presente che il parallelepipedo lo si ottiene da due tetraedri ; lo stesso dicasi per la ortotropia ovvero comportamento differente del materiale secondo le direzioni x y e z. La modellazione ovvero la discretizzazione la meshatura della trave di cls e della barra di armatura deve avvenire i automatico , il software inserita la trave a sezione rettangolare con le barre le staffe i ferri di parete e il copriferro provvede direttamente a creare la mesh tridimensionale con elementi brick è un calcolo che viene eseguito con molta facilità e rapidità; utilizzando il software iperspace bim provvediamo a modellare la trave anche con soddisfazione . Questi saranno i calcoli per le strutture di cemento armato del prossimo ventennio ci limiteremo alla verifica delle deformazioni e tensioni anche con analisi iterative non lineari, modellando l'intero edificio a 5 piani agli elementi finiti discretizzando cls e barre di acciaio.

Nota Bene
Dal diagramma rettangolare per sezione pressoinflessa si può determinare la duttilità della sezione come rapporto tra i moduli dei vettori indicativi della curvatura che è funzione di M ed N $\mu = [(0{,}0035^2 + 0{,}01^2)/(\varepsilon c^2 + \varepsilon s^2)]^{1/2}$



Al variare proporzionale di M ed N con il medesimo valore della profondità $X = \xi * d$ *i due vettori hanno la stessa direzione*

Modellazione trave C.A.

Appoggiata agli estremi luce 4 m ,
Carico solaio ***Q =750*1,25*5= 4687 daN/ml***
Peso proprio ***Q= 0,30x0,60x1x2500= 450 daN/ml***
Carico ***Q ≈ 5000 daN/ml staffe ϕ8/20 cm***

Modelliamo la sezione con elementi parallelepipedi 6x20x6 in modo da avere nell'ambito della sezione trasversale 50 elementi , mentre lungo l'asse della trave 20 elementi; Potevamo utilizzare anche in direzione trasversale 100 elementi da 4 cm , ma per rapidità si è preferito portarli fino alla staffa. Il carico è applicato tramite forze nodali su 100 nodi a ciascuno dei quali corrisponde una forza di 200 daN; Per la sezione consideriamo la fessurazione ovvero metà della rigidezza

$(Ec*I)/2 = Ec*Ic + Et*It$ *dove* $Ic = b*X^3/3$; *mentre* $It = b*(H-x)^3/3$

$(Ec*I)/2 = Ec*Ic + Et*It$ $Et/Ec = 0,31 \approx 0,3$

FEB450 $E_s = 2100000$ daN/cmq ;

$E = 22000*(f_{cm}/10)^{0,3} = 340000$ daN/cmq *C 30-35* $f_{cm} = f_{ck}+8 = 43$ N/mmq

$E_{CT} = 18000*\sqrt{Rck} = 106490$ daN/cmq *C 30-35*

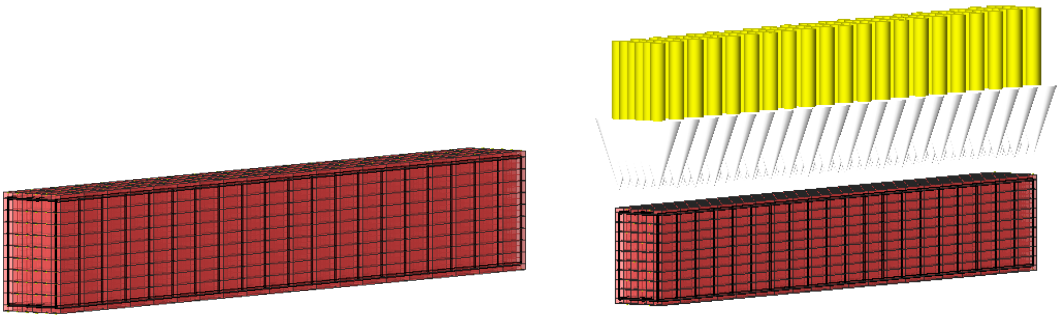
$b*H^3/40 = b*X^3/10 + b*(H-x)^3/10$ *otteniamo una equazione di II grado*

$H^2/4 - H*x + X^2 = 0$; $X^2 + 60*X + 900 = 0$ $X = 15$ *cm ; soluzione positiva*

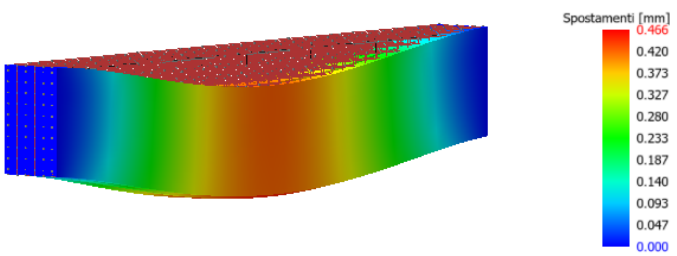
Nell'ambito della sezione trasversale
3x5 elementi con Ec = 340000 daN/cmq 7x5 con Et = 106000 daN/cmq

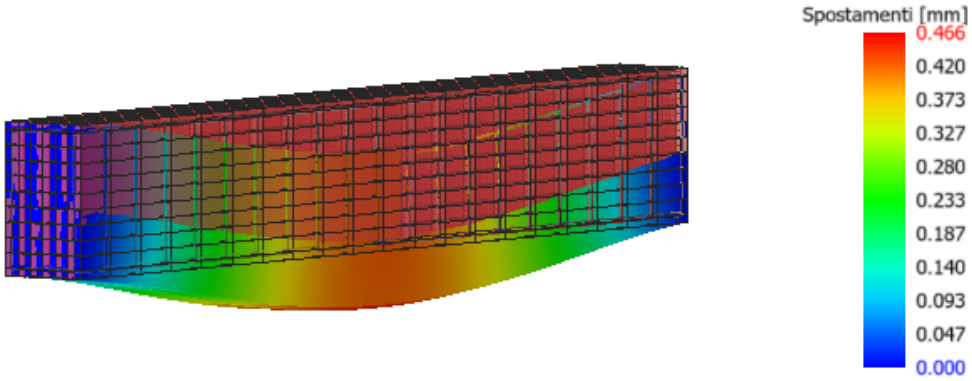
-Modellazione e risultati

*La trave ha tutti i nodi sulle testate vincolate allo spostamento orizzontale nelle due direzioni X , Y e verticale Z come è i realtà in un nodo trave pilastro ,la deformata è simile ad una trave con incastro agli estremi una condizione di semincastro . I coefficienti parziali sono allo SLE unitari G e Q e allo SLU 1,3G e 1,5*Q*

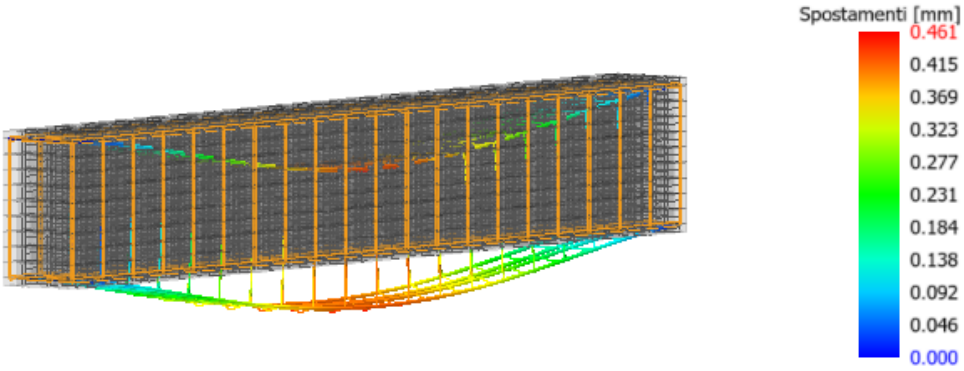


Deformate SLE

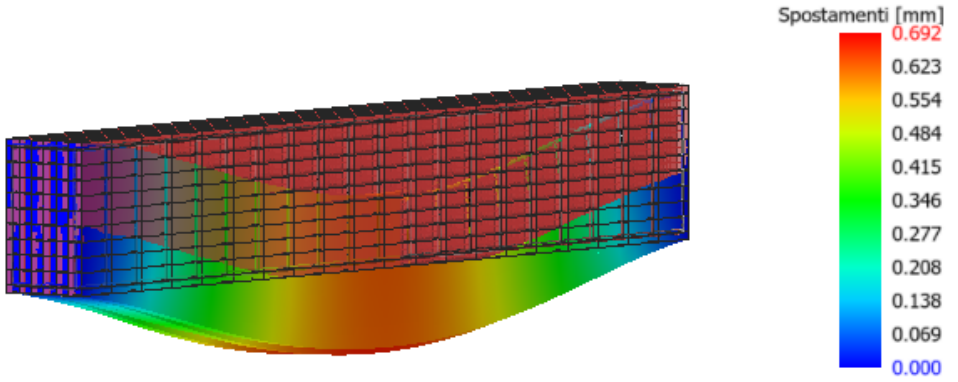


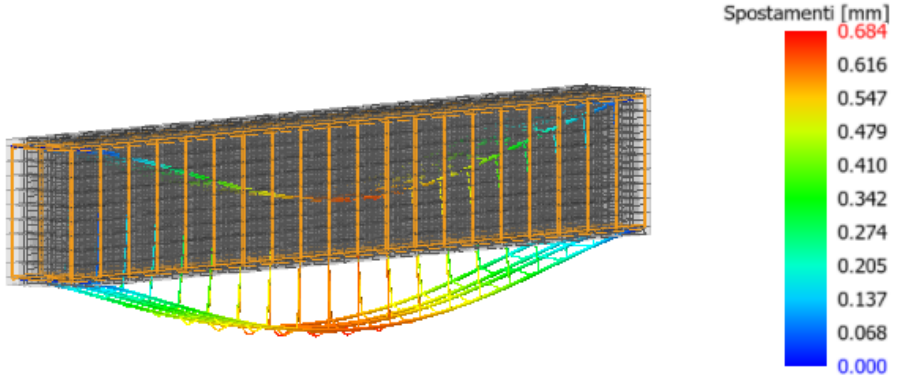


Le deformate del calcestruzzo e della armatura sono congruenti $\varepsilon_c=\varepsilon_s$

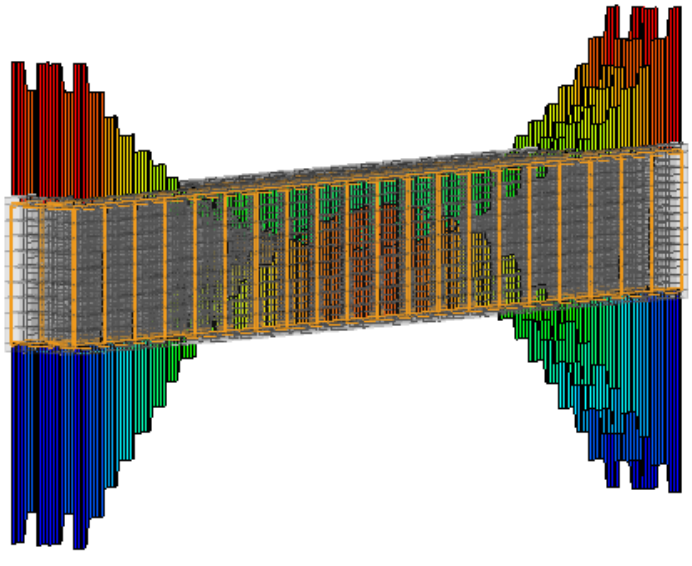


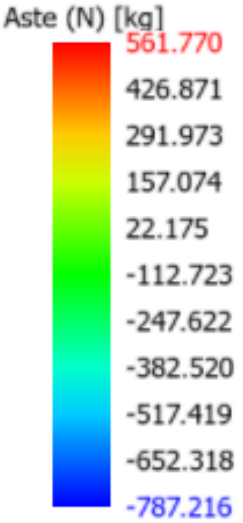
Deformata allo SLU

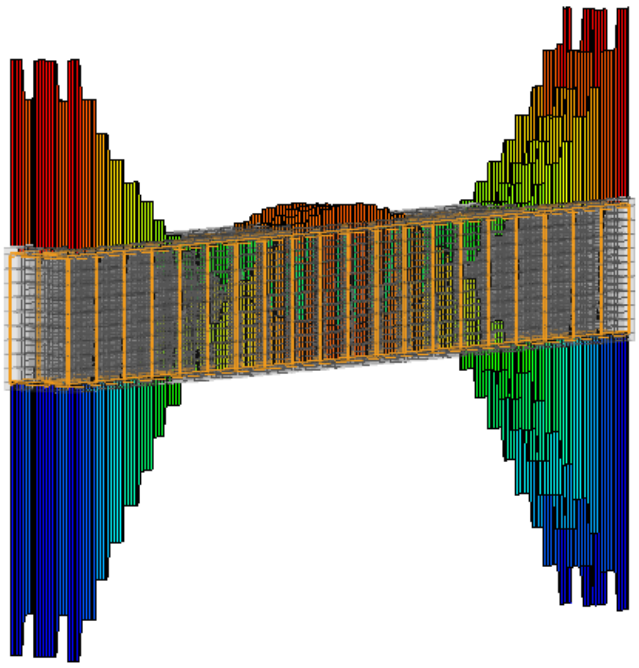


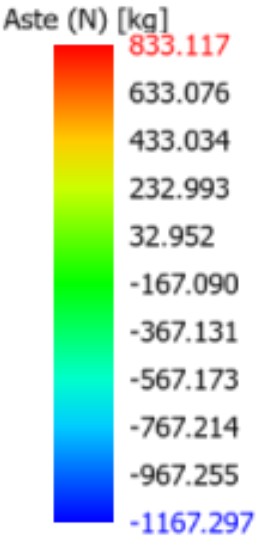


Sollecitazioni sforzo normale acciaio

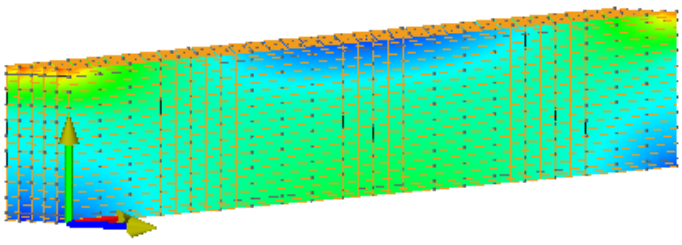


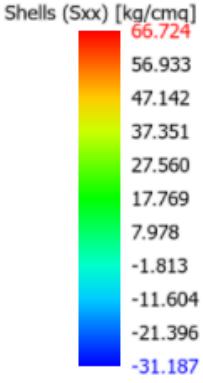


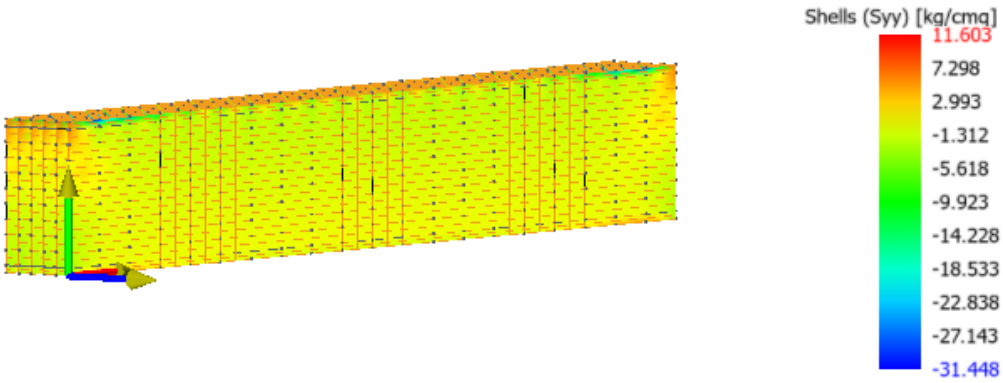


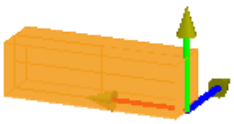


Sollecitazioni calcestruzzo SLE

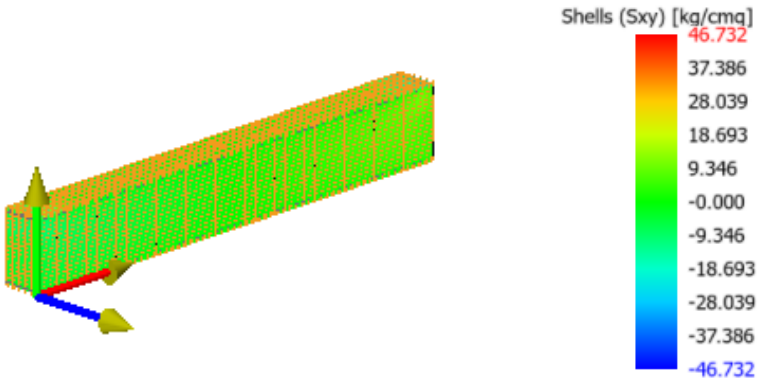




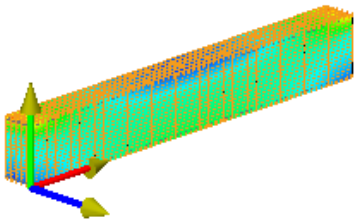


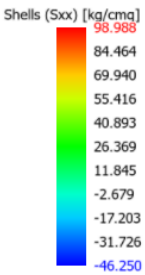


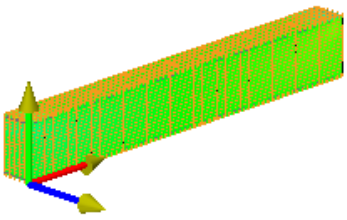
*Sistema di riferimento per il **PLATE- SHELL***

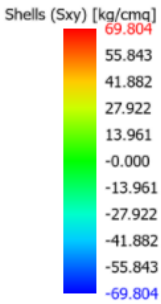


Sollecitazioni calcestruzzo SLU



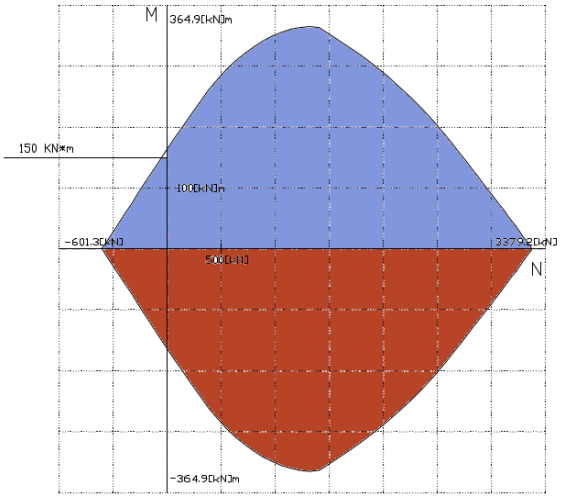






Riportiamo il dominio di rottura della sezione con la verifica in mezzeria nella ipotesi di comportamento elastoplastico ideale per l'acciaio e parabola rettangolo per il cls.

*M= 5000*1,5*16/8= 15000 daN*m = 150KN*m*

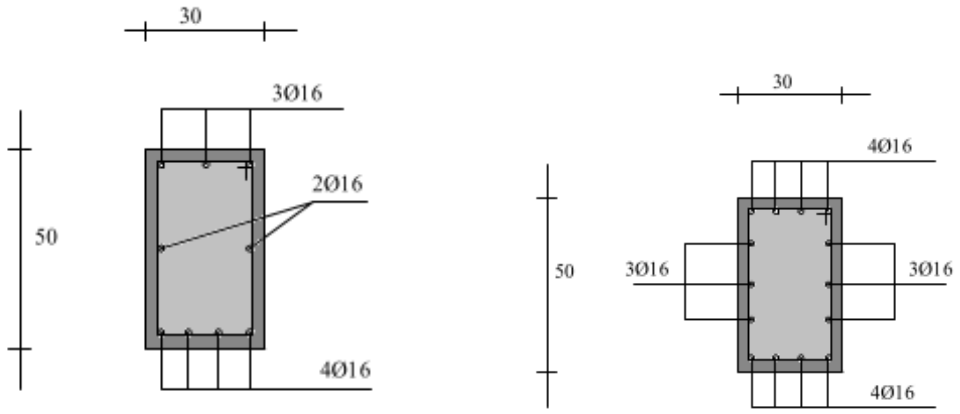


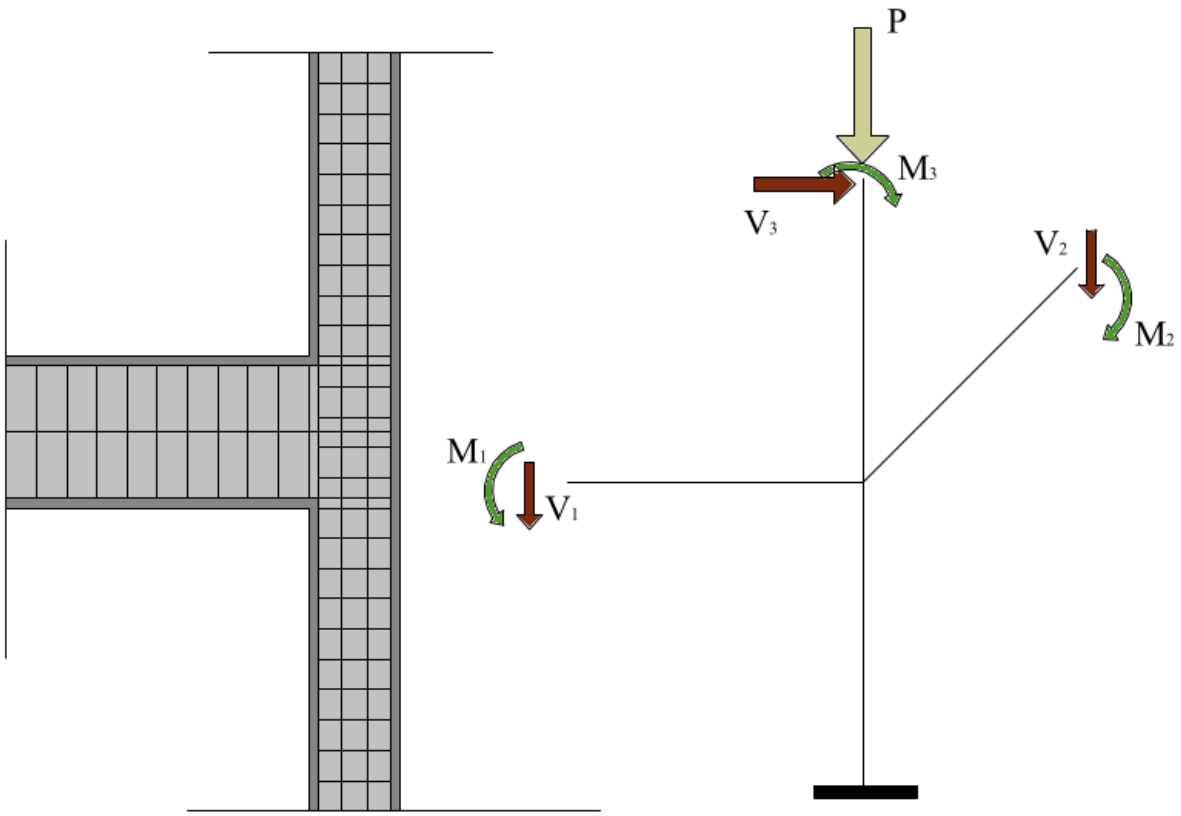
La modellazione eseguita con elementi ***plate-shell*** *è in realtà è per fibre verticali , che non riducono la inerzia poiché essendo* $b = b_1+b_2 + b_3 +b_4 + \ldots\ldots\ldots\ldots b_n +$ *e il momento di inerzia della fibra i-ma* $I_i= b_i*H^3/12$ *ed il momento di inerzia della sezione* $I=\sum b_i*H^3/12 =H^3/12*\sum b_i=b*H^3/12$ *; le fibre verticali modellate sono caricate tutte allo stesso modo tra di esse non vi sono scorrimenti relativi ovvero le tensioni tangenziali* $\tau_{XZ} =\tau_{YZ} = 0$ *sono nulle . La modellazione si adatta bene ad una struttura intelaiata in cemento armato ,saranno i metodi calcoli del futuro già implementati su software dove una volta calcolate le armature e verificata la struttura la si può discretizzare ovvero di eseguire una meshatura di travi pilastri e solai e con semplice comando software e verificare lo stato tensionale in ogni punto della struttura compresi gli impalcati. Ovviamente la teoria legata ai sistemi piani di travi ai telai il calcolo matriciale come il dimensionamento manuale degli elementi strutturali e delle armature resteranno sempre parte integrante della tecnica delle costruzioni , è esclusivamente una fase successiva quello della discretizzazione una progettazione strutturale che si articola in tre fasi :*

-Dimensionamento elementi strutturali
-Calcolo FEM con elementi monodimensioli e progetto armature
-Discretizzazione cls e acciaio, meshatura elementi e verifica puntuale dello stato tensionale nel materiale.

6- La modellazione FEM di un nodo trave pilastro

Consideriamo un nodo d'angolo di un telaio spaziale di un edificio in cemento armato , ogni asta sia essa trave o pilastro ha una lunghezza di 100 cm le travi e il pilastro hanno dimensioni 30x50 , con le seguenti armature riportate in figura:

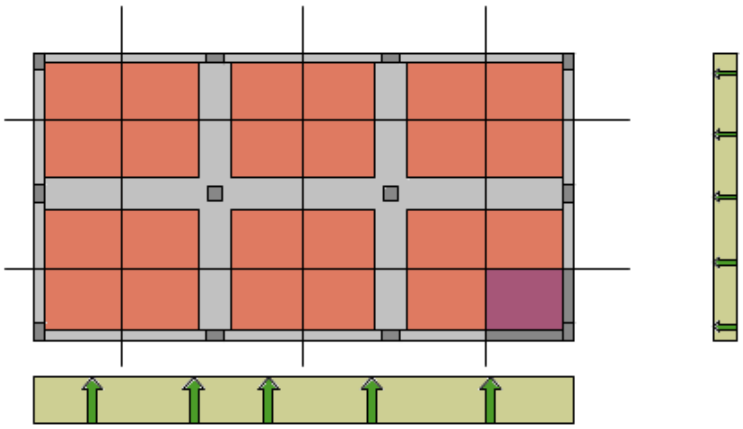




La luce della trave è 5 metri, il diagramma dei momenti per una condizione di semincastro con momento pari a $Q*L^2/16$, possiamo ritenere M_1 ed M_2 nulli mentre il taglio essendo delle travi di bordo $V= Q*L^2/16 /(L_t)$ dove $L_t=1$ m ; il carico agente sulle travi per quella portante il solaio $Q= 2350$ daN/ml , mentre per la trave parallela alla orditura si considera una fascia collaborante di 1 m $Q= 1100$ daN/ml $V_1 \approx 3670$ daN ; $V_2 \approx 1720$ daN ; Staffe ϕ8/10 cm

*Il taglio V_3 è la forza sismica derivante anche dagli impalcati superiori , ipotizzando che sia un nodo del primo impalcato , il taglio lo determiniamo per area di influenza rimuovendo la ipotesi di impalcato rigido V = Sd(t)*M , M massa che incide sul nodo*
$W = (L_1*L_2*N*Wi)/4$ = 21000 dAN
N = 3 numero di impalcati
W_i =1400 kg peso sismico comprensivo delle tamponature
L_1 = 5 m luce trave ;L_2 = 4 m luce trave ;

Se teniamo conto della ipotesi di impalcato rigido utilizzata nei calcoli



Ey+0,3* Ex

Il tagliante di impalcato lo si ripartisce in base alle rigidezze traslanti dei telai relative al piano in esame e poi in base alle rigidezze dei singoli pilastri nell'ambito del telaio $V_{TI} = E_Y*K_i/\sum K_i$; forza di piano telaio i-mo. Sul pilastro $V_{PI} = V_{TI}*K_{IP}/\sum K_{IP}$
Per un pilastro d'angolo il taglio per una ripartizione derivante da impalcato deformabile e minore di quello derivante dalla ripartizione per impalcato rigido , utilizziamo un coefficiente maggiorativo $\beta \approx 1,2 \div 1,3$

$V = \beta*Sd(t)*W$ Sd(t) corrisponde al tratto orizzontale dello spettro co periodoi che ricaviamo con la formula riportata nelle NTC 2008 $T = 0,05\ H^{3/4}$ con H altezza edificio 9 m T = 0,259sec
Per il comune di Castel di Sangro lo spettro di risposta alla stato limite di salvaguardia della vita SLV tratto orizzontale $Sd(T) = Ag*S*\eta*Fo/q$ q = 4
$Ag = 2,63\ m/sec^2$ S = 1,25 $\eta = 0,9123$

Parametri di pericolosità sismica

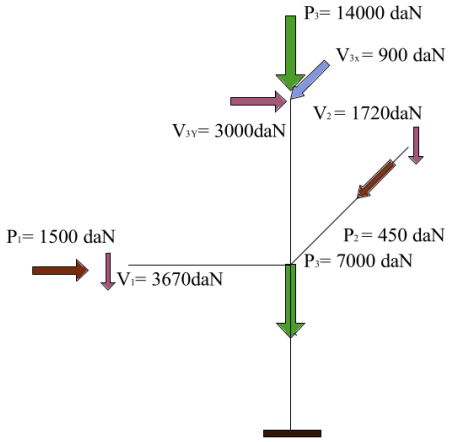
	ag (g/10)	F0 (adim)	TC*(sec)
SLO	0.76281872	2.36183821	0.28000000
SLD	1.00236806	2.33241531	0.28303510
SLV	2.63146244	2.31480297	0.35000000
SLC	3.36711969	2.35631747	0.37000000

$Sd(T) = 1,735\ m/sec^2$; $V_3 = 4554\ daN \approx 4500\ daN$; $P = W = 21000\ daN$

Modellazione FEM del nodo

Eseguiamo la modellazione con Iperspace personal edition utilizzando un elementino di dimensioni 5x5x10 , per il materiale
FEB450 E_s*=2100000 daN/cmq ;*
$E = 22000*(f_{cm}/10)^{0,3} = 340000$ *daN/cmq* *C 30-35* $f_{cm} = f_{ck}+8 = 43$ *N/mmq*
$E_{CT} = 18000*\sqrt{Rck} = 106490$ *daN/cmq* *C 30-35*

Le forze da applicare sulle aste sono riportate in figura:



La modellazione attraverso il software iperspace bim max pe si rivela complicata per la poca memoria virtuale del pc e viene omessa riportiamo esclusivamente le verifiche del nodo eseguite attraverso i cerchi di Mhor per i nodi di angolo della struttura , anche perchè la modellazione del nodo è molto laboriosa ma praticamente inutile.
Lo stato tensionale è tridimensionale
Le tre tensioni normali
$\sigma_x = 1$ *daN/cmq* ; $\sigma_y = 0,3$*daN/cmq;* $\sigma_z = 14000/1500 = 9,3$ *daN/cmq* ;

Le tre tensioni tangenziali
$\tau_{XZ} = 6,45$ *daN/cmq* ; $\tau_{YZ} = 3,15$ *daN/cmq* ; $\tau_{XY} = 0$

Nei tre piani XY , XZ, YZ lo stato tensionale

$[\sigma_x , \sigma_z , \tau_{XZ}]$; $[\sigma_Y , \sigma_z , \tau_{YZ}]$; $[\sigma_x , \sigma_Y , \tau_{XY}]$;

le tensioni principali per ogni stato tensionale n , m

σ_1

$= (\sigma_n+\sigma_m)/2 \pm [(\sigma_n+\sigma_m)^2/4 + \tau^2_{nm}]^{1/2}$

σ_2

Inutile eseguire il calcolo visti i valori delle tensioni normali e tangenziali con i provvedimenti locali di buona pratica costruttiva quali infittimento staffe in zona sismica per una lunghezza pari a 100 anche nel nodo ϕ8/10 cm non vi sono problemi in occasione di eventi sismici. .

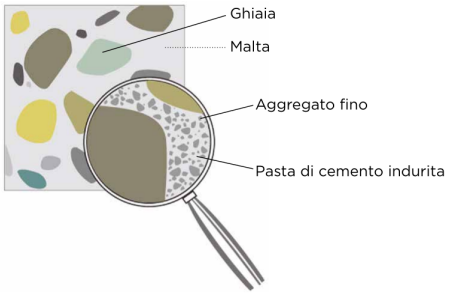
7-L'impasto di calcestruzzo: la betoniera e la autobetoniera.

La modellazione agli elementi finiti delle travi di calcestruzzo e delle armature è una astrazione dalla realtà molto distante dalle buone pratiche costruttive poiché l'impasto di calcestruzzo si compone di 5 elementi nelle seguenti proporzioni espressi in kg per quintale di cls ovvero per mc di calcestruzzo γ= 2500 kg/mc

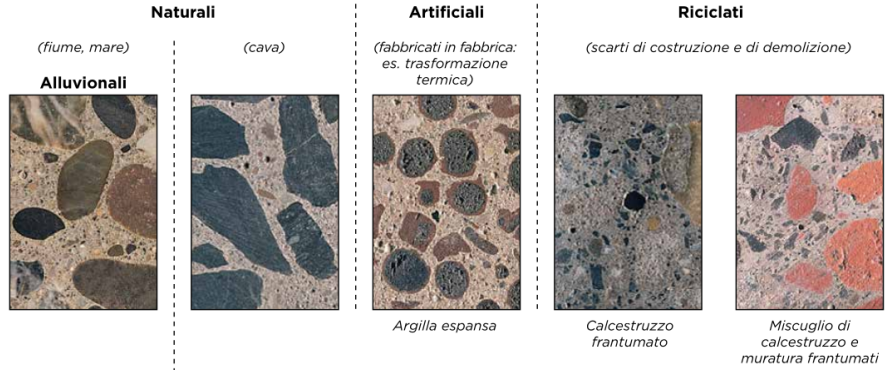
Sabbia 0,42 mc γ= 1600 kg/mc
Cemento 300 kg
Pietrisco 0,84 mc γ= 1400 kg/mc
Acqua 120 litri γ= 1000 kg/mc rapporto Acqua/ cemento = 0,4
Additivi eventuali

Il peso specifico della sabbia dipende dal grado di umidità

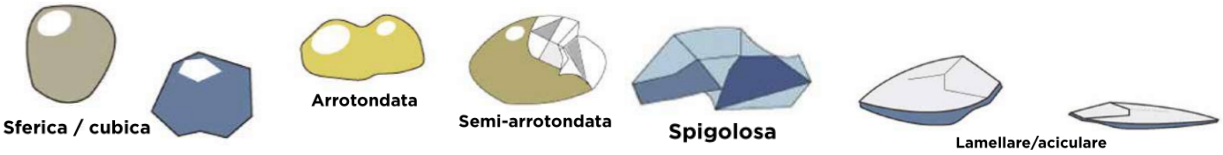
- Sabbia asciutta γ= 1400 kg/mc÷1600 kg/mc
-Sabbia umida γ= 1800 kg/mc÷2100 kg/mc



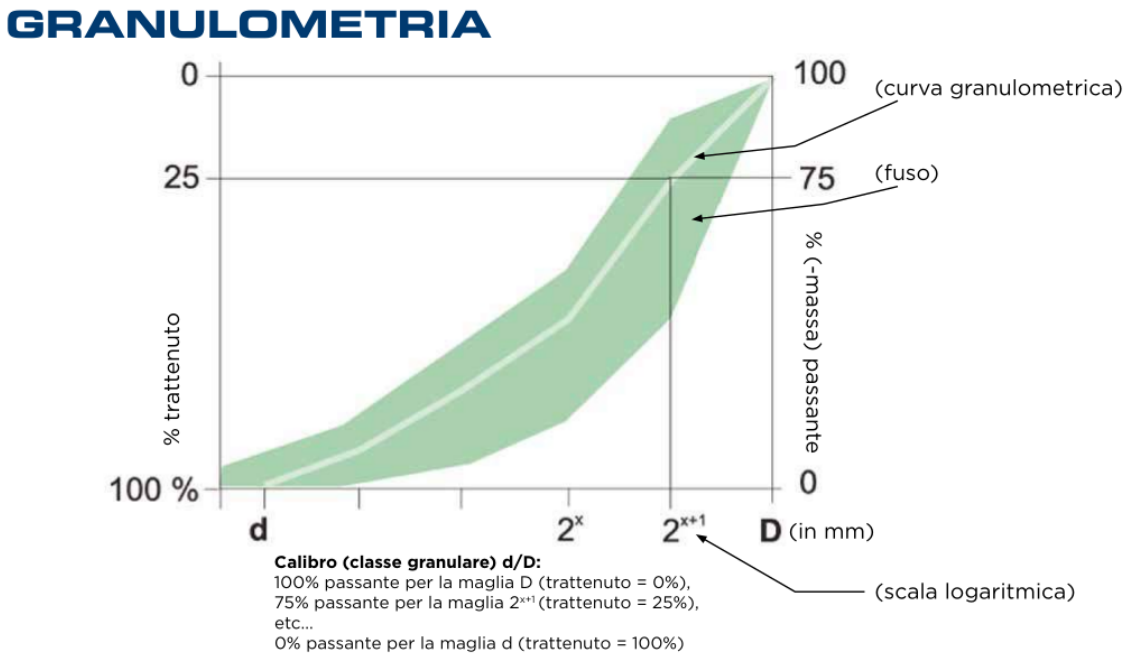
La acqua il cemento e la sabbia formano una matrice cementizia ovvero la malta che tiene uniti tra di loro gli inerti ai quali viene affidata la trasmissione degli sforzi all'interno del cls poiché hanno una resistenza maggiore della malta; per aumentare la resistenza del calcestruzzo non si modificano gli inerti ma si interviene sul dosaggio di cemento ovvero sul rapporto acqua cemento dal quale dipende la porosità ovvero la presenza di vuoti all'interno e quindi la resistenza del calcestruzzo . Nei calcestruzzi leggeri invece la trasmissione degli sforzi avviene attraverso la malta poiché gli inerti come argilla espansa hanno una resistenza minore. Gli ***inerti*** *possono essere naturali artificiali e riciclati*

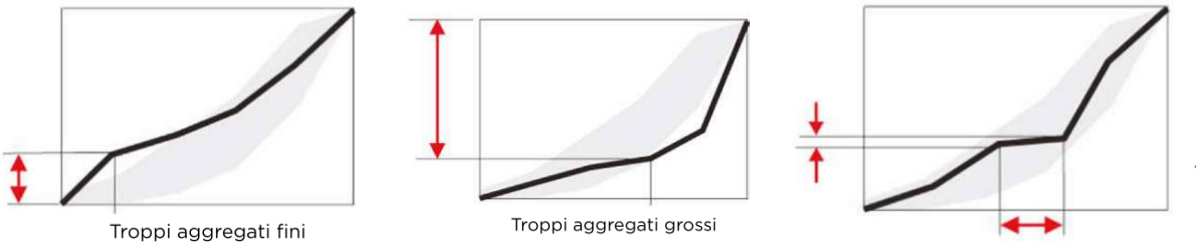


La forma della ghiaia:



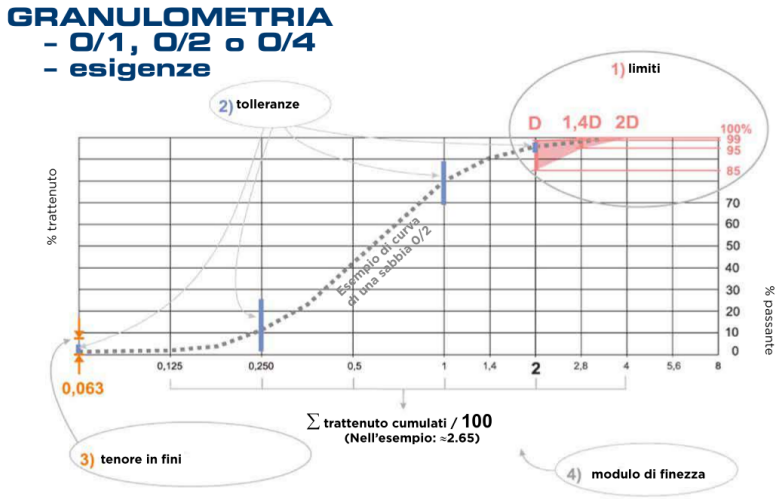
Il calcestruzzo va confezionato secondo una curva granulometrica compresa all'interno di un fuso granulometrico funzione dell'aggregato



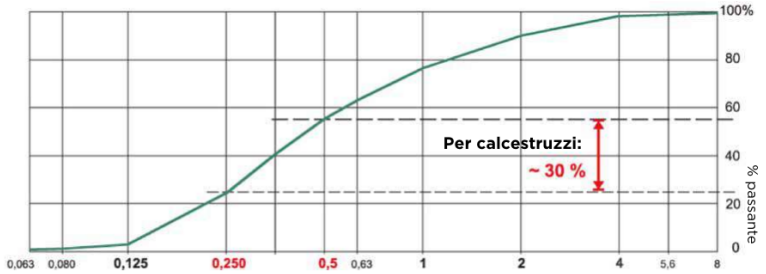


La terza curva con tratto orizzontale corrisponde ad una frazione di inerti mancante.
*La **sabbia** funzione della natura e della origine diametro ≤ 0,063 mm*

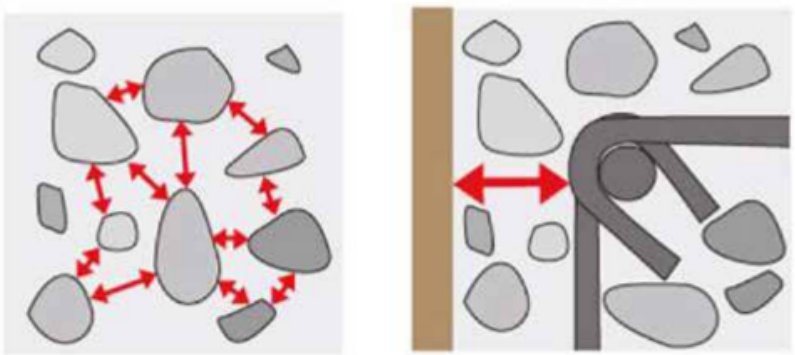
Le NTC 2018 definiscono un diametro massimo dell'aggregato pari a 2D = 4 cm



Un esempio di granulometria per gli inerti sabbia + pietrisco



Le esigenze di messa in opera si rapportano al calcestruzzo fresco. Al momento della formulazione di un calcestruzzo, bisogna tener conto della forma della costruzione, della presenza di armature, delle circostanze sul cantiere ecc. Come detto gli sforzi si trasmettono tra i componenti aventi maggiore resistenza:

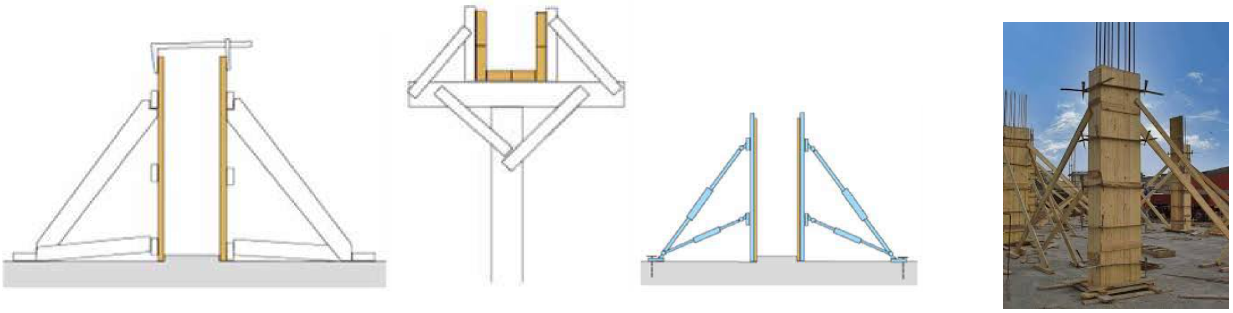


Dobbiamo modellare la ghiaia , la pasta di cemento conoscendo la forma e posizione reciproca degli inerti nonché le armature metalliche .Il calcestruzzo viene preparato in cantiere attraverso una betoniera e trasportato da una autobetoniera

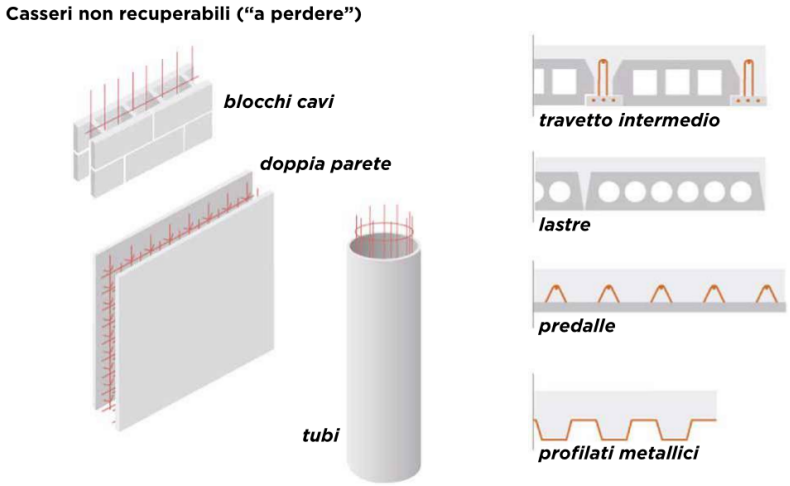
L'impasto con betoniera in cantiere attraverso la introduzione nelle seguenti fasi di

- Metà del pietrisco + una parte di acqua
-Cemento
-La sabbia e il resto del pietrisco
- La restante acqua per la dovuta plasticità e lavorabilità

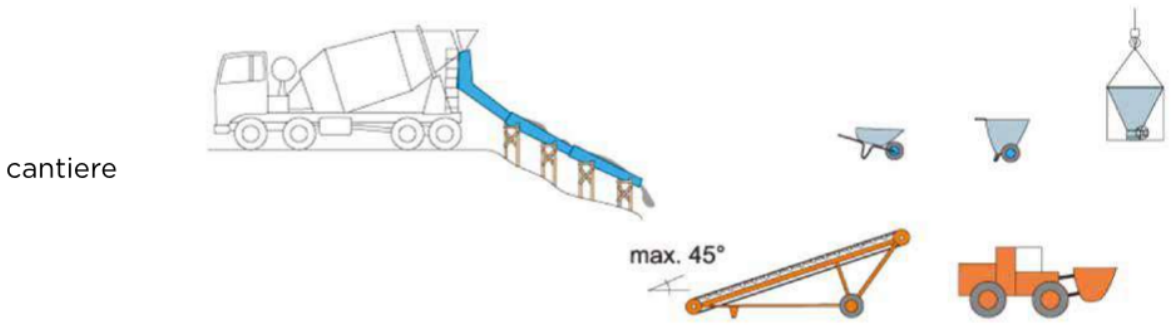
L'impasto ovvero la rotazione e mescolamento avviene in 2-3 minuti , la botte può essere svuotata e il calcestruzzo messo in opera gettato in casseforme in legno



Oggi si utilizzano blocchi cassero in legno cemento o polistirolo o pannelli in polistirolo, in sughero ect comprensivi già di isolamento termico e i, getto viene eseguito all'interno



Il getto di calcestruzzo viene eseguito con benna



La modellazione FEM degli inerti del pietrisco della malta e delle barre di acciaio è molto complicata e complessa e dipende dalla preparazione dell'impasto e dalla posa in opera

8-La modellazione FEM degli inerti e della matrice di cemento

Il calcestruzzo è un materiale eterogeneo e anisotropo complesso, pertanto l'analisi di tale materiale richiede un modello numerico con una rappresentazione ragionevole della sua geometria e struttura attraverso il volume delle particelle di pietra e della loro disposizione casuale all'interno di un volume di calcestruzzo come fattore principale nell'influenzare la rigidezza e il coefficiente di Poisson della miscela di calcestruzzo dove la variabile principale considerata è la percentuale volume dell'aggregato .Si utilizza il metodo degli elementi finiti (FEM) per determinare la rigidezza e il coefficiente di Poisson del calcestruzzo composito con modellazione FEM tridimensionale (3D) per prevedere sia la rigidezza a compressione equivalente che il coefficiente di Poisson equivalente, ipotizzando che il calcestruzzo composito sia costituito da due fasi, ovvero gli aggregati lapidei di forma irregolare anziché sferica e la malta. In questo paragrafo si riporta uno studio eseguito da :

Prof. Ing. M. Mhadi *Department of Mechanical Engineering, KFU, KSA*
Prof. Ing. I. Marie *Department of Civil Engineering, the Hashemite University, Jordan*

La modellazione di una miscela di calcestruzzo dipende dalla sua composizione eterogenea ed è vantaggioso generarla in base alle informazioni fornite dal mix design del calcestruzzo reale. Häfner et altri hanno modellato un cubo di calcestruzzo con spigolo di 10 cm e volume di aggregato del 69%. Un cubo con spigolo di 15 cm è stato utilizzato come campione di miscela di calcestruzzo per simulare le dimensioni reali del cubo di calcestruzzo sotto compressione, dimensione comunemente utilizzata per la determinazione della resistenza a compressione se la dimensione nominale dell'aggregato è di 20 mm. Si considera un calcestruzzo normale con una resistenza media a compressione di 270 daN/cmq . La miscela di calcestruzzo è composta da aggregati lapidei e malta , che hanno rispettivamente un modulo di Young di 450000 daN/cmq e un coefficiente di Poisson di 0,25, mentre la malta ha un modulo di Young di 150000 daN/cmq e un coefficiente di Poisson di 0,30. La rigidezza del calcestruzzo cubico può essere ottenuta dividendo la tensione (pressione/area) per la deformazione assiale. La rigidezza del calcestruzzo in campo elastico è definita come la pendenza della linea tracciata da una tensione pari a zero al 45% della resistenza a compressione del calcestruzzo. Il cubo di calcestruzzo simulato è sottoposto a una piccola pressione uniassiale, non superiore a 110 daN/cmq in modo da ottenere una rigidezza lineare. Inoltre, il coefficiente di Poisson statico previsto rimarrà costante fino a una sollecitazione non superiore al 50-60% della sollecitazione ultima . In una miscela di calcestruzzo realistica, la forma dell'aggregato può essere considerata angolare o arrotondata. Si suppone che la forma geometrica e l'angolarità degli aggregati abbiano un contributo notevole alle proprietà meccaniche del calcestruzzo. Di conseguenza, vengono considerati e generati due tipi di aggregati a scopo di confronto, ovvero forme irregolari create casualmente e forma sferica. La struttura non omogenea del calcestruzzo a matrice cementizi si tradurrà in soluzioni di spostamento non omogenee ai confini del campione cubico. Per modellare una rigidezza lineare equivalente del calcestruzzo a matrice cementizia, è necessario applicare gradi di libertà

accoppiati come mostrato in al calcestruzzo composito. Questo studio utilizza un approccio diverso per la modellazione e la meshing dove la tecnica utilizzata è un tipo di simulazione numerica essenziale per rilevare una risposta micro-macro più accurata del materiale in calcestruzzo. È la prima volta che una modellazione FEM tridimensionale del calcestruzzo composito è stata applicata per la determinazione della rigidezza e del coefficiente di Poisson utilizzando aggregati di forma irregolare anziché sferica utilizzando entrambe le forme a scopo di confronto. Le condizioni al contorno dei gradi di libertà accoppiati implicano che tutti i nodi al contorno debbano avere le stesse condizioni al contorno di spostamento. Pertanto, il campo di spostamento sarà simile a quello di una struttura omogenea. Il cubo CM è soggetto a condizioni di carico insieme a un insieme di condizioni al contorno tali che non vi sia moto di corpo rigido.

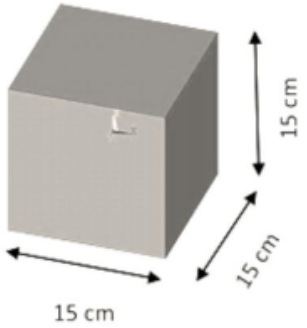


Fig. 1. Modello tridimensionale del campione di prova.

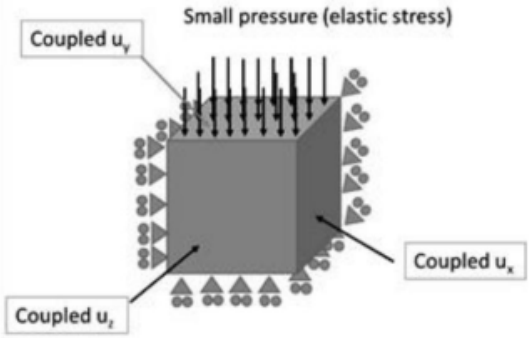
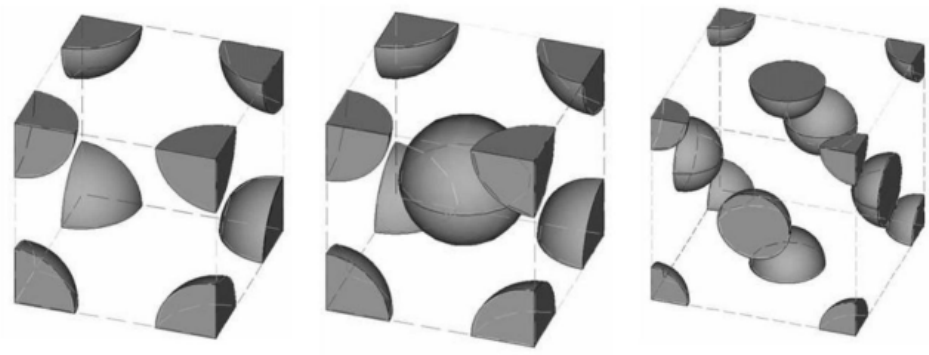


Fig. 2. Condizioni di carico e di contorno del campione cubico.

Le condizioni al contorno impongono l'annullamento degli spostamenti negli spigoli ovvero sulle 5 facce

$u_X=0$; $u_Y=0$; $u_Z=0$; $u_X(a)=0$; $u_Y(a)=0$; $u_Z(a)=0$; $a=15$ cm

Il cubo può avere deformazione verticale e laterale come in una normale prova di compressione sono vincolati solo gli spigoli;il carico applicato è pari a 110 daN/cmq. Lo studio si basi su dimensioni e posizioni casuali di aggregati lapidei, a scopo di confronto vengono considerati innanzitutto aggregati lapidei uniformi e regolari. Per valutare la rigidezza degli aggregati lapidei uniformi e regolari (forme sferiche), verrà sviluppata una mesh specifica. Il software ANSYS viene utilizzato per creare una matrice di forma cubica contenente aggregati di forma sferica nel modello a elementi finiti. Le pietre sferiche uniformemente distribuite sono riportate in figura



Cubico semplice

Cubico centrato sul corpo

Cubico centrato sulla faccia

Sono state generate tre strutture, seguendo le forme del reticolo cristallino, per rappresentare la posizione delle sfere lapidee. Sono cubici semplici (SC), cubici a corpo centrato (BCC) e cubici a faccia centrata (FCC) dove a è uguale a 15 cm Gli aggregati più esterni sono parzialmente racchiusi all'interno della cella cubica. La cella cubica SC contiene una pietra sferica, mentre le celle BCC e FCC ne contengono rispettivamente due e quattro. Per semplicità, i campioni di prova contengono una struttura cristallina (cellulare). La modellazione di forme sferiche all'interno di campioni cubici richiede operazioni booleane ;e Gli aggregati di pietra sferica e la malta vengono meshati separatamente per modellare due proprietà dei materiali. A questo scopo vengono utilizzati elementi tridimensionali. Poiché la geometria degli aggregati è complessa, per la generazione della mesh vengono utilizzati elementi solidi strutturali tetraedrici tridimensionali a quattro nodi in cui I, J, K e L sono i nodi locali.

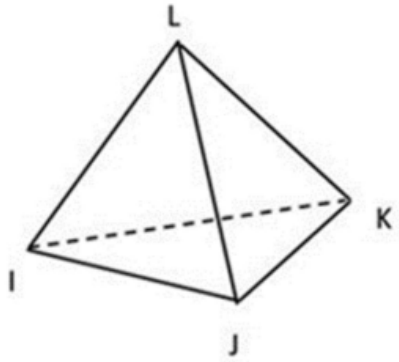
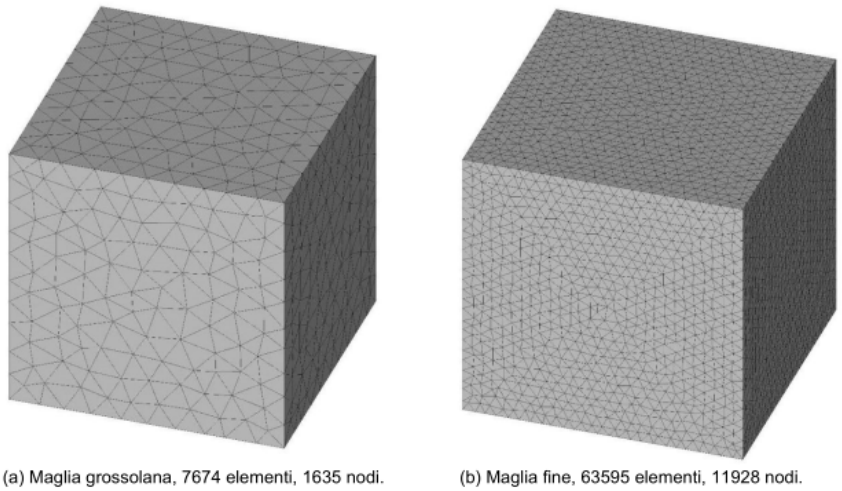


Fig. 4. Un elemento solido tetraedrico tridimensionale a quattro nodi.

Questo elemento ha un campo di spostamento lineare e successivamente uno sforzo costante ideale per la modellazione di forme complesse con un numero ridotto di nodi; con forme e dimensioni casuali degli aggregati lapidei rappresentate da elementi solidi combinati. Le forme degli aggregati lapidei dipendono dalle dimensioni degli elementi FEM e, di conseguenza, dalla dimensione della mesh.



(a) Maglia grossolana, 7674 elementi, 1635 nodi. (b) Maglia fine, 63595 elementi, 11928 nodi.

La generazione di aggregati di pietra casuali inizia con elementi uniformi, Le posizioni dei nodi elementari vengono leggermente modificate, mantenendo positivo lo Jacobiano degli elementi. Gli aggregati lapidei vengono generati modificando le proprietà di alcuni elementi selezionati con selezione degli aggregati lapidei viene effettuata generando sfere casuali. Pertanto, gli aggregati lapidei casuali vengono considerati sfere casuali. Per generare aggregati lapidei casuali, vengono generate sfere

casuali all'interno del volume di controllo che racchiudono gli aggregati lapidei. Pertanto, le sfere selezionate dovrebbero racchiudere tutti i nodi elementari e gli elementi con nodi parzialmente inclusi verranno omessi. Gli elementi lapidei dovrebbero avere tutti i loro nodi all'interno del volume della sfera. Le sfere vengono generate in modo che non vi siano sovrapposizioni tra loro e ogni diametro di sfera è considerato come la dimensione nominale massima di un aggregato lapideo.

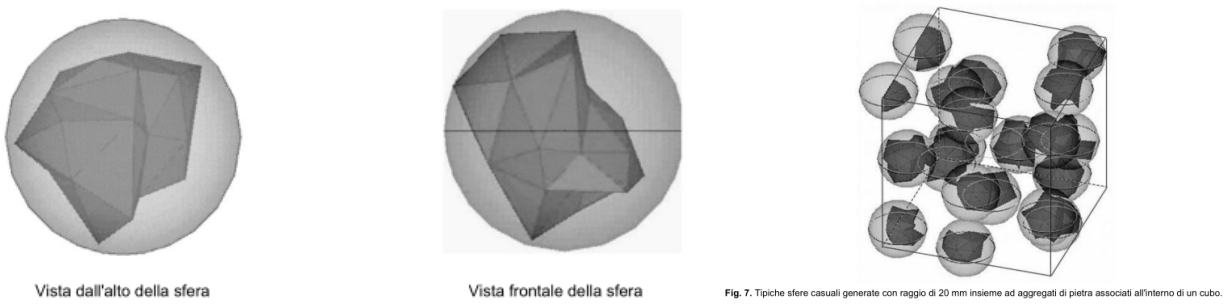


Fig. 7. Tipiche sfere casuali generate con raggio di 20 mm insieme ad aggregati di pietra associati all'interno di un cubo.

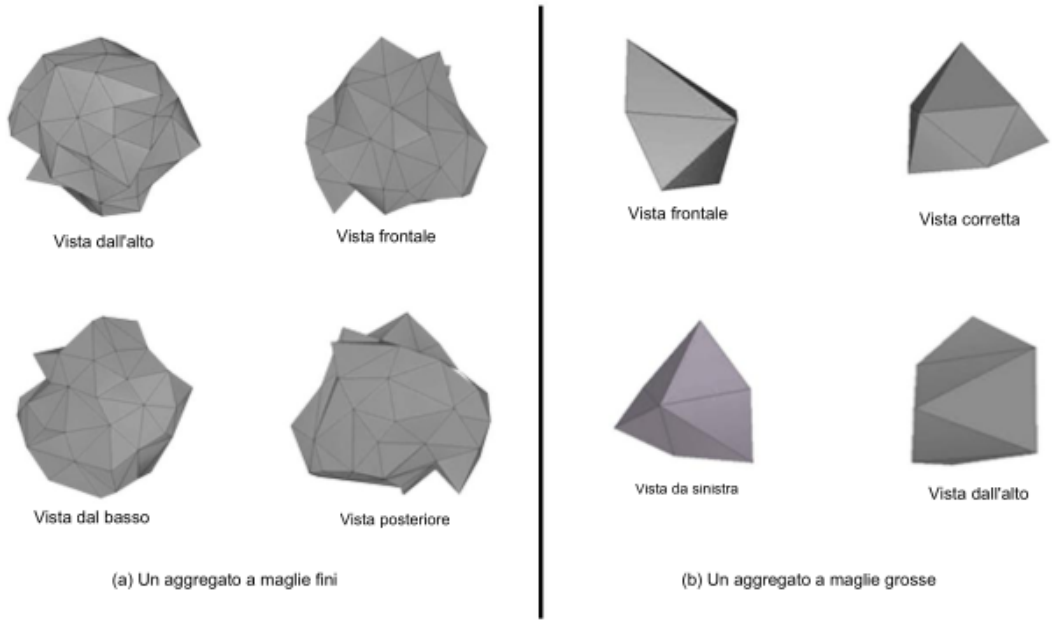


Fig. 8. Tipiche viste geometriche irregolari della pietra utilizzando maglie fini e grossolane.

Vengono definite tre variabili
-Rapporto di rigidezza (rigidezza calcestruzzo/rigidezza aggregato lapideo)
-Rapporto di volume Aggregato (Volume aggregato di pietra/Volume del cubo)
-Rapporto di volume malta cementizia

$E_C = E_{CA}*(V_A/V_C)+ E_{CM}*(V_{CM}/V_C)$ *dove*

E_C *modulo elastico cls* V_C*= volume cubo 15x15x15*
E_{CA} *modulo elastico aggregato* V_A *volume aggregato*
E_{CM} *modulo elastico matrice cementizia* V_{CM} *volume matrice cementizia*

Per $(V_A/V_C)= 0,65$ *e* $(V_{CM}/V_C)= 0,35$ $E_C = 0,65*E_{CA}+0,35\ E_{CM}$

$E_C = E_{CA}*(V_A/V_C)+ E_{CM}*(1-V_A)/V_C$

Per il modulo elastico del cubo cls definiamo un intervallo ovvero una fascia con limite superiore e limite inferiore dati dalle seguenti formule

$E_C = (E_{CM}*E_A)/[E_A*(V_{CM})+E_{CM}*V_A)]$ ***limite superiore***

$E_C = E_{CM}*[E_A*(1+V_A)+E_{CM}*(1-V_A)]/[E_A*(1-V_A)+E_{CM}*(1+V_A)]$ ***limite inferiore***

V_{CM} *e* V_A *sono in termini di frazioni di volume*

Questo studio considera gli aggregati di pietra come sfere perfette uniformemente distribuite e aggregati di pietra irregolari racchiusi da sfere perfette casuali. Inizialmente le pietre sono assunte come sfere perfettamente uniformemente distribuite. La distribuzione e la posizione delle sfere sono simili a quelle delle celle cubiche unitarie Pertanto, il cubo di C sarà simile a un'unità cristallina contenente strutture SC, BCC e FCC. La rigidezza è calcolata per le strutture SC, BCC e FCC. I risultati sono illustrati nelle figure seguenti

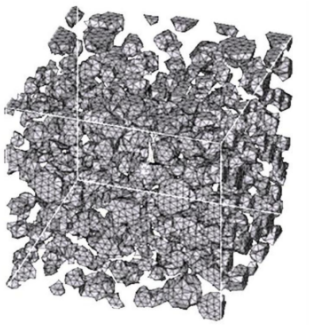


Fig. 9. Rappresentazione accurata delle geometrie delle pietre all'interno del campione cubico.

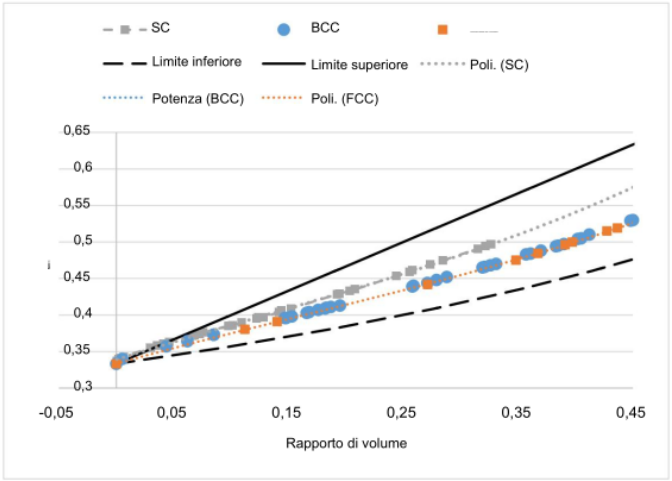


Fig. 10. Rapporto di rigidezza di pietre sferiche uniformi regolari e regola dei limiti di miscela.

Il rapporto di rigidezza può essere approssimato da funzioni cubiche continue del rapporto di volume per le strutture SC, BCC e FCC. Si nota che la struttura SC mostra un rapporto di rigidezza più elevato rispetto a quelli delle strutture BC e FCC. Come affermato all'inizio del paragrafo la rigidezza dipende dalla modalità di trasmissione degli sforzi ovvero il modulo elastico del calcestruzzo è influenzato prevalentemente dalla frazione di aggregato mentre in un cls leggero dipende dalla matrice cementizia. Per quanto concerne il modulo di Poisson v= 1/m in figura è riportato un grafico del coefficiente di Poisson in funzione del rapporto in volume degli aggregati nella miscela di calcestruzzo. Il coefficiente di Poisson presenta una dispersione casuale. I valori minimi sono leggermente inferiori a 0,25, che rappresenta il coefficiente di Poisson degli aggregati lapidei. Il valore massimo del coefficiente di Poisson è inferiore a 0,3. La relazione tra coefficiente di Poisson e rapporto in volume non può essere rappresentata come una semplice funzione regolare.Sembra che il

coefficiente di Poisson statico dei calcestruzzi sia influenzato principalmente dalla frazione in volume degli aggregati, come è stato confermato sperimentalmente da molti ricercatori . Si osserva una diminuzione del coefficiente di Poisson con l'aumento del volume degli aggregati. Il limite superiore è individuato dalla formula seguente

$v = v_A*(V_A/V_C) + v_{CM}*(V_{CM}/V_C)$ *dove al solito*

Coefficiente poisson cls v
Coefficiente poisson aggregato v_A
Coefficiente poisson malta cementizia v_{CM}

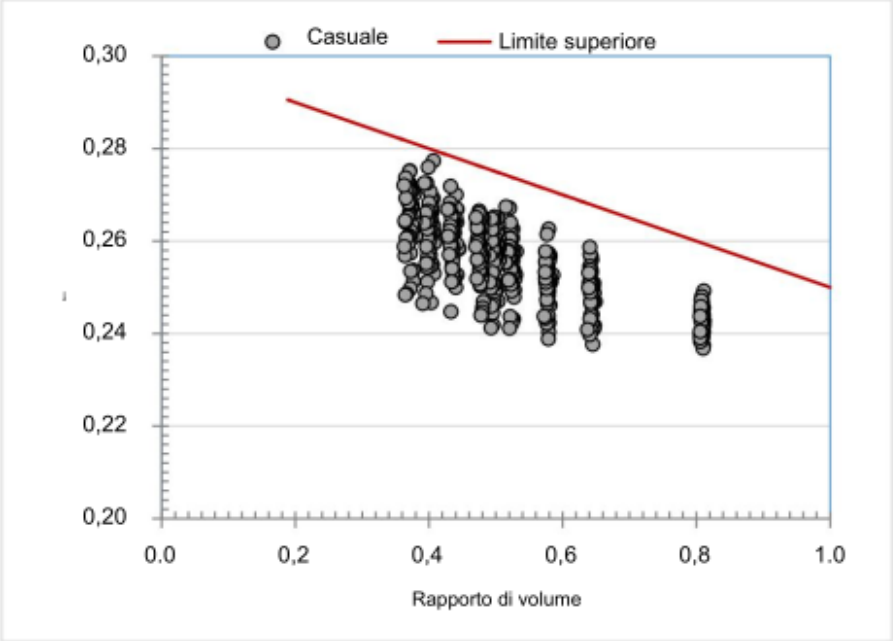


Fig. 13. Coefficienti di Poisson in funzione del rapporto volumetrico di aggregati rocciosi casuali.

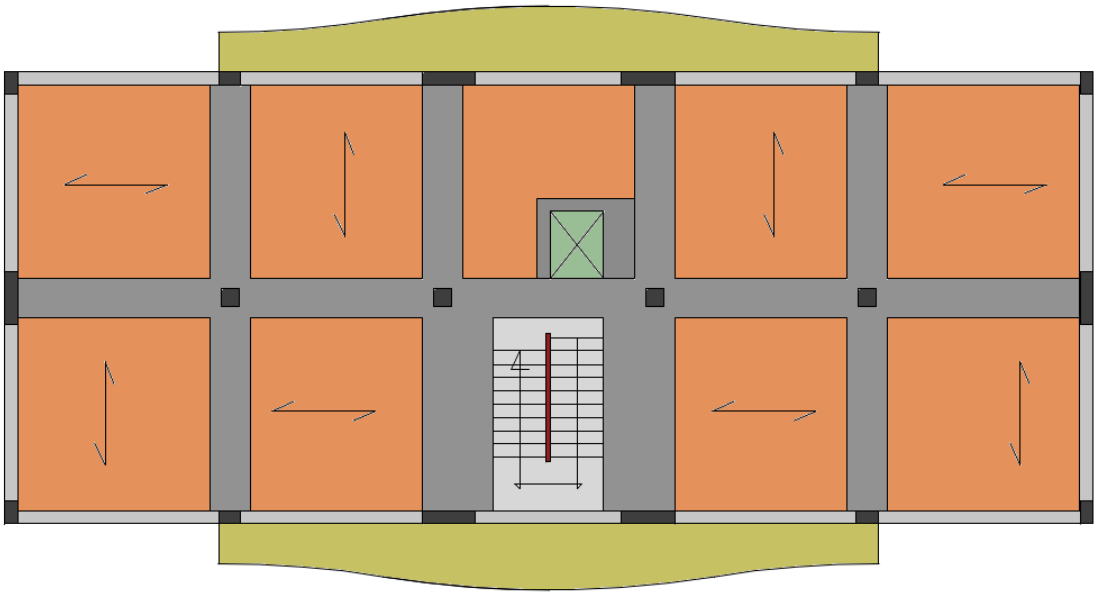
9- Dimensionamento di un edificio in c.a. a 4 impalcati

La discretizzazione della nostra struttura in cemento armato prevede la conoscenza delle armature metalliche e le dimensioni degli elementi strutturali , vista le modalità di impasto e di posa in opera del calcestruzzo all'interno delle casseforme un calcolo FEM di una struttura in cemento armato è molto distante dalla realtà restando dopo molto anni validi i metodi degli anni 50 di calcolo manuale per i telai piiani e spaziali che utilizzeremo per il dimensionamento.La progettazione si articola i tre fasi :

***- Dimensionamento** elementi strutturale progetto armature EXCEL*
- Calcolo FEM tramite elementi monodimensionali piani e verifica armature
- Discretizzazione degli elementi unidimensionali quali cls e barre metalliche

Come esempio riportiamo le fasi per il dimensionamento di un edificio con 4 piani + copertura in legno descrivendo brevemente la metodologia usata

- Calcolo azioni sismiche statiche
-Ripartizione del tagliante di piano alla Grinter tra i telai piani
-Ripartizione alla Grinter tra i pilastri sul telaio
-Calcolo momenti nei pilastri punto fisso 2/3H alla base e H/2 in testa al pilastro
-Determinazioni Sforzi normali nei pilastri in base alle aree di influenza
-Tagli e Momenti nelle travi fascia $Q*L^2/16$ e $Q*L^{2/}/16$; (inviluppo diagrammi)
-Progetto armatura pilastri
-Progetto armatura travi



Edificio 4 impalcati e copertura in legno
H= 4+3*3,20= 13,60 m alla gronda

- Calcolo azioni sismiche statiche
Solaio 20+5 analisi dei carichi
Soletta 125 daN/mq
Travetti 100 daN/mq
Pignatta 128 daN/cmq
Massetto 90 daN/cmq
Pavimento 60 daN/mq
Intonaco 30 daN/mq
Incidenza tramezzi 80 daN/mq
Carico accidentale 200 daN /mq

Peso proprio + permanenti $\boldsymbol{G+G_{SK}}$ *= 650 daN/mq variabile* $\boldsymbol{Q}$ *= 200 daN/mq*

Sbalzo 20 cm
Soletta 500 daN/mq
Massetto 30 daN/cmq
Pavimento 60 daN/mq
Intonaco 30 daN/mq
Carico accidentale 400 daN /mq
Parapetto forza verticale 100 daN/ml; forza orizzontale 150 daN/ml
Peso proprio + permanenti $\boldsymbol{G+G_{SK}}$ *= 650 daN/mq variabile* $\boldsymbol{Q}$ *= 200 daN/mq*
Parapetto forza verticale $\boldsymbol{Q}$ *=100 daN/ml;*

Travi a spessore 65 x 25 406 daN/ml
Travi emergenti 30x50 375 daN/ml
Pilastri 30 x50 375 daN/ml
Setti Pilastro 30x120 cm con $H \leq 4*b$ *900 dAN/ml*

Tamponatura $\boldsymbol{G+G_{SK}}$ *= 700 daN/ml*

Scala soletta rampante *alzata 16,5 cm , pedata 30 cm soletta e pianerottolo 20 cm*
Soletta Rampa 500 daN/mq
3,33 gradini 246 daN/mq
Pavimento alzata e pedata 100 daN/mq
Intonaco 30 daN/mq
Carico accidentale 400 daN /mq
Parapetto forza verticale 100 daN/ml; forza orizzontale 150 daN/ml
Peso proprio + permanenti $\boldsymbol{G+G_{SK}}$ *= 876 daN/mq variabile* $\boldsymbol{Q}$ *= 400 daN/mq*
Parapetto forza verticale $\boldsymbol{Q}$ *=100 daN/ml;*

Impalcato tipo
Area impalcato 230 mq
Area sbalzi 36 mq
Travi a spessore 65 ml
Travi emergenti ml ***70***
Pilastri 3x 3,20 ml , 4 ml piano terra
Tamponature 70 ml
Scala 11 mq

Copertura leggera in legno in o acciaio
Struttura copertura 150 daN/mq
Impermeabilizzazione 10 dAN/mq
Manto di copertura Tegole 60 daN/mq
Fotovoltaico 10 daN/mq
Carico da neve
Carico accidentale 100 daN/mq
Peso proprio + permanenti $\boldsymbol{G+G_{SK}}$ *= 230 daN/mq variabile* $\boldsymbol{Q}$ *= 260 daN/mq*
variabile $\boldsymbol{Q}$ *= 100 daN/mq*

Determinazione pesi sismici

Primo impalcato H_1= 4 m

W_1 = *(650+200*0.3)*230+ (750+0.3*200)*36+ 65*406+70*375+(8*375+4*500+6*900)*3.6 +70*700+11*(976+400*0.3) = 343596 Kg*

Secondo impalcato H_2= 7.20 m

W_2 = *(650+200*0.3)*230+ (750+0.3*200)*36+ 65*406+70*375+(8*375+4*500+6*900)*3.2 +70*700+11*(976+400*0.3) = 339436 Kg*

Terzo impalcato H_2= 10,40 m

W_3 = *(650+200*0.3)*230+ (750+0.3*200)*36+ 65*406+70*375+(8*375+4*500+6*900)*3.2 +70*700+11*(976+400*0.3) = 339436 Kg*

Quarto impalcato H_2= 13.60 m

*W_4 = (650+200*0.3)*230+ (750+0.3*200)*36+ 65*406+70*375+(8*375+4*500+6*900)*3.2 +70*700+11*(976+400*0.3) +(230+0,3*100)*320 = 422636 Kg*

Calcolo forze sismiche

$F= Sd(t)*(W_1+W_2+W_3+W_4)= 1,539*1.445.104= 222400daN$

il periodo di vibrazione lo calcoliamo con la formula $T = 0,05*H^{3/4} = 0,354$ sec

Lo Spettro di risposta per il comune di Castel di Sangro

Parametri di pericolosità sismica

	ag (g/10)	F0 (adim)	TC*(sec)
SLO	0.76281872	2.36183821	0.28000000
SLD	1.00236806	2.33241531	0.28303510
SLV	2.63146244	2.31480297	0.35000000
SLC	3.36711969	2.35631747	0.37000000

Siamo nel tratto orizzontale delle spettro di risposta

$Sd(T)= Ag*S*\eta*Fo /q = 2,63*1,25*0,9123*2,31/q = 1,539$ m/sec^2

$q = 4,5$ $Ag = 2,63$ m/sec^2 $S = 1,25$ $\eta=0,9123$

La forza applicata ad ogni impalcato $F_I= F*H_I*W_I/\sum(H_I*W_I)$;

$F_1= 23339$ daN ; $F_2= 41502$ daN ; $F_3= 59948$ daN ; $F_4= 97609$ daN ;

Ripartizione taglianti di impalcato tra i telai alla ***Grinter***

Direzione X n ° telai 3 ***piano i-mo*** *rigidezza* $K_{TXI}=\sum K_{PXI}$; $K_{PXI}=12*EI/H^3$

Direzione Y n ° telai 6 ***piano i-mo*** *rigidezza* $K_{TYI}=\sum K_{PYI}$; $K_{PXI}=12*EI/H^3$

Le rigidezze le calcoliamo sinteticamente come rapporto tra inerzia nelle direzione i esame del pilastro e altezza al cubo ; la difrenza tra la inerzia delle travi perimetrali e la trave a spessore è ridotta

I_E= 30*50^3/12= 312500 cm^4 I_S= 65*25^3/12 = 86635 cm^4

L'errore che si commette nella ripartizione è trascurabile poiché per le travi a spessore centrali vi è una fascia di solaio collaborante

Taglianti di impalcato

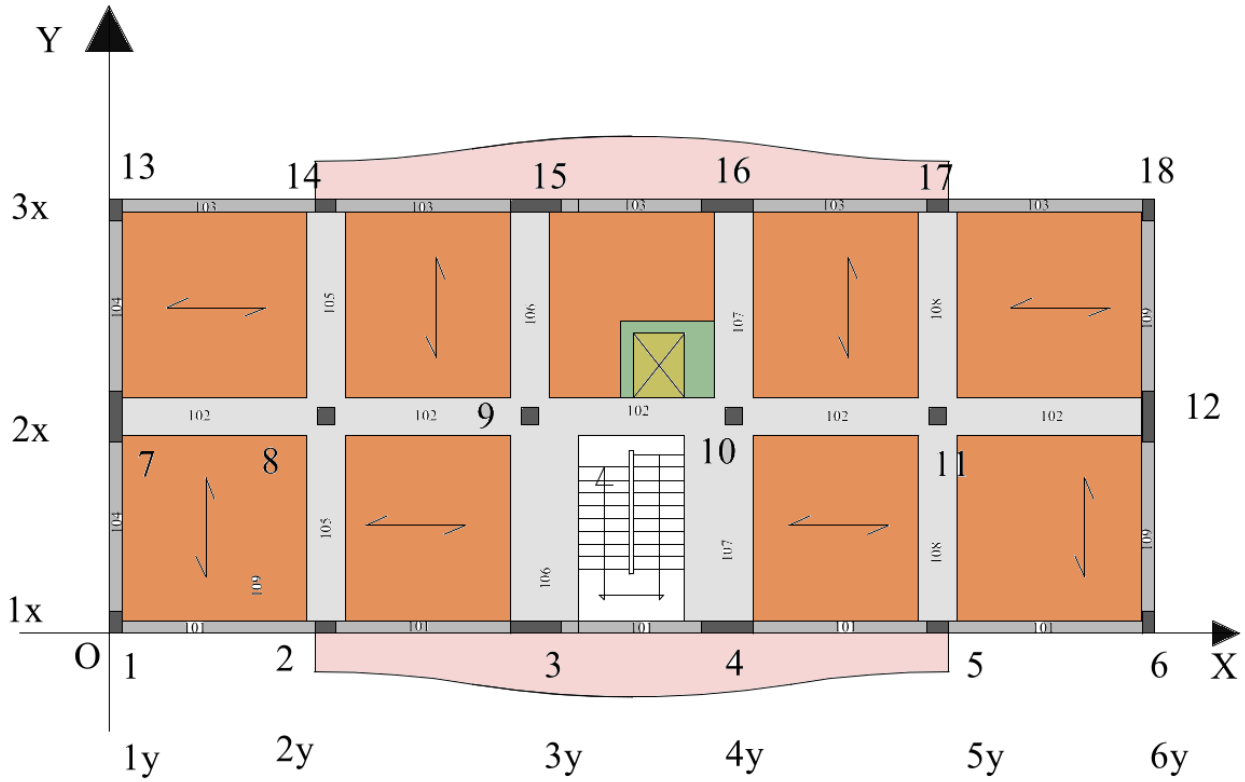
Impalcato 1 V_1 = 222398 daN ;

Impalcato 2 V_2 = 180896 daN ;

Impalcato 3 V_3 = 139394 daN ;

Impalcato 4 V_4 = 97609 daN ;

Numerazione pilastri



Pilastro	*Dimensioni*	*Inerzia Y*	*Inerzia X*
1	*30x50*	*312500*	*112500*
2	*50x30*	*112500*	*312500*
3	*120x30*	*270000*	*4320000*
4	*120x30*	*270000*	*4320000*
5	*50x30*	*112500*	*312500*
6	*30x50*	*312500*	*112500*
7	*30x120*	*4320000*	*270000*
8	*40x40*	*213333*	*213333*
9	*40x40*	*213333*	*213333*
10	*40x40*	*213333*	*213333*
11	*40x40*	*213333*	*213333*
12	*30x120*	*4320000*	*270000*
13	*30x50*	*312500*	*112500*
14	*50x30*	*112500*	*312500*
15	*120x30*	*270000*	*4320000*
16	*120x30*	*270000*	*432000*
17	*50x30*	*112500*	*312500*
18	*30x50*	*312500*	*112500*

*Rigidezze Pilastri K = (12*EI/H³)/2 NTC 2008 per tener conto della fessurazione E = 340000 DaN/cmq*

Pilastro	Rigidezza X daN/cm	Rigidezza Y daN/cm	Rigidezza X daN/cm	Rigidezza Y daN/cm
	Altezza H = 400 cm		Altezza H = 320 cm	
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				

Rigidezza telai $\sum K_{IX}$;$\sum K_{IY}$; rigidezze pilastri

Direzione X	*Piano 1*	*Piano 2*	*Piano 3*	*Piano 4*
Telaio 1x				
Telaio2x				
Telaio 3x				
Direzione X	*Piano 1*	*Piano 2*	*Piano 3*	*Piano 4*
Telaio 1y				
Telaio 2y				
Telaio 3y				
Telaio 4y				
Telaio 5y				
Telaio 6y				

Ripartizione tagliante di impalcato Trascuriamo la eccentricità anche da NTC 2018 ; per edifici dissimmetrici con rotazioni torsionali si possono utilizzare dei coefficienti che tengono conto degli effetti della torsione. Mt= WD_{GR}*

$V_{IXT}=Fi*K_{TIX}/\sum K_{TIX}$; $V_{IYT}=Fi*K_{TIY}\sum K_{TIY}$;

Direzione X	*Piano 1*	*Piano 2*	*Piano 3*	*Piano 4*
Telaio 1x				
Telaio2x				
Telaio 3x				
Direzione Y	*Piano 1*	*Piano 2*	*Piano 3*	*Piano 4*
Telaio 1y				
Telaio 2y				
Telaio 3y				
Telaio 4y				
Telaio 5y				
Telaio 6y				

Ripartizione taglio V tra i pilastri Telaio 1X $V_{PIX}= F_{1TX*}K_{PI}/K_{TX1}$

Piano	*Pilast. 1*	*Pilast. 2*	*Pilast. 3*	*Pilast. 4*	*Pilast. 5*	*Pilast. 6*
Piano terra						
Piano I						
Piano II						
Piano III						

Ripartizione taglio V tra i pilastri Telaio 2X $V_{PIX}= F_{2TX*}K_{PI}/K_{TX2}$

Piano	*Pilast. 7*	*Pilast. 8*	*Pilast. 9*	*Pilast. 10*	*Pilast. 11*	*Pilast. 12*
Piano terra						
Piano I						
Piano II						
Piano III						

Ripartizione taglio V tra i pilastri Telaio 3X $V_{PIX}= F_{3TX}*K_{PI}/K_{TX3}$

Piano	*Pilast. 13*	*Pilast. 14*	*Pilast. 15*	*Pilast. 16*	*Pilast. 17*	*Pilast. 18*
Piano terra						
Piano I						
Piano II						
Piano III						

Ripartizione taglio V tra i pilastri Telaio 1Y $V_{PIY}= F_{1TY}*K_{PI}/K_{TY1}$

Piano	*Pilast. 1*	*Pilast. 2*	*Pilast. 3*
Piano terra			
Piano I			
Piano II			
Piano III			

Ripartizione taglio V tra i pilastri Telaio 2Y $V_{P2Y}= F_{2TY}*K_{PI}/K_{TY2}$

Piano	*Pilast. 2*	*Pilast. 8*	*Pilast. 14*
Piano terra			
Piano I			
Piano II			
Piano III			

Ripartizione taglio V tra i pilastri Telaio 3Y $V_{P3Y}= F_{3TY}*K_{PI}/K_{TY3}$

Piano	*Pilast. 3*	*Pilast. 9*	*Pilast. 15*
Piano terra			
Piano I			
Piano II			
Piano III			

Ripartizione Taglio V tra i pilastri Telaio 4Y $V_{P4Y}= F_{4TY}*K_{PI}/K_{TY4}$

Piano	*Pilast. 4*	*Pilast. 10*	*Pilast. 16*
Piano terra			
Piano I			
Piano II			
Piano III			

Ripartizione Taglio V tra i pilastri Telaio 5Y $V_{P5Y}= F_{5TY}*K_{PI}/K_{TY5}$

Piano	*Pilast. 5*	*Pilast. 11*	*Pilast. 17*
Piano terra			
Piano I			
Piano II			
Piano III			

Ripartizione Taglio V tra i pilastri Telaio 6Y $V_{P6Y}= F_{6TY}*K_{PI}/K_{TY6}$

Piano	*Pilast. 6*	*Pilast. 12*	*Pilast. 18*
Piano terra			
Piano I			
Piano II			
Piano III			

Calcolo momenti di estremità pilastri Testa V*H/2 Piede V*2/3*H
Pilastro 30x120 M= V*H al piede Testa V*H/3

Pilastro	*Taglio X*	*Taglio Y*	*Momento X*	*Momento Y*	
1					Piede
					Testa
2					Piede
					Testa
3					Piede
					Testa
4					Piede
					Testa
5					Piede
					Testa
6					Piede
					Testa
7					Piede
					Testa
8					Piede
					Testa
9					Piede
					Testa
10					Piede
					Testa
11					Piede
					Testa
12					Piede
					Testa
13					Piede
					Testa
14					Piede
					Testa
15					Piede
					Testa
16					Piede
					Testa
17					Piede
					Testa
18					Piede
					Testa

Carico travi scarico dei solai impalcato tipo e momenti flettenti

*Q_T =Q_S*L/2 + peso proprio trave + tamponature e sbalzi travi perimetrali*

M = QL^2/10 secondo appoggio e penultimo appoggio centrale M = Q*L^2/12*
Per il momento max in campata QL^2/16 e per la condizione di semincastro per il primo e l'ultimo appoggio*

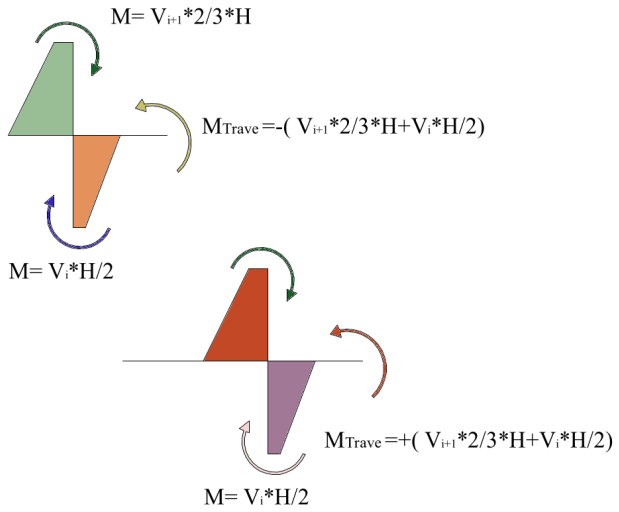
Trave tipo

Trave	*Peso proprio*	*Q solaio*	*Sbalzi*	*Tamponature*	*Scala*	*Carico Q*
101						
102						
103						
104						
105						
106						
107						
108						
109						

Momenti agli appoggi e in campata

Trave	*1*	*1-2*	*2*	*2-3*	*3*	*3-4*	*4*	*4-5*	*5*	*5-6*	*6*
101											
102											
103											
104											
105											
106											
107											
108											
109											

Inviluppo momenti



Inviluppo si riporta solo il valore max

Appoggio 1 -6 $M= Q*L^2/16 \pm (V_{I+1}*2/3*H + V_I*H/2)$ semincastro
Appoggio 2 -5 $M= Q*L^2/10 \pm (V_{I+1}*2/3*H + V_I*H/2)$
Appoggio 3 -4 $M= Q*L^2/12 \pm (V_{I+1}*2/3*H + V_I*H/2)$

Trave	*1*	*1-2*	*2*	*2-3*	*3*	*3-4*	*4*	*4-5*	*5*	*5-6*	*6*
101											
102											
103											
104											
105											
106											
107											
108											
109											

Aree di influenza analisi dei carichi pilastri ; *per le reazioni di ogni trave i coefficienti di influenza per appoggio centrale 1,20 , per appoggio estremo 1*
R= Q*L/2*β sforzo normale

Pilastro	*Trave X*	*Luce X*	*Trave Y*	*Luce Y*	*Sforzo N*
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					

Riepilogo sollecitazioni e calcolo armature pilastri

$As=A's= M/(d*fyd)$; $d = P/(\psi*\xi*b*fcd)$ $X =\xi*d$ C 30-35 Acciaio FB 450

$fcd=0,83*0,85*Rck/1,5$; $fyd = 4500/1,15= 3900$ daN/cmq

Direzione X

Pilastro 1 30x50	*Testa*	*Piede*	*Sforzo P*	*Verifica d*	*As=A's*	*Barre*
Piano terra						
Piano primo						
Piano secondo						
Piano terzo						

Pilastro 2 50x30	*Testa*	*Piede*	*Sforzo P*	*Verifica d*	*As=A's*	*Barre*
Piano terra						
Piano primo						
Piano secondo						
Piano terzo						

Pilastro 3 30x120	*Testa*	*Piede*	*Sforzo P*	*Verifica d*	*As=A's*	*Barre*
Piano terra						
Piano primo						
Piano secondo						
Piano terzo						

Pilastro 4 30x120	*Testa*	*Piede*	*Sforzo P*	*Verifica d*	*As=A's*	*Barre*
Piano terra						
Piano primo						
Piano secondo						
Piano terzo						

Pilastro 5 50x30	*Testa*	*Piede*	*Sforzo P*	*Verifica d*	*As=A's*	*Barre*
Piano terra						
Piano primo						
Piano secondo						
Piano terzo						

Pilastro 6 30x50	*Testa*	*Piede*	*Sforzo P*	*Verifica d*	*As=A's*	*Barre*
Piano terra						
Piano primo						
Piano secondo						
Piano terzo						

Pilastro 7 120x30	*Testa*	*Piede*	*Sforzo P*	*Verifica d*	*As=A's*	*Barre*
Piano terra						
Piano primo						
Piano secondo						
Piano terzo						

Pilastro 8 40x40	*Testa*	*Piede*	*Sforzo P*	*Verifica d*	*As=A's*	*Barre*
Piano terra						
Piano primo						
Piano secondo						
Piano terzo						

Pilastro 9 40x40	*Testa*	*Piede*	*Sforzo P*	*Verifica d*	*As=A's*	*Barre*
Piano terra						
Piano primo						
Piano secondo						
Piano terzo						

Pilastro 10 40x40	*Testa*	*Piede*	*Sforzo P*	*Verifica d*	*As=A's*	*Barre*
Piano terra						
Piano primo						
Piano secondo						
Piano terzo						

Pilastro 11 40x40	*Testa*	*Piede*	*Sforzo P*	*Verifica d*	*As=A's*	*Barre*
Piano terra						
Piano primo						
Piano secondo						
Piano terzo						

Pilastro 12 120x30	*Testa*	*Piede*	*Sforzo P*	*Verifica d*	*As=A's*	*Barre*
Piano terra						
Piano primo						
Piano secondo						
Piano terzo						

Pilastro 13 50x30	*Testa*	*Piede*	*Sforzo P*	*Verifica d*	*As=A's*	*Barre*
Piano terra						
Piano primo						
Piano secondo						
Piano terzo						

Pilastro 14 30x50	*Testa*	*Piede*	*Sforzo P*	*Verifica d*	*As=A's*	*Barre*
Piano terra						
Piano primo						
Piano secondo						
Piano terzo						

Pilastro 15 120x30	*Testa*	*Piede*	*Sforzo P*	*Verifica d*	*As=A's*	*Barre*
Piano terra						
Piano primo						
Piano secondo						
Piano terzo						

Pilastro 16 120x30	*Testa*	*Piede*	*Sforzo P*	*Verifica d*	*As=A's*	*Barre*
Piano terra						
Piano primo						
Piano secondo						
Piano terzo						

Pilastro 17 50x30	*Testa*	*Piede*	*Sforzo P*	*Verifica d*	*As=A's*	*Barre*
Piano terra						
Piano primo						
Piano secondo						
Piano terzo						

Pilastro 18 30x50	*Testa*	*Piede*	*Sforzo P*	*Verifica d*	*As=A's*	*Barre*
Piano terra						
Piano primo						
Piano secondo						
Piano terzo						

DIREZIONE Y

Pilastro 1 50x30	*Testa*	*Piede*	*Sforzo P*	*Verifica d*	*As=A's*	*Barre*
Piano terra						
Piano primo						
Piano secondo						
Piano terzo						

Pilastro7 30x120	*Testa*	*Piede*	*Sforzo P*	*Verifica d*	*As=A's*	*Barre*
Piano terra						
Piano primo						
Piano secondo						
Piano terzo						

Pilastro 13 30x50	*Testa*	*Piede*	*Sforzo P*	*Verifica d*	*As=A's*	*Barre*
Piano terra						
Piano primo						
Piano secondo						
Piano terzo						

Pilastro 2 50x30	*Testa*	*Piede*	*Sforzo P*	*Verifica d*	*As=A's*	*Barre*
Piano terra						
Piano primo						
Piano secondo						
Piano terzo						

Pilastro 8 40x40	*Testa*	*Piede*	*Sforzo P*	*Verifica d*	*As=A's*	*Barre*
Piano terra						
Piano primo						
Piano secondo						
Piano terzo						

Pilastro14 50x30	*Testa*	*Piede*	*Sforzo P*	*Verifica d*	*As=A's*	*Barre*
Piano terra						
Piano primo						
Piano secondo						
Piano terzo						

Pilastro 3 120x30	*Testa*	*Piede*	*Sforzo P*	*Verifica d*	*As=A's*	*Barre*
Piano terra						
Piano primo						
Piano secondo						
Piano terzo						

Pilastro 9 40x40	*Testa*	*Piede*	*Sforzo P*	*Verifica d*	*As=A's*	*Barre*
Piano terra						
Piano primo						
Piano secondo						
Piano terzo						

Pilastro 15 120x30	*Testa*	*Piede*	*Sforzo P*	*Verifica d*	*As=A's*	*Barre*
Piano terra						
Piano primo						
Piano secondo						
Piano terzo						

Pilastro 4 120x30	*Testa*	*Piede*	*Sforzo P*	*Verifica d*	*As=A's*	*Barre*
Piano terra						
Piano primo						
Piano secondo						
Piano terzo						

Pilastro 10 40x40	*Testa*	*Piede*	*Sforzo P*	*Verifica d*	*As=A's*	*Barre*
Piano terra						
Piano primo						
Piano secondo						
Piano terzo						

Pilastro 16 120x30	*Testa*	*Piede*	*Sforzo P*	*Verifica d*	*As=A's*	*Barre*
Piano terra						
Piano primo						
Piano secondo						
Piano terzo						

Pilastro 5 50x30	*Testa*	*Piede*	*Sforzo P*	*Verifica d*	*As=A's*	*Barre*
Piano terra						
Piano primo						
Piano secondo						
Piano terzo						

Pilastro 11 40x40	*Testa*	*Piede*	*Sforzo P*	*Verifica d*	*As=A's*	*Barre*
Piano terra						
Piano primo						
Piano secondo						
Piano terzo						

Pilastro 17 50x30	*Testa*	*Piede*	*Sforzo P*	*Verifica d*	*As=A's*	*Barre*
Piano terra						
Piano primo						
Piano secondo						
Piano terzo						

Pilastro 6 30x50	*Testa*	*Piede*	*Sforzo P*	*Verifica d*	*As=A's*	*Barre*
Piano terra						
Piano primo						
Piano secondo						
Piano terzo						

Pilastro 12 30x120	*Testa*	*Piede*	*Sforzo P*	*Verifica d*	*As=A's*	*Barre*
Piano terra						
Piano primo						
Piano secondo						
Piano terzo						

Pilastro 18 30x50	*Testa*	*Piede*	*Sforzo P*	*Verifica d*	*As=A's*	*Barre*
Piano terra						
Piano primo						
Piano secondo						
Piano terzo						

Verifica e calcolo armature piano tipo a flessione $d=r*\sqrt{M/b}$; $M = 0,4M+0,6*M$
$A_S= 0,4M/(0,9*d*fyd)+0,6*M/(fyd*d)$; $A's= 0,6*M/(fyd*d)$

Trave	*1*	*1-2*	*2*	*2-3*	*3*	*3-4*	*4*	*4-5*	*5*	*5-6*	*6*
101											
102											
103											
104											
105											
106											
107											
108											
109											

Per le verifiche a taglio si dispone un armatura minima di un 1 ferro di parete diametro 16 mm e staffe da 8 mm ogni 10 cm , in tutto il nodo trave pilastro esteso per un a lunghezza di 100 cm come prescrivono le buone pratiche costruttive sia nelle travi che nei pilastri; per le travi a spessore si utilizzano staffe a 4 braccia ed 21 ferro di parete. La metodologia esposta rappresenta un metodo per il dimensionamento di edifici ad ossatura spaziale cemento armato con il progetto delle armature.

10- Conclusioni

La modellazione FEM delle strutture in cemento armato fa parte integrante del calcolo strutturale , implementata in software più moderni utile se si esegue una analisi non lineare iterativa che tiene conto della variabilità del modulo elastico e del legame tensione deformazione; Il calcolo lineare elastico consente esclusivamente la determinazione delle tensioni in ogni punto della struttura e armatura in fase elastica e la verifica è alle tensioni ammissibili sia per quanto concerne l'acciaio che il cls , ovvero un controllo dello stato tensionale in fase di esercizio n assenza di azioni sismiche del vento o eccezionali. Il calcolo impegna molta quantità di memoria il computer deve avere una memoria virtuale elevata affinché il software non si blocchi , la guerra informatica impone di eseguire il calcolo disconnessi da internet ma lo spionaggio industriale può sempre intaccare il nostro software e renderlo malfunzionante. I pc come tutte le attrezzature elettroniche e la domotica sono influenzato da poteri mediatici che non sono altro che fotoni e fononi elettromagnetismo che può danneggiare il PC che è una macchina intelligente ed interattiva della quale è opportuno avere del grande rispetto affinché funzioni al meglio. Come già detto nella premessa demandare il calcolo strutturale in genere la intera ingegneria edile architettura a dei software o al pc è riduttivo si deve essere in grado di eseguire almeno un dimensionamento manuale del nostro edificio o un disegno con graphos ma la età e il continuo uso del PC delle smartphone del notebook tablet riducono le nostre abilità la mano diventa tremolante le calcolatrici non vengono più usate , per cui conviene avere conoscenze di informatica ed essere dei buoni cristiani induisti buddhisti o mussulmani in modo da minimizzare i danni derivanti dai poteri mediatici .

Tall buldings

1-Introduzione

2-Impostazione strutturale

3-Le azioni del vento e la regolarità strutturale

4-Analisi sismica

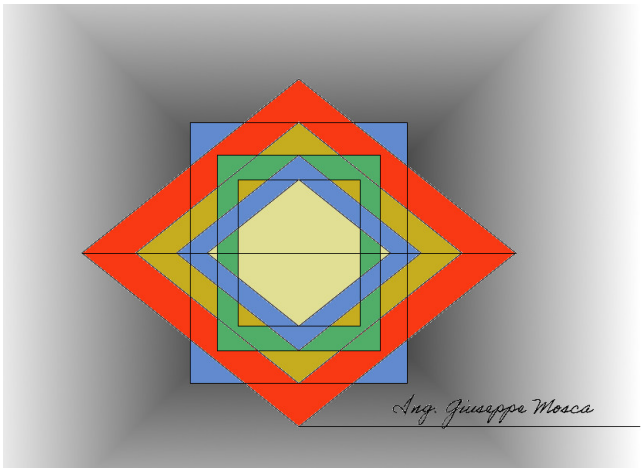
5-Gli impalcati degli edifici alti

6-L'effetto P-Δ

7-Stabilità dell'equilibrio interazione dinamica terreno struttura

8-I nodi di acciaio Trave-Pilastro

9-Conclusioni



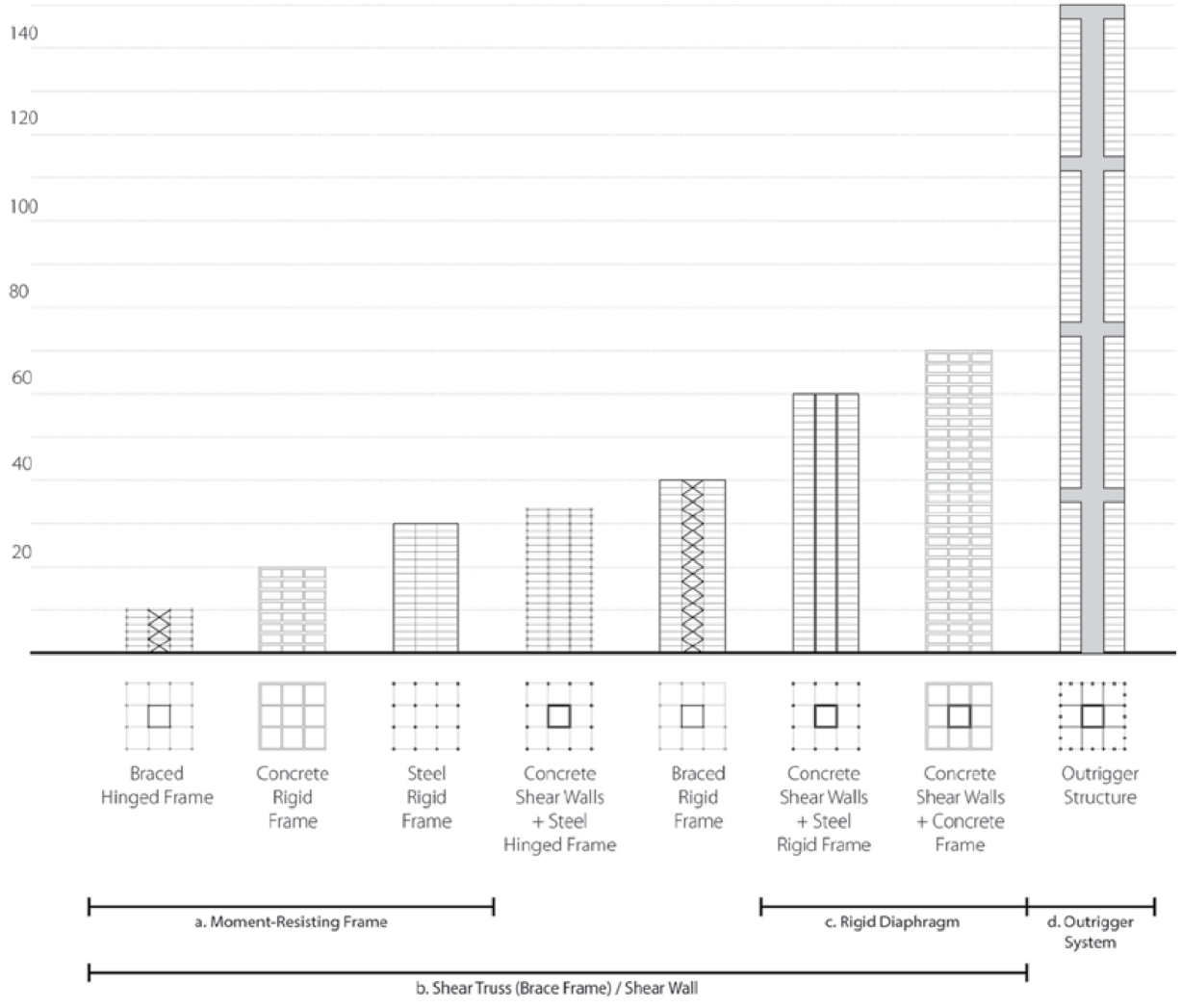
N.B. MI scuso a priori di eventuali imprecisioni o errori che se segnalati contribuiscono al miglioramento degli appunti

1-Introduzione

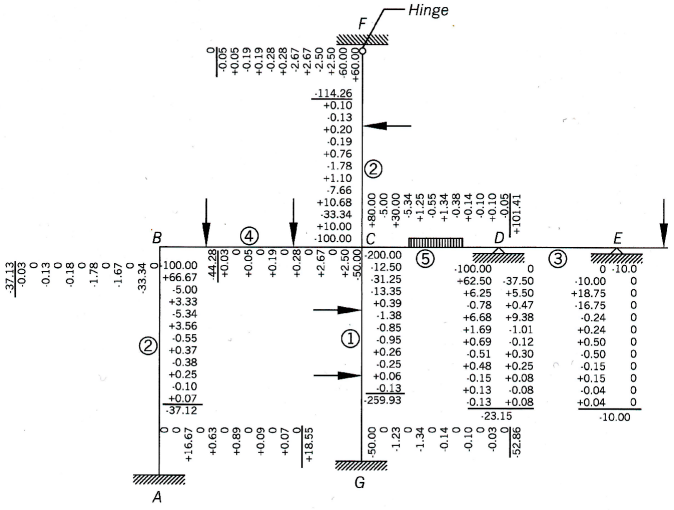
*Gli edifici alti i cosiddetti **grattacieli o skycrapers** , rappresentano delle tipologie edilizie poco utilizzate soprattutto in Italia dove li troviamo in città come Milano Napoli rappresentano degli ottimi investimenti economici salvaguardando l'ambiente naturale poichè come ben sappiamo in Italia il danno ambientale riguarda fondamentalmente il consumo di territorio ovvero la grande porzione di suolo edificata rapportata alla popolazione residente, di conseguenza nella redazione dei PUC ovvero i piani urbanistici comunali va privilegiato lo sviluppo in altezza con aumento delle cubature per mq e riduzione della superficie totale edificata. In questi appunti ci occuperemo delle problematiche strutturali legate alla progettazione di edifici di 30- 40 piani, che concernono la instabilità per azioni oroizzontali quali sisma e vento legate all'effetto P-Δ, la rotazione della fondazione alla base e quindi i problemi di stabilità dell'equilibrio elastico delle torri e la conseguente interazione cinematica terreno struttura , la ripartizione degli sforzi normali nei singoli pilastri che non può avvenire in base alle aree di influenza ma alla rigidezza dei singoli elementi verticali in modo che il carico verticale venga portato dal nucleo centrale e dai setti laterali di irrigidimento. Il calcolo sismico degli edifici prevede la determinazione dei periodi fondamentali di oscillazione in base ai quali determimare la accelerazione Sd(T) che sarà tanto più piccola quanto maggiore è il periodo fondamentale ed essendo l'edificio molto alto , per un oscillatore semplice la rigidezza è tanto più bassa quanto maggiore è la altezza secondo una legge di inversa proporzionalità cubica si intuisce che anche le azioni sismiche sono ridotte ed il calcolo va eseguito per azioni dinamiche del vento e del sisma come per strutture in legno. Per quanto concerne la impostazione strutturale è preferibile utilizzare una struttura in acciaio con setti e nuclei irrigidenti in calcestruzzo armato ,solai misti acciaio calcestruzzo che è più leggera , anzichè interamente in cemento armato , si possono utilizzare pareti di acciaio B-Core per i setti ed il montaggio della nuda struttura in acciaio può avvenire in tempi molto brevi anche qualche settimana riducendo notevolmente i costi di costruzione. Importante per questi edifici è la regolarità strutturale soprattutto in altezza poichè la torsione derivante dal disallineamento verticale dei baricentri delle rigidezza può determinare ad ogni piano delle torsioni aggiuntive che possono in occasione di eventi sismici danneggiare irrimediabilmente il nostro gattacielo come nell'ultimo terremoto quello del Myanmar che ha visto il crollo di molti edifici anche grattacieli*

2-Impostazione strutturale

La struttura di un edificio alto ≈ 25 piani ovvero una altezza di almeno 75 m , la si realizza attraverso elementi di controventamento quali setti , nuclei o controventi i acciaio croci di Sant' Andrea ai quali viene affidata la funzione di assorbimento delle forze orizzontali e pilastri che non sono sollecitati a flessione ma hanno la esclusiva funzione di portare un aliquota ridotta del carico verticale . I nuclei e i setti si rendono necessari poiché il singolo pilastro alla base ovvero al piano terra è molto sollecitato a compressione , di conseguenza la funzione del setto o nucleo è duplice bilanciare le azioni orizzontali e portare una aliquota notevoel del carico verticale attribuendo al solaio una duplice rigidezza flessionale e assiale . Un pilastro al quale corrisponde un area di influenza di 35 mq per un carico a mq di 1200 daN alla base ha uno sforzo normale di circa P=1200x30x35x1,20x1,20 = 1.814.400 daN avendo utilizzato 2 coefficienti di influenza pari a 1,2 ; a questo sforzo normale corrisponde un are di pilastro pari a A_p= 1814000/70 ≈ 26000 cmq un pilastro quadrato di lato circa 160 cm improponibile. Il solaio va modellato come elemento plate-shell senza amplificare la rigidezza dei pilastri , in un solaio misto o prefabbricato di calcestruzzo con predalles senza elementi di allegerimento va modellata la soletta di 25-35 cm come un elemento piastra lastra in grado di deformarsi flessionalmente ripartendo il carico sui setti e nuclei e non sui pilastri.



Un edificio che ha un numero di piani superiore a 50 deve avere anche degli irrigidimenti orizzontali , ovvero dei piani rigidi a flessione come riportato nella figura precedente proprio per la ripartizione del carico verticale . E' preferibile utilizzare dei pilastri metallici di sezione e peso ridotto con grande inerzia profilati quadrati cavi 40x40 , 35x35 o 30x30 cm spessore 1÷2 cm mentre i setti sono realizzati in calcestruzzo armato; al fine di consentire un rapido montaggio i setti e nuclei possono essere realizzati con pannelli B-Core senza getto di calcestruzzo per le pareti ; anche le travi rettangolari sono in acciaio con nodo incastro trave pilastro ed elementi inseriti all'interno del nodo .Nel 1930 Hardy Cross professore di ingegneria strutturale presso The University of Illinois at Urbana Champaign, pubblico l'articolo ***Analysis of Continuous Frames by Distributing Fixed-End Moments*** *che mostrava come determinare l'andamento delle sollecitazioni nei sistemi indeterminati, che all'epoca costituiva il piu difficile problema di analisi strutturale.*



Il metodo utilizzato per molti anni dagli strutturisti attraverso il rilassamento iterativo del nodo partendo dai momenti di incastro perfetto consentiva di determinare le sollecitazioni flettenti ovvero le incognite iperstatiche dei telai a nodi fissi sollecitate dai carichi verticali e da spostamenti orizzontali unitari per telai a nodi spostabili in modo da poter ricavare le rigidezze e quindi la ripartizione tramite un sistema lineare di n equazioni in n incognite quali gli spostamenti degli impalcati

$$F_1 = K_{11}*X_1 + K_{12}*X_2 + K_{13}*X_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots K_{1N}*X_N = m_1*X''_1$$

$$F_2 = K_{21}*X_1 + K_{22}*X_2 + K_{23}*X_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots K_{2N}*X_N = m_2*X''_2$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

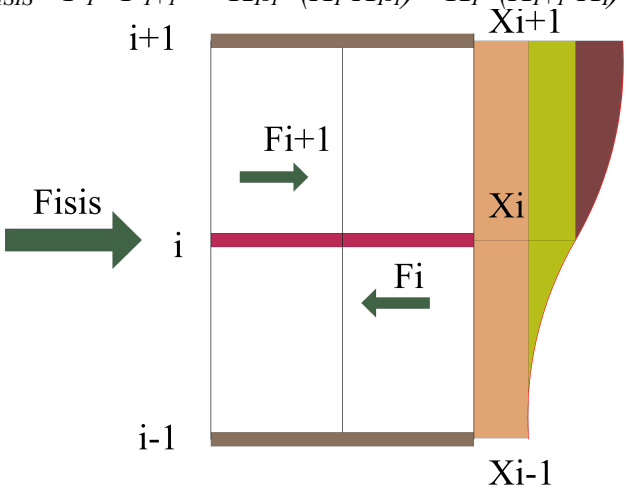
$$F_I = K_{I1}*X_1 + K_{I2}*X_2 + K_{I3}*X_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots K_{IN}*X_N = m_I*X''_1$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

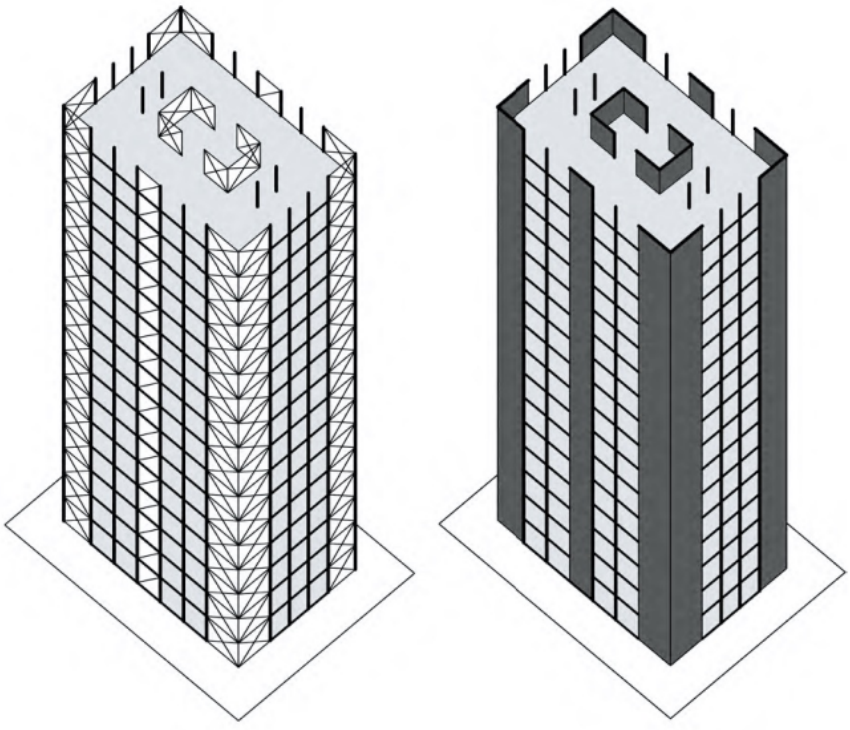
$$F_N = K_{N1}*X_1 + K_{N2}*X_2 + K_{N3}*X_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots K_{NN}*X_N = m_N*X''_N$$

Ogni equazione rappresenta fisicamente l'equilibrio traslazionale di ogni singolo impalcato ed è così descrivibile per l'implacato i-mo :

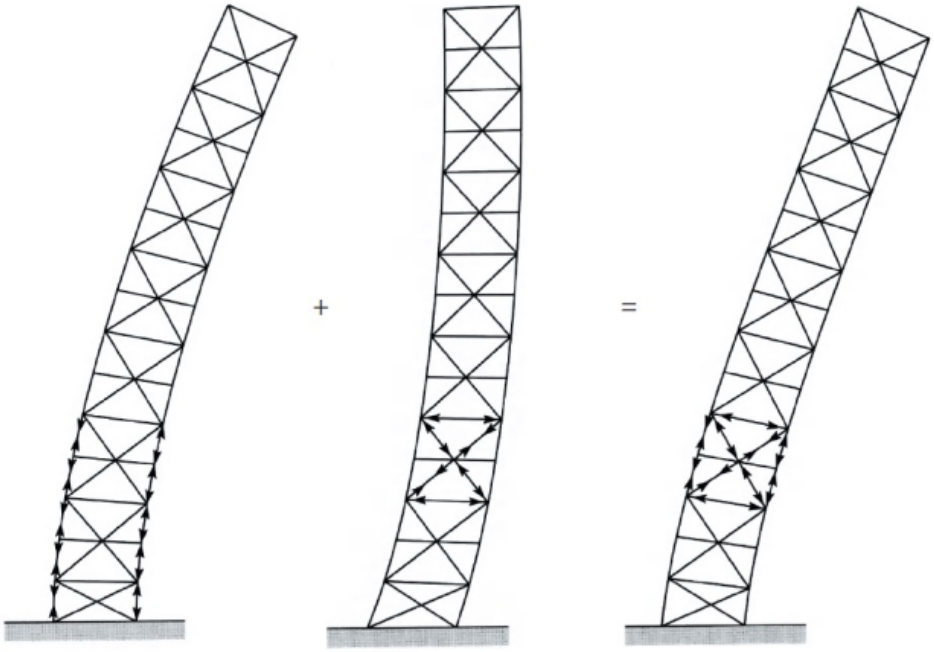
$$F_{ISIS} = F_I - F_{I+1} = K_{I-1}*(X_I - X_{I-1}) - K_I*(X_{I+1} - X_I) = m_I*X''_I$$



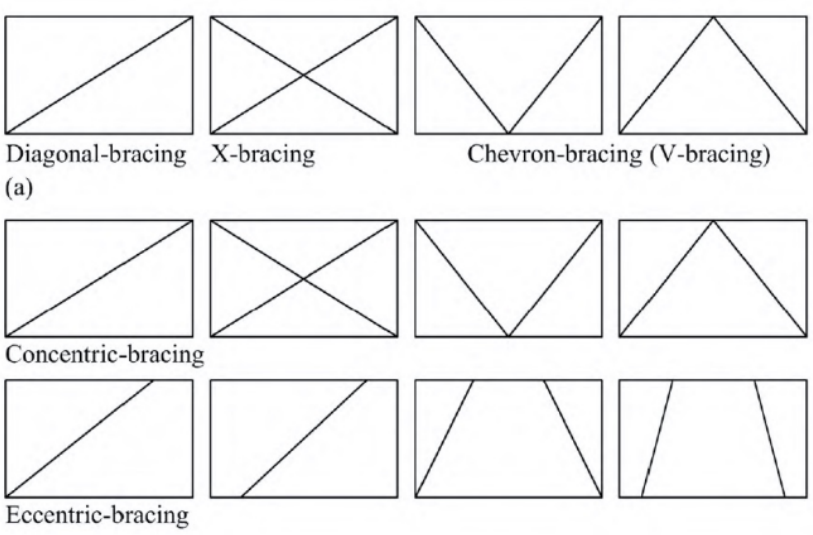
*Le forze sono forze statiche ma potevano trasformarsi in dinamiche attraverso la relazione F = m*a= m*X'' e l'equilibrio traslazionale da statico diventava dinamico. La matrice di rigidezza traslante K del telaio si ottiene dal metodo di Hardy Cross per un telaio reso a nodi fissi ed è pari alla somma dei tagli in ciascun pilastro. Questi metodi di calcolo sono stati utilizzati per le verifiche di edifici alti costruiti prima della II guerra mondiale negli Stati Uniti sollecitati da forze statiche orizzontali quali vento e sisma. Le forze orizzontali vanno sopportate dal nostro edficio vanno predisposti dei controventi che per questioni di regolarità strutturale devono essere simmetrici come in figura*

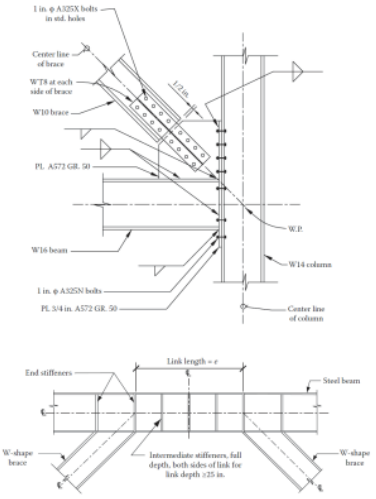


I controventi possono essere realizzati in calcestruzzo ovvero dei nuclei irrigidenti per le scale e dei setti verticali , anche in legno ed hanno una duplice funzione sia di bilanciate le azioni orizzontale in modo che i pilastri siano sollecitati solo a sforzo normale e di ridurre anche lo sforzo normale nel pilastri modellando il solaio come elemento ***plate-shell*** *e non da area di influenza .Un controvento puo essere considerato come una trave reticolare verticale soggetta a forze orizzontali, in cui le colonne si oppongono al momento ribaltante e gli elementi diagonali allo sforzo di taglio. Le deformazioni assiali nelle colonne determinano una deformazione di tipo flessionale con la concavita disposta sottovento e massima pendenza in sommita, mentre le deformazioni assiali negli elementi diagonali determinano una deformazione "tipo taglio" con concavita disposta sopravento con massima pendenza alla base.*

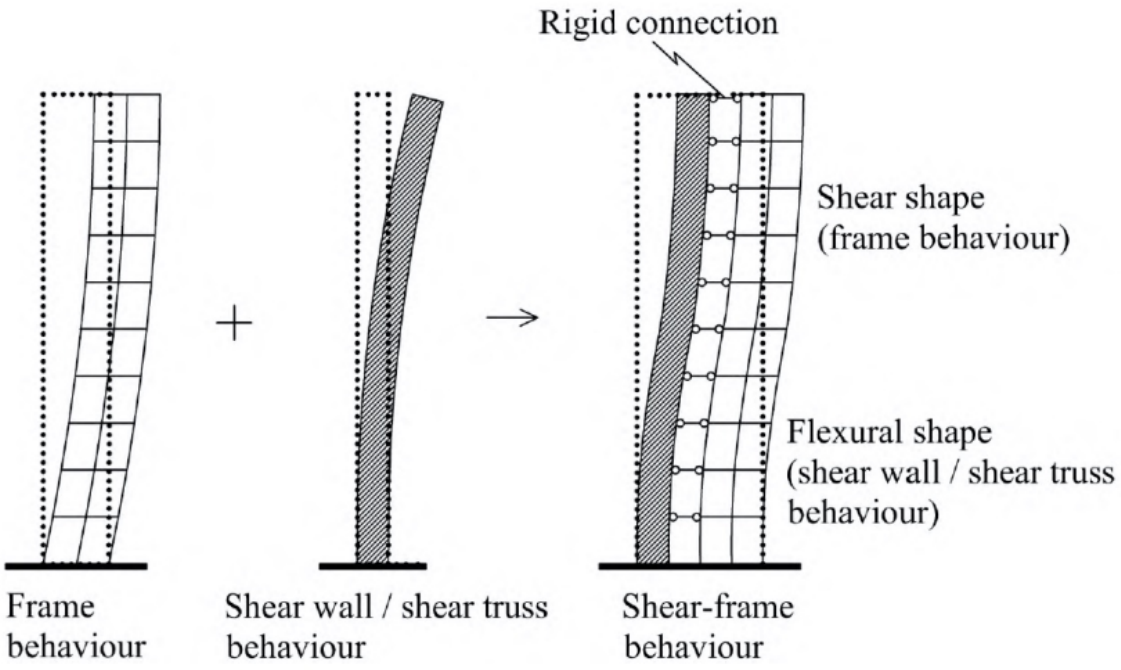


I controventi possono essere eccentrici concentrici funzione della modalità di realizzazione delle aperture.



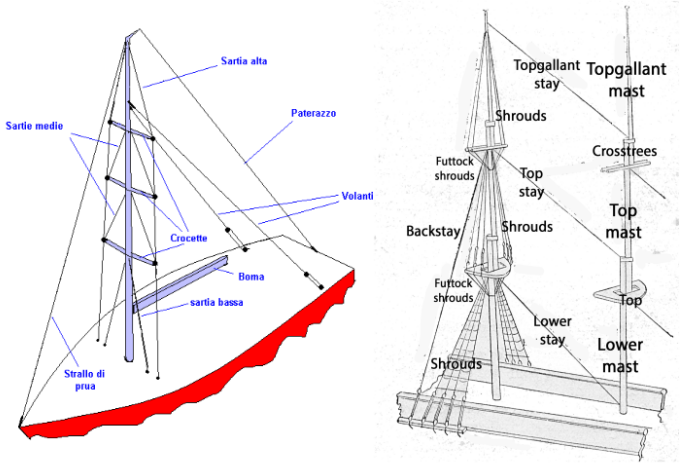


Il setto si comporta come un controvento, la sua interazione con un telaio a nodi rigidi consente una riduzione complessiva degli spostamenti orizzontali mentre u nucleo ha una sua rigidezza torsionale.



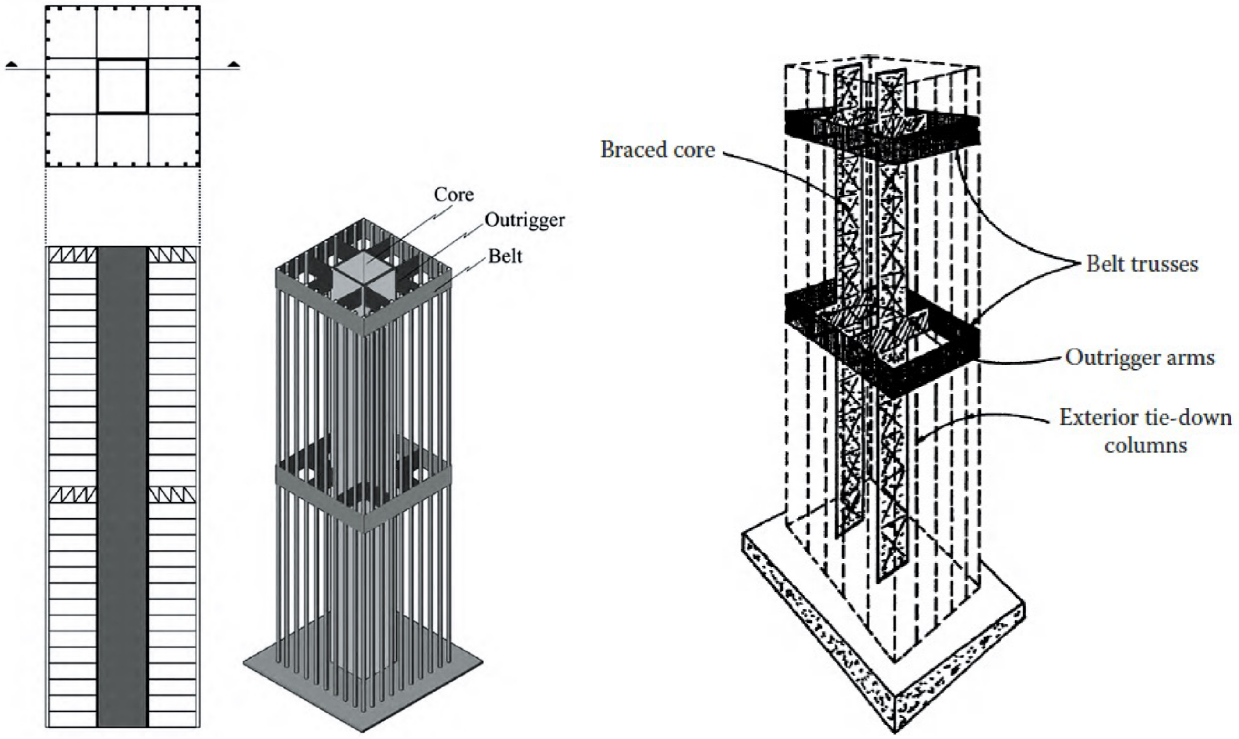
Per edifici molto alti si ha una problematica di instabilità sia dei nuclei che dei setti e vengono inseriti degli elementi orizzontali rigidi definiti ***"stabilizzatori"*** *che modificano lo stato tensionale dei pilastri i quali passano dalla compressione alla trazione trasformandosi in veri e propri tiranti verticali. I sistemi di stabilizzazione sono im-*

piegati nella costruzione di edifici alti da circa 40 anni. Tuttavia, come elementi strutturali hanno una storia molto piu lunga: già negli antichi velieri, infatti, gli stabilizzatori sono stati utilizzati per aiutare le vele a resistere alle azioni del vento e consentire, in tal modo l'uso di alberi maestri il piu snelli possibili. Collegati alle sartie, gli stabilizzatori riducono notevolmente il momento flettente ribaltante alla base dell'albero.

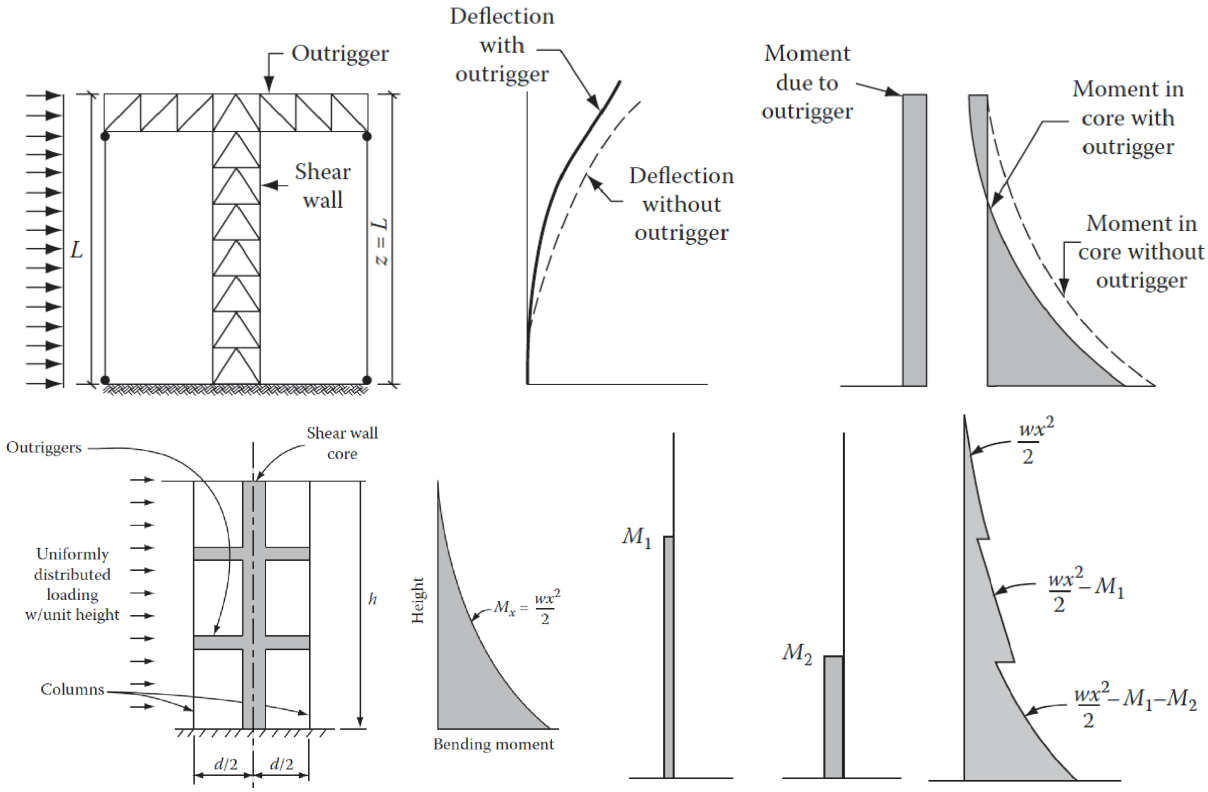


Negli edifici alti il nucleo irrigidente svolge il ruolo dell'albero della nave, mentre le colonne perimetrali, collegate al nucleo attraverso i sistemi di stabilizzazione, hanno la funzione delle sartie. Anche in questo caso i sistemi di stabilizzazione e le colonne perimetrali riducono il momento alla base del nucleo. Di solito gli stabilizzatori sono collegati da una trave perimetrale.

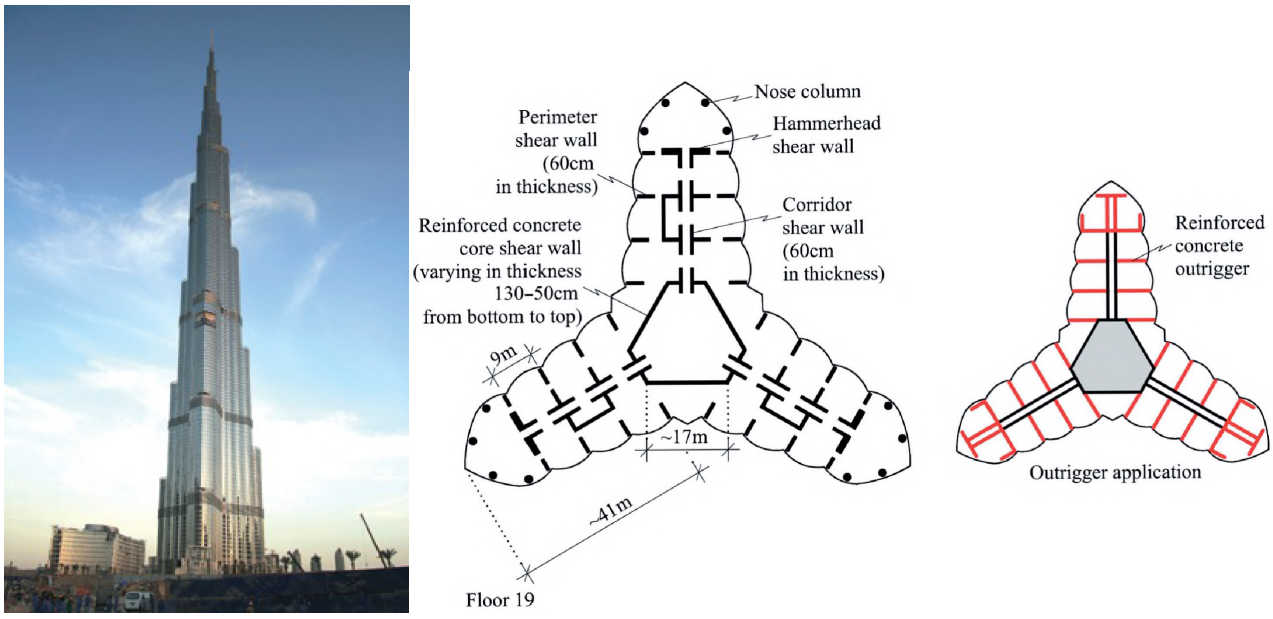
Tipo	Limite del numero di piani	Limite di altezza (m)	Altezza d'interpiano (m)
Telai in acciaio con nucleo irrigidente e stabilizzatori	65	260	4,00
Nucleo irrigidente e stabilizzatori in calcestruzzo armato	110	352	3,20
Nucleo irrigidente e stabilizzatori in composito	110	440	4,00



Il comportamento di un sistema strutturale costituito da un nucleo irrigidente e da stabilizzatori e illustrato nelle seguenti figure.



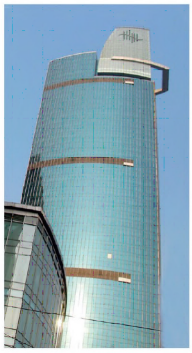
Riportiamo alcuni esempi di stabilizzazione di edifici alti

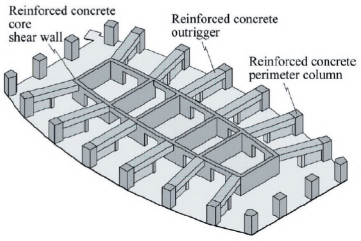


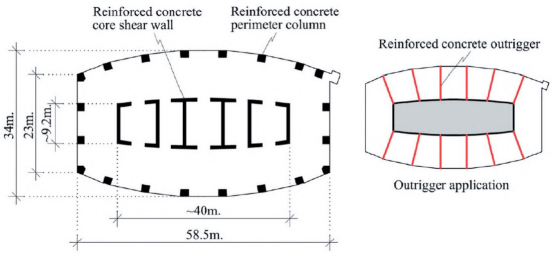
Burj Khalifa, Dubai, 2010

Lo stabilizzatore (a destra colorazione rosso)è evidenziato nello stesso edificio e fa parte integrante della sua architettura ; lo skycraper è alto circa 828 m e ospita residenze . Uffici , hotel centri commerciali e spazi industriali

Per il plaza di Shangay

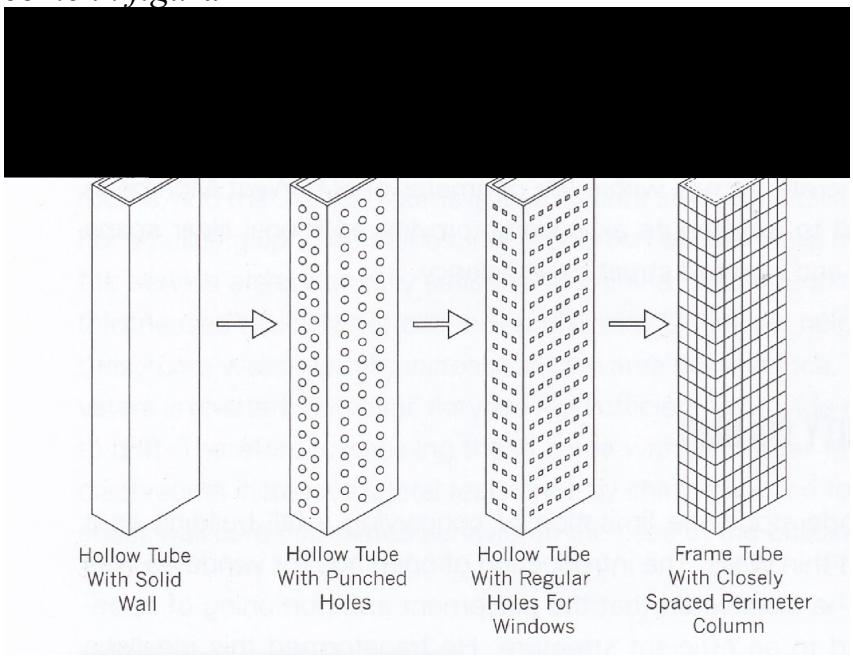




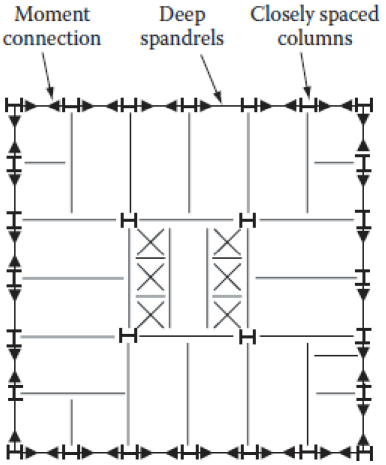


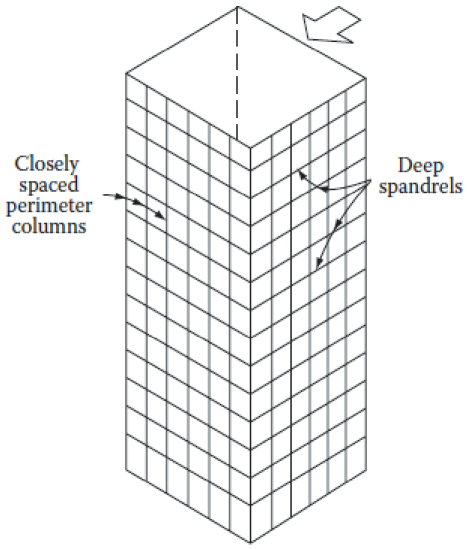
Sistemi a tubo

I sistemi a tubo sono costituiti da un telaio perimetrale che presenta delle aperture- come in figura

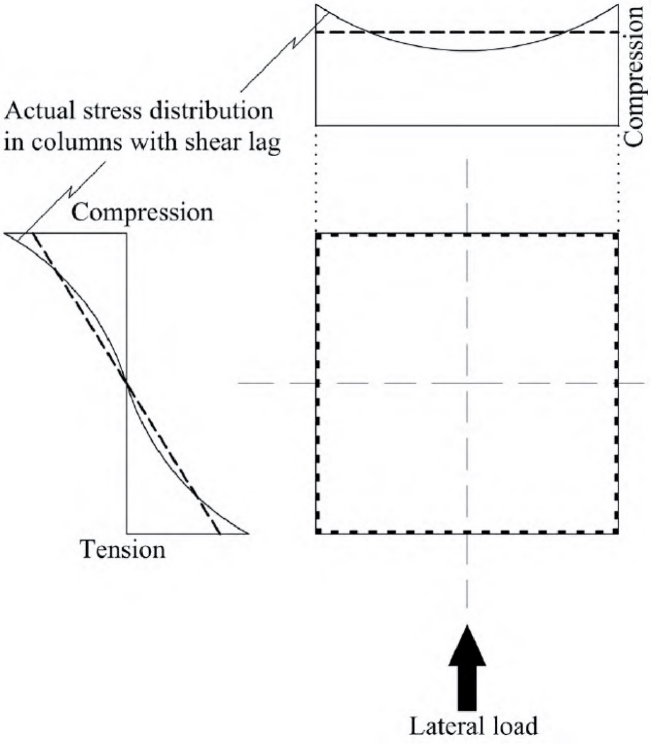


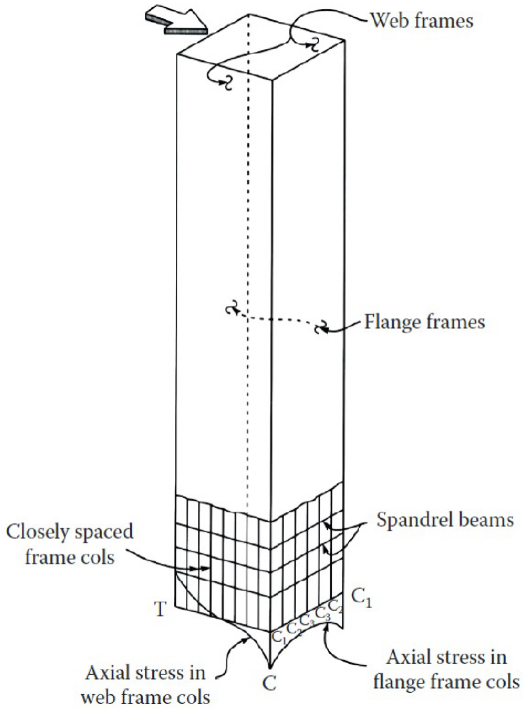
La maglia strutturale dei pilastri affinchè il funzionamemto sia a tubo deve aver interasse ridotto , in genere vengono inseriti dei controventi



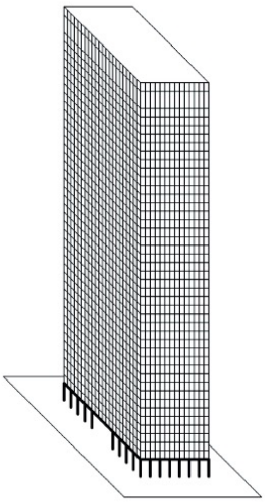


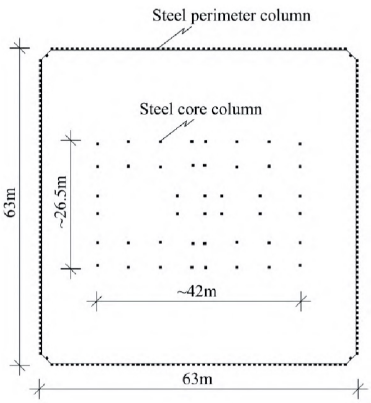
*Un sistema strutturale si considera **efficiente** quando per la sua realizzazione si impiega una quantità minima di materiale. Per un sistema a tubo l'efficienza strutturale e legata alla distribuzione degli sforzi alla base per effetto di azioni orizzontali. Piu la distribuzione e simile a quella di un tubo in parete piena, piu il sistema strutturale e efficiente. Nei sistemi a tubo, la deformazione flessionale delle travi di collegamento e delle colonne determina una disuniformita degli sforzi nelle colonne perimetrali (**shear lag**). Cio implica che le colonne intermedie non sono sollecitate al massimo della loro resistenza. Per aumentare l'efficienza strutturale, le colonne perimetrali devono essere disposte con un interasse il piu piccolo possibile e le travi di collegamento devono avere la maggiore rigidezza flessionale possibile.*





GURE 3.52 The Plaza on Dewitt, Chicago, USA, 1966





GURE 3.55 World Trade Center Twin Towers, New York, USA, 1972

Sistemi a fascio di tubi *hanno una evidente irregolarità in altezza ma esulano dalle NTC 2018 e dalla circolare in essa gli* ***skycrapers*** *che sono delle eccellenze strutturali non vengono contemplati tra i sistemi costruttivi , esclusivamente i sistemi a nucleo e con* ***controventi eccentrici e concentrici****.*

Costruzioni di calcestruzzo

- *Strutture a telaio, a pareti accoppiate, miste*
- *Strutture a pareti non accoppiate*
- *Strutture deformabili torsionalmente*
- *Strutture a pendolo inverso*
- *Strutture a pendolo inverso intelaiate monopiano*

Costruzioni in acciaio

- *Strutture intelaiate*
- *Strutture con controventi eccentrici*
- *Strutture con controventi concentrici a diagonale tesa attiva*
- *Strutture con controventi concentrici a V*
- *Strutture a mensola o a pendolo inverso*
- *Strutture intelaiate con controventi concentrici*
- *Strutture intelaiate con tamponature in murature*

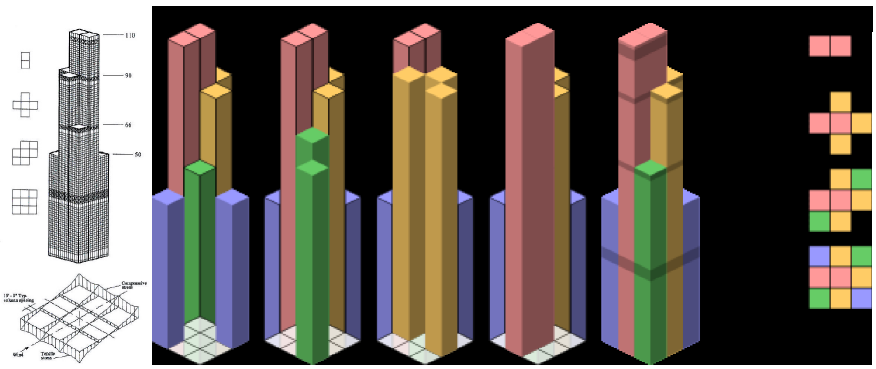
Costruzioni prefabbricate in calcestruzzo

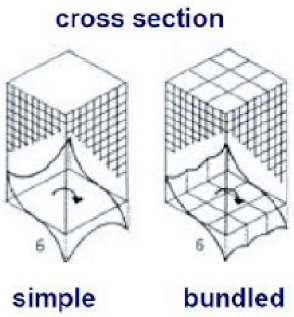
- *Strutture a pannelli*
- *Strutture monolitiche a cella*
- *Strutture con pilastri incastrati e orizzontamenti incernierati*

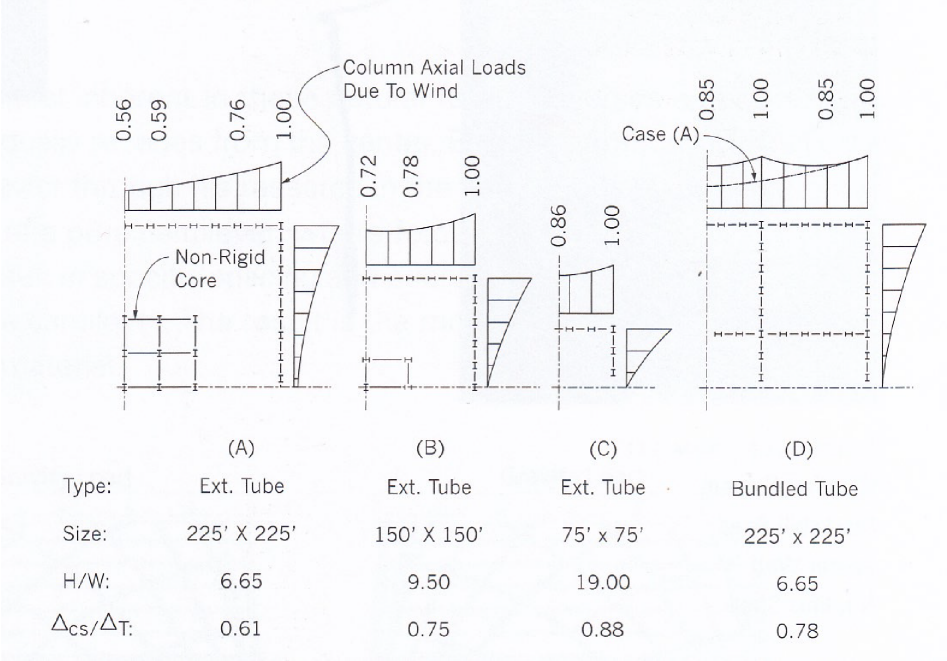
Costruzioni in legno

- *Pannelli di parete a telaio leggero chiodati con diaframmi incollati, collegati mediante chiodi, viti e bulloni*
- *Strutture reticolari iperstatiche con giunti chiodati*
- *Portali iperstatici con mezzi di unione a gambo cilindrico*
- *Pannelli di parete a telaio leggero chiodati con diaframmi chiodati, collegati mediante chiodi, viti e bulloni.*
- *Pannelli di tavole incollate a strati incrociati, collegati mediante chiodi, viti, bulloni*
- *Strutture reticolari con collegamenti a mezzo di chiodi, viti, bulloni o spinotti*
- *Strutture cosiddette miste, ovvero con intelaiatura (sismo-resistente) in legno e tamponature non portanti*
- *Strutture isostatiche in genere, compresi portali isostatici con mezzi di unione a gambo cilindrico, e altre tipologie strutturali*

Vengono realizzati anche edifici alti in legno dove il simbolismo psoicoanalitico fallico dell'albero ha una sua predominanza, le NTC 2018 e la circolare non riportano i sistemi costruttivi per i grattacieli che assumono le forme più svariate e sono obbligati in questo poichè hanno una funzione di dominio e controllo del territorio. Per questa tipologia di edifici valgono delle norme internazionali neozelandesi statunitensi europee giapponesi cinesi e del mondo arabo ect che sono società all'avanguiardia nella progettazione strutturale e nel design : negli Stati uniti i grattacieli venivano costruiti dal 1930 in Italia a Milano nel dopoguerra anni 56-60 ***(Pirellone)***







	(A)	(B)	(C)	(D)
Type:	Ext. Tube	Ext. Tube	Ext. Tube	Bundled Tube
Size:	225' X 225'	150' X 150'	75' x 75'	225' x 225'
H/W:	6.65	9.50	19.00	6.65
Δ_{cs}/Δ_T:	0.61	0.75	0.88	0.78

Sistemi a nucleo centrale

Sono utilizzati in edifici in calcestruzzo armato. Il nucleo resiste alle azioni orizzontali e deve essere sufficiente rigido da contenere gli spostamenti orizzontali entro limiti accettabili. I solai sono realizzati o tutti a sbalzo, o a moduli in cui le colonne perimetrali sono sostenute dal solaio inferiore, particolarmente rinforzato.

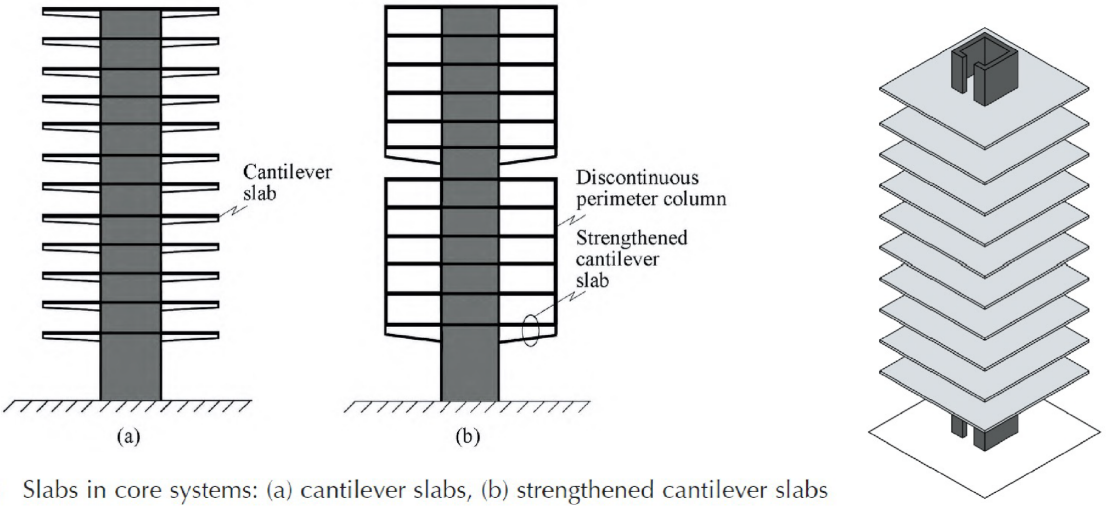


FIGURE 3.8 Slabs in core systems: (a) cantilever slabs, (b) strengthened cantilever slabs

In questo sistema strutturale l'impalcato deve avere una sua adeguata rigidezza flessionale in modo da riportare le sollecitazioni sul nucleo centrale e scaricare i pilastri verticali dallo sforzo normale

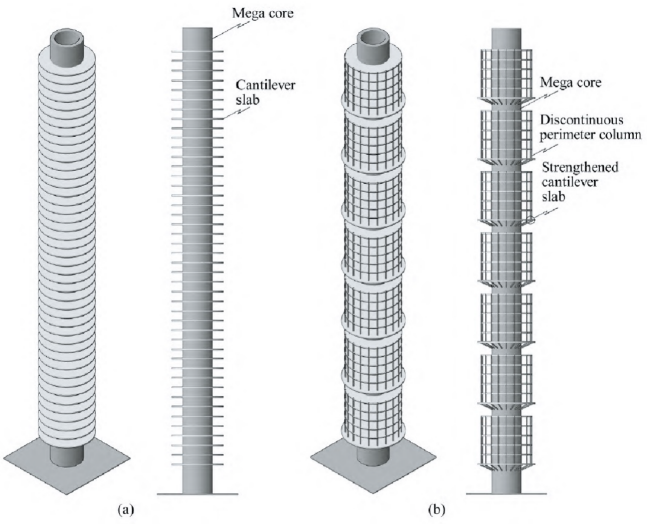
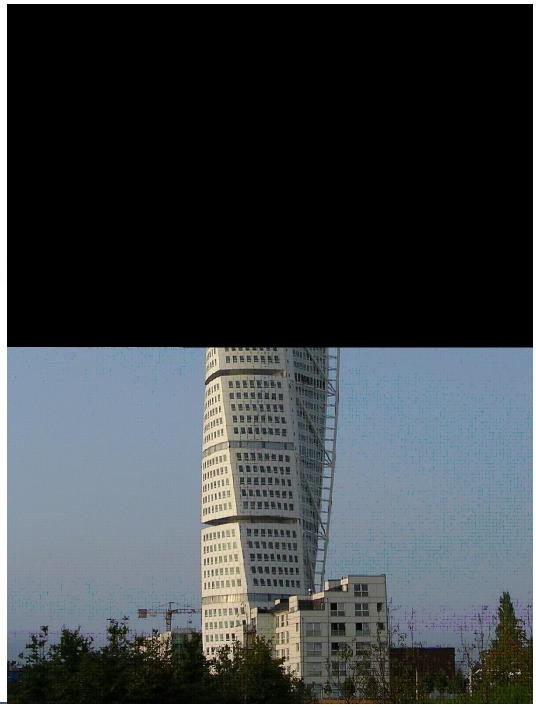
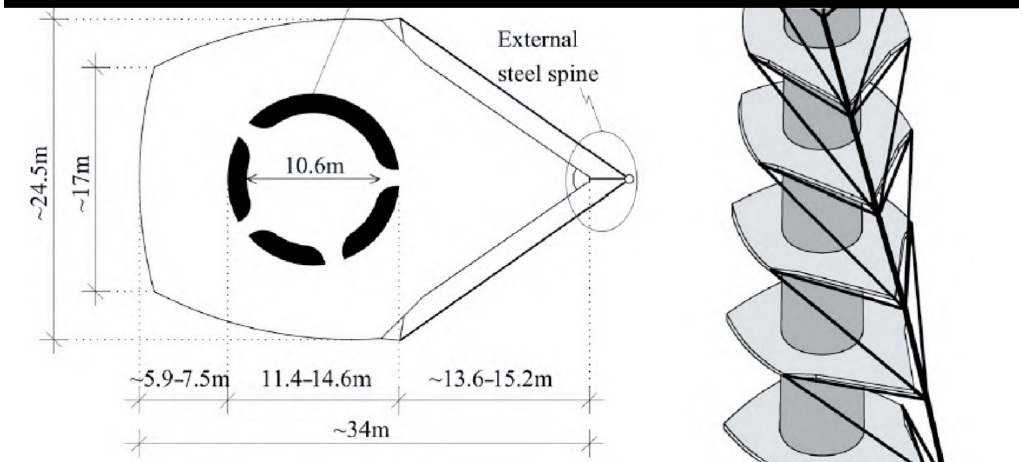
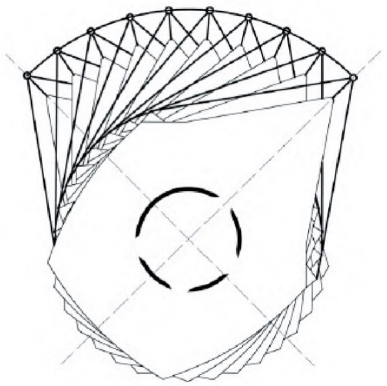
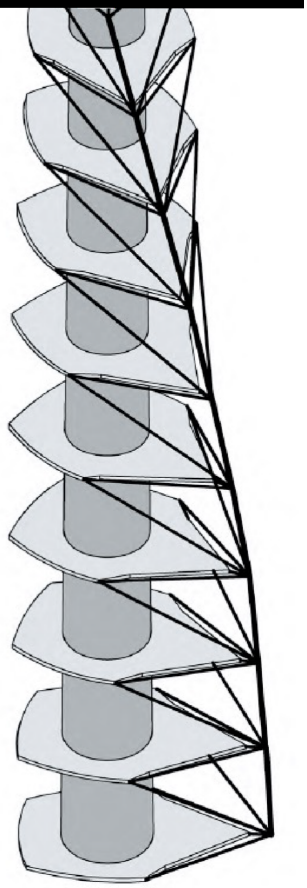


FIGURE 3.25 Slabs in the mega core system: (a) cantilever slab, (b) supported









Sistemi con mega colonne e mega telai

Questi sistemi sono costituiti da colonne o pareti di taglio, in calcestruzzo armato o in composito, aventi una sezione trasversale molto piu grande del normale e che si estendono per tutta l'altezza dell'edificio. In questi sistemi, i collegamenti trasversali tra i mega-elementi verticali sono di primaria importanza per il raggiungimento di un'adeguata rigidezza e resistenza laterale. A tale scopo si possono utilizzare o mega-controventi o travi perimetrali, reticolari o ***vierendeel.***

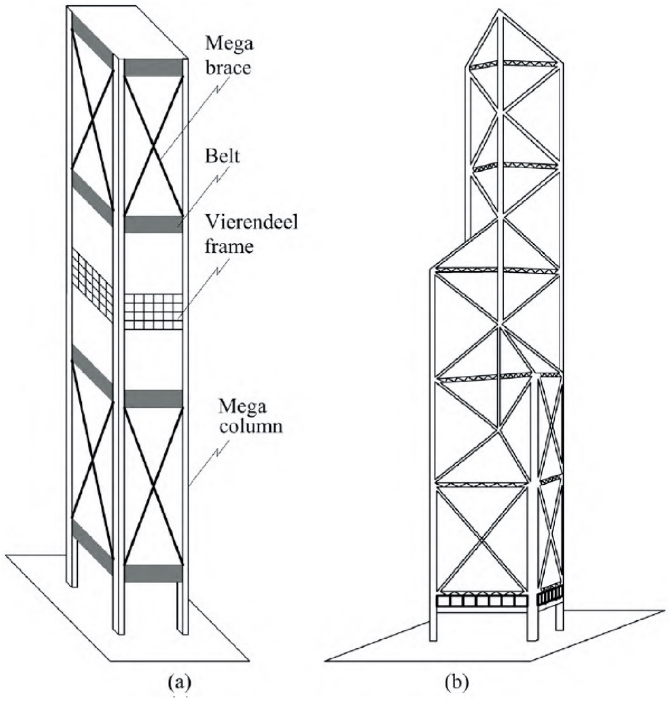
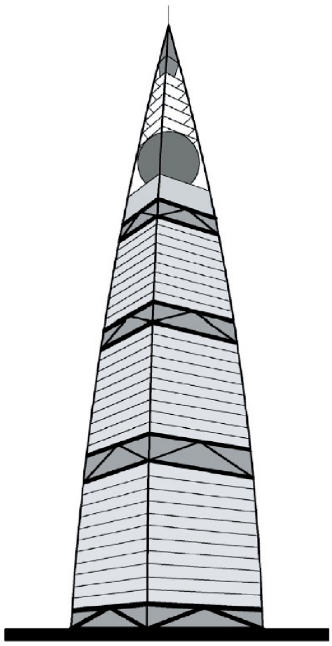
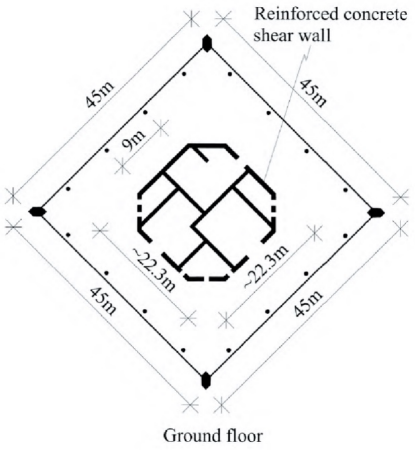
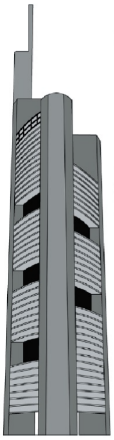
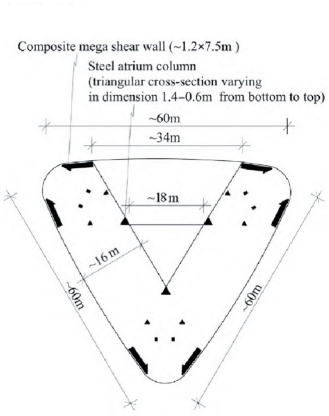


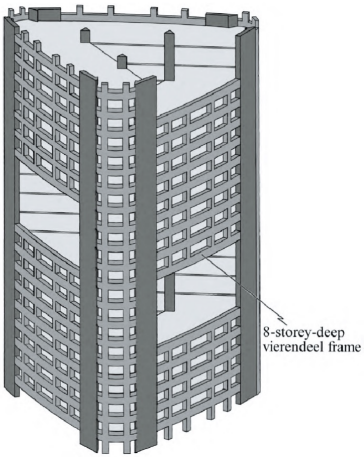
FIGURE 3.21 Mega column (mega frame, space truss) system





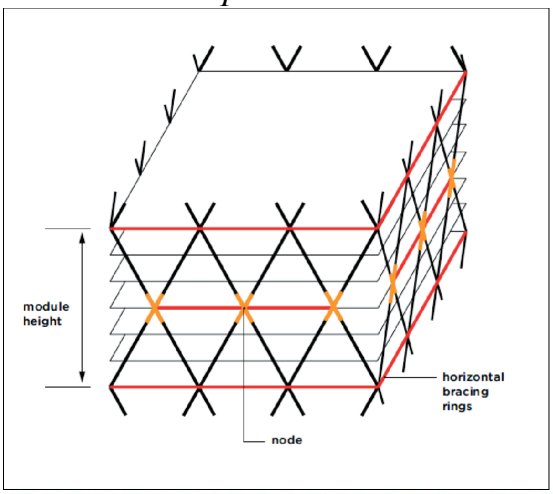


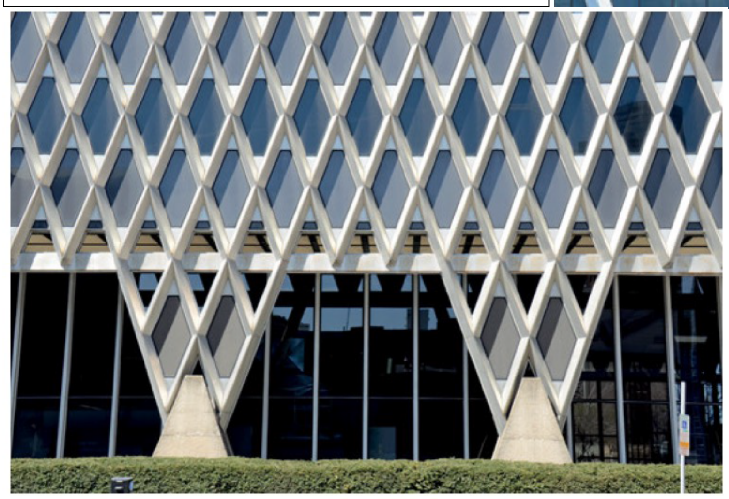


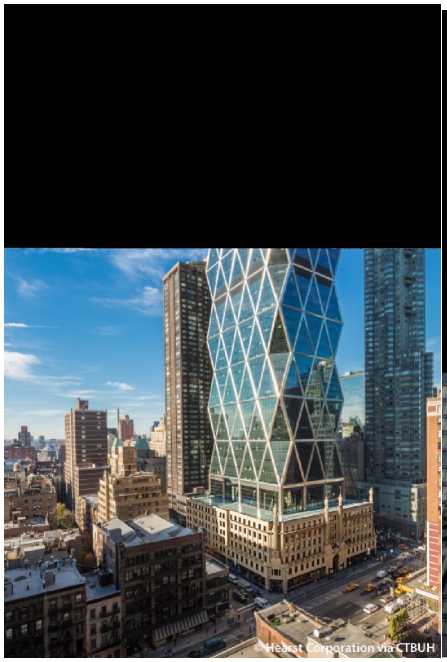


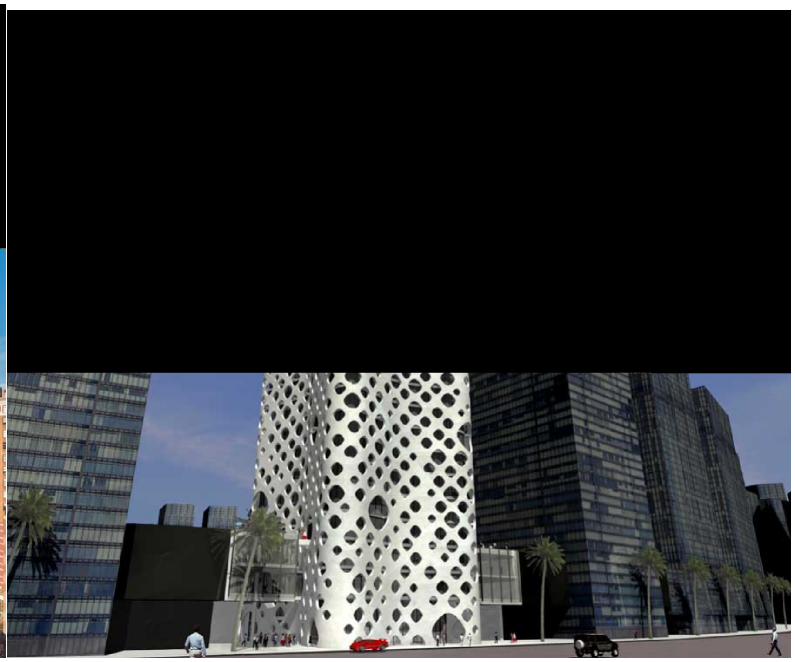
Sistemi diagonal grid

Il termine diagrid e un acronimo per indicare i sistemi a griglia diagonale. Il sistema e costituito da elementi inclinati, normalmente in acciaio, collegati tra di loro in punti nodali. La griglia e disposta lungo il perimetro dell'edificio e consente di sostenere sia i carichi verticali sia quelli orizzontali, eliminando la necessita delle colonne verticali che hanno, in se, una modesta capacita di opporsi alle forze verticali.Il sistema e molto efficiente, perche riduce la flessione negli elementi strutturali, consentendo un notevole risparmio di materiale.

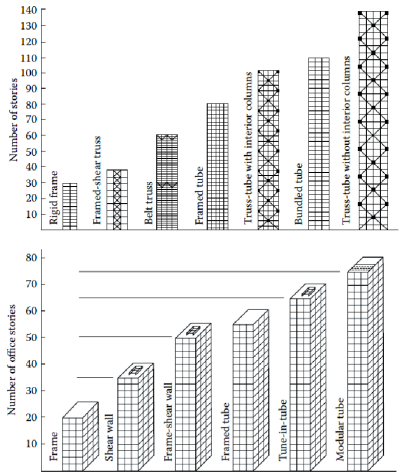








I principali sistemi strutturali



gure 2.3 Classification of tall building structural systems. (After Khan, FR. 1969. Recent structural systems in steel for high-rise buildings. *Proceedings of the British Constructional Steelwork Association Conference on Steel in Architecture*. British Constructional Steelwork Association, London, pp. 24–26; Ali, M.M. and Moon, K.S. 2007. *Architectural Science Review*, 50.3: 205–223. Courtesy of Taylor & Francis.)

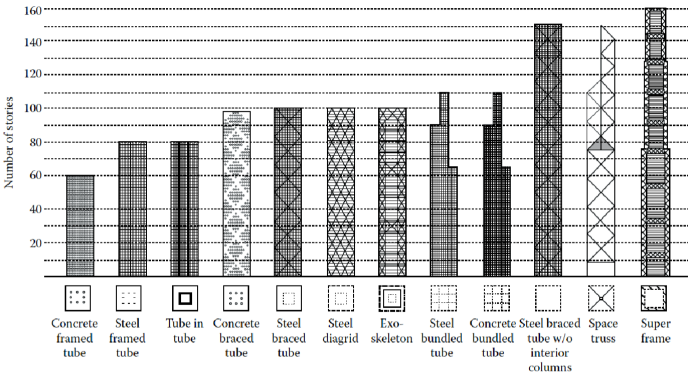
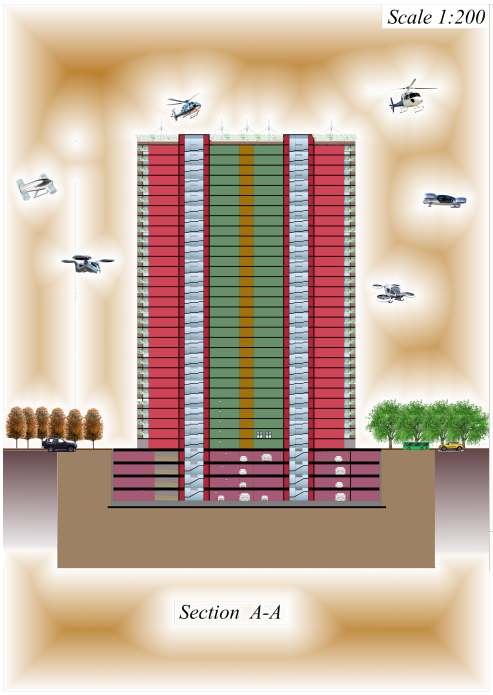
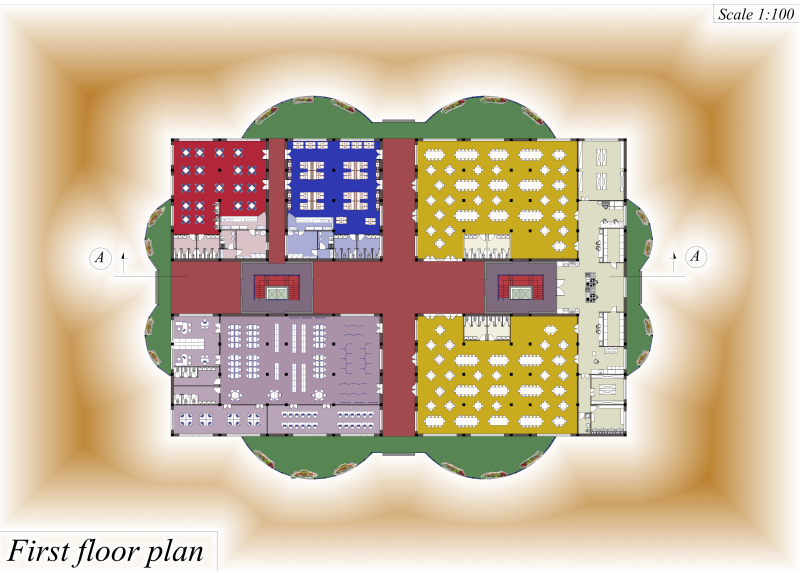


Figure 2.5 Exterior structure types. (Adapted from Ali, M.M. and Moon, K.S. 2007. *Architectural Science Review*, 50.3: 205–223. Courtesy of Taylor & Francis.)

Per quanto concerne gli skycrapers sono da menzionare i progetti in essere da mettere in cantiere per Napoli quale la nuova sede regionale della Campania

In questi appunti ci occupiamo di edifici alti con un numero di piani oscillante tra i 20 ÷40 contemplati dalle NTC 2018 per i quali valgono tutte le prescrizioni delle norme tecniche sulle costruzioni dalla azione del vento alle azioni sismiche regolarità in altezza e pianta , l'effetto P-Δ e la stabilità rotazionale di fondazione dell'equilibrio. Il sistema costruttivo è misto pareti e nuclei di cemento armato e pilastri travi e solai in acciaio con disposizione simmetrica dei controventi come l'edificio riportato in figura:

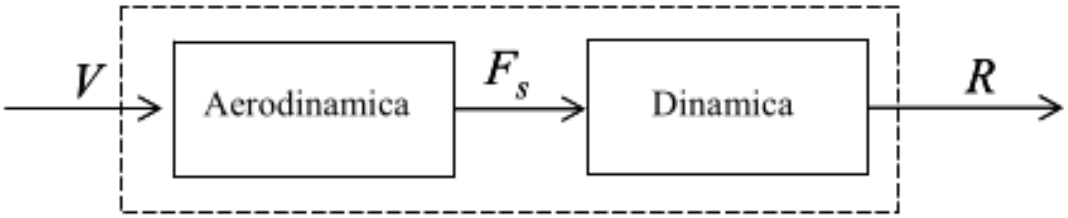




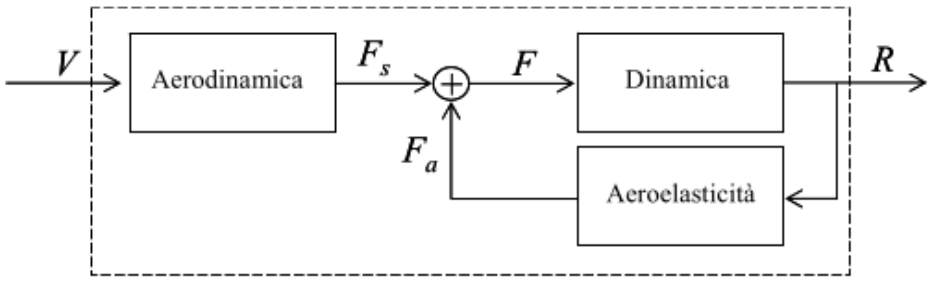
Edificio dove prevale la sicurezza statica non solo sismica ma relativa al crollo che può essere causato da un urto quali aerei o dirigibili e conseguente incendio; si pongono per questi edifici delle problematiche non solo di accesso , a Dubay negli skycrapers si accede con l'elicottero o con il taxy volante che ha delle piattaforme di atterraggio ma anche di rapida evacuazione in occasione di eventi sismici incendio ect ogni alloggio o spazio sia esso destinato ad ufficio hotel attività commerciale deve avere il suo posto macchina volante in modo che si possa evacuare rapidamente il grattacielo in occasione di un evento eccezionale sia esso bellico o un terremoto potendo volare senza cadere a terra .

3-Le azioni del vento e la regolarità strutturale

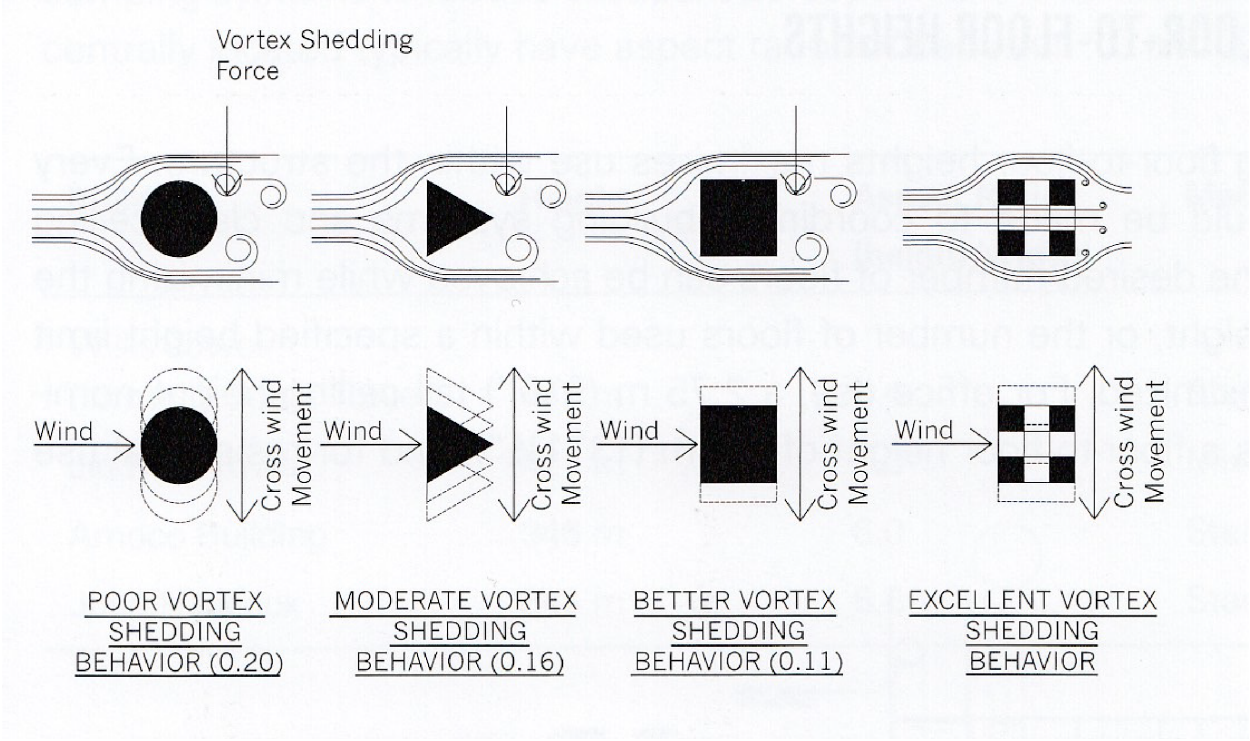
In Italia le azioni del vento sono ampiamente descritte nelle ***Istruzioni per la valutazione delle azioni e degli effetti del vento sulle costruzioni CNR-DT 207/2008,*** *dove i fenomeni meteorologici che avvengono nell'atmosfera terrestre sono prodotti dalle radiazioni del Sole. Queste danno luogo a regimi termici e a campi di pressione responsabili di movimenti delle masse d'aria, che sono generalmente classificati in funzione della loro scala spaziale e temporale. L'analisi delle azioni e degli effetti del vento sulle costruzioni è fondata sulla valutazione della velocità del vento V nel sito della costruzione e tratta il vento come una componente di un più vasto e complesso sistema atmosferico e meteorologico. Assumendo inizialmente la costruzione fissa e indeformabile, il vento V esercita sulla costruzione nel suo complesso, e sui suoi singoli elementi componenti, un sistema di azioni aerodinamiche Fs, funzioni della forma, dell'orientamento e delle dimensioni del corpo investito. Ammettendo che la struttura sia sottoposta a spostamenti causati dal vento, ma che tali spostamenti siano tanto piccoli che lo stato del sistema si possa identificare con la configurazione iniziale, la risposta R può essere determinata con i metodi classici dell'analisi strutturale ; tale risposta è di tipo statico per le strutture rigide e smorzate; è di tipo dinamico per le strutture flessibili e/o poco smorzate. La Figura illustra la catena dei passaggi che trasformano la velocità del vento V nella risposta R della struttura.*



In realtà, soprattutto nel caso delle strutture leggere, flessibili e/o poco smorzate, caratterizzate da una forma aerodinamica suscettibile alle azioni del vento, gli spostamenti e le velocità del moto della struttura sono talvolta così grandi da causare fenomeni di interazione vento-struttura, detti aeroelastici o di feedback, che modificano il vento incidente V, le azioni aerodinamiche Fs e la risposta R. Tali fenomeni sono generalmente schematizzati ammettendo che il vento induca sulla struttura azioni complessive $F = F_S + F_A$ *dove* F_S *sono le azioni aerodinamiche esercitate dal vento sulla struttura fissa,* F_A *sono le azioni aeroelastiche o auto-eccitate dovute al moto della struttura. La Figura illustra l'evoluzione dello schema della figura precedente alla luce di questi concetti.*



Il legame che intercorre tra causa e risposta dipende dal comportamento dinamico dell'edificio e dalla sua aereolasticità assume quindi importanza la forma del nostro edificio .La massa d'aria in movimento esercita una pressione sulla parte dell'edificio direttamente investita e provoca una depressione su quella opposta. Sulle parti parallele alla direzione del vento si ha un'azione di trascinamento. Molto importante e anche l'effetto dell'eventuale distacco di vortici, che provoca l'effetto di forze variabili trasversali. Le azioni del vento sono di tipo dinamico (variabili nel tempo) e determinato una vibrazione dell'intero edificio, influenzando le condizioni di confortevolezza al suo interno.



I venti hanno la seguente classificazione

Tabella 2.I - Classificazione dei fenomeni eolici.

Circolazione primaria	Alisei	
	Venti occidentali	
	Venti orientali	
Circolazione secondaria	Cicloni	Extra-tropicali
		Tropicali
	Anti-cicloni	
	Monsoni	
Venti locali	Legati a particolari condizioni geografiche	Brezze
		Föhn
		Venti catabatici (bora, ...)
	Venti legati a particolari condizioni atmosferiche	Venti frontali
		Downburst
		Tornado o tromba d'aria

Per rappresentare la configurazione del vento in un ciclone extra-tropicale, si prendano in esame due fasce atmosferiche di diverse proprietà. Si definisce altezza del gradiente la quota Z_g sopra la quale il vento non risente della forza d'attrito del suo-

lo; essa varia fra 1000 m e 3000 m in funzione della velocità del vento e della scabrezza del suolo, espressa da un parametro Z_0 detto lunghezza di rugosità. La fascia atmosferica fra la superficie terrestre e l'altezza del gradiente è chiamata strato limite atmosferico. Sopra l'altezza del gradiente si estende l'atmosfera indisturbata. La velocità del vento nell'atmosfera indisturbata è costante, è detta geostrofica ed è indicata con il simbolo Vg. Essa è diretta parallelamente alle isobare, ed è tanto maggiore quanto più le isobare sono ravvicinate. Nello strato limite atmosferico l'aria risente della forza d'attrito esercitata dal suolo, opposta alla velocità del vento V. Tale forza è nulla all'altezza del gradiente e aumenta in direzione del suolo, causando una riduzione della velocità. Ne scaturisce un profilo della velocità rastremato al quale si sovrappone, sempre per effetto dell'attrito, una fluttuazione tridimensionale della velocità a media nulla, detta turbolenza atmosferica . Essa è massima in prossimità del terreno, mentre tende ad estinguersi all'altezza del gradiente.

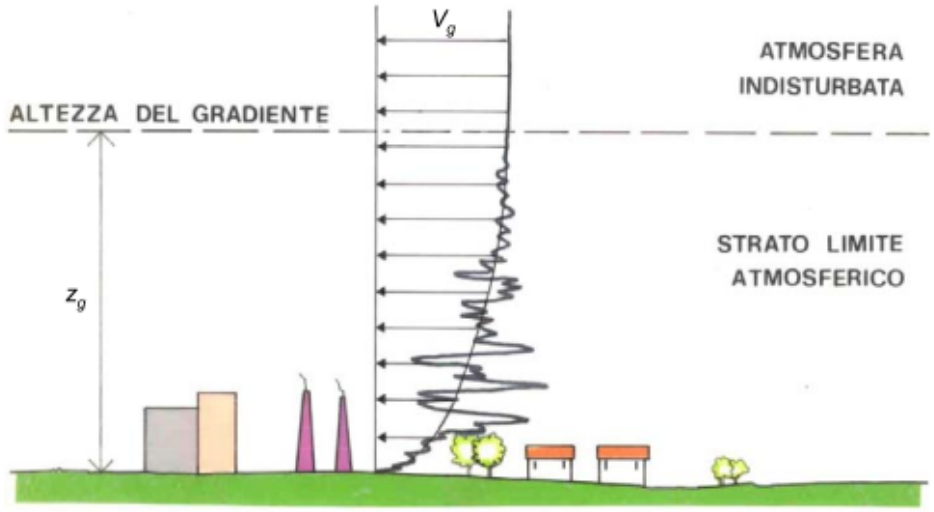


Figura 2.11 - Profilo della velocità media del vento e turbolenza atmosferica.

Il profilo verticale della velocità media del vento nel sito della costruzione è espresso mediante una funzione deterministica della scabrezza del suolo e della sua topografia. Si prenda dapprima in esame il caso di un terreno pianeggiante, di uniforme scabrezza, idealmente indefinito. Lo strato limite atmosferico è suddiviso in due regioni chiamate strato limite interno ed esterno. Lo strato limite interno è compreso fra la superficie del terreno e una quota Z_S di circa 200 m; la velocità media ha un profilo logaritmico funzione della lunghezza di rugosità Z_0. Lo strato limite esterno si estende fra le quote ZS e ZG; la velocità media alla quota ZS si raccorda con la velocità geostrofica VG, secondo un andamento complesso (a forma di spirale). L'ingegneria del vento applica questi concetti nel modo seguente. Nota la velocità di riferimento VR e la relativa lunghezza di rugosità, da queste si ricava la velocità geostrofica VG. Si ammette che tale valore, indipendente dalla scabrezza del suolo, si mantenga invariato su ampie estensioni territoriali. Partendo da VG, è quindi possibile tornare nello strato limite interno e determinare il profilo della velocità media associato alla scabrezza locale del terreno . Le Istruzioni forniscono gli elementi per svolgere tale operazione e la loro applicazione è limitata ai primi 200 m (60 piani) di altezza dove

la direzione del vento si mantiene costante e il profilo della velocità media è logaritmico.

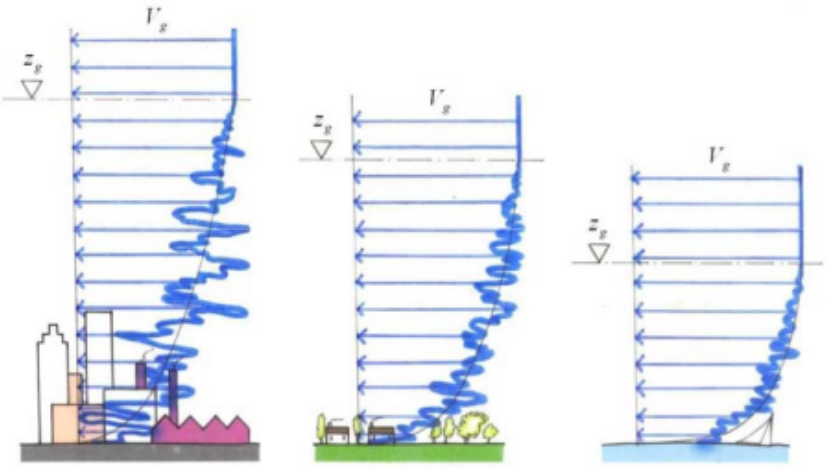


Figura 2.15 - Profilo della velocità media del vento in siti con diversa rugosità del terreno.

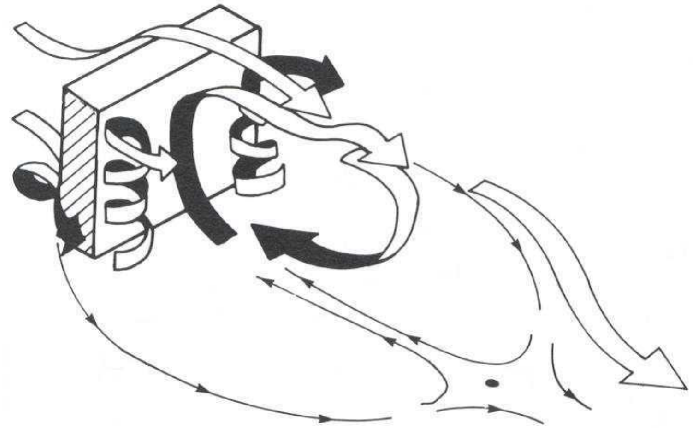
Nella realtà la situazione reale è complicata da due fattori. In primo luogo non esistono aree indefinite di uniforme scabrezza, ma la rugosità del terreno muta in maniera complessa da sito a sito. Inoltre, il territorio ha una conformazione topografica spesso lontana dal caso ideale di zona pianeggiante.

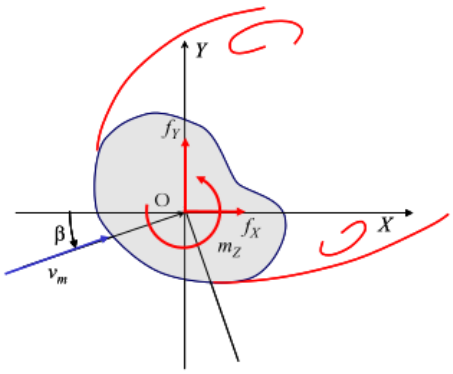
-Aereodinamica delle costruzioni

Si consideri un corpo fisso e indeformabile immerso nel vento. Si possono individuare due effetti collegati:

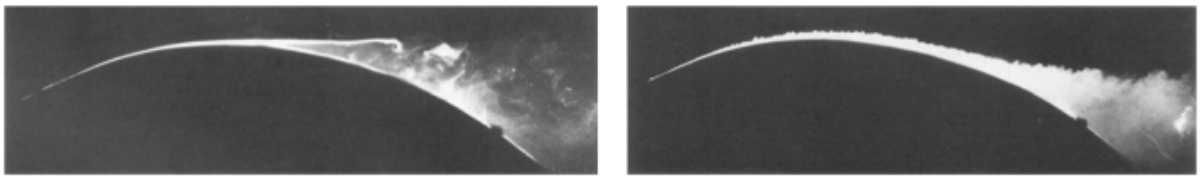
-Il corpo modifica il flusso alterandone la configurazione locale;
-Sulla superficie del corpo nasce una pressione P differente dalla pressione statica P_0 del flusso indisturbato.

La superficie del corpo è pertanto sottoposta a un'azione aerodinamica legata, nel suo complesso, alla variazione della pressione sulla sua superficie, $p=P-P_0$. La rappresentazione del fenomeno fisico cambia a seconda che il fluido abbia proprietà tipicamente tridimensionali, oppure possa essere ricondotto, almeno lontano dalle zone di bordo, a un regime bidimensionale nel piano della sezione trasversale.





In entrambi i casi, sulla superficie del corpo esposta al flusso incidente si realizza un sottile strato limite di natura laminare o turbolenta , in funzione del numero di Reynolds Re e della scabrezza superficiale del corpo.

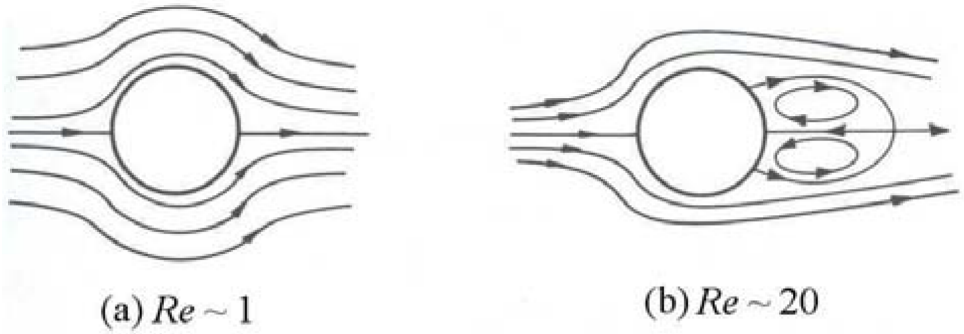


(a) (b)

Figura 2.19 - Strato limite laminare (a) e turbolento (b).

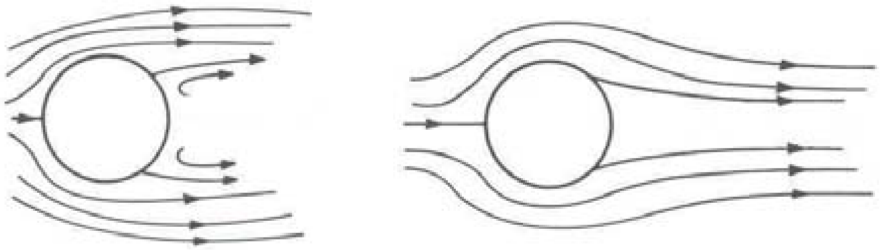
Quando lo strato limite è sottoposto a un gradiente di pressione negativo nella direzione del vento, cioè quando il flusso tende ad accelerare per il principio di Bernoulli, lo spessore dello strato limite tende a diminuire e la vorticità che si realizza al suo interno è trasportata verso la superficie; in altre parole, lo strato limite tende ulteriormente a schiacciarsi contro la superficie. Il fenomeno opposto si attua quando lo strato limite è sede di un gradiente positivo di pressione, detto gradiente avverso di pressione; in tale circostanza lo spessore dello strato limite cresce, e la vorticità è trasportata dalla superficie del corpo verso l'esterno, dando vita al fenomeno della separazione dello strato limite. A valle di tale separazione, il flusso esterno allo strato limite è allontanato dalla superficie; pertanto, la vorticità non è più confinata in una zona sottile aderente alla superficie, ma occupa un'ampia zona di flusso. Questa zona del flusso prende il nome di scia vorticosa, e ha un ruolo essenziale nel comportamento delle costruzioni sottoposte all'azione del vento. L'insorgenza di un gradiente avverso di pressione presenta aspetti diversi a seconda che la superficie del corpo sia arrotondata o abbia spigoli vivi. Nel caso dei corpi con superfici arrotondate, il fenomeno fisico dipende, oltre dalla forma del corpo, dal numero di Reynolds e dalla scabrezza della superficie. La Figura illustra il caso classico di un cilindro liscio di lunghezza infinita e sezione circolare, immerso in un campo di vento laminare, cioè privo di turbolenza. Per Re < 1, lo strato limite è laminare e si mantiene attaccato al cilindro lungo tutto il perimetro . Per 1 < Re < 30, lo strato limite resta laminare, ma si separa dal cilindro dando luogo a due vortici stazionari simmetrici a struttura laminare . Per 30 < Re < 10000, lo strato limite è ancora laminare ma i vortici, pur conservando struttura laminare, si staccano alternativamente dal cilindro realizzando una scia di Von Karman, cioè due treni di vortici (Figura 2.20c) dotati di velocità di traslazione nei riguardi del cilindro. Per 10000 < Re < 200000, lo strato limite permane laminare, ma i vortici presentano struttura in prevalenza turbolenta con strati vorticosi di difficile individuazione. Per Re > 200000, lo strato limite è turbolento, i punti di separazione si spostano a valle e la scia, tuttora turbolenta, diventa più stretta . L'incremento della rugosità superficiale fa sì che il regime di transizione si realizzi per numeri di Reynolds minori. La situazione cambia profondamente nei corpi con spigoli vivi. Essi danno luogo alla separazione dello strato limite poiché, se il flusso riuscisse a contornare lo spigolo, la velocità esterna allo strato limite sarebbe molto alta e la pressione molto piccola. Subito dopo lo spigolo si avrebbe quindi un gradiente avverso di pressione tanto elevato da essere insostenibile senza separazione. La Figura mostra il flusso nell'intorno di un cilindro a sezione quadrata, dove

la separazione di scia si realizza presso gli spigoli della faccia frontale. La configurazione del flusso è quindi indipendente dal numero di Reynolds e dalla scabrezza della superficie. Si noti anche che i corpi allungati nella direzione del flusso spesso danno luogo, dopo la separazione dagli spigoli frontali, alla formazione di bolle di separazione; a valle di queste il flusso tende a riattaccarsi alle pareti laterali del corpo, poi si separa di nuovo in corrispondenza degli spigoli nel retro-corpo. La resistenza offerta dal corpo al vento è tanto maggiore quanto più ampia è la scia vorticosa.

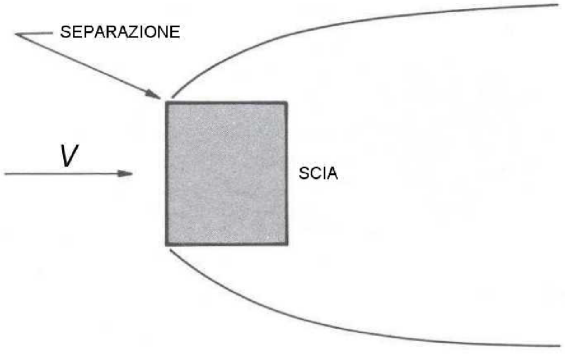


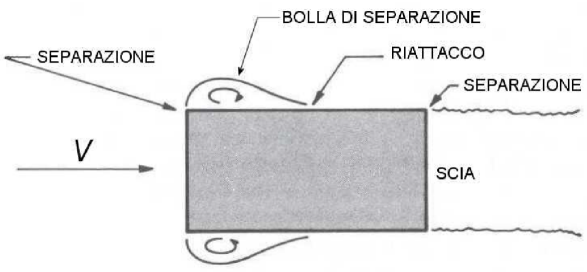
(a) $Re \sim 1$ (b) $Re \sim 20$

(c) $30 < Re < 10000$



(d) $10000 < Re < 200000$ (e) $Re > 200000$





Sulla scorta di questi principi, le azioni aerodinamiche del vento sui corpi fissi e indeformabili dipendono, in maniera diversa, dal flusso incidente e dalla scia vorticosa. Il primo agisce attraverso la velocità media e la sua fluttuazione. La seconda genera azioni legate alla turbolenza prodotta dal corpo. L'ingegneria del vento è solita quantificare tali azioni attraverso parametri adimensionali chiamati, nel loro complesso, coefficienti aerodinamici. Essi comprendono i coefficienti di pressione, i coefficienti di pressione complessiva, i coefficienti di forza e di momento risultante, i coefficienti di forza e di momento per unità di lunghezza, e i coefficienti di attrito.
Si definisce ***coefficiente di pressione*** *il parametro:*

$C_P = P/(0,5*\rho*V^2)$ *P pressione statica V velocità del vento ρ densità dell'aria*

Quando $P > 0$ $(P > P_0)$, C_P *è positivo e la pressione è detta sovrapressione; tale situazione è tipica delle superfici frontali esposte al vento incidente e, più in generale, delle zone dove lo strato limite resta aderente alla superficie del corpo. Per contro, se* $P < 0$ $(P < P_0)$, C_P *è negativo e la pressione è definita depressione o suzione; tale situazione è tipica delle superfici laterali e sotto vento e, più in generale, delle zone sede di separazione di scia. I genere per forme rettangolari :*

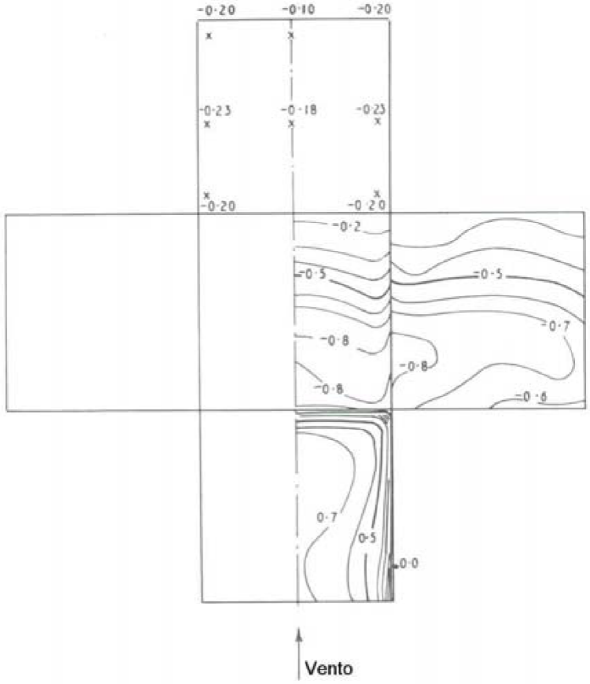
C_{PE} *=0,8 sopravvento direttamente investite e* C_{PI} *=-0,4 sottovento*

Le norme francesi considerano invece

C_{PE} *=1 sopravvento direttamente investite e* C_{PI} *=-0,5 sottovento*

La azione statica del vento sul nostro edificio viene amplificata di 1,2

$P = (C_{PE}-C_{PI})*(0,5*\rho*V^2)$ *in figura è riportato la distribuzione di* C_{PE}



Risposta dinamica

Si prenda in esame una costruzione o un suo elemento riconducibile, in prima approssimazione, allo schema bidimensionale, ammettendo che gli spostamenti causati dal vento siano piccoli, essi possono essere stimati applicando sul corpo le azioni aerodinamiche valutate trattando il corpo come fisso e indeformabile . Tali azioni sono schematizzate (per unità di lunghezza) mediante

Forza longitudinale F_D (D = drag, resistenza, in direzione x),
Forza trasversale F_L (L = lift, portanza, in direzione y)
Momento torcente m_M (M, intorno all'asse z)

Per effetto di tali azioni il corpo manifesta tre forme di risposta, definite longitudinale (D),trasversale (L) e torsionale (M). La risposta longitudinale e la risposta trasversale si esplicano, rispettivamente, nei piani x, z e y, z; la rotazione torsionale avviene intorno all'asse z. Si ammette, per semplicità, che le tre risposte siano non accoppiate.

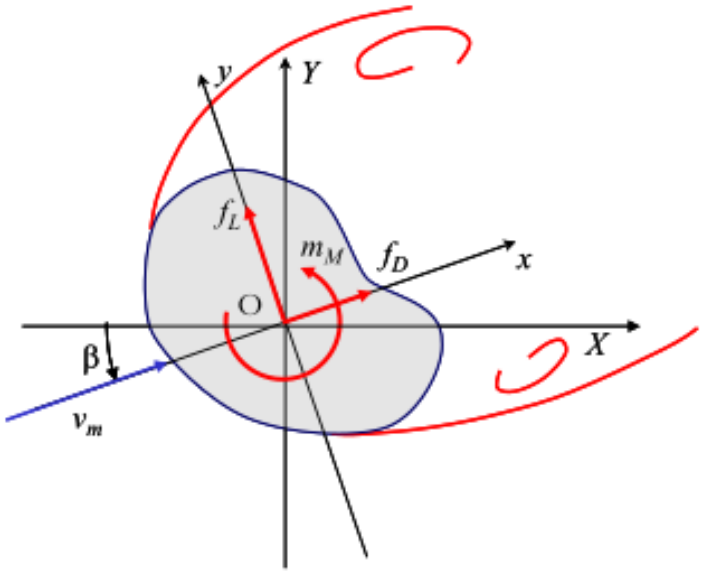


Figura 2.24 - Risposta longitudinale, trasversale e torsionale.

Assumendo che la struttura possieda un comportamento elastico lineare, l'equazione del moto del grado di libertà longitudinale x(t) assume la forma:

$$X''(t) + 2*\xi_D*(2*\pi*\eta_D)*X'(t) + (2*\pi*\eta_D)^2*X(t) = 1/M *f_D(t)$$

M massa ; ξ_D rapporto di smorzamento in direzione longitudinale;

Frequenza fondamentale η_D $f_D(t)$ azione aereodinamica del vento $X(t)$ risposta

$$f_D(t) = f_{DM} + f'_D(t); \qquad X(t) = X_M + X'(t)$$

f_{DM} valore medio; $f'_D(t)$ parte fluttuante; X_M valore medio; $X'(t)$parte fluttuante

Il valore di picco della X $X_P = X_m + g_D * \sigma_X = X_m * G_D$ *dove*

σ_X *deviazione standard ;* g_D *fattore di picco*

$G_D = 1 + 2 * g_D * I_V * (B^2 + R_D^2)^{1/2}$

B fattore di risposta quasi statica ;
R_D *fattore di risposta risonante ;*

Il fattore di risposta quasi-statica B è un coefficiente che tiene conto della correlazione parziale delle pressioni esercitate dal vento sulla superficie di area A esposta al vento. Quando A è tanto piccola da tendere a un punto (A tendente a 0), B = 1; al crescere di A, a causa della non contemporaneità dei picchi di pressione, B progressivamente diminuisce sino a tendere a 0 per A che tende all'infinito .

Il fattore di risposta risonante R_D *è un coefficiente funzione dell'area A esposta al vento, della frequenza fondamentale* η_D *e del rapporto di smorzamento* ξ_D *della struttura. Analogamente a B, esso diminuisce al crescere di A in virtù della non contemporaneità dei picchi di pressione. Inoltre, nell'ambito dei valori più comuni della frequenza fondamentale, esso è tanto minore quanto più rigida è la struttura . Infine,* R_D *diminuisce al crescere dello smorzamento.*

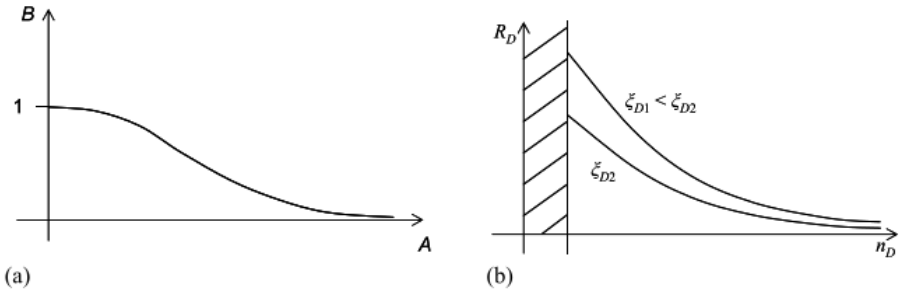


Figura 2.25 - Fattore di risposta quasi-statica *B* (a) e risonante R_D (b).

Pertanto può dirsi che il coefficiente di raffica G_D *dipende dalla dimensione, dalla rigidezza e dallo smorzamento della struttura. E' grande se la struttura è piccola o snella, flessibile e/o poco smorzata; è piccolo se la struttura è grande, rigida e molto smorzata. La Tabella 2.II fornisce uno schema riassuntivo dei valori assunti da* G_D*; in ogni caso* $G_D \geq 1$.

Tabella 2.II - Coefficiente di raffica longitudinale G_D.

Frequenza n_D e smorzamento ξ_D	Superficie esposta al vento *A*		
	puntiforme ($B \to 1$)	media ($0 < B < 1$)	molto estesa ($B \to 0$)
molto piccoli ($R_D \gg B$)	$G_D = 1 + 2 g_D I_v R_D$	$G_D = 1 + 2 g_D I_v R_D$	-
medi ($R_D > 0$)	$G_D = 1 + 2 g_D I_v \sqrt{1 + R_D^2}$	$G_D = 1 + 2 g_D I_v \sqrt{B^2 + R_D^2}$	$G_D = 1 + 2 g_D I_v R_D$
molto grandi ($R_D \to 0$)	$G_D = 1 + 2 g_D I_v$	$G_D = 1 + 2 g_D I_v B$	1

Possiamo definire un azione statica equivalente funzione del valore medio
$F_{DSe} = F_{Dm} * G_D$ *;*

azione statica funzione della azione di picco $F_{DSe} = F_{DP} * C_{dD}$;

dove il coefficiente dinamico $C_{dD} = G_D / (1 + 2 * g_D * I_V)$

Tabella 2.III - Coefficiente dinamico longitudinale c_{dD}.

Frequenza n_D e smorzamento ξ_D	Superficie esposta al vento A		
	puntiforme ($B \to 1$)	media ($0 < B < 1$)	molto estesa ($B \to 0$)
molto piccoli ($R_D \gg B$)	$c_{dD} = \frac{1 + 7 I_v R_D}{1 + 7 I_v}$	$c_{dD} = \frac{1 + 7 I_v R_D}{1 + 7 I_v}$	-
medi ($R_D > 0$)	$G_D = 1 + 2 g_D I_v \sqrt{1 + R_D^2}$	$G_D = 1 + 2 g_D I_v \sqrt{B^2 + R_D^2}$	$c_{dD} = \frac{1 + 7 I_v R_D}{1 + 7 I_v}$
molto grandi ($R_D \to 0$)	$c_{dD} = 1$	$c_{dD} = \frac{1 + 7 I_v B}{1 + 7 I_v}$	$c_{dD} = \frac{1}{1 + 7 I_v}$

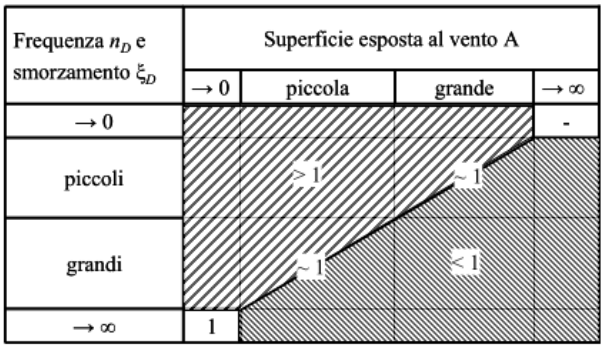


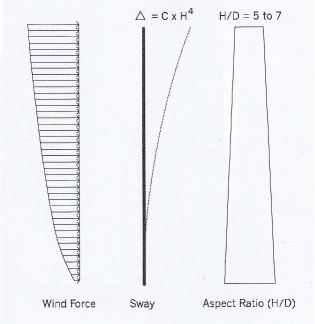
Figura 2.26 - Coefficiente dinamico longitudinale c_{dD}.

Nel campo delle strutture ordinarie, la risposta trasversale e torsionale è spesso meno importante di quella longitudinale. Ciò non è vero, almeno in generale, nel caso dei tipi strutturali caratterizzati, ad esempio, da notevole altezza (edifici alti, torri, ciminiere, ...) o lunghezza (ponti, passerelle pedonali, elementi di grandi strutture industriali, cavi, ...); in questi casi accade anzi di frequente che la risposta trasversale e torsionale diventino gli elementi cruciali del progetto.

Distacco dei vortici

Il fenomeno del distacco dei vortici dalle costruzioni e dagli elementi snelli (ad esempio le ciminiere, i pali d'illuminazione, le membrature delle strutture reticolari e i cavi) costituisce uno degli aspetti più peculiari dell'ingegneria del vento. I grattacieli sono classificati in base alla snellezza definito come rapporto tra altezza e larghezza il cui valore ottimale è compreso tra 6÷8 Per rapporti maggiori e opportuno ricorrere a dispositivi per la dissipazione di energia per ridurre l'ampiezza delle oscillazioni indotte dal vento. Per i nuclei irrigidenti centrali (core) il rapporto può anche essere pari a 15.

Building	Height	Aspect Ratio (height/width)	Material
Willis Tower (formerly Sears Tower)	445 m	6.4	Steel
Jin Mao Tower	421 m	7.0	Mixed
Amoco Building	346 m	6.0	Steel
John Hancock	344 m	6.6	Steel



Per illustrare il distacco dei vortici si prenda in esame un corpo snello, quindi tendenzialmente bidimensionale, e si consideri la scia vorticosa che si forma nella zona di separazione del flusso. Essa è caratterizzata da un distacco alternato di vortici dalla struttura che causa una forza trasversale alla direzione del flusso schematizzabile, in prima approssimazione, mediante la legge armonica:

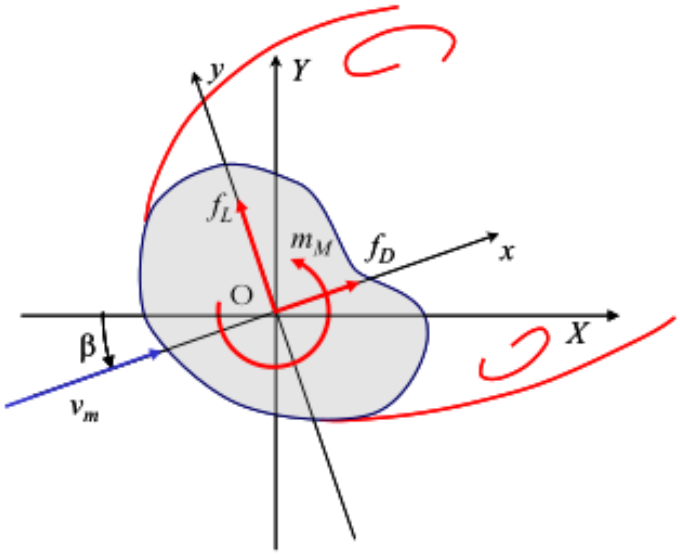


Figura 2.24 - Risposta longitudinale, trasversale e torsionale.

$F_{sL}(t) = A_S * \sin(2*\pi*n_s*t)$

A_S *ampiezza* $n_s = S_t*V_m/b$ *frequenza dominante del distacco dei vortici*

B *dimensione caratteristica del corpo* V_m *velocità media del vento*

S_t *numero di Strouhal funzione della forma della sezione e del numero di Reynolds*

Le condizioni più critiche si palesano quando la frequenza di distacco dei vortici è pari alla frequenza di un modo di oscillazione della struttura, siamo di fronte a risonanza per azioni del vento e la velocità del vento assume un valore critico

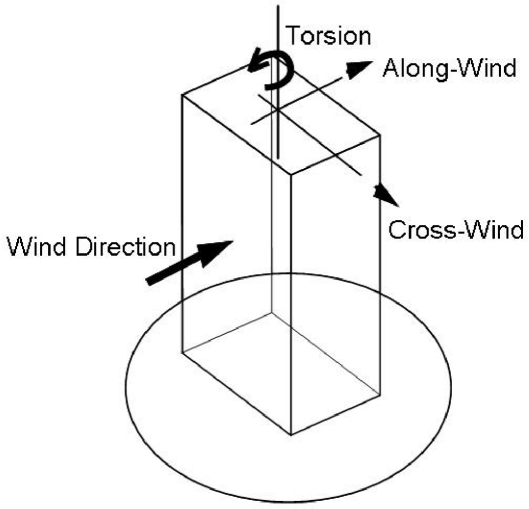
$V_m = V_{cr} = \eta_{iL}*B/S_T$;

Obiettivo di questo paragrafo è la analisi dinamica di un edificio alto sotto le azioni del vento ovvero la scrittura delle equazioni dinamiche del moto partendo dal profilo delle velocità del vento definito dalla normativa

La pressione cinetica di picco $P = Q_r*C_f*C_e$ *tangente*

Q_r *pressione cinetica di riferimento* $Q_R = 0{,}5*\rho*V_R^2$

C_f *coefficiente di attrito ;* C_e *coefficiente di esposizione*



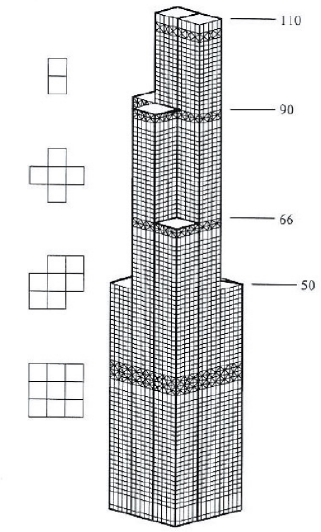
Le equazioni del moto dinamico nelle due direzioni

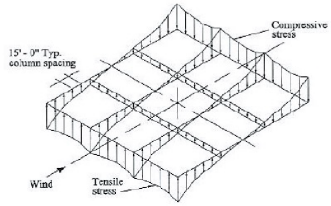
$M*X''+ c*X' + k*X = P_X(t)*A_X$

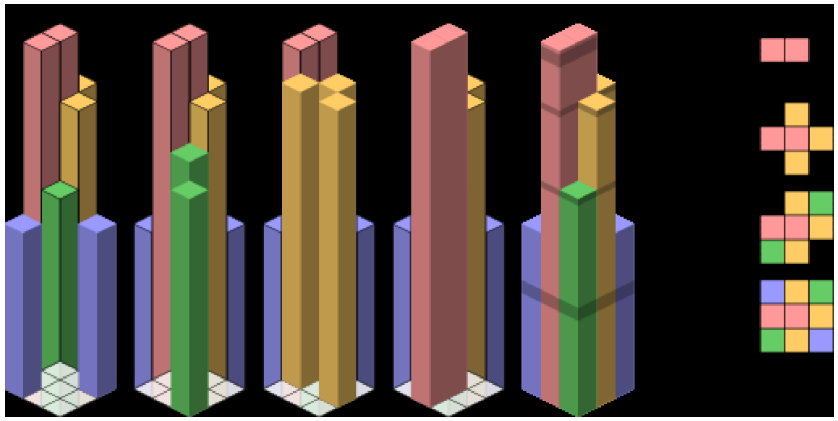
$M*Y''+ c*Y' + k*Y = P_Y(t)*A_Y$ *la equazione di equilibrio torsionale* G_R

$I*\theta''+ c_T*\theta' + k_T*\theta = (P_X(t)*A_X * D_{GY} + P_Y(t)*A_Y *D_{GX})$

L'impalcato ruota sempre rispetto al baricentro delle rigidezze, la forza del vento è applicata nel baricentro dell'area sopravvento e sottovento nella direzione considerata , diventa quindi importante anche la regolarità strutturale in altezza in termini di facciata investita dal vento la rigidezza assume minore importanza : ad una variazione della facciata corrisponde sempre una variazione di rigidezza.







Le forze del vento vanno applicate ad ogni impalcato al pari delle azioni sismiche , i software di calcolo implicitamente tengono conto della variabilità della facciata lungo la altezza e della eccentricità delle forze; inoltre azioni sismiche e del vento non vanno mai combinate contemporaneamente la possibilità che durante un terremoto si abbia una tromba d'aria è alquanto remota. Le norme tecniche NTC 2018 considerano delle azioni del vento di picco statiche e costanti i realtà non sono così abbiamo dei coefficienti di raffica e di solito il calcolo per le azioni del vento è statico al pari della analisi statica per azioni sismiche di edifici regolari in pianta e in altezza.
La velocità del vento è funzione della zona italiana di riferimento

Tab. 3.3.I -*Valori dei parametri* $v_{b,0}$, a_0, k_s

Zona	Descrizione	$v_{b,0}$ [m/s]	a_0 [m]	k_s
1	Valle d'Aosta, Piemonte, Lombardia, Trentino Alto Adige, Veneto, Friuli Venezia Giulia (con l'eccezione della provincia di Trieste)	25	1000	0,40
2	Emilia Romagna	25	750	0,45
3	Toscana, Marche, Umbria, Lazio, Abruzzo, Molise, Puglia, Campania, Basilicata, Calabria (esclusa la provincia di Reggio Calabria)	27	500	0,37
4	Sicilia e provincia di Reggio Calabria	28	500	0,36
5	Sardegna (zona a oriente della retta congiungente Capo Teulada con l'Isola di Maddalena)	28	750	0,40
6	Sardegna (zona a occidente della retta congiungente Capo Teulada con l'Isola di Maddalena)	28	500	0,36
7	Liguria	28	1000	0,54
8	Provincia di Trieste	30	1500	0,50
9	Isole (con l'eccezione di Sicilia e Sardegna) e mare aperto	31	500	0,32

Una velocità di 30m/sec corrisponde a raffiche di vento di circa 111 km/h

La velocità $V_b = V_{b0} * C_a$ *dove il, coefficiente* C_a dipende dall'altitudine ovvero

$C_a = 1$ per $a_S \leq a_o$

$C_a = 1 + K_S * (a_S/a_o - 1)$ per $a_o < a_S < 1500$ m

La velocità di riferimento Vr è il valore medio su 10 minuti, a 10 m di altezza dal suolo su un terreno pianeggiante e omogeneo di categoria di esposizione II riferito al periodo di ritorno di progetto TR.

*Vr = Vb *Cr dove Cr è il coefficiente di ritorno corrispondente al periodo di ritorno Tr*

$Cr = 0,75*[1-0,2*ln*(-ln(1-T/Tr))]^{1/2}$

per le costruzioni ordinarie si assume Cr = 1 corrispondente ad un periodo di ritorno di 50 anni ; si assumono valori differenti del periodo di ritorno per costruzioni transitorie come potrebbe essere una gru.

La pressione cinetica di riferimento è pari a

$Qr = 1/2*\rho*Vr^2$ ρ *densità dell'aria pari a 1,25kg/mc*

Qr è espresso in N/mq

La azione statica sulla parete

$\boldsymbol{P = Qr*Ce*Cp*Cd}$

Ce coefficiente di esposizione

Cp coefficiente di pressione

Cd coefficiente dinamico

La azione tangente del vento *(genera torsione in edifici regolari)*

$\boldsymbol{Pf = Qr*Ce*Cf}$

Ce coefficiente di esposizione

Cf coefficiente di attrito

- Il coefficiente di esposizione Ce

Il coefficiente di esposizione ce dipende dall'altezza z sul suolo del punto considerato, dalla topografia del terreno e dalla categoria di esposizione del sito dove sorge la costruzione. In assenza di analisi specifiche che tengano in conto la direzione di provenienza del vento e l'effettiva scabrezza e topografia del terreno che circonda la costruzione, per altezze sul suolo non maggiori di z = 200 m, esso è dato dalla formula:

$Ce(z) = Kr^2 * Ct * \ln(Z/Zo) * [7 + Ct * \ln(Z/Zo)]$ *per* $Z \geq Zmin$

$Ce(z) = Ce(Zmin)$ *per* $Z < Zmin$

Ct è il coefficiente di topografia gli altri parametri sono riportati nella seguente tabella

Tab. 3.3.II - *Parametri per la definizione del coefficiente di esposizione*

Categoria di esposizione del sito	K_r	z_0 [m]	z_{min} [m]
I	0,17	0,01	2
II	0,19	0,05	4
III	0,20	0,10	5
IV	0,22	0,30	8
V	0,23	0,70	12

Il coefficiente di topografia Ct è posto generalmente pari a 1, sia per le zone pianeggianti sia per quelle ondulate, collinose e montane. Nel caso di costruzioni ubicate presso la sommità di colline o pendii isolati, il coefficiente di topografia Ct può essere ricavato da dati suffragati da opportuna documentazione.

Tab. 3.3.III - *Classi di rugosità del terreno*

Classe di rugosità del terreno	Descrizione
A	Aree urbane in cui almeno il 15% della superficie sia coperto da edifici la cui altezza media superi i 15 m
B	Aree urbane (non di classe A), suburbane, industriali e boschive
C	Aree con ostacoli diffusi (alberi, case, muri, recinzioni,....); aree con rugosità non riconducibile alle classi A, B, D
D	a) Mare e relativa fascia costiera (entro 2 km dalla costa);
	b) Lago (con larghezza massima pari ad almeno 1 km) e relativa fascia costiera (entro 1 km dalla costa)
	c) Aree prive di ostacoli o con al più rari ostacoli isolati (aperta campagna, aeroporti, aree agricole, pascoli, zone paludose o sabbiose, superfici innevate o ghiacciate, ...)

L'assegnazione della classe di rugosità non dipende dalla conformazione orografica e topografica del terreno. Si può assumere che il sito appartenga alla Classe A o B, purché la costruzione si trovi nell'area relativa per non meno di 1 km e comunque per non meno di 20 volte l'altezza della costruzione, per tutti i settori di provenienza del vento ampi almeno 30°. Si deve assumere che il sito appartenga alla Classe D, qualora la costruzione sorga nelle aree indicate con le lettere a) o b), oppure entro un raggio di 1 km da essa vi sia un settore ampio 30°, dove il 90% del terreno sia del tipo indicato con la lettera c). Laddove sussistano dubbi sulla scelta della classe di rugosità, si deve assegnare la classe più sfavorevole (l'azione del vento è in genere minima in Classe A e massima in Classe D).

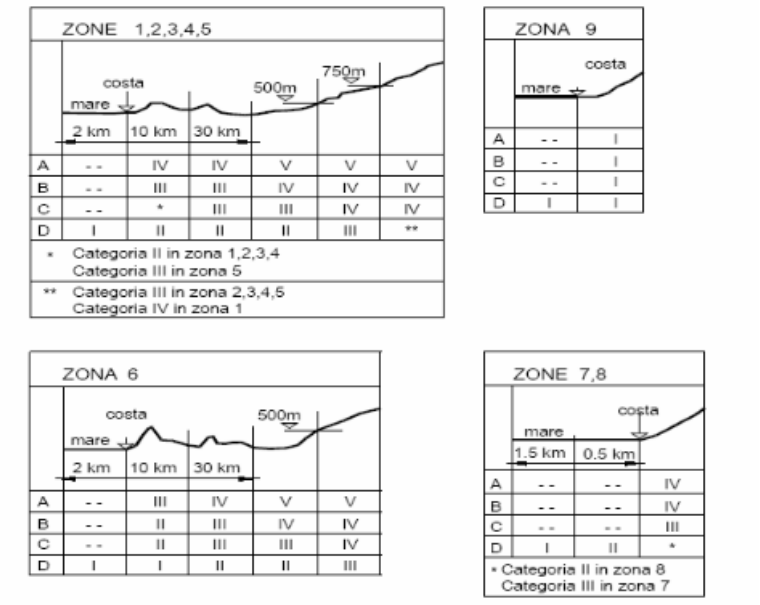


Fig. 3.3.2 - *Definizione delle categorie di esposizione*

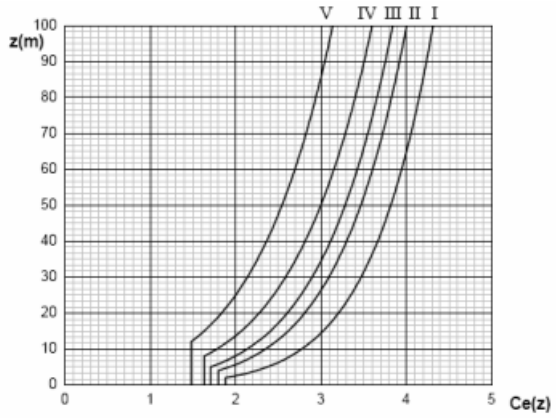


Fig. 3.3.3 - *Andamento del coefficiente di esposizione c_e in funzione dell'altezza sul suolo (per $c_t = 1$)*

Il coefficiente di topografia riferito a pendii e a colline isolate è fornito dalla seguente espressione

Ct = 1 *per* $\Phi \leq 0,05$

*Ct = 1+2*s*Φ* *per* $0,05 < \Phi < 0,3$

*Ct= 1+0,6*Φ* *per* $\Phi \geq 0,3$

dove $\Phi = H/Lu$ *pendenza media del fronte esposto al vento*
H altezza del rilievo
Lu lunghezza del fronte del rilievo esposto al vento
Le lunghezza orizzontale effettiva del fronte esposto a vento
Le= Lu per $\Phi \leq 0,3$
Le = H/0,3 per per $\Phi > 0,3$
X è la distanza orizzontale della costruzione dalla sommità del rilievo
z è l'altezza del suolo

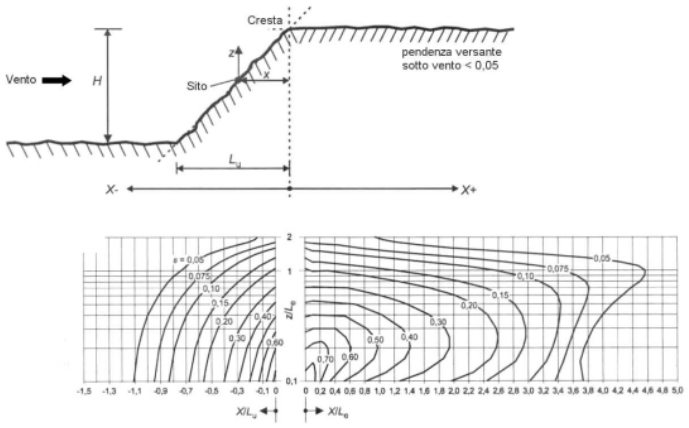


Figura D.1 - Fattore di posizione orografica *s* per i pendii isolati.

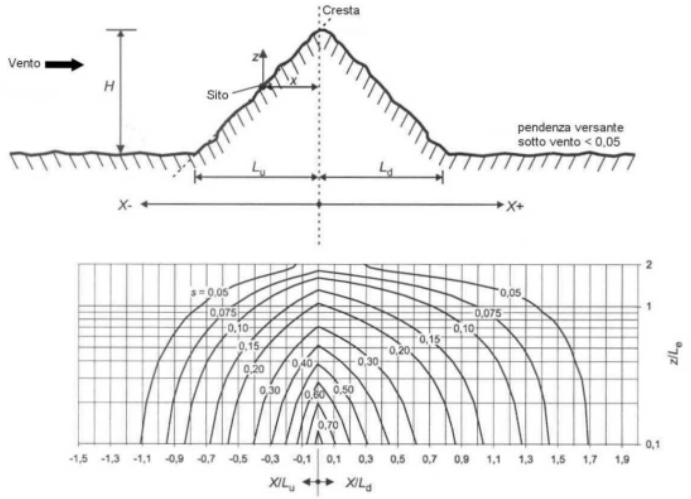


Figura D.2 - Fattore di posizione orografica *s* per le colline isolate.

Il coefficiente di pressione C_P dipende dalla forma del nostro grattacielo come già detto dagli spigoli , più la forma è tonda migliore è il comportamento per azioni del vento

(5)P E' possibile che una stessa costruzione sia schematizzata secondo modelli diversi in funzione delle parti considerate e delle verifiche eseguite. Ad esempio, una ciminiera può essere ricondotta al caso a) nei riguardi delle azioni radiali (Figura 3.11a), al caso d) nei riguardi delle azioni complessive (Figura 3.11b).

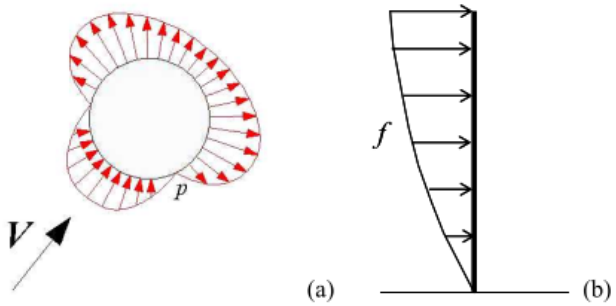


Figura 3.11 – Azioni del vento sulle ciminiere: (a) pressione locale applicata sul guscio in direzione radiale; (b) forze complessive per unità di lunghezza applicate alla linea d'asse.

Per edifici di forma parallelepipeda il coefficiente di pressione dipende dalla snellezza ovvero dal rapporto h/d

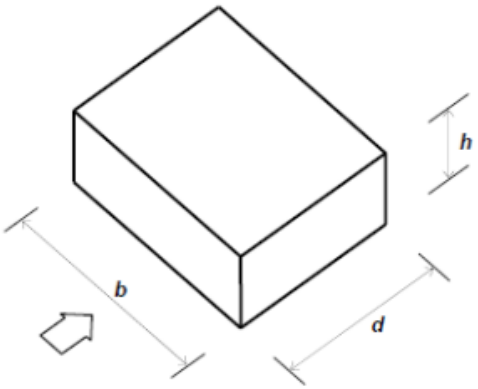


Tabella G.I – Edifici a pianta rettangolare: c_{pe} per facce sopravento, sottovento e laterali.

Faccia sopravento	Facce laterali	Faccia sottovento
$h/d \leq 1$: $c_{pe} = 0,7 + 0,1 \cdot h/d$ $h/d > 1$: $c_{pe} = 0,8$	$h/d \leq 0,5$: $c_{pe} = -0,5 - 0,8 \cdot h/d$ $h/d > 0,5$: $c_{pe} = -0,9$	$h/d \leq 1$: $c_{pe} = -0,3 - 0,2 \cdot h/d$ $1 < h/d \leq 5$: $c_{pe} = -0,5 - 0,05 \cdot (h/d - 1)$

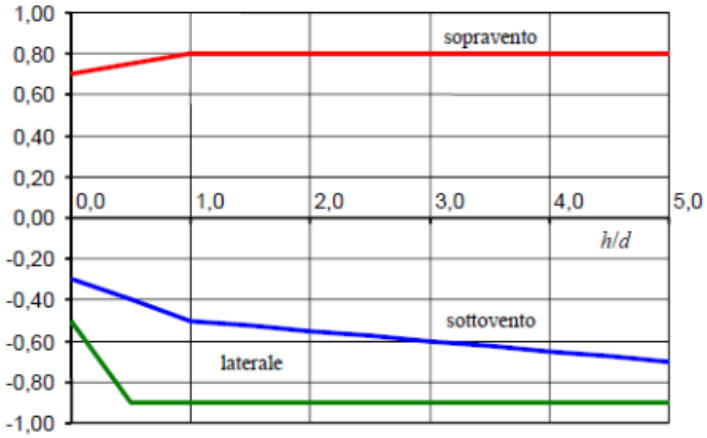
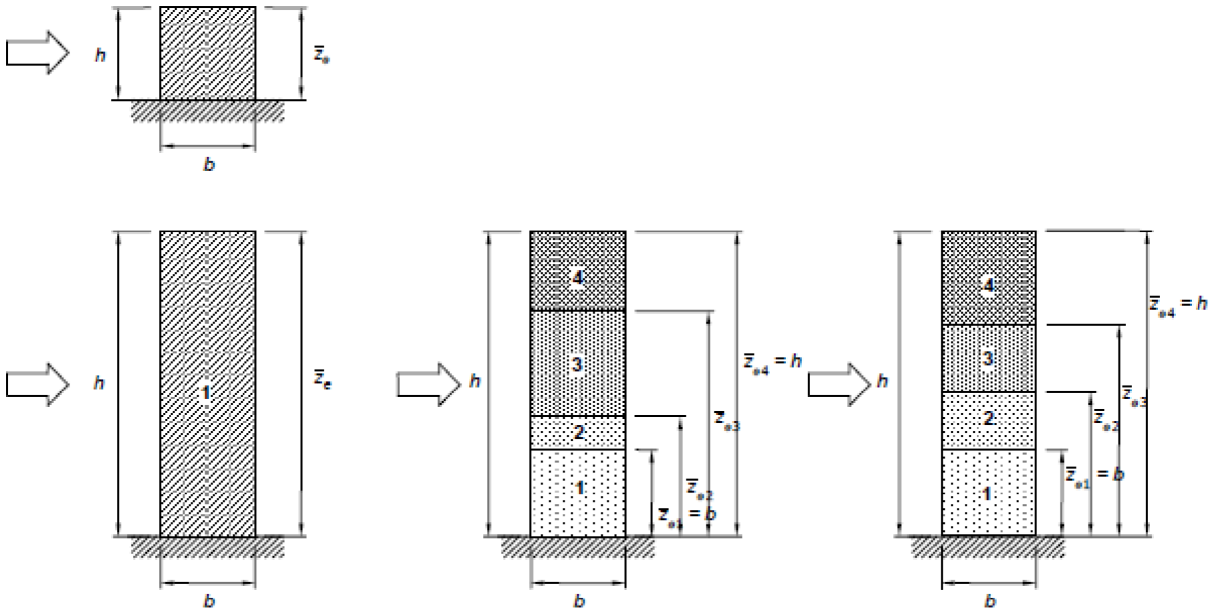


Figura G.2 – Edifici a pianta rettangolare: c_{pe} per facce sopravento, sottovento e laterali.

Gli edifici li dividiamo in alti b<h<5d e bassi h<b



Le azioni statiche equivalenti sulla parete del grattacielo

$P = Q_r * C_e * C_p * C_d$

Il coefficiente dinamico $C_{dD} = G_D / (1+2*g_D*I_V)$ *in genere* $C_d \leq 1$

È lecito assumere $\boldsymbol{C_d = 1}$ *(generalmente a favore di sicurezza) nei casi seguenti:*
• edifici civili con distribuzione regolare di rigidezza e di massa, e con altezza limitata (< 40 metri);
• edifici industriali di forma regolare, con altezza limitata (minore di 20 m) e con rigidezza sufficientemente elevata (frequenza del primo modo > di 1,5 Hz).
• ciminiere di sezione circolare la cui altezza sia minore di 6 volte il diametro e, in ogni caso, <50 m;
• costruzioni rigide (frequenza del primo modo nella direzione del vento maggiore di 2 Hz) ed estese (superfici esposta al vento di larghezza > di 25 m e altezza < di 75 m);
• sistemi di supporto delle facciate con rigidezza sufficientemente elevata (frequenza del primo modo nella direzione del vento > di 5 Hz)

Per strutture od elementi snelli o flessibili, poco smorzati, l'amplificazione della risposta dinamica prevale sugli effetti riduttivi legati alla non contemporaneità dei carichi $\boldsymbol{C_d > 1}$

Esistono delle limitazioni per la verifica allo stato limite ultimo e di esercizio per i grattacieli sotto azioni dinamiche del vento riguardanti

Lo spostamento orizzontale $\delta \leq H/500$

Frequenza di oscillazione

η_1 *1/0,015*h ÷ 1/0,018h edifici c.a. e misti abitabilità e sicurezza*

η_1 *1/0,02*h ÷ 1/0,024h edifici in acciaio abitabilità e sicurezza*

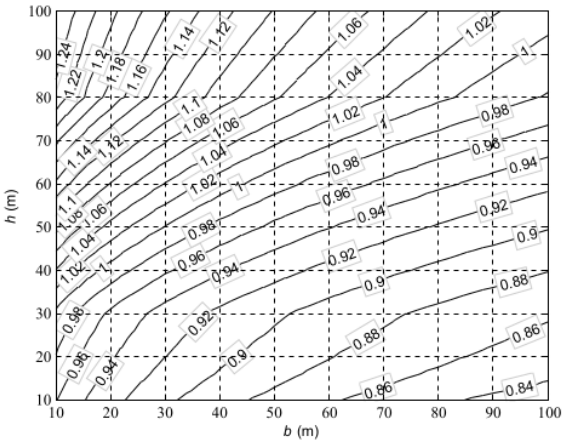
Rapporto di smorzamento strutturale

$0,01 \leq 0,68/h = \xi_{S1}$ *per edifici in cemento armato* $h \geq 30$ *m*

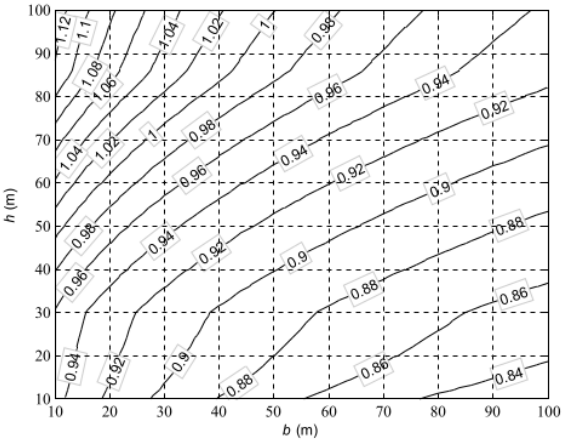
$0,008 \leq 0,58/h = \xi_{S1}$ *per edifici in acciaio* $h \geq 30$ *m*

Per il nostro edificio alto 107 m $\eta_1 = 1/(0,0165*107) = 0,566$ *Hz*

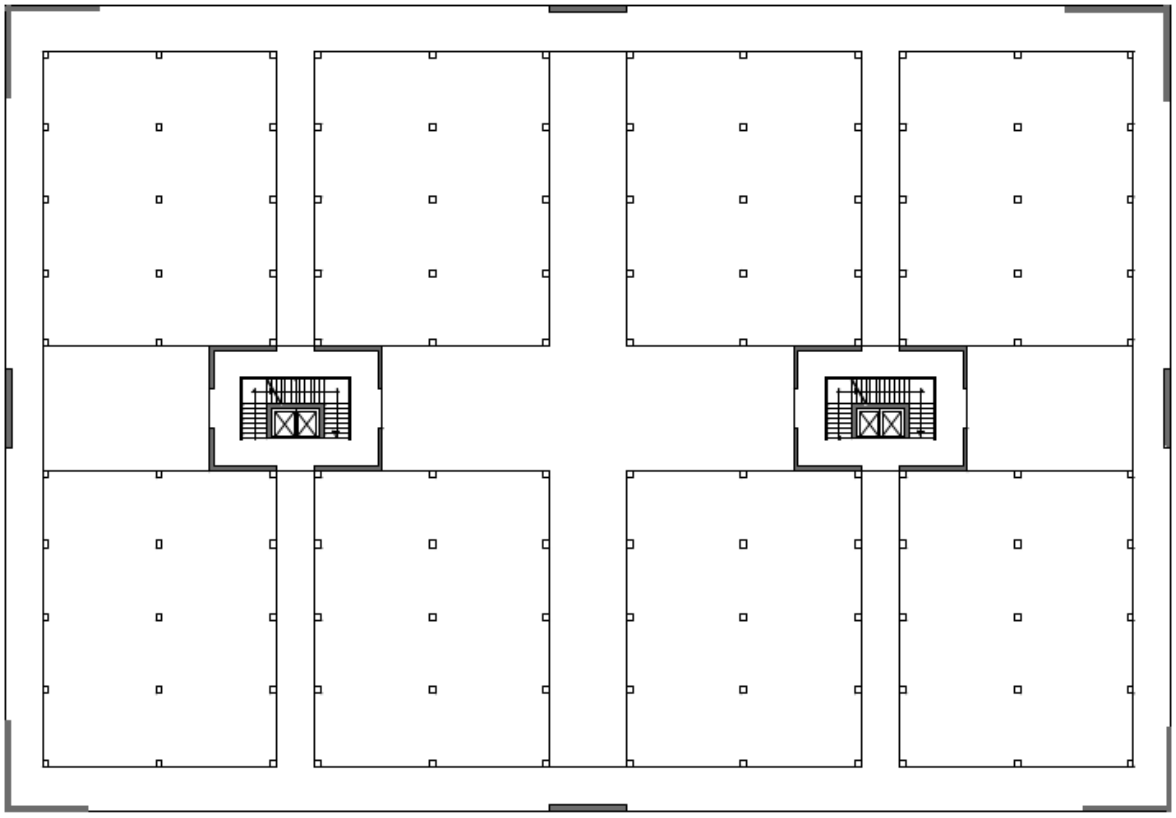
il coefficiente dinamico lo determiniamo attraverso un metodo semplificato utilizzando delle tabelle $H = 100$ *m* $B = 70$ *m* $C_D = 0,97$



Coefficiente dinamico longitudinale c_{dD} per edifici schematizzabili come parallelepipedi rettangoli regolari, aventi struttura portante in acciaio



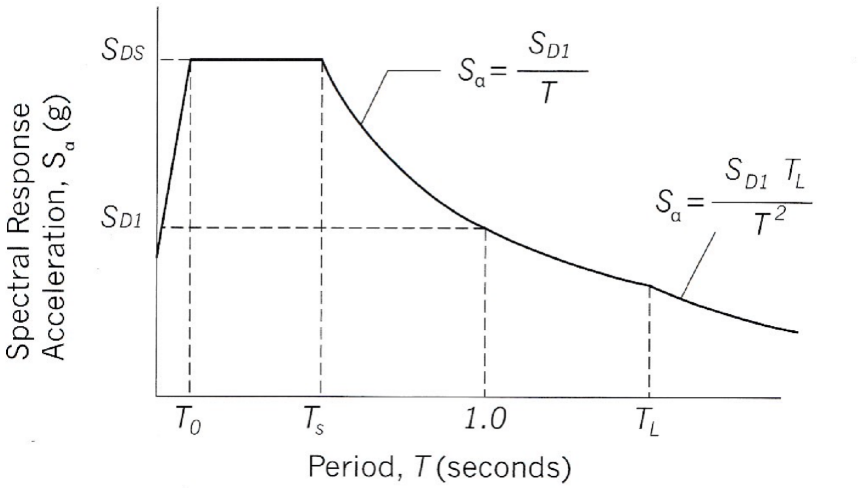
..... aventi struttura portante in cemento armato o mista



Il coefficiente dinamico conviene assumerlo pari all'unità senza né maggiorare né diminuire le azioni statiche del vento.

4-Analisi sismica

Il comportamento strutturale di edifici alti piu di 200 m e realizzati in zone anche a forte sismicita è controllato dagli effetti del vento, piuttosto che da quelli sismici. Questo e vero anche nel caso di edifici in calcestruzzo, che hanno una massa molto maggiore di quelli in acciaio. Gli edifici alti, infatti, sono in genere molto flessibili e presentano un periodo fondamentale di vibrazione molto lungo, anche superiore a 5 s. Per questa ragione sono soggetti a forze d'inerzia in proporzione molto piu piccole di quelle di edifici bassi, caratterizzati da un periodo di vibrazione molto piu corto.



Le NTC 2008 riportano per la determinazione del periodo fondamentale di vibrazione la seguente formula

$T = 0{,}075*H^{(3/4)} = 0{,}075*107^{0{,}75} = 2{,}49$ *sec per edifici in cemento armato*

$T = 0{,}085*H^{(3/4)} = 0{,}085*107^{0{,}75} = 2{,}82$ *sec per edifici in acciaio*

Per un edificio alto 200 m

$T = 0{,}075*H^{(3/4)} = 0{,}075*200^{0{,}75} = 3{,}98$ *sec per edifici in cemento armato*

$T = 0{,}085*H^{(3/4)} = 0{,}085*200^{0{,}75} = 4{,}52$ *sec per edifici in acciaio*

Si intuisce quindi come le azioni del vento siano predominanti rispetto a quelle del terremoto ma i recenti eventi sismici in Indonesia in ***Myanmar*** *con i relativi crolli hanno riproposto la problematica del sisma su edifici alti. Nel comune di Castel di Sangro lo spettro di risposta*

Parametri di pericolosità sismica

	ag (g/10)	F0 (adim)	TC*(sec)
SLO	0.76281872	2.36183821	0.28000000
SLD	1.00236806	2.33241531	0.28303510
SLV	2.63146244	2.31480297	0.35000000
SLC	3.36711969	2.35631747	0.37000000

Le formule che definiscono lo spettro di risposta

$0 \leq T < T_B$ $\quad Se(T) = Ag*S*\eta*Fo*[T/T_B + 1/(\eta*Fo)*(1-T/T_B)]$

$T_B \leq T < T_C$ $\quad Se(T)=Ag*S*\eta*Fo$ $\quad$ ***tratto orizzontale***

$T_C \leq T < T_D$ $\quad Se(T) = Ag*S*\eta*Fo*(T_C/T)$

$T_D \leq T$ $\quad Se(T) = Ag*S*\eta*Fo*(T_C*T_D/T^2)$

S è il coefficiente che tiene conto delle condizioni topografiche e della categoria del sottosuolo $S = S = S_T * S_s$

$T_C = (T_C^*) * C_C$ $\quad C_C$ *è un coefficiente che tiene conto della categoria del terreno*

Tab. 3.2.IV – *Espressioni di* S_S *e di* C_C

Categoria sottosuolo	S_S	C_C
A	1,00	1,00
B	$1,00 \leq 1,40 - 0,40 \cdot F_o \cdot \frac{a_g}{g} \leq 1,20$	$1,10 \cdot (T_C^*)^{-0,20}$
C	$1,00 \leq 1,70 - 0,60 \cdot F_o \cdot \frac{a_g}{g} \leq 1,50$	$1,05 \cdot (T_C^*)^{-0,33}$
D	$0,90 \leq 2,40 - 1,50 \cdot F_o \cdot \frac{a_g}{g} \leq 1,80$	$1,25 \cdot (T_C^*)^{-0,50}$
E	$1,00 \leq 2,00 - 1,10 \cdot F_o \cdot \frac{a_g}{g} \leq 1,60$	$1,15 \cdot (T_C^*)^{-0,40}$

Tab. 3.2.V – *Valori massimi del coefficiente di amplificazione topografica* S_T

Categoria topografica	Ubicazione dell'opera o dell'intervento	S_T
T1	-	1,0
T2	In corrispondenza della sommità del pendio	1,2
T3	In corrispondenza della cresta di un rilievo con pendenza media minore o uguale a 30°	1,2
T4	In corrispondenza della cresta di un rilievo con pendenza media maggiore di 30°	1,4

$T_B = T_C/3$; $T_D = 4*Ag/g + 1,6 = 2,67$ *sec*

Siamo nel tratto terminale $T_D \leq T$ $\quad Se(T) = Ag*S*\eta*Fo*(T_C*T_D/T^2)$

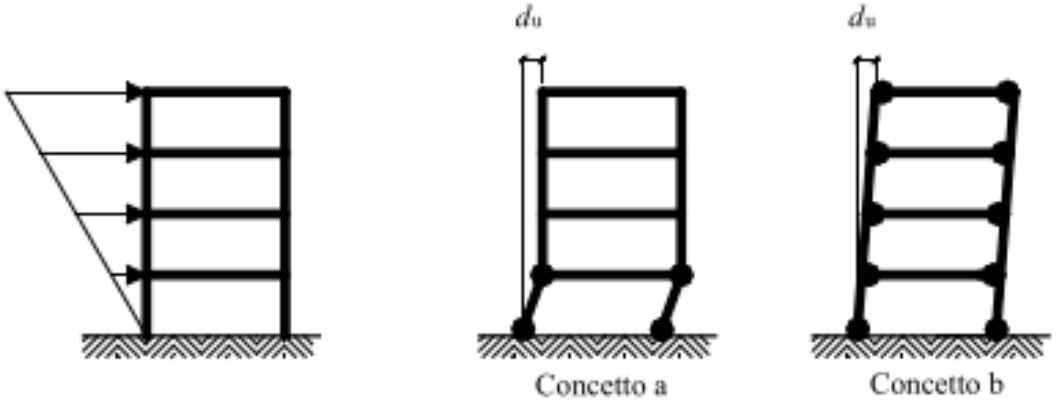
Per un edificio alto è importante la definizione del fattore di struttura che dipende dal meccanismo di crollo ovvero dal cinematismo e formazione di cerniere plastiche . E' evidente che se l'assorbimento delle azioni orizzontali è demandato a setti e nuclei che hanno un funzionamento a mensola incastrata alla base il coefficiente di struttura ha un valore molto basso,; vi è chiaramente una riserva di resistenza nei pilastri. Viceversa per sistemi a mega telaio ha un valore più elevato

I terremoti possono essere caratterizzati in maniere diverse. La magnitudo M (scala Richter) esprime l'energia totale liberata, e non fornisce informazioni dirette sull'azione sismica esercitata in una determinata località. L'intensità I (per esempio sulla scala Mercalli) descrive gli effetti registrati sulle strutture in una certa località e li associa ad un determinato numero; ad esempio, 7 corrisponde alla formazione di fessurazioni gravi nella muratura. Altri tipi di caratterizzazione possono essere di maggiore utilità per i progettisti. L'accelerazione al suolo $a_g(t)$ in un determinato punto, oppure, suo equivalente, lo spostamento al suolo $d_g(t)$ sono calcolati in funzione del tempo. Rappresentano i dati più espliciti, e possono dunque essere utilizzati nell'analisi dinamica delle strutture. Due sottoprodotti dell'accelerazione al suolo ag(t) sono comunemente usati nell'ingegneria antisismica:

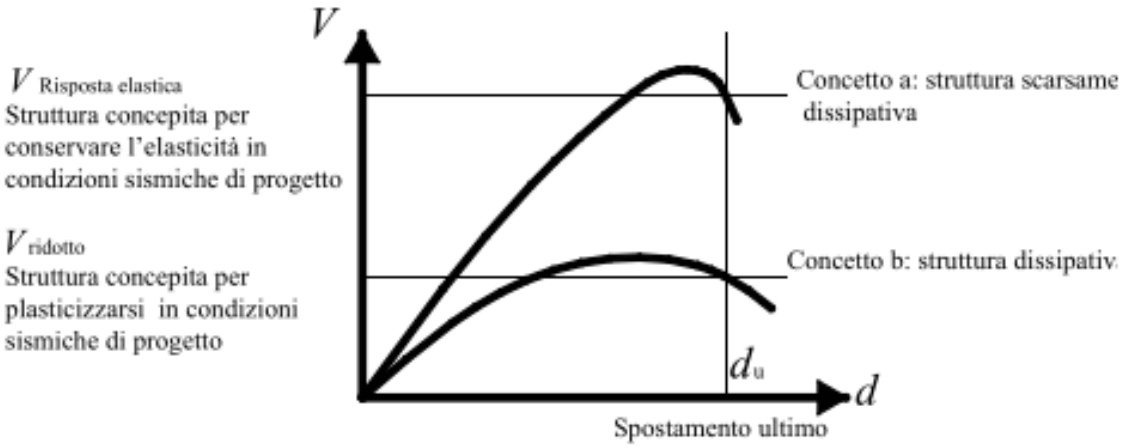
- *Il valore massimo dell'accelerazione $a_g(t)$ a livello del sottosuolo, o accelerazione di picco (PGA, con il simbolo a_{gR} nell' Eurocodice 8), e il parametro utilizzato per definire la pericolosità sismica in una data area geografica. Le mappe di zonazione sismica nazionali sono generalmente tracciate in termini di accelerazione di picco. L'accelerazione di picco (PGA) varia da 0,05 g nelle zone a bassa sismicita fino a 0,4 g nelle zone fortemente sismiche (come la California, il Giappone o la Turchia).*

- *Lo spettro di risposta costituisce la rappresentazione standard dell'azione sismica che viene considerata nel progettare le costruzioni.*

Il fattore di struttura dipende dalle modalità di collasso della struttura alla quale corrisponde un comportamento strutturale ***"dissipativo" e "non dissipativo"*** *della energia cinetica che colpisce la nostra struttura dovuta al movimento del terreno*



Il primo telaio presenta pilastri di dimensioni ridotte la cui rigidezza è pari a quella delle travi sui forma quindi un meccanismo di piano con crollo della struttura . Ad esso corrisponde un valore ridotto del fattore di struttura ; il secondo telaio ha invece colonne con rigidezza maggiore , si devono formare cerniere plastiche ad ogni piano ed infine alla base per avere il crollo della struttura con funzionamento globale a mensola e ridistribuzione di tutto il momento flettente , ad essa corrisponde u valore più elevato del coefficiente di struttura.



Il comportamento duttile, che offre una maggiore capacita di deformazione, e in genere il modo migliore per resistere all'azione dei terremoti. Una delle ragioni e il fatto che le nostre conoscenze delle azioni sismiche reali e le analisi che conduciamo soffrono ancora di molti elementi di incertezza, e dunque il terremoto e/o i suoi effetti possono essere piu forti di quanto prevediamo. Se si garantisce un comportamento duttile, le energie in eccesso possono essere facilmente assorbite tramite una maggiore dissipazione, grazie alla deformazione plastica dei componenti strutturali. Gli stessi componenti non potrebbero offrire una maggiore resistenza elastica nel caso dell'opzione. Inoltre una riduzione del taglio alla base V ($V_{ridotto} < V_{elastico}$) comporta una pari riduzione delle forze applicate alle fondazioni, e quindi costi minori per l'infrastruttura dell'edificio. Le strutture in acciaio sono particolarmente adatte a garantire la possibilità di dissipazione dell'energia, per le seguenti ragioni:

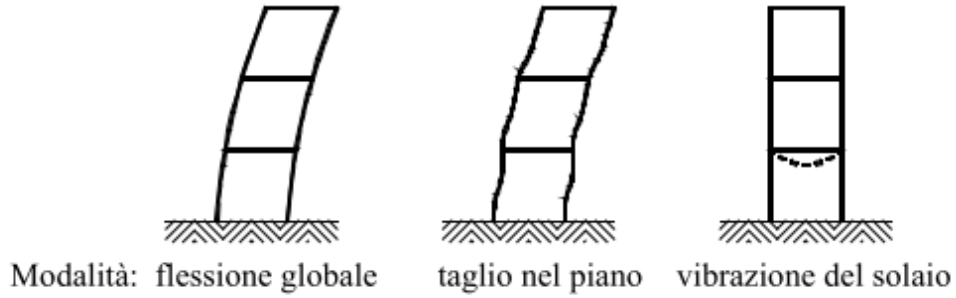
- *la duttilita dell'acciaio come materiale*
- *i numerosi meccanismi duttili possibili negli elementi in acciaio e nelle loro giunzioni*
- *la riproducibilita dei meccanismi plastici a livello locale*
- *l'affidabilita delle proprieta geometriche una resistenza flessionale degli elementi*
- *strutturali relativamente poco sensibile alla presenza di forze assiali coincidenti.*

Le strutture in acciaio vista la differenza di resistenza tra i materiali 10 volte maggiore tra acciaio e calcestruzzo possono essere utilizzate sezioni di dimensioni ridotte cave a grande inerzia molto leggere , di conseguenza le forze di inerzia sulla struttura sono ridotte ed anche le sollecitazioni.

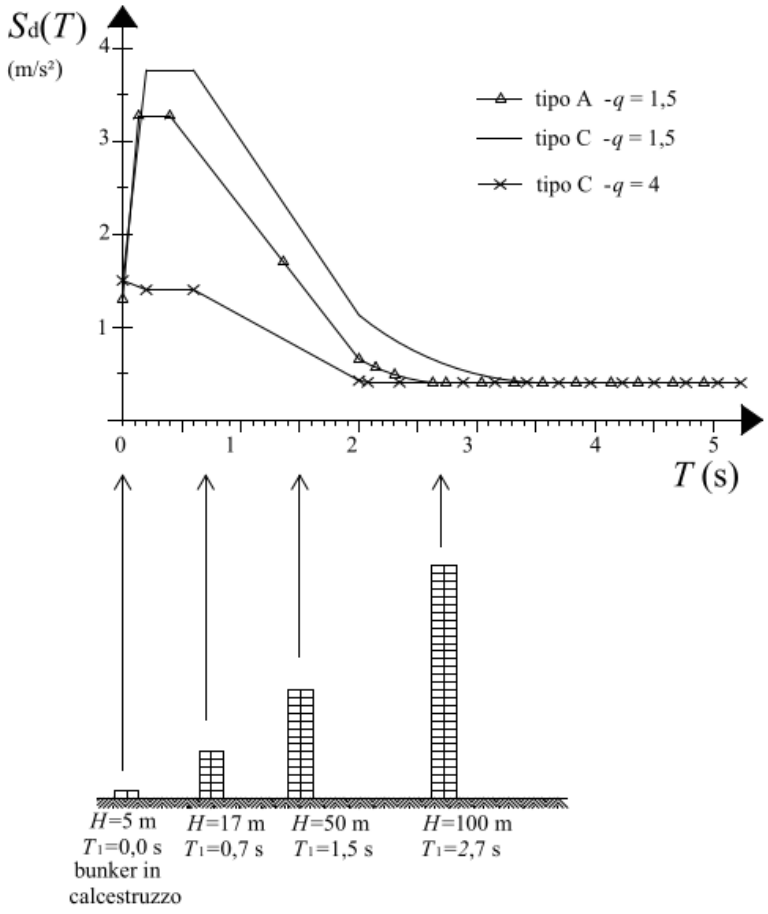
Il moto al suolo dg(t) sposta la struttura orizzontalmente e dinamicamente. Se la struttura e infinitamente rigida, tutti i suoi punti sono egualmente spostati nella misura del movimento al suolo dg(t), cosi che non vi e scostamento della struttura in rapporto alla sua base. In una struttura flessibile, il movimento di ciascun punto dipende dalle caratteristiche meccaniche di tutti gli elementi strutturali (rigidezza) e dalla di-

stribuzione delle masse (una struttura senza massa sarebbe sottoposta a una forza zero). Vi e quindi una risposta dinamica, che coinvolge tutti i modi di vibrare della struttura. Alcune di queste modalita sono globali e interessano l'intera struttura, mentre altre, come le vibrazioni del solaio, hanno natura locale .Ciascun modo di vibrare e caratterizzato da un periodo T (in s) e dalla frazione della massa totale che si associa a quel modo (massa modale).

Figura 4.
Esempio di modalità di vibrazione.



Per quanto concerne la entità delle azioni sismiche dovute alla forma dello spettro di risposta in funzione della altezza del nostro edificio e del periodo fondamentale di vibrazione



Come già affermato nella progettazione di grattacieli aventi altezza superiore ai 200 m non si tiene conto del sisma ma i recenti eventi hanno riproposto la problematica per cui vanno rispettati i criteri di progettazione antisismica . Il fattore di struttura po fattore di comportamento esprime la capacita di deformazione plastica della struttura. La dissipazione energetica nei meccanismi plastici puo contribuire in modo notevole all'assorbimento di energia della struttura sottoposta ad azione sismica. L'input energetico totale del sisma E_{input} viene assorbito dalla struttura in diverse maniere: energia di deformazione elastica E_{ELdef}, energia cinetica E_{kin}, energia viscosa Eviscosa ed energia di deformazione plastica E_{EPdef} :

$$E_{input} = E_{kin} + E_{viscous} + E_{ELdef} + E_{EPdef}$$

E_{EPdef} corrisponde all'energia permanentemente assorbita dal sistema, e puo essere sensibilmente piu importante degli altri termini, come si puo dimostrare confrontando il comportamento di due elementi a mensola sottoposti a spostamenti ciclici tra

$+d_{max}$ e $-d_{max}$.

Il primo elemento si deforma elasticamente, e il suo comportamento e rappresentato dalla linea E_L nel diagramma M – θ della Figura.

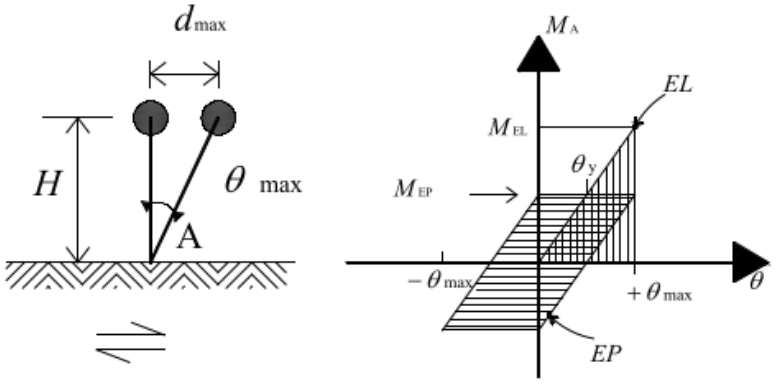


Figura 11.
Confronto tra il comportamento elastico *EL* e il comportamento elastoplastico *EP*.

Allo spostamento $+d_{max}$, il momento alla base M_A raggiunge $M_A=M_{EL}$. L'energia di deformazione elastica E_{ELdef} e rappresentata nel grafico dal triangolo con i tratti verticali, ed e pari a: $E_{ELdef} = M_{EL} * \theta$ max/2 . Questa energia non viene mai dissipata nella struttura; quando si ritorna nella condizione di d = 0, l'energia di deformazione elastica E_{ELdef} del sistema e eguale a 0. Il secondo elemento e caratterizzato dal momento plastico $M_{EP} = 0{,}5\ M_{EL}$. Il momento plastico M_{EP} si ottiene alla base A dell'elemento per $\theta = \theta y = \theta max/2$, e si forma una cerniera plastica. Lo spostamento dmax si raggiunge al termine della deformazione elastica e plastica. Se un terremoto induce spostamenti ciclici da (+ dmax a - dmax,) quale e l'effetto rappresentato dalla curva E_P nella Figura , l'energia E_{EPdef} permanentemente dissipata nel sistema in un ciclo (+ dmax, - dmax) e rappresentata dall'area contrassegnata da tratti orizzontali nella Figura, ed e eguale a: $E_{EPdef} = 2\ E_{ELdef}$. Un terremoto generalmente induce diversi ampi cicli di isteresi; per esempio, 4 cicli da +dmax a - dmax corrispon-

dono ad un'energia totale: $E_{EPdef} = 8\ E_{ELdef}$. Cio dimostra che l'energia assorbita attraverso deformazioni plastiche alternate nell'elemento con resistenza plastica M_{EP} e notevolmente piu grande dell'energia massima di deformazione elastica in un elemento aggettante due volte piu resistente. Se ne deriva che la sezione richiesta per l'elemento E_P puo essere molto minore di quella necessaria per resistere elasticamente M_{EL}, a condizione che la duttilita θ_{max}/θ_y dell'elemento elastoplastico sia maggiore di 2. Il fattore di comportamento o di struttura q e un'approssimazione del rapporto tra le forze sismiche F_{EL} che la struttura subirebbe se la sua risposta fosse totalmente elastica e le forze sismiche F_{EP} che si possono utilizzare a progetto (con un modello convenzionale di analisi elastica) per garantire comunque una risposta strutturale soddisfacente. L'azione sismica di progetto e quindi ridotta in rapporto a quella che dovrebbe essere considerata nell'analisi di una struttura pensata per sostenere l'azione sismica in maniera puramente elastica.

$$T_D \le T \quad Sd(T) = Ag*S*\eta*Fo*(T_C*T_D/T^2)/q = Se(T)/q \quad ; \quad q = Se(T)/Sd(t)$$

Q fattore di struttura = F_{EL}/F_{EP}

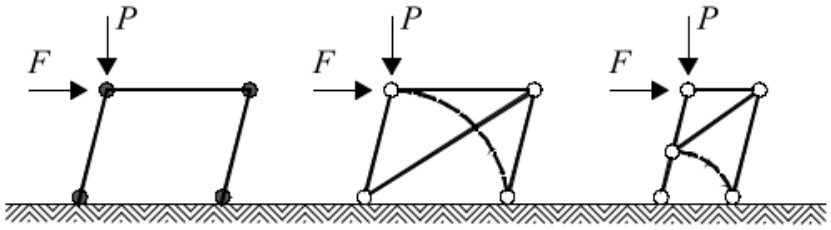


Figura 12.
Il fattore di comportamento q esprime il potenziale di dissipazione energetica di un dato tipo di struttura.

* La stabilità di un controvento a K dipende da una diagonale snella compressa, che collassa in modo fragile.

Le NTC 2018 forniscono per strutture in cls armato e acciaio i seguenti valori del fattore di comportamento e di struttura

Tab. 7.3.II – *Valori massimi del valore di base q_0 del fattore di comportamento allo SLV per diverse tecniche costruttive ed in funzione della tipologia strutturale e della classe di duttilità CD*

	q_0	
Tipologia strutturale	CD"A"	CD"B"
Costruzioni di calcestruzzo (§ 7.4.3.2)		
Strutture a telaio, a pareti accoppiate, miste (v. § 7.4.3.1)	4,5 α_u/α_1	3,0 α_u/α_1
Strutture a pareti non accoppiate (v. § 7.4.3.1)	4,0 α_u/α_1	3,0
Strutture deformabili torsionalmente (v. § 7.4.3.1)	3,0	2,0
Strutture a pendolo inverso (v. § 7.4.3.1)	2,0	1,5
Strutture a pendolo inverso intelaiate monopiano (v. § 7.4.3.1)	3,5	2,5
Costruzioni d'acciaio (§ 7.5.2.2) e composte di acciaio-calcestruzzo (§ 7.6.2.2)		
Strutture intelaiate Strutture con controventi eccentrici	5,0 α_u/α_1	4,0
Strutture con controventi concentrici a diagonale tesa attiva Strutture con controventi concentrici a V	4,0 2,5	4,0 2,0
Strutture a mensola o a pendolo inverso	2,0 α_u/α_1	2,0
Strutture intelaiate con controventi concentrici	4,0 α_u/α_1	4,0
Strutture intelaiate con tamponature in murature	2,0	2,0

La nostra struttura mista con pareti verticali a mensola e nucleo centrale di cls dovrebbe avere u coefficiente di struttura ridotto q = 2

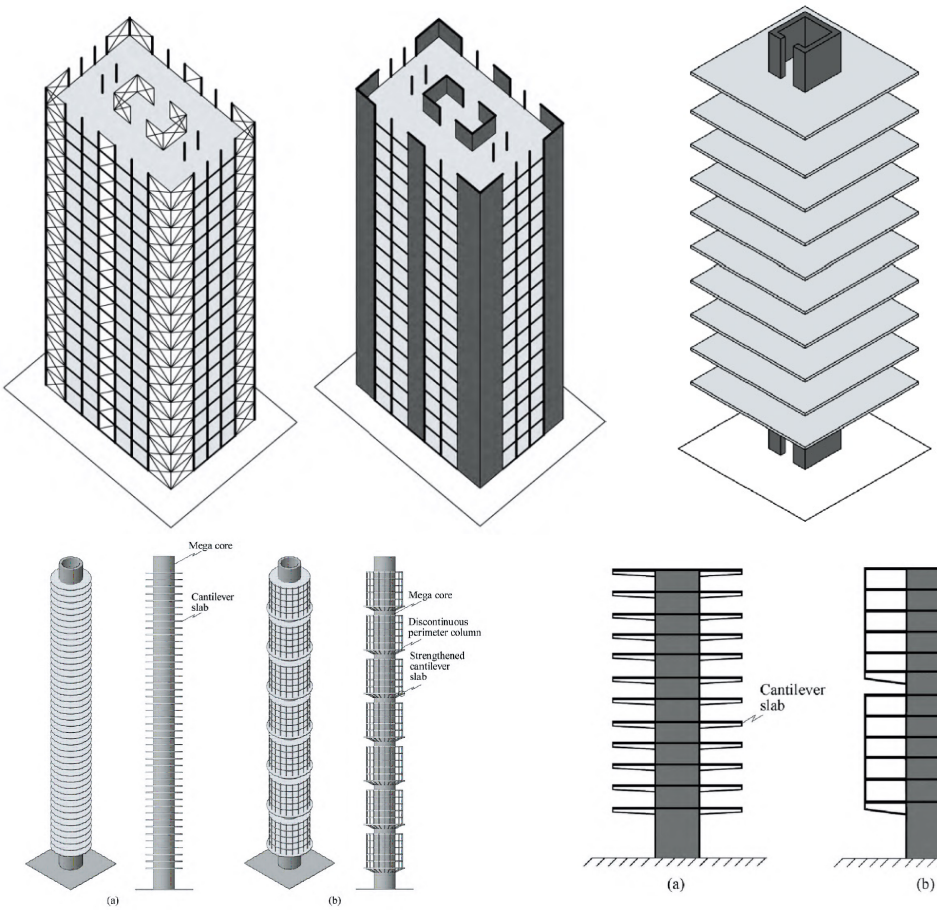
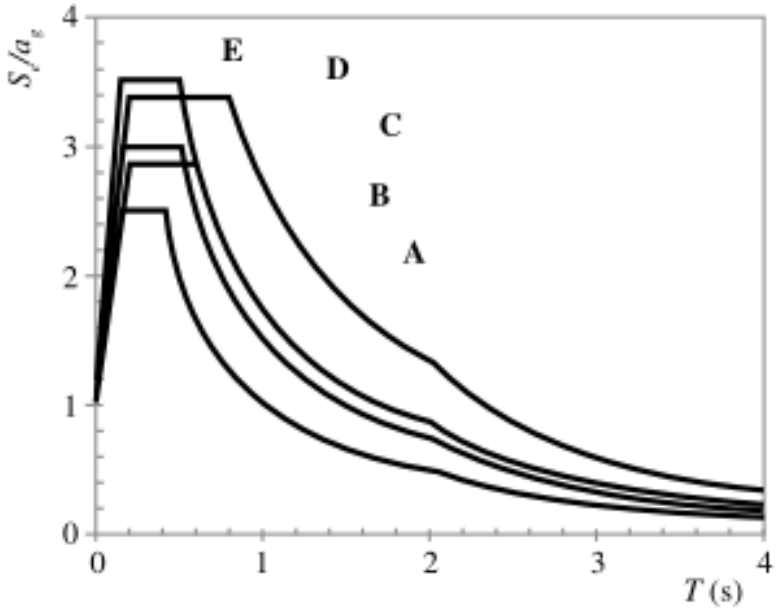


FIGURE 3.25 Slabs in the mega core system: (a) cantilever slab, (b) supported

FIGURE 3.8 Slabs in core systems: (a) cantilever slabs, (b) strengthened cantilever slabs

Il collasso di questa struttura avviene per formazione di cerniere plastiche alla base , lo schema è a mensola ed ha una bassa riserva di resistenza plastica , q = 1,5÷ 2, ovviamente per edifici alti T > 2,67 sec e le forze sismiche di inerzia sono ridotte al pari delle azioni sismiche su edifici con isolatori sismici.



I recenti eventi sismici del 29 marzo 2025 nella città di Myanmar in Indonesia hanno evidenziato crolli e paurose oscillazioni per edifici alti con elevato numero di piani, edifici mai crollati o andati in crisi per dei monsoni in generale azioni del vento che invece collassano sotto azioni sismiche . Gli ***Skycrapers*** *sono strutture ultramoderne che no vengono progettate secondo criteri antisismici in virtù della assenza della forza di inerzia Sd(T)≈ 0 , un grattacielo alto 1000 m ha un periodo di fondamentale oscillazione pari a* $T = 0{,}085*1000^{3/4}$ *di circa 15 sec , il cui periodo nello spettro non è neanche riportato , ma oscilla paurosamente durante un evento tellurico*

Edifici invece con struttura a ***mega telaio*** *hanno coefficienti di struttura più elevati*

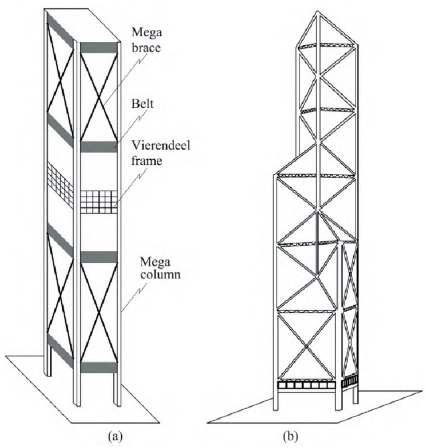


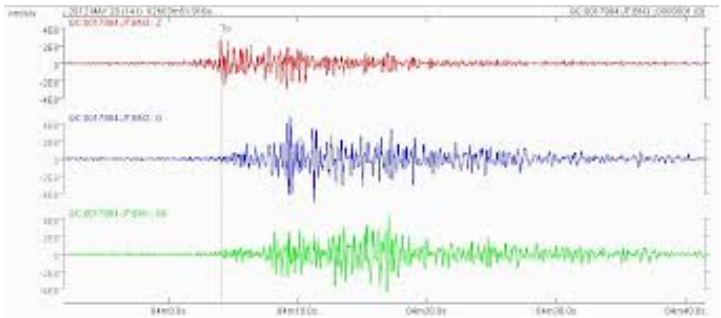
FIGURE 3.21 Mega column (mega frame, space truss) system

Sono edifici bellissimi simbolo di potenza di dominio sul territorio che si impongo-

no sulle altre costruzioni che vengono messi in crisi da azioni orizzontali che durante la progettazione prima architettonica e poi strutturale non vengono neanche considerate. Tra i vari sistemi costruttivi per grattacieli forse quello al quale corrisponde una maggiore resistenza in fase plastica ed una capacità dissipativa più elevata sono quelli a telaio e ***mega telaio*** *per i quali il fattore di comportamento e di struttura assume dei valori più elevati q= 2÷3,5 . In Italia edifici alti li troviamo solo nella città di Milano .*

e Napoli con il centro direzionale progettatto da Kenzo Tange.

La progettazione sismica degli edifici alti non va eseguita attraverso lo spettro di risposta ma con accelerogrammi eseguendo una analisi dinamica non lineare ***(time history)*** *al passo* ***step by step*** *sollecitando i grattacieli per gli accelerogrammi come prescritto dalla NTC 2018 nelle tre direzioni facendo variare la accelerazione partendo dal valore iniziale zero per poi variare secondo l'accelerogramma proposto*



5-Gli impalcati degli edifici alti

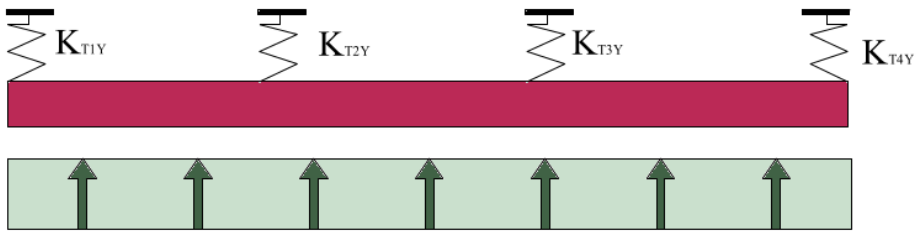
Nella progettazione strutturale di edifici al fine di validare le ipotesi a base del modello di calcolo utilizzato nei software strutturali si conferisce all'impalcato adeguata rigidezza estensionale attraverso una soletta di calcrestruzzo armata con rete metallica elettrosaldata che deve avere uno spessore non inferiore a 5 cm imposta dalle norme tecniche sulle costruzioni NTC 2018. Nella progettazione architettonica bisogna porre attenzione al vano scala e al foro dell'ascensore ed eseguire una verifica dell'impalcato nelle sezioni deboli corrispondenti ai vuoti considerando il diafaramma vincolato ai pilastri. I software di calcolo strutturale hanno implementato al loro interno la funzione impalcato deformabile , dove la ripartizione delle azioni orizzontali avviene in base alle arre di influenza se indichiamo con K_{TI} la rigidezza traslante del telaio i-mo al piano i esame la forza che compete al telaio

$$F_{TIX} = F_{IX} * K_{TIX} / \sum K_{TIX} \; ; \quad F_{TIY} = F_{IY} * K_{TIY} / \sum K_{TIY} \; ; \qquad E = E_X \pm 0{,}3 * E_Y$$

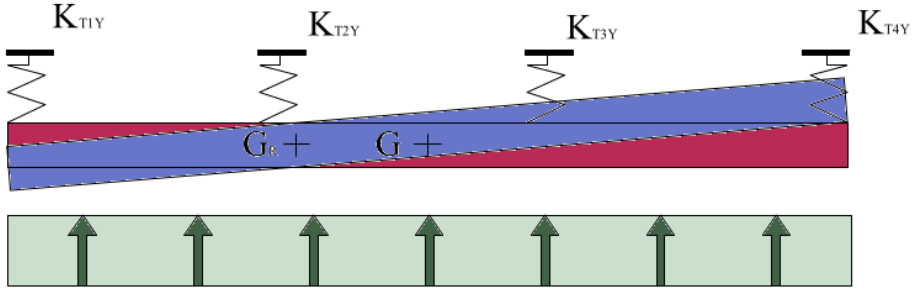
In direzione X ed Y per edifici simmetrici ovvero baricentro delle masse che coincide con il baricentro delle rigidezze $G = G_R$ invece per $G \neq G_R$ posizionato un sistema di riferimento cartesiano di assi X ed Y con origine nel baricentro delle rigidezze le aliquote taglianti torsionali spettanti al telaio i-mo

$$F_{TIX} = F_{IX} * Y_G * K_{TIX} * Y_{TI} / \sum (K_{TIX} * Y_{TI}) \; ; \qquad F_{TIY} = F_{IY} * X_G * K_{TIY} * X_{TI} / \sum (K_{TIY} * Y_{TI})$$

Ripartito in base alle rigidezze torsionali prodotto della rigidezza tagliante per la distanza $(X_{TI}; Y_{TI})$ distanza telaio direzione X e Y dal baricentro delle rigidezze $(X_G; Y_G)$ coordinate del baricentro delle masse

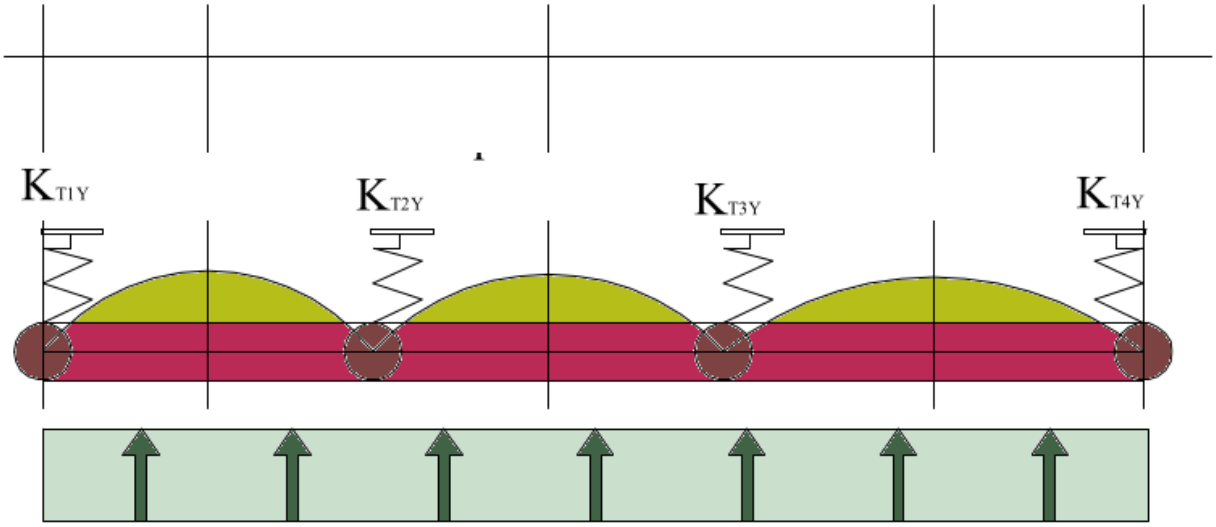


Azione sismica
equilibrio traslazione



Azione sismica
equilibrio rotazione G_R

Con la ipotesi di impalcato deformabile si ipotizza che si rompa i corrispondenza degli appoggi ovvero dei telai e che la ripartizione delle azioni sismiche di impalcato avvenga mediante le aree di influenza con coefficienti di influenza (0,8-1,20) per travi continue se l'impalcato si deforma , incernierato una volta che si è rotto in corrispondenza dei telai. $F_{TI} = Q*L_I/L$



Azione sismica
Area di influenza

La ipotesi di infinita rigidezza assiale dell'impalcato è parte integrante delle NTC 2018 ; Per i grattacieli al fine di tutelarci contro la fenomeni di instabilità per compressione dei pilastri all'impalcato è richiesta anche rigidezza flessionale attraverso ***Cantilever Slab*** *in modo che lo sforzo normale di compressione vada a gravare sul nucleo centrale e sui setti e che la ripartizione degli sforzi normali avvenga non tramite le are di influenza ma attraverso la rigidezza assiale dell'elemento strutturale verticale*

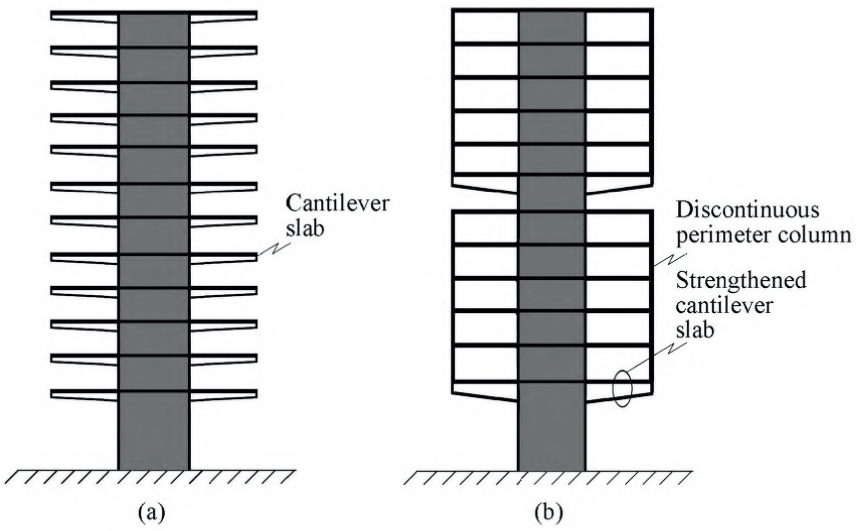
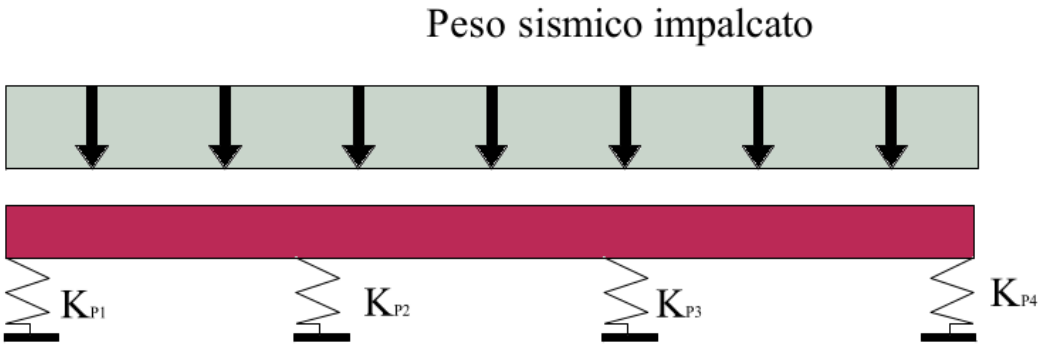
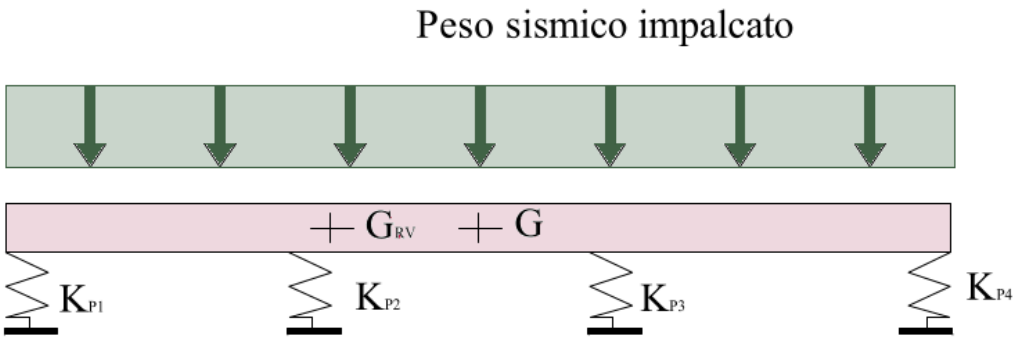


FIGURE 3.8 Slabs in core systems: (a) cantilever slabs, (b) strengthened cantilever slabs

$P_I = P*(E_IA_I/L) /(\sum E_IA_I/L)$ vi è anche un aliquota di sforzo normale dovuto a dissimmetria delle rigidezze assiali degli elementi strutturali; l'impalcato è una piastra rigida che ruota nelle due direzioni

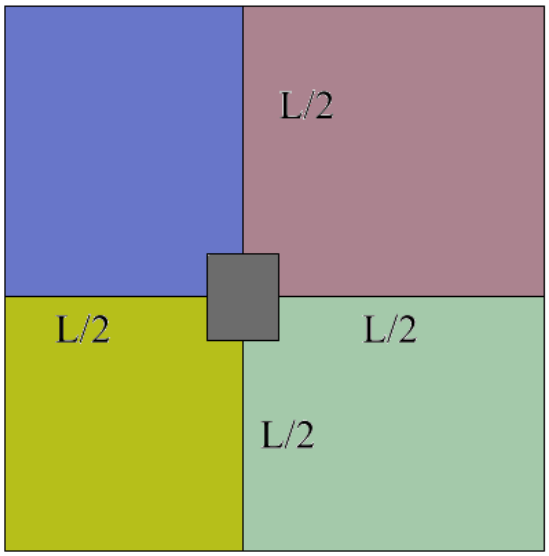




La posizione di GRV viene determinata coni, teorema di Varignon eguagliando il momento statico delle rigidezze rispetto al baricentro geometrico con la risultntate ovvero la somjma delle rigidezze

$X_{GR} = (X_I*E_IA_I/L)/(\sum E_IA_I/L);$ $Y_{GR} = (Y_I*E_IA_I/L)/(\sum E_IA_I/L);$

Molto spesso si amplifica la rigidezza assiale dei pilastri al fine di validare il modello per aree di influenza valido per edifici con numero di piani < 10 $P_I = \beta_{I1}*\beta_{I2}* P*A_I$



Quelli descritti per l'impalcato sono dei comportamenti limite di fascia , la soluzione migliore per edifici alti è la modellazione della soletta di solaio come elemento plate shell in modo da ottenere lo stato tensionale all'interno e vedere se vi sono dei picchi-di tensione in corrispondenza dei nuclei e dei setti che possono rompere l'impalcato eseguendo direttamente la verifica sia in termini di rigidezza assiale che flessionale dell'impalcato tramite lo sforzo normale nei pilastri. La tecnologia costruttiva preve-de solai in lamiera gregata o prefabbricati precompressi in calcestruzzo con cassero a perdere di spessore adeguati 30-40 cm soletta di calcestruzzo almeno 25 cm .

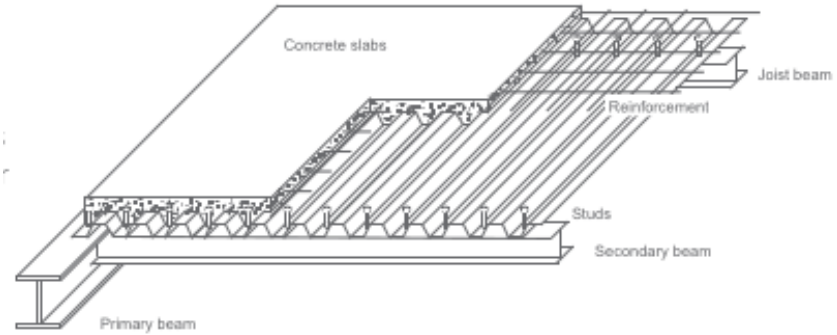
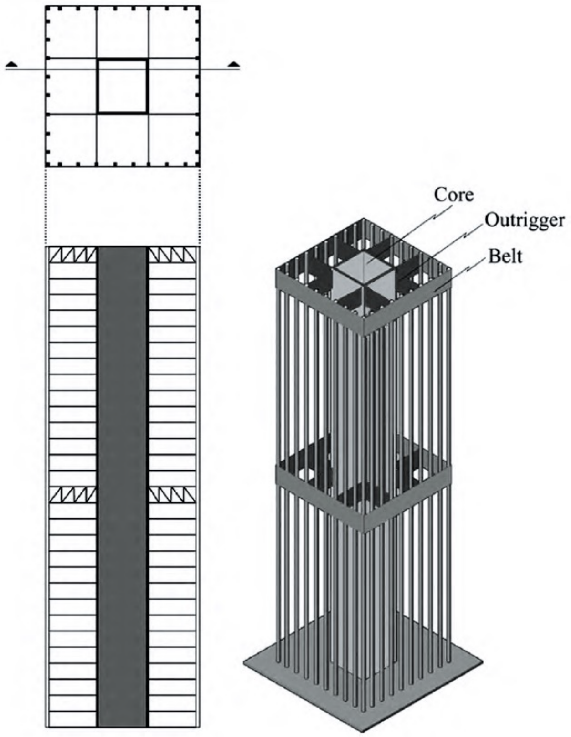


Figure 6.1: Composite floor system

Se poi pensiamo agli stabilizzatori orizzontali utilizzati per i grattacieli i pilastri non sono dei puntoni ma dei tiranti la cui funzione è la riduzione della flessione nel nu-cleo o albero centrale , la problematica della instabilità è inesistente e si aggira an-che l'effetto P-Δ

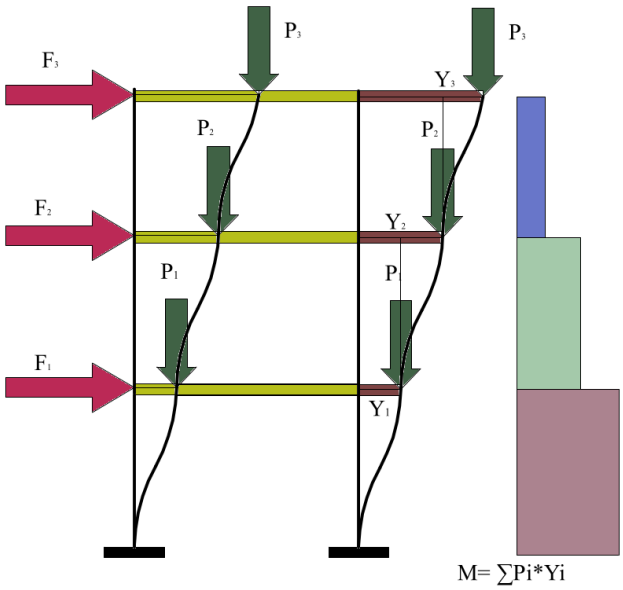


Alla asta tesa corrisponde un incremento di rigidezza dovuto allo sforzo normale

$K = 12*EI/H^3 - P/H$ *;asta compressa* $K = 12*EI/H^3 + P/H$ *; asta tesa*

6-L'effetto P-Δ

L'effetto P-Δ rappresenta un incremento delle sollecitazioni flessionali nel pilastro di edifici per effetto dello sforzo normale verticale di compressione e della deformata del telaio ovvero dello spostamento orizzontale dell'impalcato;



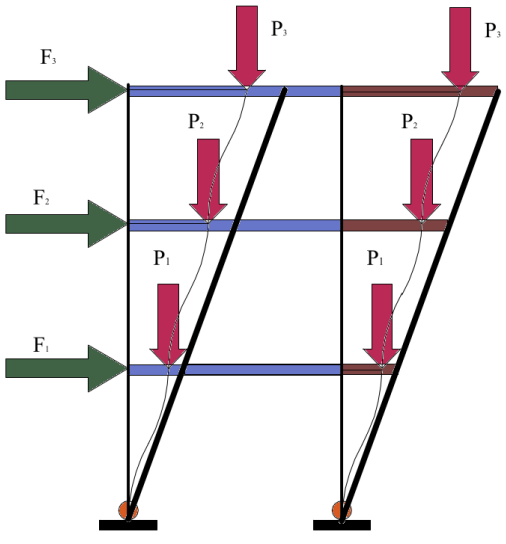
Il momento alla base del pilastro tende le fibre interne ed è pari a

$M = Mo+\Delta M = (F_1+F_2+F_3)/2*H/2 + (P_1*Y_1+P_2*Y_2+P_3*Y_3)$ *dove*

$Mo= (F_1+F_2+F_3)/2*H/2$ *schema sher type*

$\Delta M = (P_1*Y_1+P_2*Y_2+P_3*Y_3)$ *effetto P-Δ* Y_1 *spostamento relativo tra gli impalcati*

Il momento alla base è maggiorato e può portare al collasso la struttura per formazione di cerniere plastiche alla base



Le NTC 2018 per l'effetto P-Δ prescrivono l'analisi di buckling ovvero la ricerca del

moltiplicatore critico dei carichi verticali che porta al collasso la struttura ovvero la determinazione del carico critico globale del telaio anche in presenza di azioni orizzontali siano esse sismiche o del vento. In generale, è possibile effettuare:

− l'analisi del primo ordine, imponendo l'equilibrio sulla configurazione iniziale della struttura,
− l'analisi del secondo ordine, imponendo l'equilibrio sulla configurazione deformata della struttura.

L'analisi globale può condursi con la teoria del primo ordine nei casi in cui possano ritenersi trascurabili gli effetti delle deformazioni sull'entità delle sollecitazioni, sui fenomeni di instabilità e su qualsiasi altro rilevante parametro di risposta della struttura. Tale condizione si può assumere verificata se risulta soddisfatta la seguente relazione:

$$\alpha_{cr} = F_{CR}/F_{ED} \geq 10 \quad \text{per l'analisi elastica}$$
$$\alpha_{cr} = F_{CR}/F_{ED} \geq 15 \quad \text{per l'analisi plastica}$$

dove α_{cr} è il moltiplicatore dei carichi applicati che induce l'instabilità globale della struttura, F_{ED} è il valore dei carichi di progetto e F_{CR} è il valore del carico instabilizzante calcolato considerando la rigidezza iniziale elastica della struttura. Le norme tecniche NTC 2018 inoltre stabiliscono in quali casi tener conto dell'effetto P-Δ nelle strutture in cemento armato definendo un fattore $\theta = P*d_R/(V*H)$ dove ,

- *P è il carico verticale totale dovuto all'orizzontamento in esame e alla struttura ad esso sovrastante;*
- *D_R è lo spostamento orizzontale medio d'interpiano allo SLV, ottenuto come differenza tra lo spostamento orizzontale dell'orizzontamento considerato e lo spostamento orizzontale dell'orizzontamento immediatamente sottostante*
- *V è la forza orizzontale totale in corrispondenza dell'orizzontamento in esame, derivante dall'analisi lineare con fattore di comportamento q;*
- *H è la distanza tra l'orizzontamento in esame e quello immediatamente sottostante.*

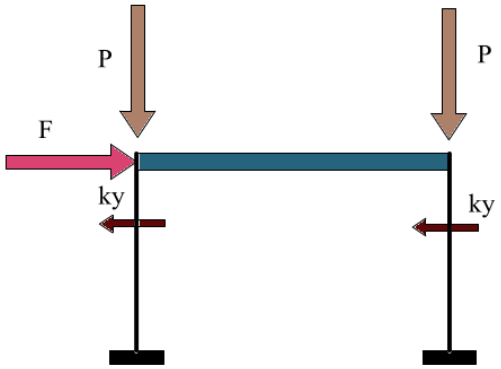
Gli effetti delle non linearità geometriche:

- *possono essere trascurati, quando θ è minore di 0,1;*
- *possono essere presi in conto incrementando gli effetti dell'azione sismica orizzontale di un fattore pari a $1/(1-\theta)$, quando θ è compreso tra 0,1 e 0,2;*
- *devono essere valutati attraverso un'analisi non lineare, quando θ è compreso tra 0,2 e 0,3.*

Il calcolo dell'effetto instabilizzante dei carichi verticali va perseguito in modo iterativo poiché pur essendo possibile definire una matrice di rigidezza che tenga conto dell'effetto P-Δ , varia la distribuzione degli sforzi normali nei pilastri conseguente ad una variazione del momento flettente.

L'effetto P-Δ sui traduce in una diminuzione della rigidezza

$K = K_O$ - P/H ; P sforzo normale H altezza del telaio



L'incremento di forza orizzontale dovuto alla instabilità

F_O + P/H Y ; ;Lo spostamento statico Y = F/K*

Y = (F_O+ P/H Y)/K ; K*Y = F_O+ P/H* Y*

Y = F_O/(K-P/H) La rigidezza è pari a

$12EI/H^3$ - P/H per telaio shear type
$3EI/H^3$ - P/H per mensola
K-P/H negli altri casi

Se lo sforzo normale modifica il segno ovvero è di trazione si ha un incremento di rigidezza ovvero uno spostamento orizzontale più piccolo , il momento alla base del pilastro

*M = Mo-ΔM = (F_1+F_2+F_3)/2*H/2 - (P_1*Y_1+P_2*Y_2+P_3*Y_3) dove*

*Mo= (F_1+F_2+F_3)/2*H/2 schema sher type*

*ΔM = (P_1*Y_1+P_2*Y_2+P_3*Y_3) effetto P-Δ Y_1 spostamento relativo tra gli impalcati*

Aumentando la rigidezza dell'asta
$12EI/H^3$ + P/H per telaio shear type
$3EI/H^3$ + P/H per mensola
K+P/H negli altri casi

Si riduce lo spostamento orizzontale e la problematica non si pone come è ovvio assumendo importanza sia la rigidezza flessionale dell'impalcato che ha la funzione di ridurre gli sforzi normali nei pilastri e ripartire il peso della struttura sul nucleo e i setti scaricando i pilastri

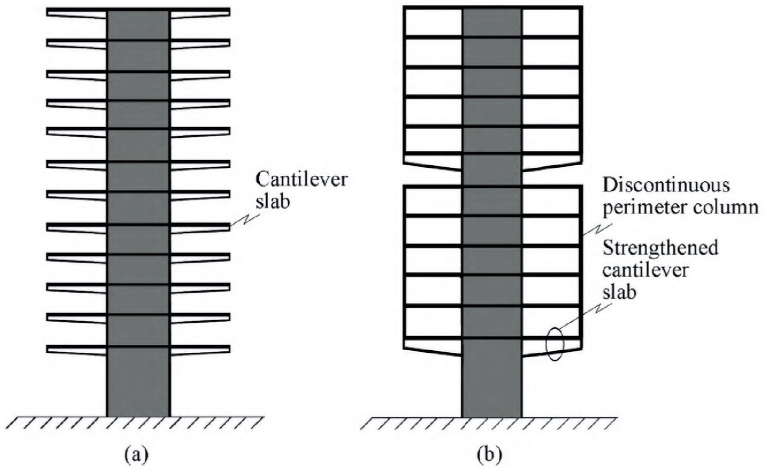
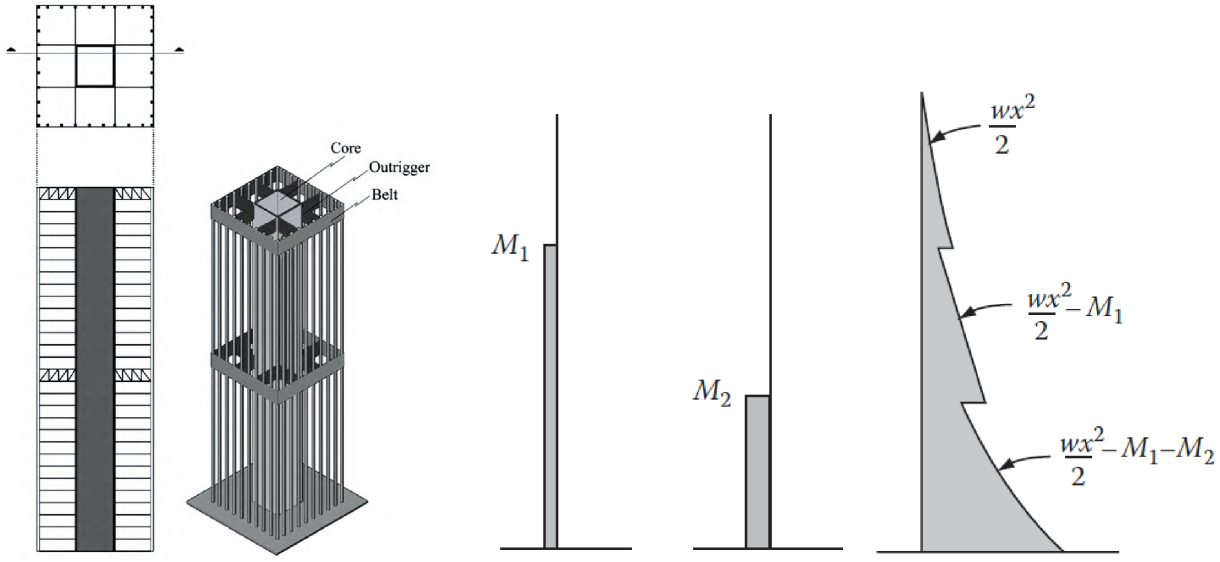


FIGURE 3.8 Slabs in core systems: (a) cantilever slabs, (b) strengthened cantilever slabs

L'effetto P-Δ si sposta dai pilastri sul nucleo generando sollecitazioni flettenti elevate dovute allo sforzo normale verticale di compressione , e allo spostamento orizzontale dell'edificio che deve essere contenuto per azioni orizzontali quali vento e sisma in $\delta \leq H/500$ *. Gli stabilizzatori hanno la funzione di ridurre la flessione nel tubo o albero centrale riducendo lo spostamento orizzontale del grattacielo.*



In forma matriciale per un edificio multipiano > 10 la equazione dinamica di equilibrio che tiene conto del sisma del vento e dell'effetto P-Δ

$M*Y''+C*Y+(K-P/H)*Y = M*Sd(t) \pm P(t)$ *sisma ± vento*

$M*Y''+C*Y+(K-P/H)*Y = M*Sd(t)$ *sisma*

$M*Y''+C*Y+(K-P/H)*Y = P(t)$ *vento*

Si esegue un primo calcolo senza tener conto degli sforzi normali nei pilastri ,in quello successivo si tiene conto degli sforzi normali e della loro variabilità in funzione della redistribuzione delle sollecitazioni 3-4 iterazioni.

Per un edificio con nucleo centrale si può stimare il moltiplicatore critico dell'edificio determinando il carico critico di una mensola $F_{cr}= \pi^2*E*I/Lo^2$ *, noto il peso W globale dell'edificio* $\alpha_{CR}= \pi^2*E*I/Lo^2 /W$ *con lunghezza libera di inflessione di mensola pari a* $Lo= 2*H$ *, h altezza del grattacielo. Se invece teniamo conto anche dei pilastri compressi senza traslare tutto il carico verticale sul nucleo ma distribuito su nuclei setti e pilastri , dobbiamo sommare le rigidezze e tener conto anche della rigidezza degli impalcati che riduce la lunghezza libera di inflessione globale*

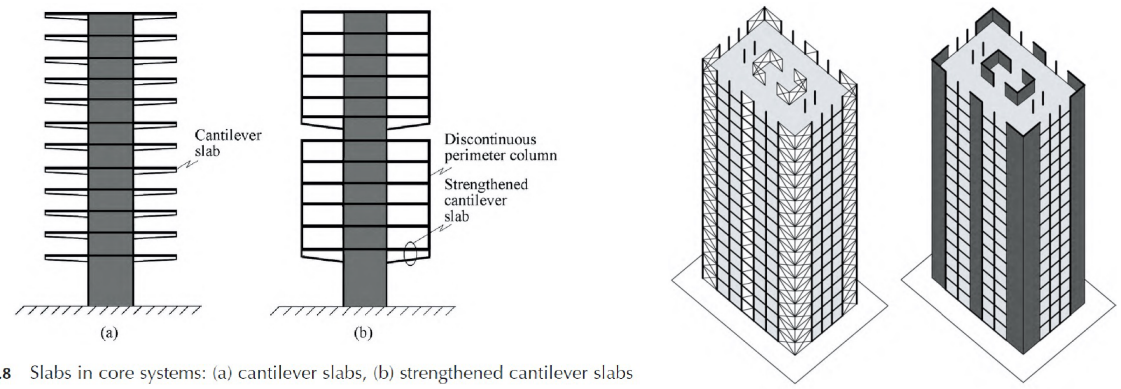
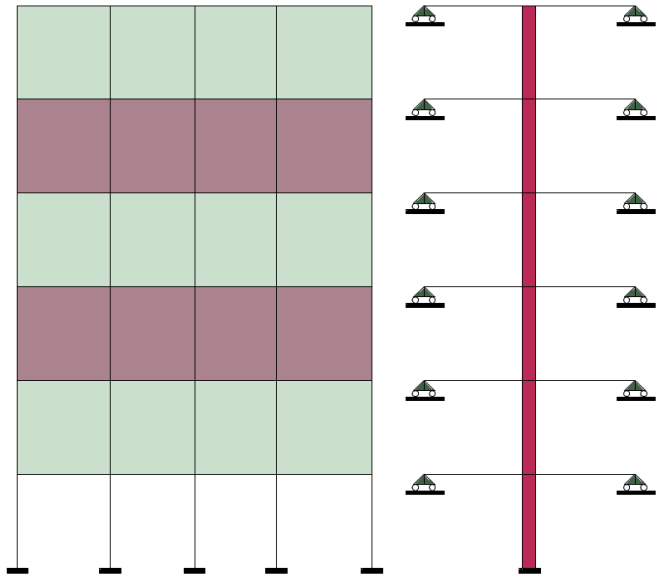


FIGURE 3.8 Slabs in core systems: (a) cantilever slabs, (b) strengthened cantilever slabs

Il nucleo ha una sezione tubolare rettangolare cava ad elevatissima inerzia considerato come un elemento modimensionale ha una grande lunghezza libera di inflessione 2H ma ik, carico critico è comunque elevato . Per un grattacialo composto di setti perimetrali e nuclei centrali il carico critico $F_{cr}= \pi^2*\sum(E_S*I_S+E_PI_P)/Lo^2$ *dove la lunghezza libera di inflessione* $Lo= \beta*L$ *,*

Mensola $\beta= 2$
Trave incastrata agli estremi $\beta=0,707$
Trave incernierata agli estremi $\beta= 1$
Trave incastrata appoggiata $\beta= 1,2$

Nel caso di telaio si può considerare lo schema equivalente in figura



Valido sicuramente per la colonna singola che è possibile estendere all'intero edificio con le dovute cautele tenendo conto della rigidezza della piastra di solaio. Il pilastro è libero di spostarsi in direzione orizzontale ma non di ruotare vi è un vincolo elastico quale la presenza della trave ovvero della piastra di solaio vincolata agli estremi con vincoli elastici , il momento si riduce non è lineare o costante di mensola ripartendosi sulle travi orizzontali. La rigidezza al piano i per il ritto k uniformemente ripartita all'impalcato è pari a

$3EI_{K-1}/(L_{K-1}/2) + 3EI_K/(L_K/2)$ *la rigidezza globale* $k= \sum 12*EI_K/(L_K*h_I)$

La equazione della linea elastica $EIW^{IV} +(P-k)*V^{II} = 0$
Il calcolo può essere ricondotto a quello di una trave caricata di punta a sezione costante

$F_{cr} \approx \pi^2*\sum(E_S*I_S+E_PI_P)/Lo^2 -\sum 12*EI_K/(L_K*h_I)$

il moltiplicatore critico $\alpha_{cr} \approx [\pi^2*\sum(E_S*I_S+E_PI_P)/Lo^2 -\sum 12*EI_K/(L_K*h_I)]/W$

Abbiamo esposto un metodo approssimato per una stima del moltiplicatore critico di un edificio multipiano in modo che sappiamo interpretare i risultati della analisi di buckling eseguita dal software e stabilire se sono accettabili ovvero se il moltiplicatore risultato del calcolo è corretto prevenendo malfunzionamenti e virus informatici.
Riportiamo l'andamento esatto del diagramma dei momenti per una mensola pressoinflessa e tensoinflessa soggetta ad effettoP-Δ $M(z) = F*(H-z) \pm P*V(z)$

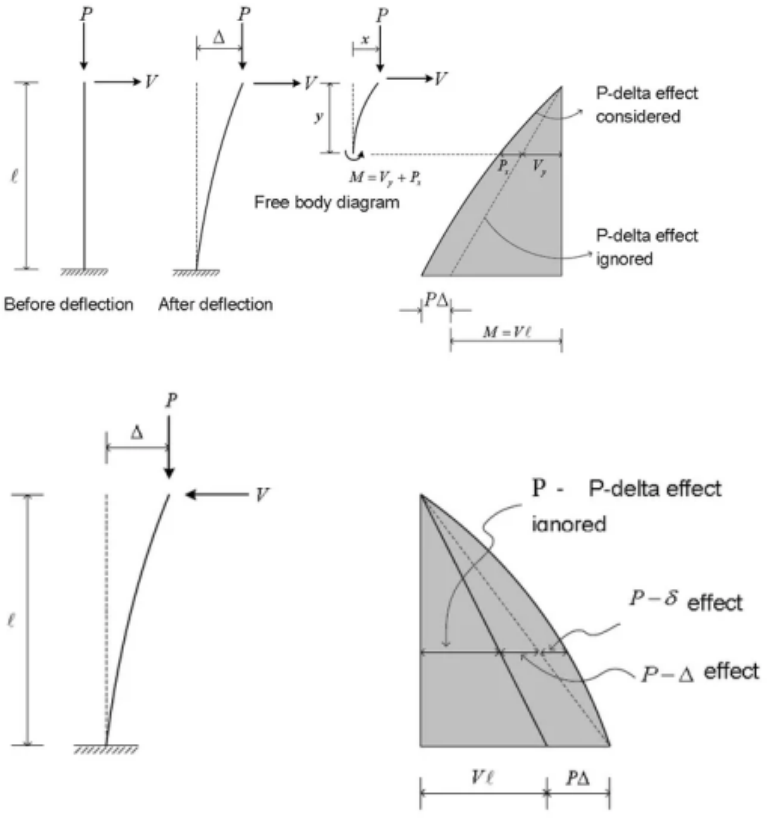
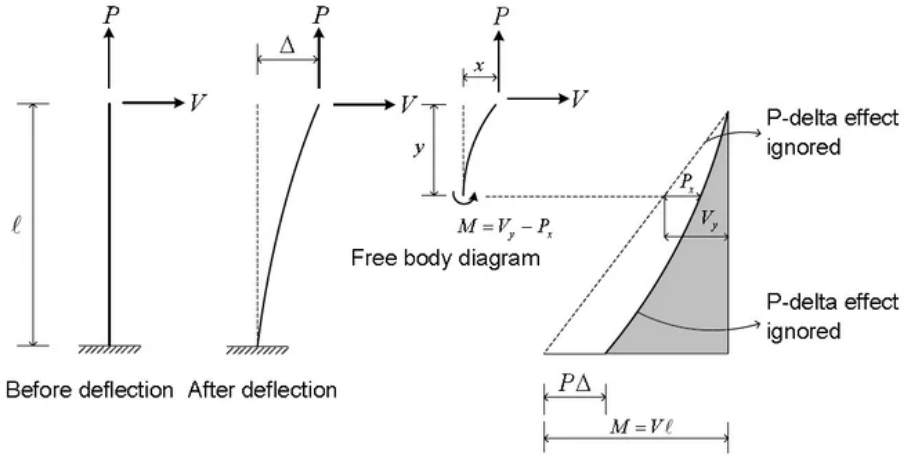


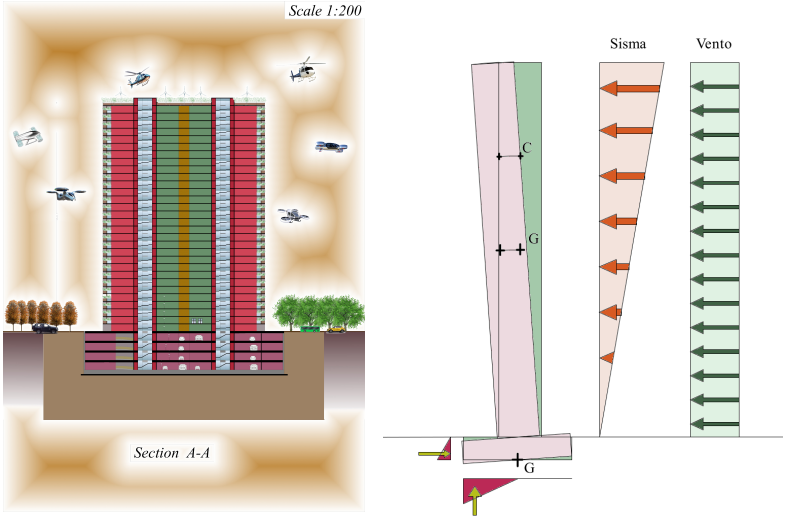
Figura 3: Effetto P Delta



Per la sollecitazione di trazione il momento flettente diminuisce e diminuiscono anche le deformazioni ovvero la deflessione orizzontale: in grattacieli con stabilizzatori i tiranti verticali hanno un effetto benefico sull'effetto P-delta del nucleo riducendo la deformazione e la flessione che è poi la funzione degli stabilizzatori con tiranti verticali.

7-Stabilità dell'equilibrio interazione dinamica terreno struttura

Nelle strutture alte siano esse torri fari ciminiere serbatoi ed anche grattacieli vi è una problematica di tipo geotecnico dovuto a cedimento o meglio rotazione del piano di posa con conseguente effetto P-delta con ribaltamento della struttura in presenza di azioni orizzontali quali vento e sisma. Un calcolo corretto deve tener conto della interazione dinamica terreno struttura oltre che l'approfondimento del piano di posa cosa che viene eseguita con i grattacieli ampliando la fondazione di base e realizzando nell'interrato dei parcheggi: il posto macchina è richiesta quindi il parcheggio interato è nello stesso tempo una ottima soluzione architettonica funzionale e strutturale.



Volendo studiare il solo moto rigido connesso alla stabilità dell'equilibrio

$P*3u/2+ S*h/3 = Q*H^2/2$ *vento*

$P*3u/2+ S*h/3 = 2*F*H^2/3$ *sisma*

Si ipotizza che la rotazione avvenga intorno al baricentro della fondazione e che $3u= B/2$

H altezza edificio
B larghezza fondazione
S spinta passiva sulla fondazione $S =K_p* \gamma*h^2/2 = tg^2(45°+\varphi 2)* \gamma*h^2/2$
$P = Qlim*B/4$
Q azione del vento $Q = 1/2*\rho*V^2 *C_p*C_e*C_d$
V velocità del vento
C_p *coefficiente di pressione*
C_e *coefficiente di esposizione*
C_d *coefficiente dinamico*
F azione sismica $Sd(T)*W/H$
W peso sismico $= w*H$ *T periodo* $= 0,075*H^{3/4}$

Volendo determinare la configurazione di equilibrio attraverso il principio dei lavori virtuali con una teoria del secondo ordine tenendo conto dell'effetto P-delta

$$-w*H^2 /2*\cos\theta+Q*H^2/2*\sin\theta-P*2*B/3*\sin\theta - S*2*B/3 \cos\theta +$$

$$W*H/2*\sin\theta*2/h= 0$$ *azioni del vento*

$$-w*H^2 /2*\cos\theta+2*F*H^2/3*\sin\theta - P*2*B/3 \sin\theta - S*2*B/3 \cos\theta +$$

$$W*H^2/4*\sin\theta*2/h= 0$$ *azioni sismiche*

Attraverso gli sviluppi i serie di mac laurin fermandoci ai termini del II ordine

$\sin\theta= \theta - \theta^3/3 +.....$ $\cos\theta= 1-\theta^2/2 + ...$

$$-w*H^2 /4*\theta^2+Q*H^2/2*\theta-P*2*B/3*\theta - S*B/3*\theta^2 + w*H^3/2h*\theta= 0$$

$$\Theta= [Q*H^2/2-P*2*B/3+W*H^2/2h]/(W*H/4+S*B/3)$$ *vento*

$$\Theta= [F*2*H^2/3-P*2*B/3+W*H^2/2h]/(W*H/4+S*B/3)$$ *sisma*

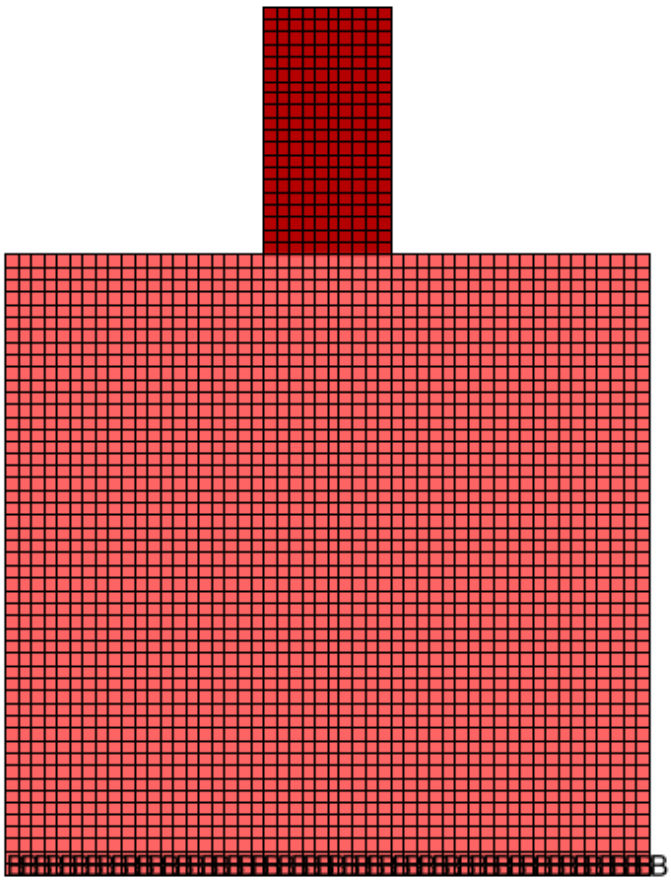
Θ rappresenta l'angolo che individua la configurazione di equilibrio

Lo spostamento rigido alla sommità del grattacielo dovuto alla sola rotazione rigida
$\Delta = H*\sin\theta$ ad esso va aggiunto lo spostamento elastico $F = K*\Delta e$

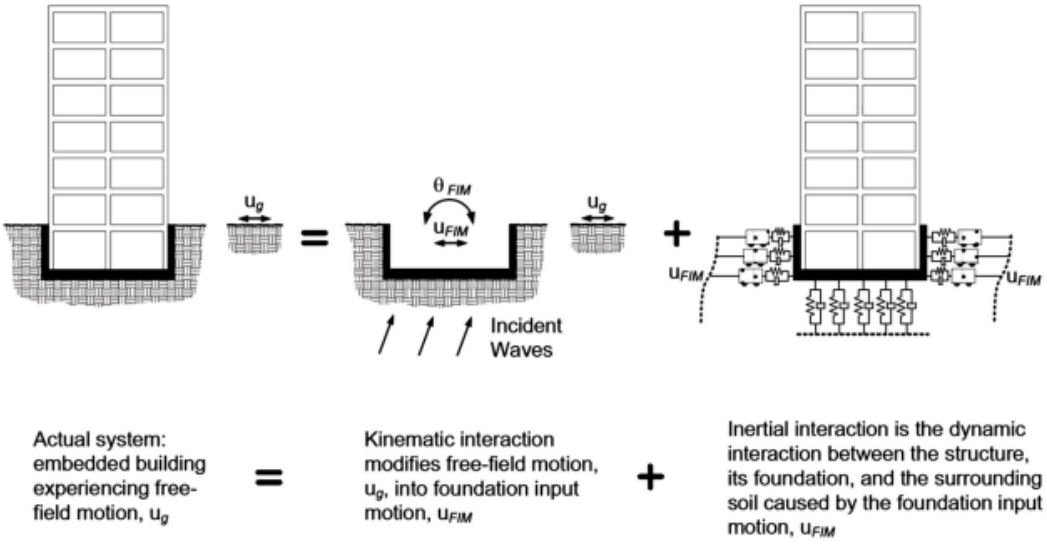
Vista la deformabilità del grattacielo

$\Delta = H*\sin\theta + F/K \leq H/500$ dove in generale con F si è indicata la forza orizzontale

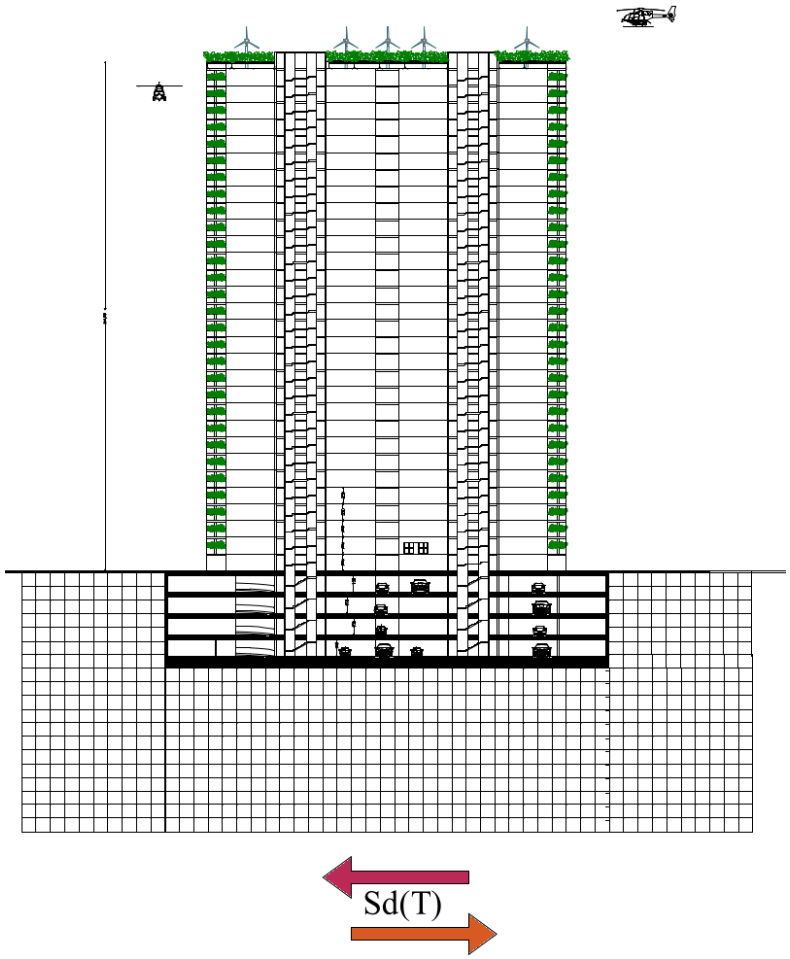
Il calcolo del grattacielo va eseguito tenendo conto della interazione dinamica terreno struttura considerando un volume significato di terreno attorno alla fondazione da modellare come tanti elementi ***brick o plate-shell*** *di adeguata altezza con la teoria del semispazio elastico tenendo anche conto della incapacità del terreno di resistere a trazione attraverso una analisi statica non lineare che elimini via via le porzioni di terreno teso ovvero gli elementi finiti tridimensionali tesi. E'una analisi da svolgere tramite PC le considerazioni fate adatte per un grattacielo richiamano i cinematismi delle pareti murarie e tengono conto del solo moto rigido e delle caratteristiche del terreno. Utilizzare delle formulazioni per la rigidezza rotazionale della molla di base viste le dimensioni dei parcheggi interrati è fuori luogo è più consono modellare ikl terreno e fare un calcolo tramite software.*



La modellazione del terreno attorno la fondazione può essere eseguita alla Winkler co delle molle incapaci di resistere a trazione o degli smorzatori atti a rappresentare la rigidezza il il damping all''interfaccia terreno fondazione.

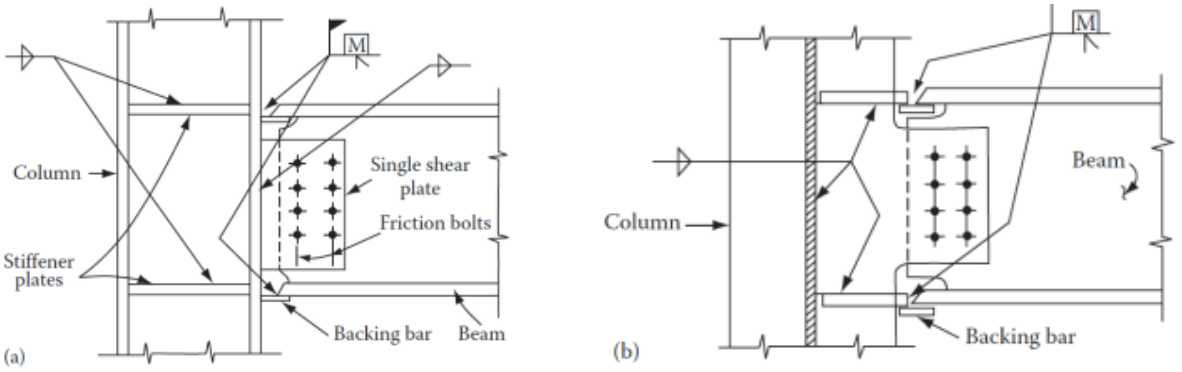


L'edificio è più deformabile se teniamo conto del terreno si ha un ulteriore abbattimento delle azioni sismiche ma come detto è opportuno eseguire un analisi dinamica non lineare tenendo conto anche della geologia locale applicando le azioni sismiche ovvero le accelerazioni alla base e sulle pareti del volume significativo di terreno.



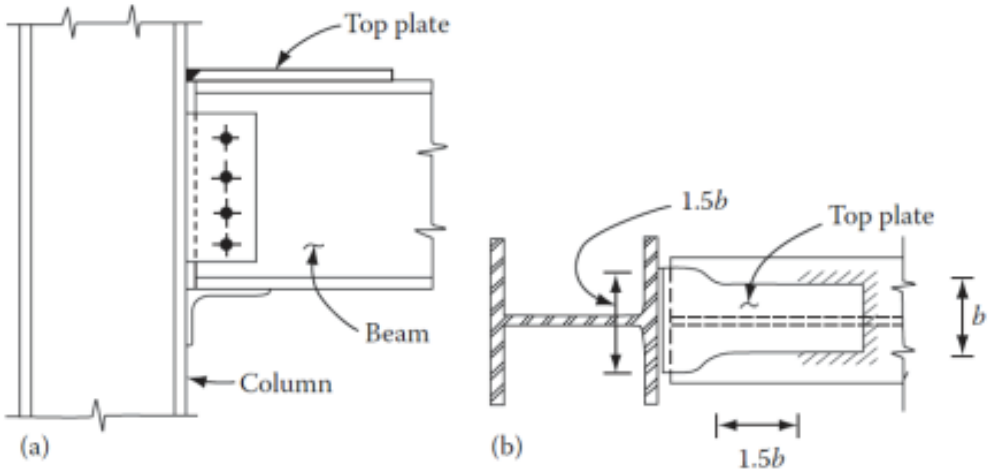
8-I nodi di acciaio Trave-Pilastro

Per sistemi strutturali in acciaio, i collegamenti possono essere realizzati o con bulloni ad attrito ad alta resistenza, o mediante saldature, o mediante bullonatura/saldatura. ***Connessione rigida.***

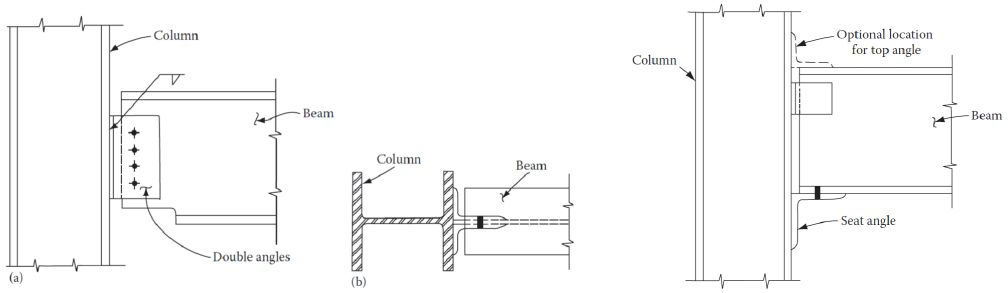


La resistenza del telaio alle azioni laterali dipende da come nei nodi viene ripartito il momento flettente tra le colonne e le travi. Le connessioni parzialmente rigide non sono in grado di impedire completamente la rotazione relativa tra trave e colonna. In questo caso è ridotta anche la capacita di trasferire il momento tra travi e pilastri, ma il telaio mantiene una certa resistenza alle azioni orizzontali.

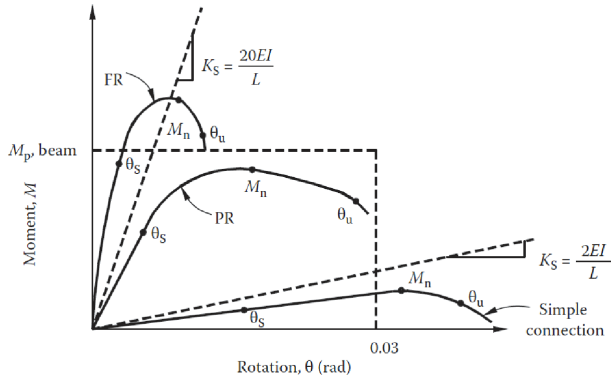
Connessione semirigida



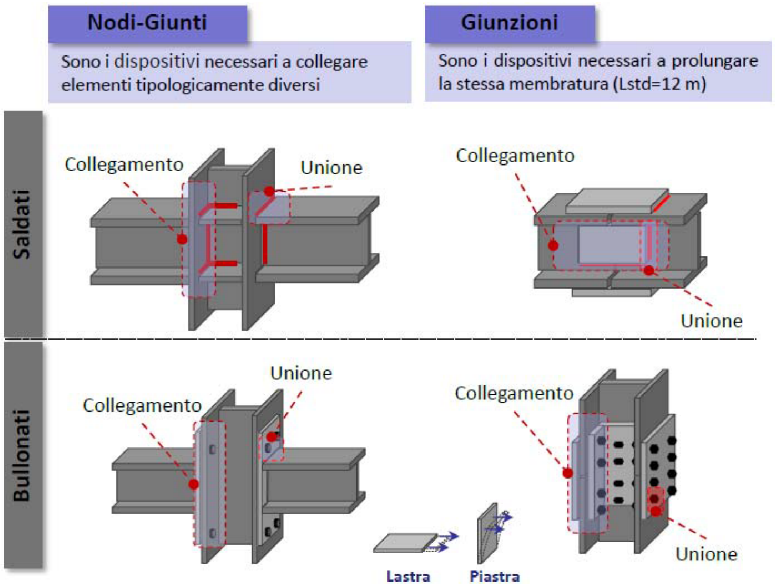
Quando la capacita di trasferire il momento e minima, il comportamento della connessione e molto simile a quello di un semplice appoggio, che può solo trasmettere lo sforzo di taglio e lo sforzo assiale. Le figure seguenti mostrano due esempi di connessioni semplici.



In generale, le connessioni sono caratterizzate dalla resistenza e dalla duttilità, specificate dal legame momento-rotazione.



Esempio di collegamento travi -pilastro



I collegamenti bullonati rappresentano uno dei modi con cui di solito vengono realizzate le unioni tra elementi strutturali in acciaio. In generale, vengono utilizzati principalmente per:

- prolungare le membrature tramite giunzioni (beam splice, column splice)

- collegare membrature tipologicamente differenti (beam-to-column joint)

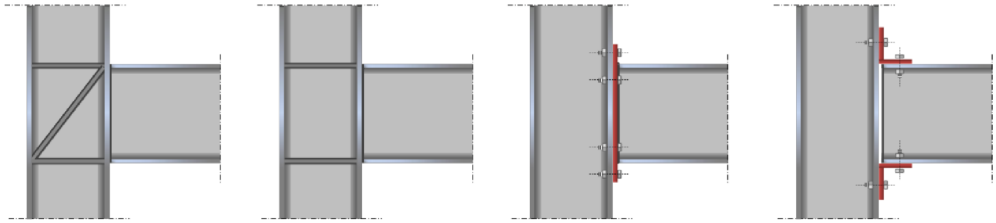
- collegare le colonne alle fondazioni (column base)

Tramite i collegamenti è possibile dunque trasmettere le caratteristiche di sollecitazione tra le varie membrature collegate. A seconda del tipo di connessione fra le membrature l'Eurocodice 3 individua, dal punto di vista statico, la seguente classificazione

- collegamenti a cerniera (collegamenti semplici)

- collegamenti rigidi e a completo ripristino di resistenza (collegamenti continui)

- collegamenti semirigidi e a parziale o completo ripristino di resistenza (collegamenti semi-continui)



La configurazione e le proprietà dei collegamenti giocano un ruolo fondamentale nel comportamento del nodo in termini di distribuzione delle sollecitazioni interne.
Analizzando la configurazione deformata di un telaio generico sottoposto all'azione di forze orizzontali, è possibile concepire lo spostamento verticale ***v*** *della trave in campata, attraverso un'equivalenza cinematica, come se fosse prodotto da una forza verticale* ***F*** *applicata nello stesso punto. Di tale spostamento è pertanto possibile individuarne i contributi in funzione delle rispettive proprietà delle membrature (trave e colonna) e del nodo (pannello d'anima della colonna e componenti de collegamento),*

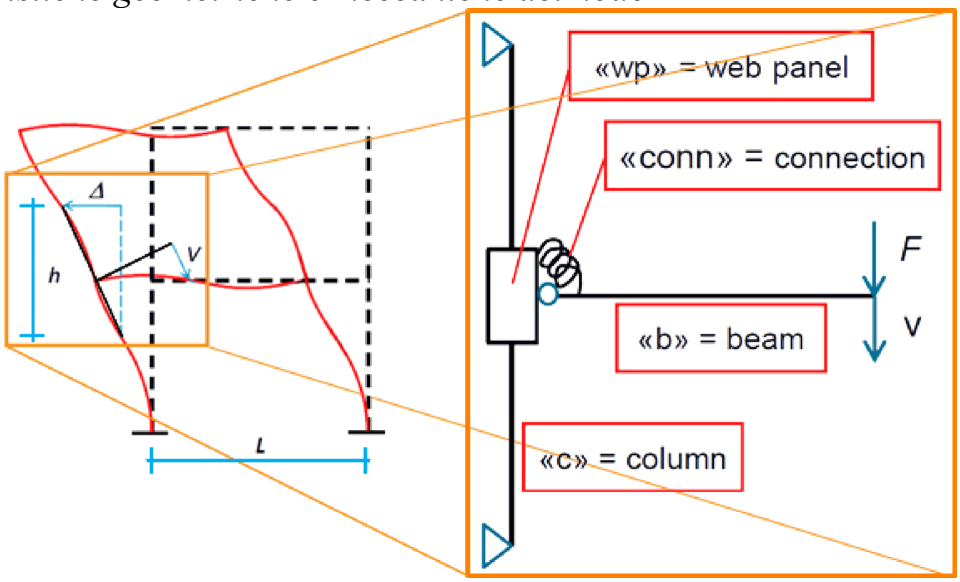
$V = V_b + V_c + V_j$

dove:

V_b *è il contributo della trave*

V_c *è il contributo della colonna*

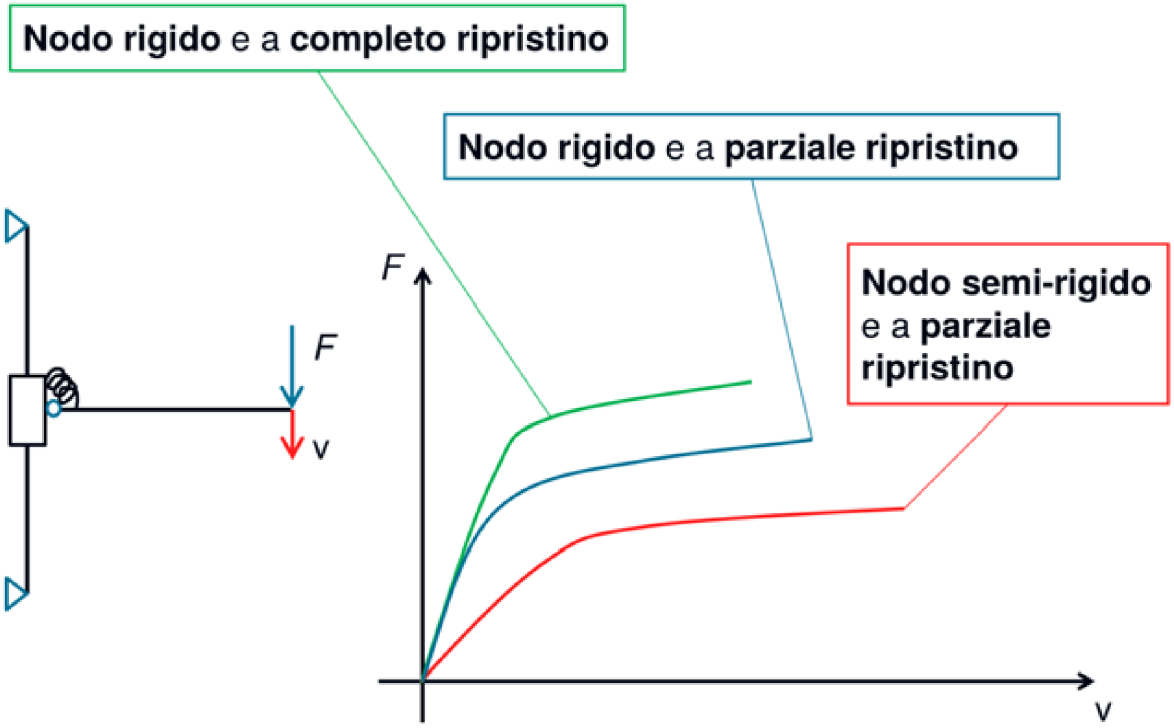
$V_j = V_{wp} + V_{conn}$ *è il contributo del nodo, fortemente variabile a seconda delle caratteristiche geometriche e meccaniche del nodo*



I nodi vengono classificati in base alla rigidezza

Rigidi e a completo ripristino di resistenza	*Vj trascurabile sia in campo elastico che plastico* $V = V_b + V_c$
Rigidi e a parziale ripristino di resistenza	*Vj trascurabile sia in campo elastico ma non plastico* $V \approx V_b + V_c$
Semi-Rigidi e a completo ripristino di resistenza	$V \approx V_b + V_c$ *in campo plastico ma no elastico* $V_j = 0$ *in campo plastico*
Semi-Rigidi e a parziale ripristino di resistenza	$V = V_b + V_c + V_j$ V_j *non è mai trascurabile sia in campo plastico che elastico*

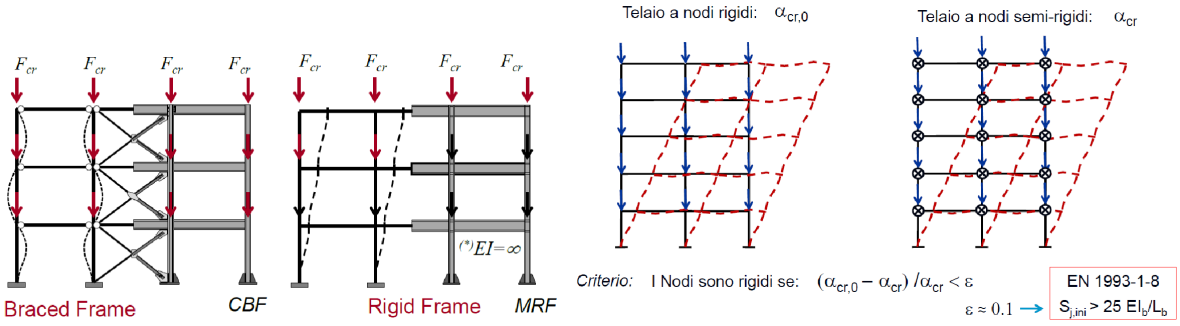
Il legame forza spostamento al variare della rigidezza del collegamento



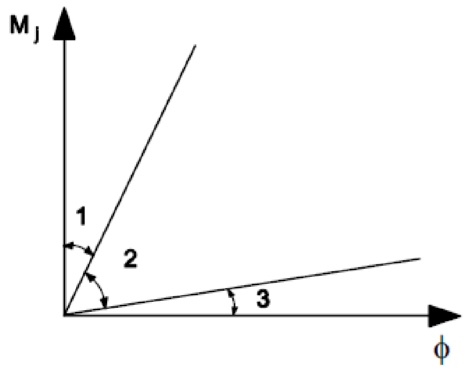
*Un **telaio** può dirsi a **nodi rigidi** se il moltiplicatore critico elastico αcr non è significativamente influenzato dalla semi-rigidezza dei nodi, potendo dunque trascurare gli effetti del secondo ordine. Secondo le NTC 2018 è infatti possibile effettuare l'analisi del primo ordine, imponendo l'equilibrio sulla configurazione iniziale della struttura, nei casi in cui possano ritenersi trascurabili gli effetti delle deformazioni sull'entità delle sollecitazioni, sui fenomeni di instabilità e su qualsiasi altro parametro di risposta della struttura. Tale condizione si può assumere verificata se risulta soddisfatta la relazione:*

$$\alpha_{cr} = F_{CR}/F_{ED} \geq 10 \qquad \text{per l'analisi elastica}$$
$$\alpha_{cr} = F_{CR}/F_{ED} \geq 15 \qquad \text{per l'analisi plastica}$$

dove α_{cr} è il moltiplicatore dei carichi applicati che induce l'instabilità globale della struttura, F_{ED} è il valore dei carichi di progetto e F_{CR} è il valore del carico instabilizzante calcolato considerando la rigidezza iniziale elastica della struttura.



Per il calcolo della rigidezza rotazionale è necessario far riferimento alle formule riportate nell'eurocode 3



Zone 1: rigid, if $S_{j,ini} \geq k_b EI_b / L_b$

where:

$k_b = 8$ for frames where the bracing system reduces the horizontal displacement by at least 80 %

$k_b = 25$ for other frames, provided that in every storey $K_b/K_c \geq 0,1$ *)

Zone 2: semi-rigid

All joints in zone 2 should be classified as semi-rigid. Joints in zones 1 or 3 may optionally also be treated as semi-rigid.

Zone 3: nominally pinned, if $S_{j,ini} \leq 0,5\,EI_b / L_b$

*) For frames where $K_b/K_c < 0,1$ the joints should be classified as semi-rigid.

Key:

K_b	is	the mean value of I_b/L_b for all the beams at the top of that storey;
K_c	is	the mean value of I_c/L_c for all the columns in that storey;
I_b	is	the second moment of area of a beam;
I_c	is	the second moment of area of a column;
L_b	is	the span of a beam (centre-to-centre of columns);
L_c	is	the storey height of a column.

Figure 5.4: Classification of joints by stiffness

Nota:

$$\bar{M} = \frac{M_j}{M_{b,pl}}$$

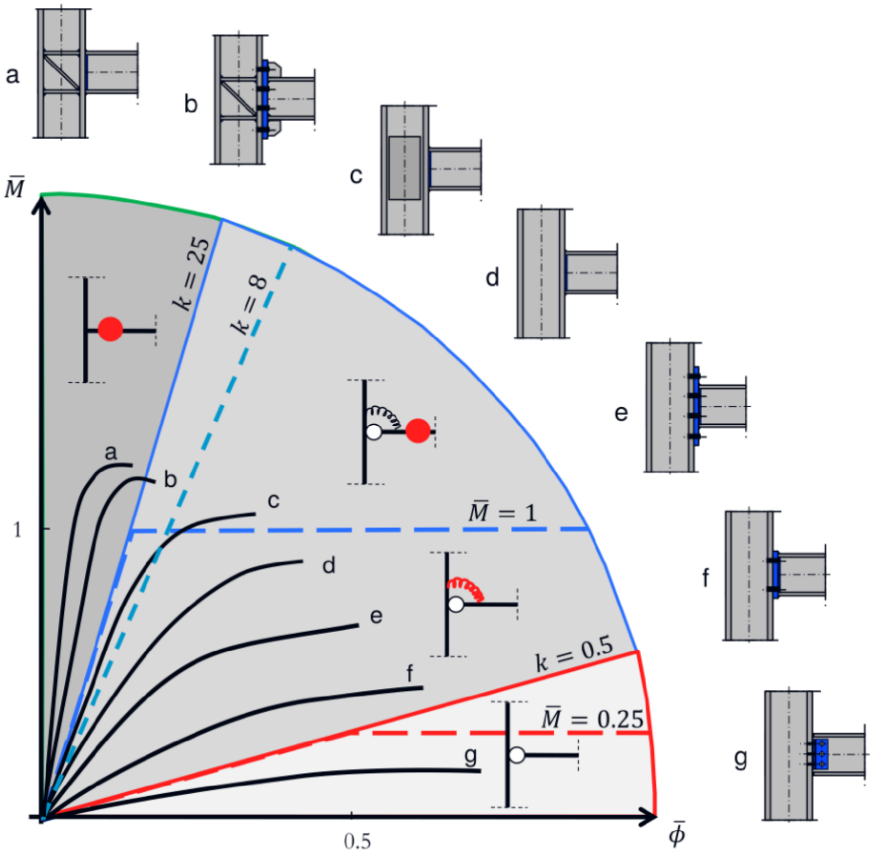
$$\phi_j = \frac{M_j}{S_j} = \frac{\bar{M} M_{b,pl}}{S_j}$$

$$k = \frac{S_j L_b}{EI_b}$$

$$\phi_j = \frac{\bar{M} M_{b,pl} L_b}{kEI_b}$$

$$\phi_{b,pl} = \frac{M_{b,pl} L_b}{EI_b}$$

$$\bar{\phi} = \frac{\phi_j}{\phi_{b,pl}} = \frac{\bar{M}}{k}$$



9-Conclusioni

Questi appunti sono il risultato di un assemblaggio di materiale didattico reperibile on line e hanno avuto il preciso obiettivo di migliorare la mia preparazione nel settore delle strutture poiché ero completamente all'oscuro sul funzionamento statico dei grattacieli ; possono essere utili per quelle persone comuni studenti o tecnici che desiderano sapere come si progettano grattacieli alti più di 200 m che nel mondo sono numerosi, sono chiaramente degli argomenti che stimolano la curiosità dell'interlocutore. Problematiche che avvengo additate come responsabili del crollo improvviso quali l'effetto P-Δ che negli edifici alti, sarebbero proibitive vengono ampiamente superate , gli stessi effetti del terremoto che non vengono considerati che hanno visto il crollo di grattacieli nel recente terremoto del 29 marzo 2025 in ***Myanmar*** *rappresentano dei buoni motivi per rivedere il calcolo di siffatte strutture attraverso analisi dinamiche non lineari al passo step by step soprattutto in zone ad elevata sismicità. I collegamenti tra le aste in acciaio sono stati solo descritti esulano dall'argomento propriamente delle strutture in acciaio e non di strutture di grattacieli. Il grattacielo è una costruzione edilizia con prevalente sviluppo in verticale ed ha una sua funzione ambientale oltre che di impatto urbano positivo che è quella di mitigare il danno ambientale conseguente all'eccessivo uso di territorio,le costruzioni alte andrebbero privilegiate in quelle città dove bisogna realizzare dei parchi urbani ampie zone di verde dove passare il tempo libero o da destinare a zone agricole riportando la campagna la natura nell'ambiente urbano della città.*

Bibliografia

Università mediterranea Edifici alti
Istruzioni tecniche CNR: azioni del vento
Promozione acciaio quaderno 4
NTC 2018